

Dynamik von Ultraschallschwingern mit Stoßkontakt

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
genehmigte

Dissertation

von
Dipl. -Ing. Wiebold Rewert Wurpts
geb. am 03.11.1980 in Wittmund

2016

1. Referent: Prof. Dr.-Ing. Jörg Wallaschek
2. Referent: Prof. Dr.-Ing. Peter Wriggers
Tag der Promotion: 12. April 2016

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Dynamik und Schwingungen der Leibniz Universität Hannover. Das in meinen Augen hervorragende Zusammenspiel von Theorie und Praxis sowie die freie Arbeitsatmosphäre am Institut wären sicherlich nicht ohne das inspirierende Beispiel von Herrn Prof. Dr. Wallaschek denkbar gewesen. Die vielen Menschen, die meine Zeit am Institut begleitet haben, werden mir immer in Erinnerung bleiben. Für diese schöne und bereichernde Zeit möchte ich mich bei allen Mitarbeitern des Instituts herzlich bedanken!

Mein Werdegang am Institut wurde stets von Herr Dr. Jens Twiefel begleitet. Er hat mir viele neue Themen eröffnet und mir mit seinem technischen Sachverstand den Weg ins Labor geebnet. Dafür möchte ich mich herzlich bedanken.

Danken möchte ich ebenfalls Herrn Prof. Dr. Wriggers für die Begutachtung dieser Arbeit sowie Frau Prof. Dr. Ratz für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Besonders möchte ich mich auch für die Rücksicht meiner Familie bedanken. Schließlich schreibt sich so eine Arbeit nicht immer nebenbei und entsprechend mussten wir auf manche gemeinsame Stunde verzichten.

Zu guter Letzt möchte ich mich bei meinen Eltern für ihre stete Unterstützung bedanken.

Aber nun darf ich Ihnen, verehrte Leser, eine angenehme und hoffentlich auch lohnende Lektüre wünschen!

Wiebold Wurpts

Hannover, im Mai 2016

Inhaltsverzeichnis

Formelverzeichnis	VI
Kurzfassung	VIII
Abstract	IX
1 Einleitung	1
2 Stand des Wissens	5
2.1 Ultraschallanwendungen mit Stoßkontakt	5
2.2 Modellbildung von Ultraschallschwingern mit Stoßkontakt	9
2.2.1 Finite Element Methode	10
2.2.2 Methode der Übertragungsmatrizen	11
2.2.3 Modale Ersatzmodelle	12
2.2.4 Modellierung des Stoßkontaktes	17
2.3 Methoden zur Lösung	22
2.3.1 Lösung im Zeitbereich	22
2.3.2 Stabilität der Lösung	25
2.3.3 Verfahren im Frequenzbereich	28
2.4 Modulierte Schwingungen	33
2.4.1 Bewertung modulierter Schwingungen	33
2.4.2 Modulierte Schwingungen in der Mechanik	35
3 Gegenstand der Arbeit	37
3.1 Analyse des Standes des Wissens	37
3.2 Ziele der Arbeit	38
3.3 Lösungsweg	38
4 Frequenzverhalten von Ultraschallschwingern mit Stoß	40
4.1 Modellbildung	40
4.2 Lösung des Modells	41
4.2.1 Harmonische Linearisierung der Kontaktkraft	41
4.2.2 Allgemeine Lösung	44
4.2.3 Stabilität der Lösung	45
4.3 Frequenzverhalten bei verschiedenen Randbedingungen	46
4.3.1 Konstanter Spalt	46

4.3.2	Konstante Anpresskraft	48
4.3.3	Mit Lagersteifigkeit und Vorspannung	51
4.4	Zusammenfassung und Fazit	55
5	Niederfrequente Schwingungen	57
5.1	Modellbildung	57
5.2	Lösung des Modells	59
5.2.1	Integration der Bewegungsgleichungen	59
5.2.2	Mittelung der Bewegungsgleichungen	60
5.2.3	Berechnung periodischer Lösungen	64
5.3	Auftreten niederfrequenter Schwingungen	66
5.4	Analyse niederfrequenter Schwingungen	69
5.5	Zusammenfassung und Fazit	72
6	Experimentelle Untersuchungen	84
6.1	Prüfstand	84
6.2	Frequenzgangsmessungen	86
6.2.1	Unbelasteter Schwinger	86
6.2.2	Schwinger mit Stoßkontakt	88
6.3	Geregelter Betrieb	90
6.3.1	Einfluss der Schwingamplitude	91
6.3.2	Messung des nichtlinearen Astes	94
6.4	Niederfrequente Schwingungen	96
6.5	Zusammenfassung und Fazit	96
7	Diskussion der erzielten Ergebnisse	98
8	Zusammenfassung und Ausblick	100
	Anhang	103
A	Fourierreihenentwicklung der Kontaktkraft	103
	Literaturverzeichnis	105

Formelverzeichnis

Selten benutzte Symbole und Formelzeichen sowie abweichende Bedeutungen werden im Text erläutert. Vektoren und Matrizen werden im Allgemeinen fett gedruckt.

Lateinische Notation

a	Halbe Kontaktdauer
A	Amplitude
C_P	Piezokapazität im Ersatzmodell
d	Viskose Dämpfung
D	Lehrsche Dämpfung
f	Anregung oder Frequenz
I	Elektrischer Strom
k	Steifigkeit
k_{eff}	Effektiver piezoelektrischer Kopplungsfaktor
k_{klirr}	Klirrfaktor
L	Ljapunov Exponent oder Induktivität
m	Masse
P	Vorspannung
q	Modale Verschiebung
Q	Elektrische Ladung
R	Elektrischer Widerstand
t	Zeit
T	Periodendauer
u	Verschiebung
U	Elektrische Spannung
v	Geschwindigkeit
x	Position oder Verschiebung
x_0	Starrkörperverschiebung
x_1	Modale Auslenkung der Betriebsschwingung

Griechische Notation

α	Piezoelektrischer Koppelfaktor oder Verhältnis der statischen und dynamischen Auslenkung im Kontakt
η	Verhältnis zwischen Anrege- und Eigenfrequenz
ϑ	Dämpfungsfaktor im Kontaktmodell
κ	Steifigkeitsverhältnis
λ	Wellenlänge eines Ultraschallschwingers
μ	Massenverhältnis oder Floquetscher Multiplikator
τ	Eigenzeit
φ	Phase in Bezug auf die Anregung
Φ	Fundamentalmatrix
ω	Eigenkreisfrequenz
Ω	Kreisfrequenz der Anregung

Vektoren und Matrizen

A	Systemmatrix
B	Eingriffsmatrix
f	Allgemeine Funktion
R	Residuum des Schießverfahrens
S	Sprungmatrix
u	Eingangssignale im Zustandsraum
z	Zustandsvektor

Indizes und weitere Formelzeichen

$(\bar{\quad})$	Mittelwert
$(\underline{\quad})$	Komplexwertige Größe
$(\hat{\quad})$	Reellwertige Schwingamplitude
$(\quad)^*$	Ersatzkoeffizient der Harmonischen Balance
$(\dot{\quad})$	Ableitung nach der Zeit
$(\quad)'$	Ableitung nach der Eigenzeit
$(\quad)_i$	i te modale Größe
$(\quad)_k$	Größe ist auf den Kontakt bezogen

Kurzfassung

In etlichen Ultraschallanwendungen kommt es zu Stößen zwischen Schwinger und Untergrund. Dann kann es sowohl zu abrupten Sprüngen in der Schwingamplitude als auch zu stabilen Modulationen der Betriebsschwingung kommen. Die Modulation geht mit einer niederfrequenten Schwingung des gesamten Werkzeugs einher. Beide Phänomene werden mit Hilfe modaler Ersatzmodelle beschrieben und erklärt. Dabei werden umfangreiche Parameterstudien angestellt und der Entstehungsmechanismus der niederfrequenten Schwingungen erklärt. Die modellgestützten Analysen werden um Messungen an einem Stoßprüfstand ergänzt. Insbesondere wird auch der instabile Betriebsbereich eines Ultraschallschwingers mit Stoß in der Umgebung eines Amplitudensprungs vermessen.

Schlagwörter: Ultraschall, Kontakt, Stoß

Abstract

Dynamics of ultrasonic vibrators with impact

In several ultrasonic application impacts occur between the ultrasonic vibrator and a work piece. These systems have a nonlinear operational behavior and sometimes the operational vibration is modulated by a low frequency oscillation of the tool. In this thesis these phenomena are discussed by means of equivalent models. Different mountings of the ultrasonic tools are investigated and parameter studies are performed utilizing the Harmonic Balance Method. The low frequency vibrations are analyzed and the energy transport of the oscillation is described. The model based investigations are supplemented by experimental measurements. Notably the instable branch of the frequency response of an ultrasonic vibrator with contact is measured.

Key words: Ultrasonic, contact, impact

1 Einleitung

Der Begriff „Ultraschall“ wird von den meisten Menschen zuerst mit der Medizin verbunden. So wird das erste Bild, das die Eltern von ihrem Kind sehen heutzutage in der Regel auf dem Bildschirm eines Ultraschallgerätes angezeigt. Anders als Röntgenstrahlung ist der Ultraschall dabei vollständig harmlos. In der Medizin werden deshalb etliche weitere Organe standardmäßig mit Ultraschall untersucht. Neben biologischem Gewebe können aber auch weitere Materialien mit Ultraschall untersucht werden. So können haarfeine Risse im Metall oder Fischeschwärme im Meer mit Ultraschall sichtbar gemacht werden. Der Vorläufer dieser sonografischen Verfahren liegt zweifelsohne in der Natur: Fledermäuse senden Schallwellen aus und orten anhand des Echos auch im Dunkeln zielsicher ihre Beute.

Physikalisch ist der Begriff des Ultraschalls durch die Frequenz der Schwingung abgegrenzt. Oberhalb einer Frequenz von ca. 20 kHz nehmen die meisten Menschen keine Geräusche mehr wahr, daher wird dieser Bereich Ultraschall genannt. Ab einer Frequenz von 1 GHz spricht man von Hyperschall. Die Schwingungsamplituden eines Ultraschallschwingers liegen üblicherweise im Bereich weniger Mikrometer. Aufgrund der hohen Frequenzen führt dies jedoch zu Schwinggeschwindigkeiten von einigen Metern pro Sekunde, die Beschleunigungen sind entsprechend noch höher. Diese Eigentümlichkeit hochfrequenter Schwingungen führt dazu, dass ein Ultraschallwerkzeug augenscheinlich an einer Position verharret, jedoch trotzdem eine erhebliche Leistung abgeben kann. Das geläufigste Beispiel hierzu liegt wahrscheinlich erneut in der Medizin: Zahnstein wird heute häufig mit Ultraschallgeräten entfernt. Das Gerät kann aufgrund der kleinen Schwingungsamplituden ruhig und präzise in der Hand gehalten werden und entwickelt wegen der hohen Schwinggeschwindigkeiten dennoch genügend Leistung an der Werkzeugspitze, um den Zahnstein zu entfernen. Dieses Vermögen Leistung abzugeben, obwohl das Werkzeug makroskopisch ruht, wird in vielen weiteren Applikationen ausgenutzt. Wirtschaftlich am relevantesten ist wohl das Ultraschallschweißen von Thermoplasten. Als Alternative zur induktiven Erwärmung wird dabei die Energie der Ultraschallschwingung ausgenutzt, um Bauteile punktuell aufzuschmelzen und stoffschlüssig zu verbinden. Daneben gibt es aber auch eine Vielzahl weiterer Anwendungen wie beispielsweise die Ultraschallreinigung, Ultraschallmotoren, ultraschallunterstützte Materialbearbeitung oder das Einpressen von Buchsen. Die Wirksamkeit des Ultraschalls beruht dabei auf unterschiedlichsten physikalischen Effekten, die sowohl den Anwendungsbereich als auch die physikalische Modellbildung sehr vielfältig werden lassen.

Beim Entwurf des Schwingers wird erst einmal darauf geachtet, dass die Schwingamplitude an der Koppelstelle zum Prozess ausreichend groß ist. Dazu wird der freie Schwinger in der Praxis oft ohne angekoppelten Prozess entwickelt und ausgelegt. Sobald die Schwingungsamplitude hinrei-

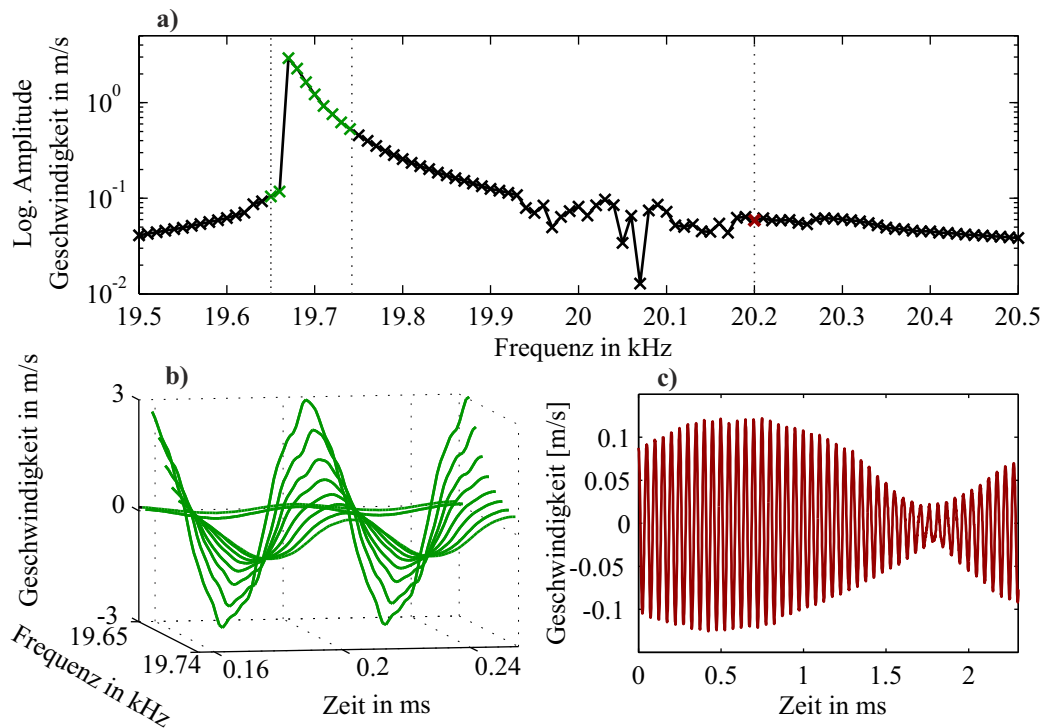


Abbildung 1.1: Typische Messung an einem Ultraschallschweißgerät mit hartem Kontakt: **a)** Gemessene Geschwindigkeitsamplituden; **b)** Verlauf der Geschwindigkeiten in der Umgebung des Amplitudensprungs; **c)** Verlauf der Geschwindigkeit bei Anregung mit 20.2 kHz

chend groß ist, wird der Schwinger dann im Prozess erprobt. Tatsächlich wirkt der Prozess jedoch stets auf den Schwinger zurück und beeinflusst dessen Verhalten maßgeblich. Mitunter lässt sich der Prozess gut als lineare Feder-Dämpfer Kombination beschreiben. Dies ist jedoch nicht immer der Fall. Bereits an der Koppelstelle zwischen Schwinger und Prozess wirken häufig komplexe Kontaktvorgänge. Bei etlichen Prozessen ist dies beabsichtigt, so wird beim Einpressen von Buchsen oder bei der ultraschallunterstützten Materialbearbeitung der nichtlineare Kontakt gezielt ausgenutzt. Anderen Prozessen liegt eher eine lineare Modellvorstellung zu Grunde. Hier sind nichtlineare Erscheinungen unerwünscht, treten in Grenzbereichen aber dennoch auf. So kann es bspw. beim Ultraschallschweißen dünner Folien zu Stößen kommen, die sich nicht mehr hinreichend mit linearen Modellen beschreiben lassen. Der Einfluss solcher Stoßkontakte auf die Dynamik und damit den Betrieb von Ultraschallschwingern ist Gegenstand dieser Arbeit.

Abbildung 1.1 a) zeigt eine typische Messung an einem Ultraschallschweißgerät, das direkt auf einen metallischen Amboss stößelt. Dieses Szenario tritt zwar nicht genau so in der Praxis auf, stellt aber den Grenzfall extrem dünner Folien dar. Die elektrische Spannung an den Piezokeramiken des Schwingers wurde als Sinus mit konstanter Amplitude eingepreßt und für verschiedene Anregefrequenzen zusammen mit der resultierenden Geschwindigkeit an der Werkzeugspitze gemessen. Dabei zeigen sich zwei Phänomene, die typisch für Ultraschallschwinger mit Stoß sind und deutlich vom „gewohnten“ linearen Frequenzverhalten abweichen:

- die Schwingungsamplitude springt abrupt bei ungefähr 19.7 kHz und
- es tritt eine stabile Modulation der Schwingung im Frequenzbereich um 20.1 kHz auf.

Diese beiden Phänomene werden in der Arbeit näher untersucht. Das erste Phänomen der Amplitudensprünge ist typisch für fremderregte nichtlineare Schwinger und ist in schwächerer Form bereits von unbelasteten piezoelektrischen Schwingern bekannt. Da Ultraschallschwinger häufig im Bereich der Resonanzüberhöhung betrieben werden, ist der Amplitudensprung besonders für die Ansteuerung relevant. Bei einem Sprung in der Amplitude nach unten steht plötzlich weniger Leistung für den Prozess zur Verfügung, zudem besteht die Gefahr, dass die Frequenzregelung versagt und kein resonanter Betrieb mehr erreicht wird. Daher muss die Regelung robust gegenüber Amplitudensprüngen ausgelegt werden.

Das zweite Phänomen der modulierten Schwingamplituden tritt über weite Parameterbereiche stabil auf und ist bisher noch nicht in der Literatur diskutiert worden. Abbildung 1.1 c) zeigt einen Ausschnitt des sich stabil wiederholenden Geschwindigkeitssignals. Während der Messung sind dabei laute „Pfeifgeräusche“ zu vernehmen, wodurch das Phänomen auch ohne weitere Messtechnik identifiziert werden kann. Durch die Amplitudenmodulation wird eine zeitlich veränderliche Leistung in den Prozess übertragen. Zudem werden in der Regelung und Prozessüberwachung meist zeitlich gemittelte Größen verwendet. Wie auch an den starken Schwankungen der gemessenen Frequenzgangskurve zu sehen, ist auf Basis dieser gemittelten Größen gar keine genaue Aussage über den Prozess mehr möglich. Daher sind diese Schwingungen im Hinblick auf einen stabilen Prozess und eine lange Standzeit der Werkzeuge generell unerwünscht.

Da Stöße bei verschiedenen Applikationen mit Ultraschall auftreten, ist die Arbeit auch nicht speziell an eine Anwendung adressiert. Vielmehr wird der Untersuchungsgegenstand generell auf Ultraschallschwinger mit Stoß verallgemeinert. In Kapitel 2 werden zuerst verschiedene Ultraschallapplikationen mit Stoßkontakt dargestellt und damit die technische Relevanz des Themas abgesteckt. Danach wird der Stand des Wissens zur Thematik beschrieben.

Die theoretische Beschreibung in dieser Arbeit hat generell das Ziel, Einsichten und Aussagen zu liefern, die sich über das konkrete System hinaus verallgemeinern lassen. Daher bietet sich die Verwendung piezoelektrischer Ersatzmodelle mit wenigen Freiheitsgraden an. Im Gegensatz zu komplexen FE-Modellen gelingt so eine einfache Übertragung auf andere Systeme und zudem können aufgrund der geringeren Komplexität die wesentlichen Zusammenhänge leichter entdeckt werden.

In Kapitel 4 wird das Phänomen des Amplitudensprungs näher untersucht. Basierend auf den Arbeiten von BABITSKY [8] kommt dabei die Methode der Harmonischen Balance zum Einsatz. Abbildung 1.1 b) zeigt die eingeschwungenen Zeitverläufe der Geschwindigkeiten im Bereich um den Amplitudensprung. Für große Amplituden ist die Geschwindigkeit gegenüber dem harmonischen Verlauf etwas verzerrt, bleibt aber dennoch einigermaßen sinusförmig. Daher wird in der Modellierung lediglich die grundharmonische Schwingung und die statische Verschiebung des Werkzeuges berücksichtigt. Mit diesem Ansatz gelingt die analytische Beschreibung der Amplitudensprünge. Darüber hinausgehend wird auch der Einfluss verschiedener Parameter auf das Frequenzverhalten untersucht.

In Kapitel 5 wird das Phänomen der Amplitudenmodulation näher beleuchtet. Dazu wird das zuvor verwendete Modell zunächst erweitert. Auf Basis dieses erweiterten Modells werden umfangreiche Parameterstudien zum Auftreten der niederfrequenten Schwingungen angestellt und die dabei zu Tage tretenden Wirkzusammenhänge diskutiert.

Die theoretischen Ergebnisse werden in Kapitel 6 um experimentelle Ergebnisse ergänzt. Dazu wurde ein Stoßversuchsstand aufgebaut und mit entsprechender Messtechnik ausgestattet. Basierend auf Messungen am freien Schwinger wird zunächst ein Ersatzmodell identifiziert, um mit dessen Hilfe die theoretischen Ergebnisse überprüfen zu können. Der Einfluss des Stoßkontaktes wird zuerst an Frequenzgangsmessungen am belasteten Ultraschallschwinger gezeigt. Danach wird die Veränderung der Resonanzfrequenz im geregelten Betrieb näher untersucht. Zudem gelingt nach einer Methode von MOJRZISCH ET AL. [64] auch die Messung der vollständigen nicht-linearen Frequenzgänge mit Stoßkontakt. Das Kapitel schließt mit der Darstellung und Analyse einer typischen amplitudenmodulierten Schwingung.

2 Stand des Wissens

Zuerst werden einige Ultraschallwerkzeuge mit Stoßkontakt dargestellt, für die der Untersuchungsgegenstand der Arbeit relevant ist. Danach werden einige in der Ultraschalltechnik gebräuchliche Modellierungsansätze vorgestellt und im Hinblick auf ihre Anwendung beim Stoßkontakt diskutiert. Um die daraus resultierenden nichtlinearen Modelle lösen zu können, sind verschiedene Methoden entwickelt worden, die anschließend erläutert werden. Am Ende des Kapitels wird noch speziell auf die Beschreibung und Analyse modulierter Schwingungsvorgänge eingegangen.

2.1 Ultraschallanwendungen mit Stoßkontakt

Die Ankopplung eines Ultraschallwerkzeugs an einen Prozess ist häufig mit wechselnden Kontaktsituationen verbunden. Um die Relevanz des Themas aufzuzeigen, werden zuerst verschiedene Anwendungen dargestellt, bei denen Stöße auftreten.

Ultraschallmotoren

Ultraschallmotoren werden bereits seit einigen Jahrzehnten eingesetzt und sind fortwährend Gegenstand der Forschung. Im Laufe der Zeit wurde eine erhebliche Anzahl an Antriebsprinzipien entwickelt und umgesetzt. Eine Übersicht über den aktuellen Stand der Technik geben z.B. die Monografie von ZHAO [123], der Übersichtsartikel von HEMSEL UND WALLASCHEK [39] oder die Dissertation von TWIEFEL [105]. Bei allen Ultraschallmotoren bewirkt eine hochfrequente Schwingung im zeitlichen Mittel eine Antriebskraft zwischen dem feststehenden Schwinger und dem beweglichen Rotor. Die Motoren lassen sich in Bezug auf ihr Kontaktverhalten als Wander- oder Stehwellenmotoren charakterisieren. Bei Wanderwellenmotoren bewegt sich die Kontaktfläche wellenartig über den Schwinger. Wie in einem Übersichtsartikel von WALLASCHEK [111] beschrieben, stellt sich auf der bewegten Welle auf diese Weise ein stationärer Kontakt ein. Demgegenüber weisen Stehwellenantriebe üblicherweise einzelne Kontaktpunkte mit wechselnden Kontaktzuständen auf. Abbildung 2.1 a) und b) zeigen einen Stehwellenantrieb nach SASHIDA UND KENJO [89]. Der Schwinger wird zu Längsschwingungen ange-regt und bewirkt durch die schräge Anstellung eine Vorwärtsbewegung des Rotors. Aufgrund der Rückwirkung des Kontaktes stellt sich am Kontaktpunkt eine ellipsenförmige Bewegung ein. Demgegenüber betrieben KUROSAWA ET AL. [52] einen Schwinger mit zwei phasenversetzt angesteuerten Piezostapeln. Durch den Phasenversatz zwischen den Anregesignalen stellt sich direkt eine ellipsenartige Trajektorie des Stößels ein. Ein Motor mit einem ähnlichen Wirkprinzip wird von der

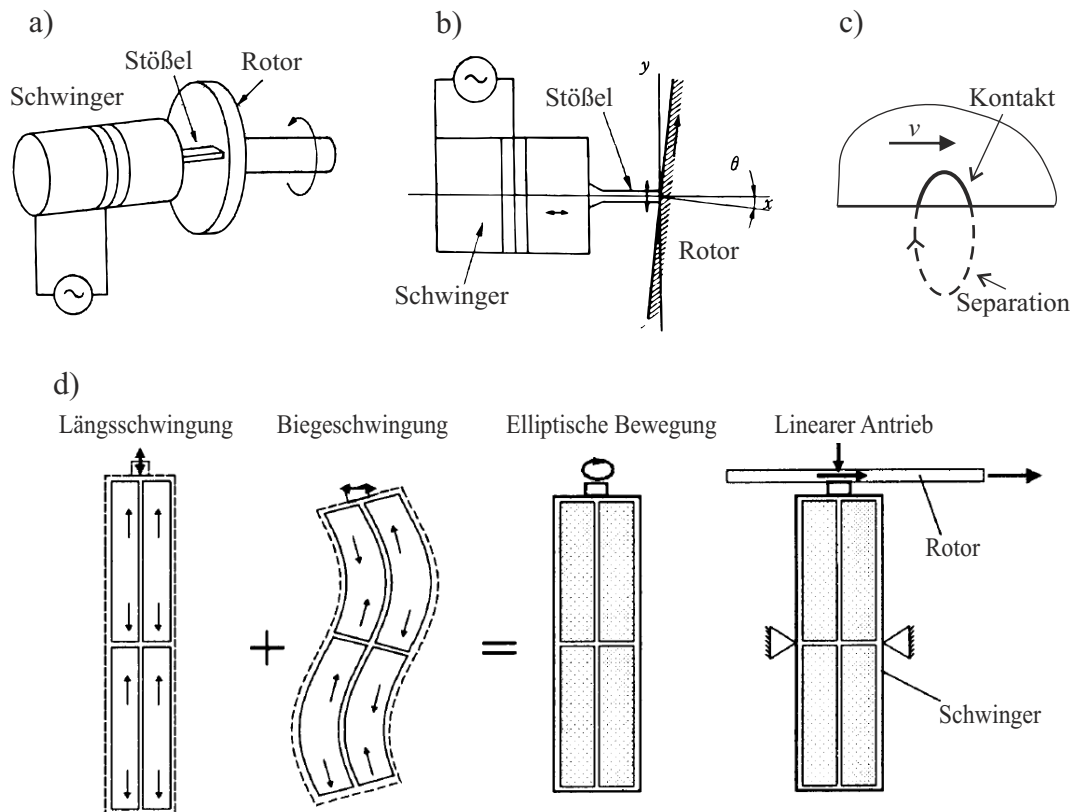


Abbildung 2.1: Funktionsprinzip von Ultraschall-Stehwellenantrieben; **a)** und **b)** Prinzip des Wedge-Type-Motors nach SASHIDA UND KENJO [89]: ein schräg angestellter Ultraschallschwinger stößelt auf dem Rotor und treibt diesen an; **c)** Idealisierete Trajektorie des Stößels; **d)** Antriebsprinzip des NANOMOTION-Motors nach HEMSEL UND WALLASCHEK [39]: durch Anregung einer Längs- und einer Biegeschwingung wird eine elliptische Bewegung am Stößel erzeugt.

Firma NANOMOTION vertrieben. Wie in Abbildung 2.1 d) dargestellt überlagern sich in dem Motor Längs- und Biegeschwingungen zu einer elliptischen Antriebsbewegung am Stößel. Die idealisierete Bahn des Kontaktpunktes ist in Abbildung 2.1 c) dargestellt. Durch die kombinierte Bewegung in Kontaktnormal- und Tangentialrichtung wirkt im zeitlichen Mittel eine Tangentialkraft auf den Rotor. Solange der Rotor langsamer als die Stößelspitze ist, wirkt der Motor antreibend. Sobald der Rotor schneller ist, wirkt der Motor bremsend. Stehwellenmotoren weisen also im Betrieb einen intermittierenden Kontakt auf und fallen somit direkt in den Rahmen, der in dieser Arbeit untersuchten Systeme.

Ultraschallunterstützte Zerspanung

Ultraschall wird bei verschiedenen Zerspanungsprozessen gewinnbringend eingesetzt. So stattet DMG MORI SEIKI [23] (ehemals Gildemeister) Fräsmaschinen mit einer Ultraschallanregung aus und wirbt mit geringen erreichbaren Rauheitswerten ($<0.1 \mu\text{m}$), verbesserten Werkzeugstandzeiten (bis zu 2-fach höher) und reduzierten Prozesskräften (bis zu 40 % Reduktion). Daneben wird Ultraschall aber auch beim Drehen [9], Schleifen [98] oder Bohren [72] eingesetzt. Wie übereinstim-

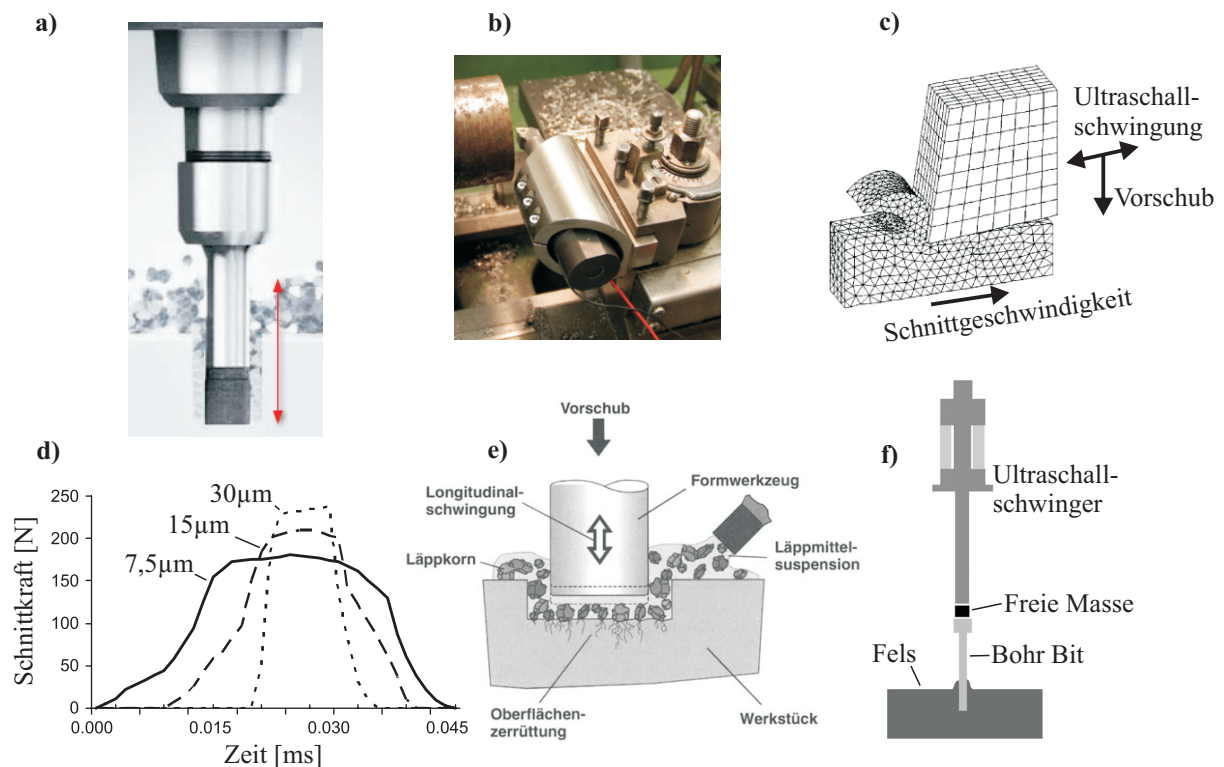


Abbildung 2.2: a) Ultraschallunterstütztes Fräsen (DMG MORI SEIKI [23]); b) Ultraschallunterstütztes Drehen (HOFMANN [125]); c) und d) FE-Simulation des Materialabtrages beim ultraschallunterstützten Drehen (AHMED ET AL. [2]); Die Schnittkraft wird mit größere Amplituden impulsförmiger und nimmt dabei im zeitlichen Mittel ab. e) Prinzip des Ultraschall-Schwingläppens (KLOCKE UND KÖNIG [48]); f) Skizze eines Ultraschallschlagbohrers nach BAR-COHEN ET AL. [12]

mend von vielen Autoren beschrieben (vgl. den Übersichtsartikel von BREHL UND DOW [16]), kommen die Vorteile der ultraschallunterstützten Zerspanung gerade bei spröden Materialien wie Keramik oder Glas zum Tragen. So können mit Ultraschallüberlagerung auch dünne Stege und feine Strukturen gefertigt werden, die ohne Ultraschallüberlagerung nicht möglich wären. Um den dabei relevanten Wirkmechanismus genauer zu untersuchen, führten MITROFANOV ET AL. [63] und AHMED ET AL. [2] FE-Analysen des schwingungsüberlagerten Zerspanprozesses durch. In Abbildung 2.2 d) ist der Verlauf der dabei wirkenden Schnittkraft für eine Periode der Ultraschallschwingung und unterschiedliche Anregeamplituden dargestellt. Die maximale Schnittkraft steigt mit der Amplitude an. Dadurch wird die Festigkeit des Materials kurzzeitig überstiegen und Mikrorisse induziert, die den Materialabtrag verbessern. Aufgrund des schmalbandigen Peaks sinkt mit steigenden Amplituden aber gleichzeitig die durchschnittliche Schnittkraft, wodurch im zeitlichen Mittel die Prozesskräfte reduziert und damit die Standzeiten der Werkzeuge erhöht werden. Der intermittierende Kontakt ist hier also notwendig für die angestrebte Prozessverbesserung und sollte somit auch in seiner Rückwirkung auf den Ultraschallschwinger beachtet werden. Mit dem Ultraschallschwingläppen können spröde Materialien sehr genau geformt werden. Dazu wird die abzubildende Negativform in ein Formwerkzeug eingebracht und zu Ultra-

schallschwingungen angeregt. Wie in Abbildung 2.2 e) dargestellt, wird zwischen Werkzeug und Werkstück eine Suspension mit L äppmittel eingebracht. Im Betrieb werden nach SOUNDARARAJAN UND RADHAKRISHNAN [97] über die Körner des L äppmittels Stöße auf die Oberfläche übertragen, wodurch diese zerrüttet wird. Hier sind also erneut Spannungsüberhöhungen durch lokale Stöße für den Prozess maßgeblich. KLOCKE UND KÖNIG [48] zählen verschiedene Anwendungen des Ultraschallschwingläppens wie beispielsweise das Formen von Glas oder Graphitelektroden für die Funkenerosion auf.

Der Ultraschallschlagbohrer nach Abbildung 2.2 f) wurde von BAR-COHEN ET AL. [12] für interplanetare Raummissionen vorgeschlagen. Eine frei bewegliche Masse prellt zwischen Bohrmeißel und Ultraschallschwinger und überträgt so einen Impuls auf das Gestein. Auf diese Weise wird nach Angabe der Autoren z.B. in Basalt ein Bohrfortschritt von ca. 10 mm pro 10 Minuten erreicht. Als wesentlichen Vorteil der Methode nennen die Autoren dabei die geringe Leistungsaufnahme von nur 12 W. Durch das Prellen der freien Masse treten dabei auch wesentlich tiefere Frequenzen als die Anregefrequenz auf, die zu einem unregelmäßigen Prellen führen. Daher bezeichneten die Autoren dieses Konzept als Ultrasonic/sonic driller/corer. BADESCU ET AL. [10] trieben den Bohrer gleichzeitig zu einer Rotationsbewegung an, wodurch auf der einen Seite zwar die Bohrgeschwindigkeit erhöht, aber auf der anderen Seite auch eine erhöhte Leistung notwendig wird. Die verbesserte Bohrleistung bei überlagerter Rotation wird von den Autoren hauptsächlich auf den besseren Materialtransport aus dem Bohrloch zurückgeführt. Beim Ultraschallschlagbohrer stellt sich aufgrund des Prellens der freien Masse eine äußerst komplexe und unregelmäßige Kontaktdynamik ein, die eine eigenständige Untersuchung erfordert. Ein Vergleich verschiedener Modellierungsansätze für dieses System ist bei POTTHAST [83] zu finden.

Oberflächenbehandlung mit Ultraschall

Eine relativ neue Methode der Nachbehandlung von Schweißnähten besteht in der Oberflächenbehandlung mit dem Ultrasonic Impact Treatment. Abbildung 2.3 zeigt das Prinzip nach STATNIKOV ET AL. [100]. Das Ultraschallwerkzeug wurde hier mit einer magnetostriktiven Anregung ausgestattet und führt durch eine hämmernde Bewegung zur plastischen Verformung der Schweißwurzel. ROY ET AL. [88] zeigten, dass die dadurch eingebrachten Eigenspannungen das Propagieren von Rissen unterbinden und somit zu einer verbesserten Festigkeit des behandelten Bauteils führen. Da die plastische Verformung wesentlich durch die Spannungsüberhöhung der Ultraschallstöße getrieben wird, ist der Stoßkontakt ein wesentlicher und gewollter Teil dieses Systems.

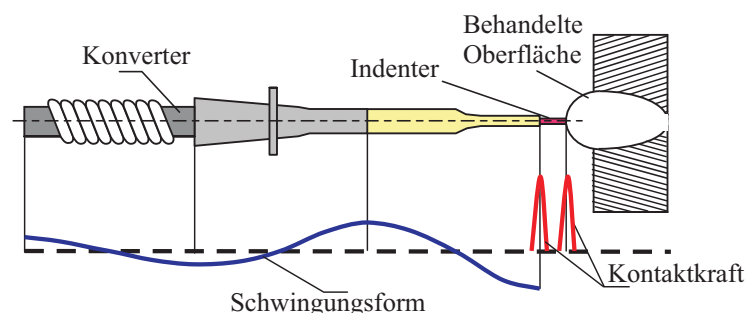


Abbildung 2.3: Ultraschalloberflächenbehandlung mit einem magnetostriktiven Konverter nach STATNIKOV ET AL. [100]

Kunststoffschweißen mit Ultraschall

Das Schweißen von Kunststoffen mit Ultraschall ist eine weit verbreitete Verbindungstechnik für Thermoplaste [36]. Neben Spritzgussteilen werden auch Verpackungen und Vliese industriell mit Ultraschall geschweißt. Abbildung 2.4 zeigt den typischen Aufbau einer Ultraschallschweißanlage. Der Ultraschallschwinger wird über eine pneumatische Anpressvorrichtung auf das Schweißgut gepresst. Die Ultraschallschwingung führt dann zu einer lokalen Erwärmung des Schweißgutes, das daraufhin aufschmilzt und eine formschlüssige Verbindung herstellt. Üblicherweise ist dabei die Anpresskraft so groß, dass der Kontakt zwischen Schwinger und Kunststoffteil stets sichergestellt ist. Dann lässt sich das Kunststoffteil als lineare Feder-Dämpfer Kombination abbilden. Gerade in der Verpackungsindustrie werden zunehmend dünne Folien mit wenigen μm Dicke verschweißt. Da die Schwingamplituden in diesem Fall die Foliendicke überschreiten, tritt vorübergehender Kontaktverlust und damit ein eigentlich unerwünschtes nichtlineares Verhalten auf. Diese Veränderungen führen zu erhöhten Anforderungen an die Ultraschallschwinger und insbesondere die Konverter. Ultraschallschweißmaschinen sind also für einen linearen Prozess ausgelegt, tatsächlich treten in einigen Anwendungen aber auch Stöße auf, die das Betriebsverhalten maßgeblich prägen.

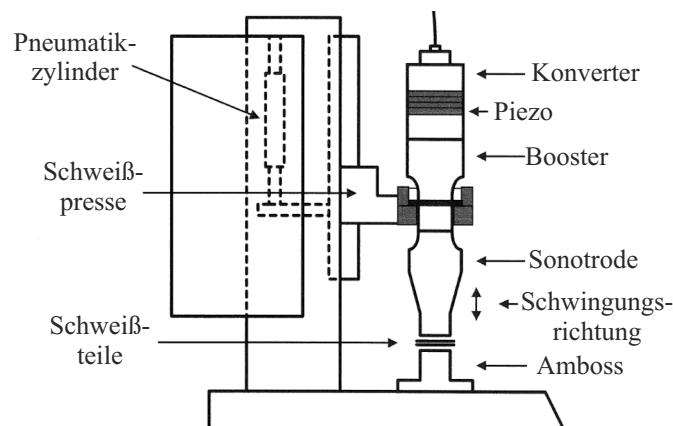


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung einer typischen Ultraschallschweißmaschine nach BECKER [13]

2.2 Modellbildung von Ultraschallschwingern mit Stoßkontakt

Die erste Auslegung von Ultraschallschwingern erfolgt häufig mit groben Überschlagsformeln zur Bestimmung der Resonanzfrequenz. Zur genaueren Auslegung der Schwinger wird auch die Methode der Übertragungsmatrizen oder die FEM eingesetzt. Im Folgenden werden einige Modellierungsansätze der Ultraschalltechnik dargestellt und insbesondere auch vor dem Hintergrund nichtlinearer Stöße diskutiert.

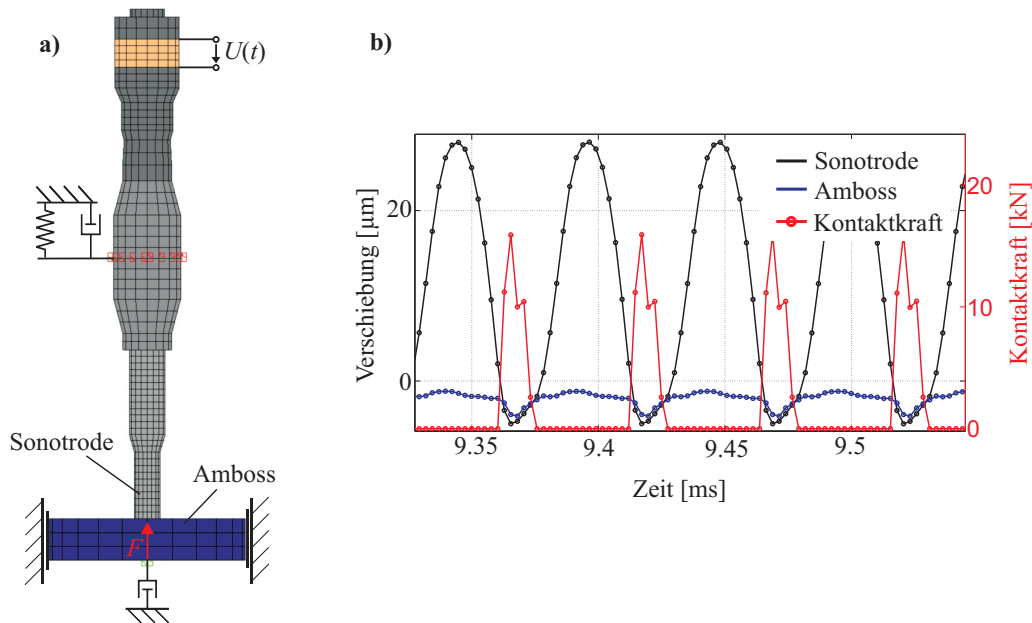


Abbildung 2.5: FE-Modell eines Ultraschallschweißgerätes mit Stoßkontakt nach GALAL UND WURPTS [32]

2.2.1 Finite Element Methode

Die Finite Element Methode (FEM) hat sich einen festen Platz in der Modellierung elastischer Schwingsysteme erobert. Mit ihr können auch Bauteile komplexer Geometrie einfach und genau berechnet werden. So können neben der Betriebsschwingung auch unerwünschte Nebenschwingungen bereits in der Simulation erkannt werden. Die Berücksichtigung nichtlinearer Effekte bei Vibro-Impact Systemen ist aber nach wie vor sehr aufwendig und nicht als Stand der Technik anzusehen. Gleichwohl gibt es einige wissenschaftliche Arbeiten, die auch nichtlineare Ultraschallschwinger mit der FEM beschreiben. So stellten FLEISCHER ET AL. [28] bereits erste FE-Simulationen der eindimensionalen Wellenausbreitung in einem Wedge-Type-Ultraschallmotor an. FRANGI ET AL. [30] simulierten das Arbeitsverhalten eines Ultraschall Wanderwellenmotors mit dem Programmpaket Abaqus/Explicit. Da in diesem Programmpaket kein Piezomaterial unterstützt wird, regten sie den Motor über eine thermo-mechanische Kopplung an. Neben den expliziten Lösungsalgorithmen benutzten verschiedene Autoren auch den impliziten Newmark Löser des Programms Ansys. So simulierte WEERAYUTH [112] einen Wanderwellenmotor unter voller Berücksichtigung der piezoelektrischen Eigenschaften. POTTHAST ET AL. [84] berechneten die Dynamik des in Abbildung 2.2 f) dargestellten Ultraschall-Schlagbohrers und GALAL UND WURPTS [32] simulierten den Betrieb des in Abbildung 2.5 a) dargestellten Ultraschallschweißgerätes bei einer konstanten Anpresskraft. Dabei zeigte sich, dass der untersuchte Schwinger trotz der impulsartigen Kontaktkraft eine weitgehend sinusförmige Schwingung ausführt. Alle bisher genannten Autoren bezeichneten die zur Lösung der Modelle nötigen Rechenzeiten als sehr hoch und sahen damit die Möglichkeit umfangreicher Parameterstudien eingeschränkt. Daher verwendete TWIEFEL [105] am Beispiel des Shaking Beam Motors [108] ein auf die Arbeitsrichtung reduziertes Modell und berechnete auf diese Weise einen Frequenzgang bei nichtlinearem Kontakt.

Die FEM wird auch zur Simulation des durch den Ultraschall getriebenen Prozesses eingesetzt. So untersuchten MITROFANOV ET AL. [63], wie schon oben beschrieben, den Materialabtrag beim ultraschallunterstützten Drehen und MORDYUK UND PROKOPENKO [66] die Materialverfestigung beim Ultrasonic Impact Treatment mit dem expliziten FE-Programm Marc. Um die Anzahl der Freiheitsgrade gering zu halten, wurde in beiden Arbeiten ein ebenes Modell verwendet. In diesem kurzen Abriss soll nicht weiter auf die FE-Methodik eingegangen werden, dazu finden sich eine Reihe von Lehrbüchern. Insbesondere die Kontaktbeschreibung ist allerdings nach wie vor ein aktives Forschungsfeld. Eine Übersicht über das Thema findet sich bei WRIGGERS [117].

2.2.2 Methode der Übertragungsmatrizen

Bei dieser klassischen Methode zur Modellierung resonanter Schwingsysteme wird üblicherweise nur die Schwingung in Betriebsrichtung betrachtet. Aufgrund dieser Vereinfachung können unerwünschter Nebenresonanzen zwar nur eingeschränkt untersucht werden, tatsächlich bedeutet das für viele Fragestellungen aber keine wesentliche Einschränkung, da erst einmal die Auslegung des Betriebsverhaltens im Vordergrund steht. Vielmehr schärft die vereinfachte Modellierung sogar den Fokus auf die relevanten Zusammenhänge.

Die Methode unterteilt das Schwingsystem in einzelne Elemente, für die jeweils eine analytische Lösung bekannt ist. Diese Lösung der Elemente wird dabei kompakt in Form der Übertragungsmatrizen notiert, die jeweils die Randbedingungen (z.B. Geschwindigkeit und Kraft) an den Rändern des Elementes verknüpfen. Historisch hängt die Methode eng mit den von MASON [59] eingeführten trigonometrischen Impedanzen zusammen. Dabei werden die Elemente jeweils als elektrisches Mehrtor-Netzwerk mit trigonometrischen Impedanzen beschrieben. Der Zusammenhang zwischen den Klemmengrößen kann dann auch mathematisch in Form einer Übertragungsmatrix ausgedrückt werden. Die Methode der Übertragungsmatrizen findet aufgrund ihrer kompakten Handhabung immer noch breite Anwendung. So nutzte beispielsweise FU [31] die Methode als Basis für die Optimierung von Ultraschallschwingern. Bei PESTEL UND LECKIE [76] finden sich die Übertragungsmatrizen für eine ganze Reihe von Systemen. Eine Methode zum systematischen Aufstellen der Gesamtübertragungsmatrix komplexer Systeme wurde von NAGEM UND WILLIAMS [67] vorgeschlagen und von WURPTS ET AL. [118] erweitert. Bei letzteren Autoren findet sich auch die Angabe einer kompakten Übertragungsmatrix für Piezokeramiken.

Der durch den Ultraschall getriebene Prozess lässt sich in vielen Fällen näherungsweise mit einem diskreten Feder/Masse/Dämpfer Element darstellen. Abbildung 2.6 a) zeigt exemplarisch einen Längsschwinger, an dessen Ende eine Feder angebracht ist. Wie in Abbildung 2.6 b) dargestellt, erhöhen sich mit steigender Steifigkeit die Resonanzfrequenzen. Entsprechend verändert sich auch die Schwingungsform: Mit steigender Steifigkeit geht die $\lambda/2$ -Mode mit freien Randbedingungen in die $3/4 \lambda$ -Mode mit frei-festen Randbedingungen über. Dabei führt die Steifigkeit nicht nur zu einer Verschiebung der Eigenfrequenzen, sondern auch zu verschobenen Knotenlagen, was von besonderer Bedeutung für die Lagerung technischer Ultraschallschwinger ist. Während sich der hier betrachtete einfache Dehnstab auch noch mit vollständig analytischen Mitteln berechnen ließe [15], ermöglichen es die Übertragungsmatrizen auch, den Einfluss der Last für komplexe Schwinger zu untersuchen.

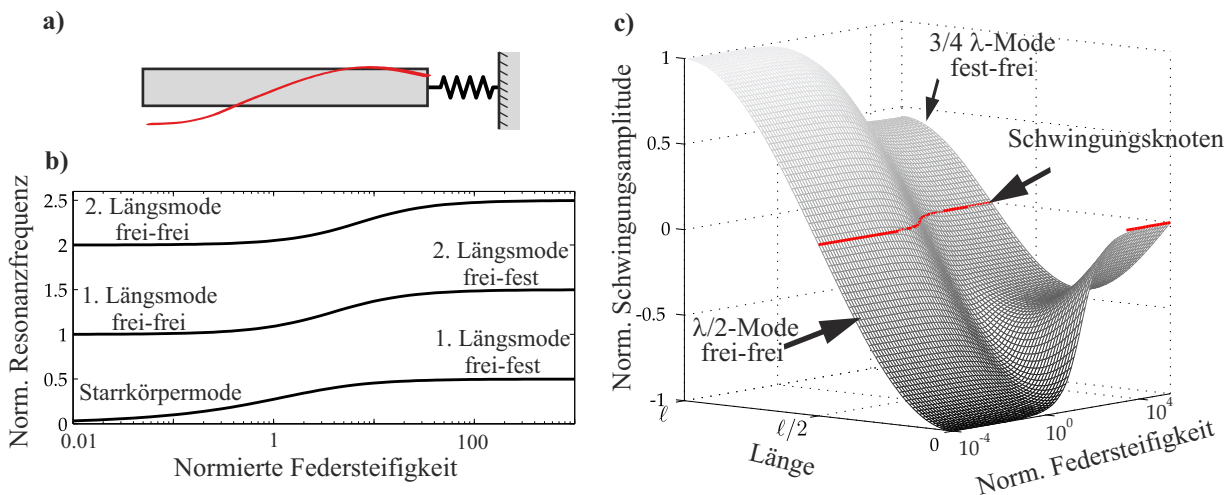


Abbildung 2.6: Einfluss einer Prozesssteifigkeit auf die resonante Schwingungsform eines Längschwingers; **a)** Untersuchter Dehnstab mit Feder; **b)** Veränderung der Resonanzfrequenzen in Abhängigkeit der Steifigkeit; **c)** Veränderung der Schwingungsform in Abhängigkeit der Steifigkeit

Die Methode der Übertragungsmatrizen ermöglicht zunächst nur die Berechnung von harmonisch erregten Schwingungen oder von Eigenformen. Die Methode kann aber auch für die Berechnung transienter Vorgänge verwendet werden. Dazu wird die Fouriertransformierte des Eingangssignals gebildet und frequenzweise mit der Gesamtübertragungsmatrix multipliziert. Das so erhaltene Ausgangsspektrum kann dann wieder in den Zeitbereich zurück transformiert werden. Von dieser Technik wird umfangreich in der Ultraschalldiagnostik Gebrauch gemacht [47], da hier in der Regel die Antwort auf zeitlich begrenzte Impulse interessiert.

Grundsätzlich können aber auch nichtlineare Systeme mit Hilfe der Übertragungsmatrizen berechnet werden. So beschrieben ZU UND JI [124] ein Rotorlager als nichtlineare Federsteifigkeit. Ähnlich zur Methode der Harmonischen Balance wurde die an dem Rand wirkende Kraftamplitude durch einen in der Verschiebungsamplitude nichtlinearen Zusammenhang ausgedrückt. Daraus resultierte ein nichtlineares Gleichungssystem, das die Autoren für jede Frequenz lösten. Auf diese Weise können auch nichtlineare Frequenzgänge berechnet werden.

Anstelle der Übertragungsmatrizen kann auch die frequenzabhängige Eingangsimpedanz zur Beschreibung der Struktur an dem nichtlinearen Rand verwendet werden. Diese kann aus den Übertragungsmatrizen ermittelt, alternativ aber auch aus anderen Rechnungen oder direkt aus Messungen gewonnen werden. So verwendeten ASTASHEV UND BABITSKY [6] ein einfaches Modell für die Eingangsimpedanz um das Frequenzverhalten eines Ultraschallschwingers mit nichtlinearem Prozess zu berechnen.

2.2.3 Modale Ersatzmodelle

Sowohl die Beschreibung mit FE-Modellen als auch mit der Methode der Übertragungsmatrizen führt auf Modelle mit relativ vielen Freiheitsgraden. Gerade für die Untersuchung der nichtlinearen Dynamik von Schwingern ist es aber vorteilhaft die Anzahl der Freiheitsgrade zu reduzieren. Aus

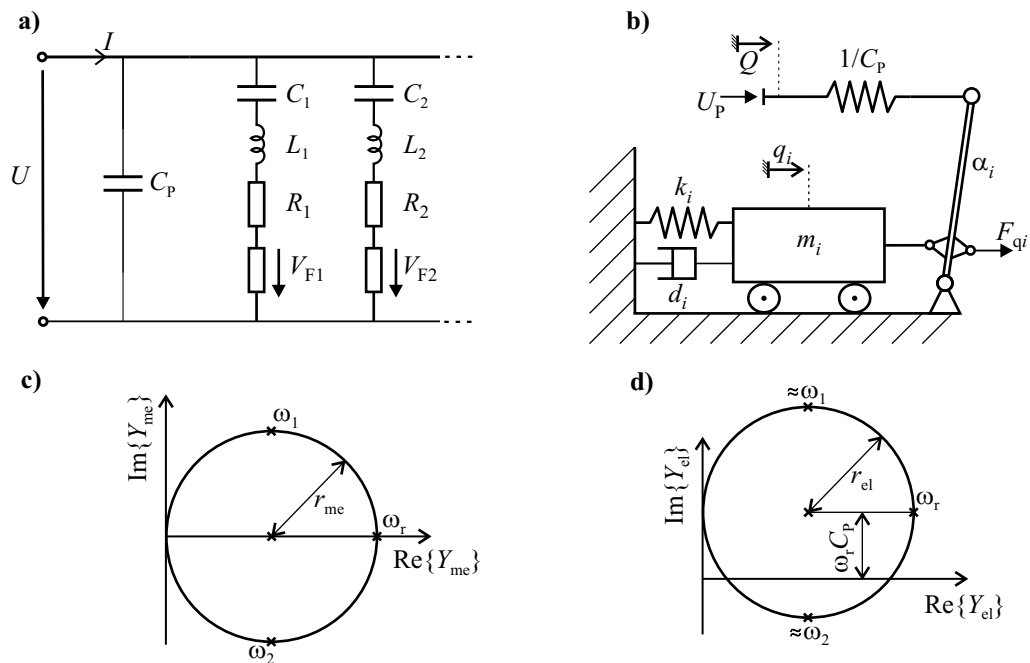


Abbildung 2.7: Modale Ersatzmodelle piezoelektrischer Schwinger; **a)** Butterworth van Dyke Modell mit mehreren Moden; **b)** Mechanische Repräsentation der Ersatzschaltung für eine Mode; **c)** Ortskurve der Kernadmittanz $Y_{me} = \hat{v}/\hat{U}$; **d)** Ortskurve der Eingangsadmittanz $Y_{el} = \hat{I}/\hat{U}$

der Schwingungstechnik ist bekannt, dass sich die Verformung eines Körpers in der Nähe seiner Resonanz durch die entsprechende Eigenform beschreiben lässt. Dies führt auf die Verwendung modaler Ersatzmodelle wie sie schon in den 1920iger Jahren zur Beschreibung piezoelektrischer Resonatoren vorgeschlagen wurden. Das nach wie vor häufig verwendete und in Abbildung 2.7 a) dargestellte Butterworth van Dyke-Modell [107] besteht aus einem Kondensator und dazu parallel geschalteten Serienschwingkreisen. Die Spannung U und der Strom I entsprechen genau den Klemmengrößen des Piezos. Aus elektrischer Sicht bildet die Ersatzschaltung nach 2.7 a) also die gesamte Dynamik eines Piezoschwingers ab. Der Gesamtstrom ergibt sich aus dem Strom durch die Kapazität C_P und die einzelnen Serienschwingkreise. Dabei ist der Strom durch jeden einzelnen Serienschwingkreis proportional zur mechanischen Schwingamplitude der jeweiligen Mode.

Steht in der Untersuchung eher das mechanische Verhalten im Vordergrund, so ist die von KANDARE UND WALLASCHEK [45] vorgeschlagene mechanische Repräsentation des Ersatzmodells nach Abbildung 2.7 b) naheliegend. Bei der üblichen Normierung entspricht die Koordinate q_i genau der Verschiebung am Arbeitspunkt. Daher kann in der mechanischen Repräsentation eine Prozesskraft in sehr intuitiver Art und Weise direkt an der Masse angebracht werden.

Erweiterung auf mehrere Moden

Bei nichtlinearen Vorgängen treten neben der Grundschwingung häufig auch weitere Frequenzanteile auf. Deshalb ist für die Beschreibung von Ultraschallschwingern mit Kontakt die Modellierung

weiterer Moden von großem Interesse. BAO ET AL. [11], ELVIN UND ELVIN [25], KRÓL [51] und WURPTS UND TWIEFEL [121] zeigten, dass sich das Butterworth van Dyke Modell mit mehreren Moden direkt aus diskretisierten FE-Modellen kondensieren lässt. Dies wird im Folgenden etwas ausführlicher diskutiert, da die gesamte Modellbildung im Rahmen dieser Arbeit auf Basis modaler Ersatzmodelle erfolgt. Ausgangspunkt ist das diskrete elektromechanische Modell

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_{xx}\mathbf{x} - \mathbf{K}_{xu}\mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{K}_{xu}^T \mathbf{x} + \mathbf{K}_{uu}\mathbf{U} = \mathbf{Q}. \quad (2.2)$$

Die Dämpfung in diesem Modell ist rein mechanischer Natur. Elektrische oder piezoelektrische Dämpfung wird im Folgenden nicht benötigt und daher auch nicht eingeführt, könnte aber ebenso berücksichtigt werden, solange sie sich modal entkoppeln ließe. Die unterschiedlichen Vorzeichen in der piezoelektrischen Kopplung führen zu einer unsymmetrischen Steifigkeitsmatrix. Da dies unerwünscht ist, wird die Gleichung 2.2 in der FEM häufig mit negativem Vorzeichen notiert [4], wodurch sich eine symmetrische, allerdings nicht mehr positiv definite, Matrix einstellt. Eine Modalanalyse des obigen Systems ohne Dämpfung und mit kurzgeschlossenen Klemmen führt auf die Eigenkreisfrequenzen ω_i mit zugehörigen Eigenvektoren Φ_i . Die relevanten Eigenvektoren werden in der Matrix Φ gruppiert und die Modaltransformation $\mathbf{x} = \Phi\mathbf{q}$ eingeführt. Dabei werden auch die inneren elektrischen Freiheitsgrade im Eigenvektor berücksichtigt, so dass lediglich der elektrische Freiheitsgrad an der positiven Elektrode U erhalten bleibt. Nach Einsetzen der Transformation und Linksmultiplikation von Gleichung 2.1 mit Φ^T folgt aufgrund der Orthogonalität der Eigenvektoren das Ersatzmodell zu

$$m_i \ddot{q}_i + d_i \dot{q}_i + k_i q - \alpha_i U = F_{mi} \quad , \quad i = 1..n \quad (2.3)$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i q_i + C_P U = Q. \quad (2.4)$$

Wenn nur eine Mode berücksichtigt wird, beschreiben die Gleichungen das Ersatzschaltbild aus Abbildung 2.7 b). Die Gleichungen erweitern das Modell also um weitere Moden. Unter numerischen Gesichtspunkten ist die Normierung der Eigenvektoren bezüglich der Massenmatrix vorteilhaft. Dann folgen die Parameter des Ersatzmodells zu $m_i = 1$, $k_i = \omega_i^2$ und die Dämpfung kann anschaulich als $d_i = 2D_i\omega_i$ mit der Lehrschen Dämpfung D_i der i ten Mode parametrisiert werden. Unter praktischen Aspekten wird man die Eigenvektoren aber so normieren, dass die Verschiebung an dem interessierenden Arbeitspunkt gleich eins ist. Dann entspricht die modale Verschiebung genau der Verschiebung am Arbeitspunkt und die modalen Parameter können als „wirksame“ Parameter interpretiert werden. Diese Normierung wird implizit auch bei einer experimentellen Identifikation vorgenommen. Die modalen Kräfte sind $F_{mi} = \Phi_i^T \mathbf{F}$ und die Kopplungsfaktoren α_i folgen nach kurzer Rechnung als die modalen Reaktionsladungen. Die Kapazität C_P des Modells muss mit einer gesonderten statischen Rechnung ermittelt werden. Diese Transformation stellt einen klaren Bezug zwischen numerischen Reduktionsmethoden und klassischen Ersatzschaltbildern her und liefert somit auch eine klare Interpretation der Parameter des Ersatzmodells.

Effektiver Kopplungsfaktor

Mitunter sind auch energetische Aussagen über piezoelektrische Wandler von Interesse. So ist der Wirkungsgrad allgemein als Verhältnis von abgegebener Nutzleistung zur zugeführten Eingangsleistung definiert. Der Wirkungsgrad piezoelektrischer Schwingsysteme hängt wesentlich von den elektrischen und mechanischen Randbedingungen ab und charakterisiert insofern eher den gesamten Prozess als den piezoelektrischen Schwinger. Daneben wird in der Literatur häufig der effektive Kopplungsfaktor k_{eff}^2 genutzt, der nach dem IEEE-STANDARD [42] und KOCH [50] als Verhältnis der in einem Zyklus umgewandelten zur gesamten während des Zyklus gespeicherten Energie definiert ist. Im Folgenden wird der Kopplungsfaktor für eine Mode betrachtet und entsprechend das mechanische Ersatzschaltbild nach 2.7 b) zugrunde gelegt. Die gespeicherte Energie verteilt sich auf die modale Masse m_i sowie die mechanische Federsteifigkeit k_i und die elektrische Federsteifigkeit $1/C_P$. In den Umkehrpunkten der Schwingung ist die gesamte Energie in den beiden Federn gespeichert. Bei offenen Elektroden ($Q = 0$) und einer vorgegebenen Schwingamplitude \hat{q}_i ist die maximale mechanische, gespeicherte Energie

$$U_{\text{mm}} = \frac{1}{2} k_i \hat{q}_i^2 \quad (2.5)$$

und die maximale umgewandelte Energie

$$U_{\text{me}} = \frac{1}{2} \frac{\alpha_i^2}{C_P} \hat{q}_i^2. \quad (2.6)$$

Der effektive Kopplungsfaktor ergibt sich dann als

$$k_{\text{eff}}^2 = \frac{\text{umgewandelte Energie}}{\text{gesamte, gespeicherte Energie}} \quad (2.7)$$

$$= \frac{U_{\text{me}}}{U_{\text{mm}} + U_{\text{me}}} \quad (2.8)$$

$$= \frac{\alpha_i^2 / C_P}{k_i + \alpha_i^2 / C_P} = \frac{1}{1 + k_i C_P / \alpha_i^2}. \quad (2.9)$$

Für einfache Bauteile, in denen sich ein gleichmäßiger Dehnungszustand erreichen lässt, können die einzelnen Energien auch direkt gemessen werden. Dafür wird das Bauteil unter Messung von Kraft und Weg zuerst mit offenen Elektroden gedehnt, wozu die Energie $U_{\text{mm}} + U_{\text{me}}$ aufgewendet werden muss. Aufgrund der elektromechanischen Kopplung entsteht eine Reaktionsladung, die im nächsten Schritt beim Kurzschluss der Elektroden abfließt und gemessen wird. Die abfließende Energie ist U_{me} . Auf diese Weise wird an Materialproben ein spezifischer Kopplungsfaktor gemessen. Für den Aktorbetrieb kann der effektive Kopplungsfaktor auch unter Vorgabe der elektrischen Spannung hergeleitet werden. In diesem Fall ist die Auslenkung und somit der effektive Kopplungsfaktor jedoch von der Frequenz abhängig. Für den Sonderfall einer quasi statischen Anregung ist der effektive Kopplungsfaktor jedoch auch für den Aktorbetrieb identisch zu Gleichung 2.9.

Seine besondere Bedeutung erhält der effektive Kopplungsfaktor dadurch, dass er anhand der Beziehung

$$k_{\text{eff}}^2 = \frac{\omega_A^2 - \omega_r^2}{\omega_A^2} \quad (2.10)$$

leicht aus einem gemessenen Frequenzgang ermittelt werden kann. Diese Beziehung lässt sich durch einsetzen der Resonanzfrequenz $\omega_r = \sqrt{k_i / m_i}$ und der Antiresonanzfrequenz

$\omega_A = \sqrt{(k_i + \alpha_i^2/C_P)/m_i}$ überprüfen. Neben der hier verwendeten Definition sind in der Literatur auch leicht abweichende Definitionen gebräuchlich. So beziehen PREUMONT [85] und NEUBAUER [71] den Differenzausdruck in Gleichung 2.10 auf das Quadrat der Resonanzfrequenz.

Experimentelle Identifikation der Ersatzparameter

In der Praxis werden die Ersatzparameter für die interessierende Betriebsmode in der Regel aus einem gemessenen Frequenzgang bestimmt. Mit den Bezeichnungen aus Abbildung 2.7 c) und d) können die Ersatzparameter für jede Mode nach LITTMANN [56] folgendermaßen bestimmt werden:

- $\alpha = r_{el}/r_{me}$,
- $d = \alpha/\max(\operatorname{Re}\{Y_{me}\})$,
- $m = d/(\omega_2 - \omega_1)$,
- $k = m\omega_1\omega_2$ und
- $C_P = \operatorname{Im}\{Y_{el}(\Omega = \omega_r)\}/\omega_r$.

Erfahrungsgemäß ist die Bestimmung der Kapazität C_P nach dem obigen Zusammenhang häufig ungenau. Alternativ kann auch zuerst der effektive Kopplungsfaktor nach Gleichung 2.10 bestimmt und dann nach Gleichung 2.9 auf die Kapazität

$$C_P = \left(\frac{1}{k_{\text{eff}}^2} - 1 \right) \cdot \frac{\alpha_i^2}{k_i} \quad (2.11)$$

geschlossen werden. Generell gibt es mehrere Methoden zur Bestimmung der Ersatzparameter, die hier nicht in der Breite diskutiert werden können. Weitere Möglichkeiten zur Identifikation wurden beispielsweise von IKEDA [43] oder RICHTER ET AL. [87] beschrieben.

Anwendung mit Stoßkontakt

Das so parametrisierte Modell kann nun zur Analyse eines Schwingers mit Stoßkontakt genutzt werden. So simulierten SASHIDA UND KENJO [89] den von ihnen vorgeschlagenen Motor nach Abbildung 2.1 a) mit einer elektrischen Ersatzschaltung, die sie um zwei Dioden erweiterten. Auf diese Weise gelang die Abbildung des nichtlinearen Motorverhaltens in einem elektrischen Schaltkreis als Analogrechner. Mit einem mathematischen Modell ist jedoch eine wesentlich freiere Parametrierung der Nichtlinearität möglich. So diskutierte LITTMANN [56] die Auslegung piezoelektrischer Systeme mit Kontakt mit Hilfe von Ersatzschaltungen. Auch BAO ET AL. [11] nutzten ein modales Ersatzmodell zur Berechnung des Ultraschallschlagbohrers und bildeten den Kontakt dabei mit diskontinuierlichen Stößen ab. POTTHAST ET AL. [84] untersuchten das gleiche System und berücksichtigten den Kontakt mit Hilfe einer nichtlinearen Straffeder. Dabei sahen die Autoren einen wesentlichen Vorteil der modalen Ersatzmodelle darin, dass sich die Rechenzeit gegenüber einem vollen FE-Modell drastisch verkürzt, das Modell jedoch immer noch die wesentlichen Aspekte der Modelldynamik abbildet.

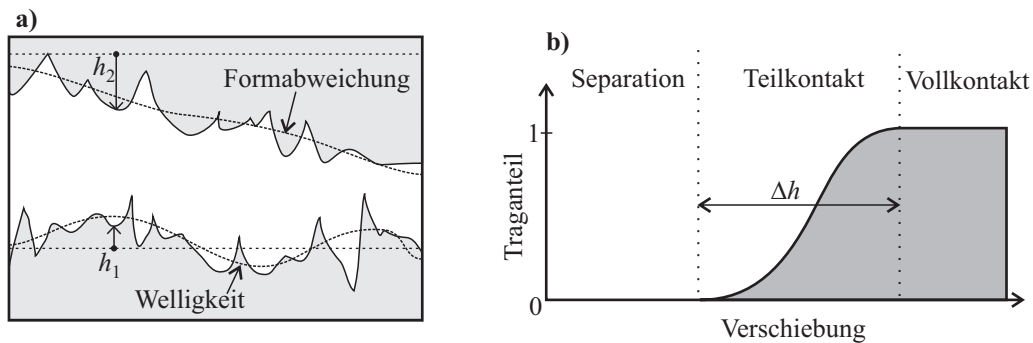


Abbildung 2.8: Einfluss der Oberflächenrauheit; a) Schematische Darstellung zweier realer Oberflächen; b) Traganteil als Funktion der Verschiebung

2.2.4 Modellierung des Stoßkontaktes

Die Modellierung des Stoßkontaktes kann je nach Fragestellung und zugrunde liegendem Strukturmodell sehr unterschiedlich erfolgen. Um eine physikalische Grundlage zu schaffen, wird zuerst die Gestalt technischer Oberflächen beschrieben. Darauf aufbauend werden Modellierungsansätze für den Stoßkontakt vorgestellt und als Abschluss die Ausbreitung von Wellen nach einem Stoß in einem elastischen Kontinuum diskutiert.

Beschreibung der Oberfläche

Reale Oberflächen weichen in der Regel von ihrer nominellen Gestalt ab. Nach DIN 4760 [22] werden die Gestaltabweichungen in Formabweichungen, Welligkeiten und Rauheiten unterschieden. Aufgrund der Gestaltabweichungen kann die reale Kontaktfläche wesentlich von der realen Kontaktfläche abweichen. Daraus resultiert eine ungleichmäßige Pressungsverteilung und damit ein verändertes Kontaktverhalten. Die Gestaltabweichung zweier Körper, die in Kontakt kommen, wird gemäß Abbildung 2.8 a) mit den Profilabweichungen h_1 und h_2 beschrieben. Nach JOHNSON [44] kann dies äquivalent durch den Kontakt einer rauhen Oberfläche, mit der Profilabweichung $h = h_1 + h_2$, mit einer glatten Wand beschrieben werden. Im Fall unterschiedlichen Materialien muss dann jedoch zusätzlich ein äquivalenter Elastizitätsmodul verwendet werden. Die vollständigen Profilabweichungen realer Oberflächen können nur mit großem Aufwand erfasst werden. Zudem ist für eine mögliche Verallgemeinerung der Ergebnisse eine kompakte Beschreibung vorteilhaft. Deshalb liegt es nahe, die Gestaltabweichung als Zufallsgröße aufzufassen und mit Verteilungsfunktionen zu beschreiben. Dazu wird auf Basis einer Messung eine statistische Verteilung der Profilabweichungen ermittelt und eine stochastische Verteilungsdichte geschätzt. Durch Integration der Verteilungsdichte erhält man die kumulative Verteilungsfunktion, die dem Traganteil entspricht und in Abbildung 2.8 b) illustriert ist. Der Traganteil ist nach ABBOTT UND FIRESTONE [1] als Verhältnis von realer und nomineller Kontaktfläche definiert. In einem Übergangsbereich Δh herrscht Teilkontakt. Dann befindet sich nur ein Teil der nominellen Kontaktfläche tatsächlich im Kontakt. Für kleinere Verschiebungen kommen die Körper nicht in Kontakt, für größere Verschiebungen herrscht Vollkontakt. Die Rauhtiefe R_z gibt einen guten Anhaltspunkt für die Größe des Übergangsbereiches. Beim Plandrehen werden nach HOISCHEN [41] typischerweise Rauhtiefen R_z zwischen 10 μm und 63 μm erreicht, so dass die Rauheiten dieser Oberflächen insbesondere im Amplitudenbereich technischer Ultraschallschwinger liegen.

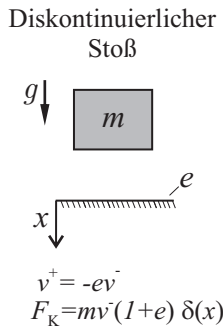
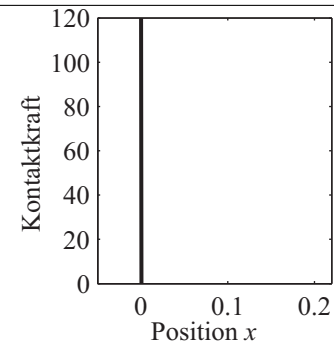
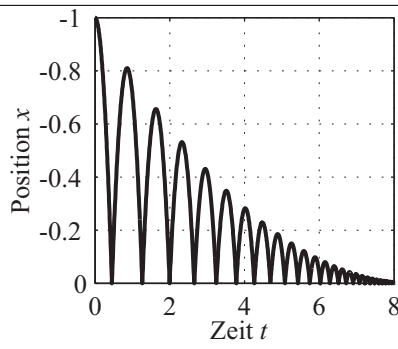
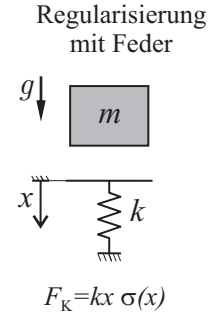
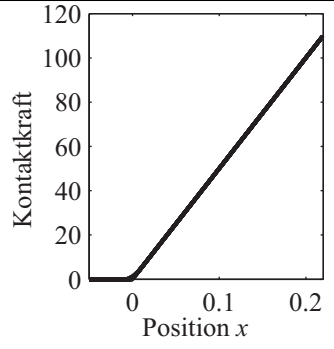
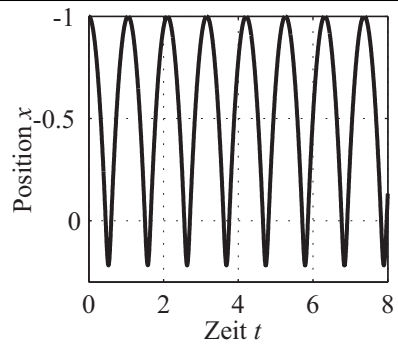
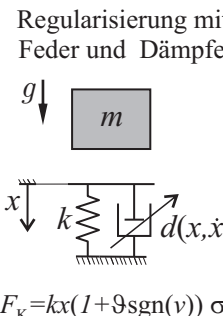
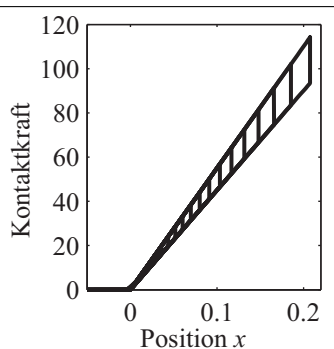
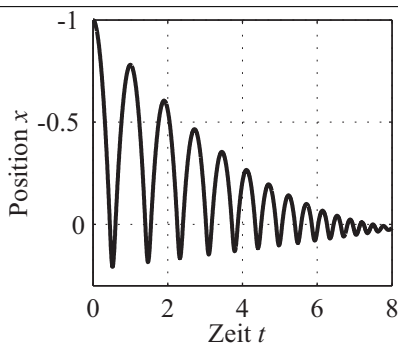
Systemskizze	Kontaktkraft	Ausschwingverhalten
<p>Diskontinuierlicher Stoß</p>  <p>$v^+ = -ev^-$ $F_K = mv'(1+e)\delta(x)$</p>		
<p>Regularisierung mit Feder</p>  <p>$F_K = kx\sigma(x)$</p>		
<p>Regularisierung mit Feder und Dämpfer</p>  <p>$F_K = kx(1 + 9\text{sgn}(v))\sigma(x)$</p>		

Tabelle 2.1: Verschiedene Ansätze der Kontaktmodellierung

Regularisierung des Kontaktes

Der ideale Stoß zweier Körper führt zu einem abrupten Kraftstoß und damit einer Änderung in der Geschwindigkeit. Zur Lösung wird dieses Verhalten häufig geglättet. Neben den numerischen Aspekten bildet diese Regularisierung des Stoßkontaktes aber auch physikalische Realitäten ab. So lässt sich der zuvor diskutierte verschiebungsabhängige Traganteil aufgrund der Oberflächenasperitäten ebenfalls als Kontaktsteifigkeit deuten. GREENWOOD UND WILLIAMS [35] näherten die einzelnen Asperitäten als Halbkugeln an und kamen unter der Annahme einer normalverteilten Höhenverteilung mit Hilfe der Hertzchen Theorie zu dem Schluss, dass der Traganteil über einen weiten Bereich annähernd linear mit der Last wächst.

SEXTRO [91] nahm ebenfalls eine normalverteilte Profilabweichung der Rauheiten an, näherte den Traganteil und auch die Kontaktsteifigkeit jedoch direkt mit einem Polynom dritter Ordnung an. Neben den Gestaltabweichungen in der Oberfläche lassen sich aber auch zuvor gemachte Vereinfachungen im Strukturmodell mit weiteren Elastizitäten im Kontakt abbilden. Gerade bei modal reduzierten Modellen bleiben notwendigerweise viele Eigenformen unberücksichtigt, die einen großen Einfluss auf die lokale Kontaktdynamik haben können. Eine Möglichkeit diese abzubilden

besteht in der Unterteilung des Gesamtmodells in einen dynamischen Teil, der die Gesamtdynamik des Systems beschreibt, und einen weiteren Teil, der die lokale Verformung in der Umgebung des Kontaktes beschreibt. Bereits HERTZ [40] untersuchte mit diesem Vorgehen die Ausbreitung von Stoßwellen in kontinuierlichen Stäben. Dabei kam er zu dem Schluss, dass die Kontaktzeit beim Stoß zweier Kugeln lang im Verhältnis zur Wellenlaufzeit in den Kugeln ist. Daher ist die Behandlung des Stoßes mit Hilfe rein kinematischer Stoßziffern nicht ausreichend, wenn die elastischen Verformungen in den Körpern interessieren. SEIFRIED UND EBERHARD [90] untersuchten den teilplastischen Stoß einer Kugel auf einen Stab. Dabei bestimmten sie zuerst in einer statischen FE-Rechnung die Kraft-Verschiebungsrelation beim Aufprall der Kugel. Dieser Zusammenhang definiert eine nichtlineare Federsteifigkeit, die dann in der dynamischen Simulation verwendet wird. POPOV [82] verwendete ebenfalls ein statisches Modell für die lokale Kontaktdynamik, um diese dann in dynamischen Simulationen zu berücksichtigen. Im Fall einer für alle Durchdringungen unveränderten Kontaktfläche ergibt sich als Sonderfall eine stückweise lineare Kontaktsteifigkeit. Problematisch bei den oben genannten Vorgehensweisen ist allerdings die Festlegung der Schnittstelle zwischen den verschiedenen Modellen, da sich je nach Größe des Bereichs der statischen Analyse eine andere Steifigkeit einstellt. Nichtsdestotrotz zeigt das Vorgehen sehr klar die Bedeutung der Kontaktsteifigkeit bei modal reduzierten Modellen. Zusammenfassend erfüllt die Kontaktsteifigkeit also verschiedene Funktionen:

- Abbildung des Oberflächenprofils bzw. der Rauheit,
- Abbildung der nicht modellierten lokalen Kontaktnachgiebigkeit und
- numerische Regularisierung des Kontaktproblems.

In der Praxis wird der Stoßkontakt meist mit stückweise linearen Elastizitäten abgebildet, die erst aktiviert werden sobald sich die Körper durchdringen. Die stückweise lineare Kontaktsteifigkeit bietet den Vorteil, dass sich die oben besprochenen Effekte abbilden lassen und die Parametrisierung relativ leicht fällt. Darüber hinausgehend gab STRONGE [101] einen Überblick über weitere, nichtlineare Modelle für die Kontaktsteifigkeit.

Bei der in Tabelle 2.1 dargestellten Penalty-Feder wirkt die fehlende Energiedissipation im Kontakt unrealistisch. Dieser Befund ist insbesondere zutreffend, wenn mit der Feder nicht nur der eigentliche Kontakt, sondern auch der gesamte Untergrund abgebildet wird. Die einfachste dissipative Erweiterung besteht in der Parallelschaltung eines Dämpfers. Allerdings ist dieses Modell weder realistisch noch numerisch günstig, da bereits bei kleinen Durchdringungen große Geschwindigkeiten und damit auch Dämpferkräfte vorliegen. Daher sind verschiedene Ansätze entwickelt worden, um Energiedissipation im Kontakt zu berücksichtigen. Für eine Übersicht sei erneut auf STRONGE [101] verwiesen. In Analogie zur Strukturdämpfung definierte BABITSKY [8] eine Dämpferkraft, deren Betrag proportional zur Durchdringung ist. Die Kontaktkraft ist dann $F_K = kx(1 + \vartheta \operatorname{sgn}(v)) \cdot \sigma(x)$ mit dem Dämpfungsfaktor ϑ und der Sprungfunktion $\sigma(x)$. Das Modell weist somit endliche Kontaktzeiten auf und kann Dämpfung im Kontakt abbilden.

Diskontinuierlicher Stoß

In der klassischen Mechanik wird der Stoß zweier Körper meist als diskontinuierliche Veränderung in der Geschwindigkeit beschrieben. Die Stoßzahl e definiert das Verhältnis der Relativgeschwindigkeiten vor und nach dem Stoß in der Form

$$\Delta v^+ = -e\Delta v^-. \quad (2.12)$$

Die dabei übertragenen Kräfte wirken gemäß dem dritten Newtonschen Axiom paarweise auf beide Körper, so dass der Gesamtimpuls erhalten bleibt. Daher ergeben sich die resultierenden Geschwindigkeiten der Körper eindeutig mit dem Impuls- und Drallsatz. Wie auch in Tabelle 2.1 illustriert, geht bei jedem Stoß in Abhängigkeit der Stoßzahl ein Teil der kinetischen Energie verloren. Sobald auch die Geschwindigkeit in tangentialer Richtung von Interesse ist, wird eine konsistente Beschreibung wesentlich schwieriger, da hier zwischen Haften und Gleiten unterschieden werden muss. Zu diesem Thema, aber auch zu speziellen Problematiken mit Mehrfachstößen, sei auf die Arbeiten von PFEIFFER UND GLOCKER [79] hingewiesen. Der Stoß eines fremderregten Einmassenschwingers gegen eine starre Wand ist in der Literatur umfangreich untersucht. Die Beschreibung als diskontinuierlicher Stoß kann für die Untersuchung der Dynamik geschickt ausgenutzt werden, indem das Problem als diskrete Abbildung von einem Stoßzeitpunkt zum nächsten aufgefasst wird. Die Stoßzeitpunkte lassen sich zwar nicht analytisch berechnen, sehr wohl lässt sich mit Hilfe des Satzes über implizite Funktionen aber deren Zeitableitung angeben [75]. So gelingen effiziente Simulationen und weitreichende Aussagen über das Bifurkationsverhalten eines Systems. Aufgrund der eleganten Modellierung wird der diskontinuierliche Stoß auch zur Beschreibung von Ultraschallschwingern eingesetzt. Zu nennen sind hier insbesondere die Untersuchungen zum Ultraschallschlagbohrer von BAO ET AL. [11], POTTHAST [83] und auch NEUMANN [73]. Besonders gut ist die Stoßzahl dabei für die Modellierung von Stößen mit kurzer Kontaktzeit geeignet. Ansonsten wird die Annahme unendlich kurzer Stoßzeiten den Gegebenheiten von Vibro-Impact Systemen häufig nicht gerecht.

Wellenausbreitung beim Stoß

Eine weitere klassische Methode zur Untersuchung von Stößen elastischer Körper besteht in der Analyse der sich ausbreitenden Wellenfronten. Entsprechende Darstellungen sind beispielsweise bei GRAFF [34], STRONGE [101] oder WRIGGERS [117] zu finden. Für den einfachen Dehnstab kann die Verschiebung u gemäß der D'Alembertschen Lösung

$$u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct) \quad (2.13)$$

stets als eine Kombination einer mit der Phasengeschwindigkeit c in positiver Richtung laufenden Welle f und einer in negativer Richtung laufenden Welle g dargestellt werden. Damit ergibt sich die Geschwindigkeit eines materiellen Punktes zu

$$v(x, t) = -c \cdot f'(x - ct) + c \cdot g'(x + ct) \quad (2.14)$$

und die dort wirkende Spannung als

$$\sigma(x, t) = E \cdot f'(x - ct) + E \cdot g'(x + ct). \quad (2.15)$$

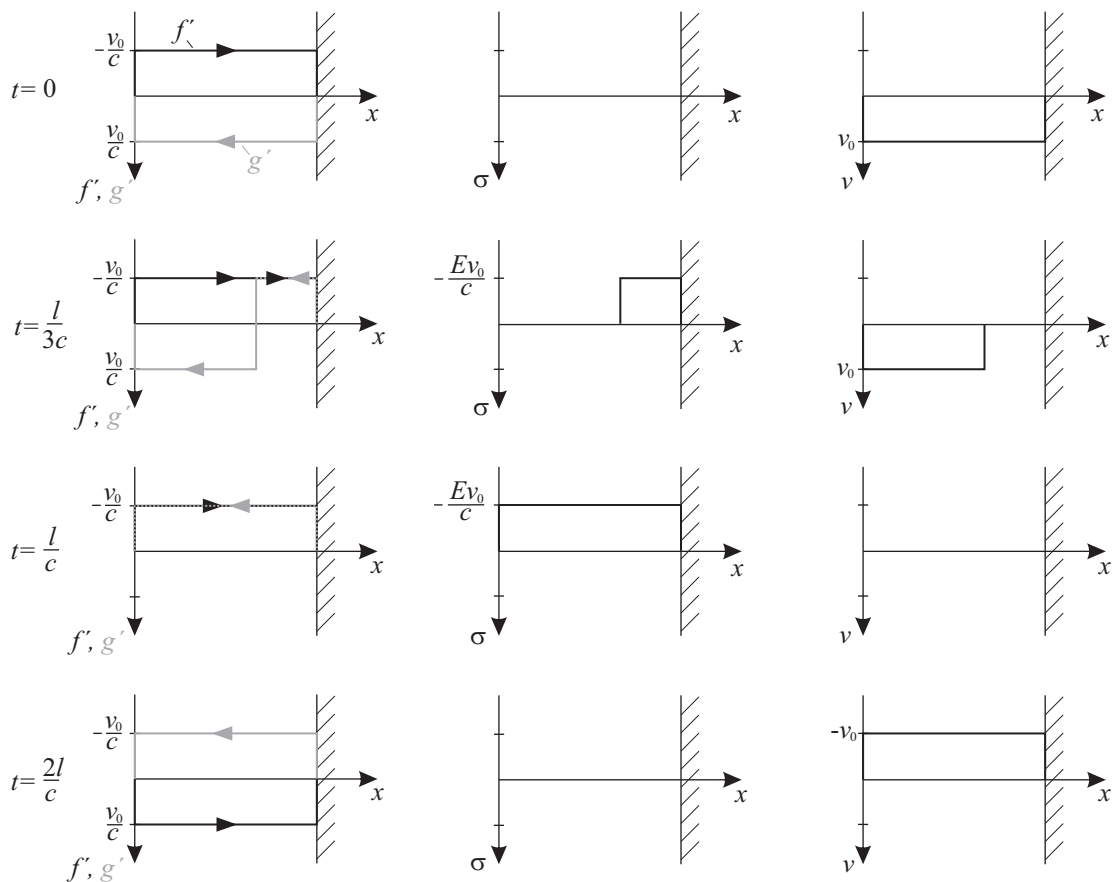


Abbildung 2.9: Wellenausbreitung beim Aufprall eines Stabes auf eine feste Wand; Der Stab der Länge l bewegt sich mit der Geschwindigkeit $v = v_0$ und kommt zum Zeitpunkt $t = 0$ mit der Wand in Kontakt.

An einem kraftfreien Ende muss die Spannung stets gleich null sein. Sobald eine Dehnwelle auf ein freies Ende trifft, entsteht daher eine gegenläufige Welle mit gleichem Betrag aber anderem Vorzeichen. Wenn die Dehnwelle aber auf ein festes Ende trifft, entsteht gemäß Gleichung 2.14 ebenfalls eine gegenläufige Welle mit gleichem Betrag aber gleichem Vorzeichen. Mit diesen Zusammenhängen lässt sich der Aufprall eines Stabes der Länge l und der Geschwindigkeit v_0 auf eine starre Wand gemäß Abbildung 2.9 diskutieren. Sobald der Stab auf die Wand trifft ($t = 0$) entsteht eine Dehnwelle am festen Rand, die sich durch den Stab fortpflanzt. Zum Zeitpunkt $t = l/c$ erreicht die Dehnwelle den freien Rand und der Stab ist kurzzeitig in Ruhe. Am freien Rand entsteht dann eine nach rechts laufende Welle mit positiver Dehnung, die zu einem entspannten Zustand führt. Zum Zeitpunkt $t = 2l/c$ erreicht die Welle den rechten Rand und es würde eine positive Spannung an der Wand anliegen. Da diese im nicht adhäsiven Kontakt nicht übertragen werden kann, löst sich der Kontakt und der Stab bewegt sich mit der Geschwindigkeit v_0 von der Wand weg. In diesem Fall könnten die Geschwindigkeiten des Stabes vor und nach dem Aufprall also auch mit einem ideal elastischen Stoß beschrieben werden.

In einem von WRIGGERS [117] gegebenen Beispiel eines Stoßes zweier elastischer Stäbe ist dies jedoch nicht der Fall, da auch nach dem Lösen des Kontaktes eine Vibration in einem der Stäbe

verbleibt. Dadurch verringert sich makroskopisch der Impuls der Körper, der tatsächlich jedoch in eine Schwingung umgewandelt wird.

HAGEDORN [38] zeigt in einem Beispiel, dass die Stoßzahl beim Stoß zweier Körper generell von deren Längenverhältnissen abhängt. Diese analytischen Betrachtungen zur Ausbreitung von Stoßwellen sind recht instruktiv für das Verständnis transienter Stoßvorgänge. Allerdings werden die Verhältnisse im Fall einer periodischen Fremderregung schnell sehr komplex, da sich hier stets viele Wellenfronten überlagern. Daher ist in diesem Fall ein Separationsansatz der D'Alembertschen Lösung vorzuziehen. Dieser Ansatz führt dann auf die schon besprochenen modalen Ersatzmodelle für einen Wellenleiter.

2.3 Methoden zur Lösung

Neben der Modellierung des physikalischen Systems kommt gerade bei nichtlinearen Systeme auch der Lösungsmethode eine wesentliche Bedeutung zu. Zum einen ist die numerische Lösung und anschließende Interpretation der Ergebnisse für nichtlineare Systeme häufig komplizierter als für lineare Systeme. Zum anderen ist die berechnete Lösung eines nichtlinearen fremderregten Systems nicht immer eindeutig und kann daher auch von der verwendeten Lösungsmethode abhängen. Deshalb werden im Folgenden verschiedene Lösungsmethoden vorgestellt.

2.3.1 Lösung im Zeitbereich

Die Modellierung eines Ultraschallschwingers im Zeitbereich führt in der Regel auf ein diskretes nichtlineares Anfangswertproblems der Form

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{f}_{\text{nl}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \mathbf{F}(t) \quad , \quad \mathbf{x}(t=0) = \mathbf{x}_0, \dot{\mathbf{x}}(t=0) = \mathbf{v}_0, \quad (2.16)$$

wobei $\mathbf{f}_{\text{nl}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ den Vektor der nichtlinearen Kräfte und $\mathbf{F}(t)$ die zeitabhängige Erregung bezeichnet. Natürlich können generell auch nichtlineare Terme in den Beschleunigungen $\ddot{\mathbf{x}}$ auftreten. Bei Ultraschallschwingungen sind die Schwingamplituden aber in der Regel klein gegenüber den Abmessungen der Bauteile, so dass eine geometrisch lineare Beschreibung völlig ausreichend ist. Insofern wird davon ausgegangen, dass die Massenmatrix \mathbf{M} , die Dämpfungsmatrix \mathbf{D} und die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} konstant sind und alle nichtlinearen Terme in dem Vektor $\mathbf{f}_{\text{nl}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ enthalten sind. Bei den in dieser Arbeit behandelten Problemen spielen auch gyroskopische oder zirkulatorische Terme keine Rolle. Dabei kann die Gleichung 2.16 sowohl ein diskretisiertes FE-Modell mit vielen Freiheitsgraden, als auch ein bereits reduziertes Problem mit wenigen Freiheitsgraden darstellen. Zur Lösung der Bewegungsgleichungen 2.16 stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung, die im Folgenden diskutiert werden.

Integration der Bewegungsgleichungen

Für die numerische Integration der Bewegungsgleichungen existieren eine ganze Reihe von Algorithmen, die bereits fertig in verschiedenen Programmen implementiert sind und hier nur in den für die Benutzung wesentlichen Punkten diskutiert werden können. Von besonderer Bedeutung für

die Strukturmechanik ist dabei die implizite Integration nach NEWMARK [74], die in vielen kommerziellen FE-Programmen verwendet wird. Bei dem Verfahren werden die unbekanntenen Größen des nächsten Zeitschrittes auf Basis eines Gleichungssystems berechnet. Die Lösung dieses Gleichungssystems kann gerade für unstetige Vorgänge, wie den Stoß, zu numerischen Schwierigkeiten führen. Auf der anderen Seite können mit dem Newmark Verfahren wesentlich größere Zeitschritte gewählt werden, als dies mit expliziten Verfahren möglich wäre.

Bei expliziten Verfahren werden die Größen des nächsten Zeitschrittes lediglich auf Basis der Größen des letzten Zeitschrittes berechnet. Im Rahmen der FEM werden die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen häufig als zentrale Differenzenquotienten approximiert. Wenn die Massen- und Dämpfungsmatrizen diagonal besetzt sind, folgen die Verschiebungen des nächsten Zeitschrittes dann explizit aus den Verschiebungen des letzten Zeitschrittes. Um die Forderung nach diagonalen Matrizen zu erfüllen, werden für explizite Berechnungen spezielle Elemente mit konzentrierten Massen und Dämpfungen verwendet. Ein wesentlicher Unterschied zeigt sich auch im Hinblick auf die numerische Stabilität der Verfahren. Um diese zu untersuchen, kann ein Rechenschritt der expliziten Rechnung als diskrete Abbildung der Unbekannten von einem Zeitschritt zum nächsten aufgefasst werden. Eine modale Analyse dieser Abbildung zeigt, dass explizite Verfahren nur bedingt stabil sind. Dies führt zu der nach COURANT ET AL. [21] benannten Bedingung $\Delta t < L/c$ für den maximal zulässigen Zeitschritt zur stabilen Integration eines FE-Modells. Darin bezeichnet L den kleinsten Abstand zweier Knoten und c die Wellengeschwindigkeit des Materials. Für einen möglichst großen zulässigen Zeitschritt, ist also das verwendete FE-Netz von entscheidender Bedeutung. POTTHAST [83] wies darauf hin, dass eine starke Verfeinerung des FE-Netzes an der Kontaktstelle entsprechend zu sehr kleinen zulässigen Zeitschritten führt. Er kommt daher zu dem Schluss, dass eine explizite Integration zur Berechnung von Vibro-Impact Systemen sehr aufwendig und daher wenig geeignet ist. Gerade bei der Berechnung von Kontakten mit großen Verformungen, wie sie z.B. bei der Crash-Simulation von Fahrzeugen vorkommen, ist die explizite Integration aber klar im Vorteil, da sie sehr robust auch für große Strukturen verwendet werden kann [116].

Aus einer FE-Modellierung folgt typischerweise ein Modell mit vielen Freiheitsgraden, dessen Integration entsprechend effizient erfolgen muss. Hat das untersuchte System hingegen wenige Freiheitsgrade, erfolgt die Berechnung des nächsten Zeitschrittes auch auf Basis weiterer Zeitschritte, wodurch wesentlich größere Genauigkeiten erreicht werden können. Dazu wird das System häufig als Differenzialgleichungssystem erster Ordnung

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{f}(\mathbf{z}, t) \quad , \quad \mathbf{z}(t = 0) = \mathbf{z}_0 \quad (2.17)$$

dargestellt. Eine Möglichkeit besteht in der Berücksichtigung bereits berechneter Zeitschritte. Solche Mehrschrittverfahren werden z.B. in dem Programmpaket Adams standardmäßig verwendet. Neben den vorherigen Ergebnissen können auch zusätzliche Stützstellen zur Berechnung des nächsten Zeitschrittes ausgewertet werden, die dann nicht gespeichert werden. In dem klassischen Runge-Kutta Verfahren wird die Funktion \mathbf{f} an vier verschiedenen Stellen ausgewertet und daraus der nächste Zeitschritt berechnet. Die Gewichtung und Position der Funktionsaufrufe wird für verschiedenen Integrationsmethoden übersichtlich in sogenannten Butcher-Tableaus notiert. Eine Vielzahl unterschiedlicher Einschrittverfahren mit zusätzlichen Stützstellen sind im Programmpa-

ket Matlab [60] implementiert. Diese verwendete TWIEFEL [105] für eine Simulation des bereits diskutierten Shaking-Beam Motors mit Stoß- und Reibkontakt.

Die bisher vorgestellten Verfahren eignen sich insbesondere zur Berechnung von Systemen mit regularisiertem Kontaktmodell. Werden diskontinuierliche Stöße angenommen, treten Sprünge in den Geschwindigkeiten und Dirac-Impulse in den Beschleunigungen auf. Daher ist es vorteilhaft die Bewegungsgleichungen 2.16 in eine Impulsbilanz umzuformen, in der nur noch Verschiebungen und Geschwindigkeiten auftreten. Eine Möglichkeit den Status der diskontinuierlichen Kontakte zu überprüfen, besteht in der Auswertung zwischen den Zeitschritten. Diese Methode wird entsprechend auch als Mittelpunkt Integrator bezeichnet. Nach LEINE UND NIJMEIJER [53] können auf diese Weise Systeme mit vielen Stoßkontakten effizient und robust berechnet werden.

Anstückelverfahren

In der bisherigen Modellvorstellung wurde der Kontakt als zusätzliche nichtlineare Kraft gedeutet. Für nichtglatte Systeme bietet sich alternativ auch die Vorstellung des Wechsels von einem System in ein anderes an. Die so erhaltenen Teilsysteme können häufig einfach gelöst und dann zu einer Lösung des Gesamtsystems kombiniert werden. Dieses so genannte Anstückelverfahren wird vielfach für fremderregte Systeme mit wechselnden Anregungen [91] oder Schwinger mit Kontakt [75] eingesetzt. Besonders einfach werden die Verhältnisse für stückweise lineare Systeme, für die jeweils eine analytische Lösung angegeben werden kann. So untersuchten WURPTS UND TWIEFEL [119] den Stoß- und Reibkontakt des Shaking Beam-Motors mit einem Einmassen-Modell. Der Normalkontakt wurde dabei als stückweise lineare Feder und die Reibung über ein Elasto-Gleitmodell nach CAUGHY [19] berücksichtigt. Da das Coulombsche Reibgesetz auf eine zirkulatorische Steifigkeitsmatrix führt, ließ sich das resultierende System zweiter Ordnung nicht mehr modal entkoppeln. Anstatt dessen wurden die einzelnen Teilsysteme in den Zustandsraum

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{pmatrix}}_{\dot{\mathbf{z}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{pmatrix}}_{\mathbf{z}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}(t) \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}u(t)} \quad (2.18)$$

transformiert und dort über eine bimodale Entkopplung gelöst. Alternativ zu der Darstellung im Zustandsraum kann das System zweiter Ordnung auch auf andere Arten in ein System erster Ordnung transformiert werden. So kann auf die Invertierung der Massenmatrix verzichtet werden, wenn eine weitere Matrix vor dem $\dot{\mathbf{z}}$ zugelassen wird. Diese als Deskriptor bezeichnete Darstellung führt allerdings auf ein allgemeines Eigenwertproblem [33]. Eine weitere klassische Darstellung als System erster Ordnung besteht in der Hamilton-Form, in der neben den Auslenkungen die verallgemeinerten Impulse als Koordinaten auftreten [61].

Bei geeigneten Anregungen kann das entkoppelte System dann analytisch gelöst und ausgewertet werden. Der Wechsel von einem System in ein anderes wird durch die Nulldurchgänge der Indikatorfunktionen $h(\mathbf{z})$ detektiert, die dazu laufend ausgewertet werden müssen. Analog zum Konzept der Indikatorfunktionen sind in numerischen Integrationsroutinen häufig Konzepte der Ereignissteuerung implementiert. Diese sind im Programm Matlab als event-Funktionen bezeichnet und erlauben auch hier die Anstückelung verschiedener Teillösungen und eine entsprechend feine Zeitschrittwahl in der Umgebung des Ereignisses.

Wenn nur wenige Systemzustände vorliegen, stellt das Anstückelverfahren ein effektives Berechnungsverfahren dar. Sobald aber viele mögliche Teilsysteme, z.B. aufgrund vieler Kontaktpunkte, vorliegen, wächst die Zahl der kombinatorischen Möglichkeiten stark an und das Verfahren wird sehr aufwendig. In diesen Fällen ist nach LEINE UND NIJMEIJER [53] die numerische Integration des nichtlinearen Gesamtsystems vorzuziehen.

Auf eine besondere Problematik bei der transienten Simulation von Vibro-Impact Systemen sei noch hingewiesen. Da häufig der eingeschwungene Zustand von Interesse ist, muss ein geeigneter Algorithmus implementiert werden, um diesen zu detektieren. Bei linearen Systemen kann die Einschwingzeit anhand der modalen Dämpfungen geschätzt werden, bei nichtlinearen Systemen ist dies jedoch nicht der Fall. LIN ET AL. [55] beobachteten deshalb die Entwicklung der Systemzustände zu einer festen Phasenlage pro Schwingperiode. Sobald alle Zustände bei jeweils gleicher Phasenlage konstant waren, folgerten sie dass das System eingeschwungen war und beendeten die Rechnung.

Schießverfahren

Bei der direkten Integration von Vibro-Impact Systemen wird das System meist so lange integriert, bis es eingeschwungen ist. Gerade für schwach gedämpfte Systeme kann dies allerdings sehr lange dauern. Wenn nur die eingeschwungene Lösung von Interesse ist, sind hingegen andere Formulierungen günstiger. Im Rahmen des Schießverfahrens wird das Anfangswertproblem Gleichung 2.17 als Randwertproblem aufgefasst und numerisch gelöst. Dazu wird das Residuum $\mathbf{R} := \mathbf{z}(t = T) - \mathbf{z}_0$ zwischen den Zuständen nach einer Anregeperiode T und dem Startwert $\mathbf{z}(t = 0) = \mathbf{z}_0$ gebildet. Im periodisch fremderregten Fall ist die Schwingperiode T bekannt, im autonomen Fall ist dies nicht der Fall und die Schwingperiode stellt eine weitere Unbekannte dar. Die durch $\mathbf{R} = \mathbf{0}$ definierte nichtlineare Nullstellensuche kann dann numerisch, beispielsweise mit dem Newton-Verfahren, gelöst werden. Die Verwendung des Schießverfahrens für fremderregte nichtlineare Systeme wurde u.a. von SRACIC UND ALLEN [99] diskutiert.

2.3.2 Stabilität der Lösung

Gerade wenn eine periodische Lösung mit dem Schießverfahren ermittelt wurde, besteht keine Garantie, dass diese Lösung auch stabil ist und somit überhaupt ohne Weiteres vom System angenommen werden kann. Die folgenden Ausführungen zur Stabilität orientieren sich an LEINE UND NIJMEIJER [53] S.102 ff. . Um die Stabilität einer Lösung zu klären, betrachtet man die Entwicklung einer kleinen Störung $\delta\mathbf{z}(t)$ um eine bekannte Referenzlösung \mathbf{z}_r . Das gestörte System gehorcht der Gleichung 2.17 und kann in erster Näherung mit seiner Linearisierung

$$\dot{\mathbf{z}}_r + \delta\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{f}(\mathbf{z}_r + \delta\mathbf{z}, t) \approx \mathbf{f}(\mathbf{z}_r, t) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{z}, t)}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\mathbf{z}_r} \cdot \delta\mathbf{z} \quad (2.19)$$

angenähert werden. Die Matrix $\left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{z}, t)}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\mathbf{z}_r}$ ist dabei die lokale Jacobi-Matrix entlang der bekannten Referenzlösung. Da die Referenzlösung bekannt ist, hängt die Jacobi-Matrix lediglich von der Zeit ab wodurch das Differentialgleichungssystem für die Störung

$$\delta\dot{\mathbf{z}} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{z}, t)}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\mathbf{z}_r} \cdot \delta\mathbf{z} \quad (2.20)$$

linear und zeitvariant ist. Insbesondere existiert auch eine Fundamentallösung Φ , die ebenfalls dem Gleichungssystem

$$\dot{\Phi}(t, t_0) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{z}, t)}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\mathbf{z}_r} \cdot \Phi(t, t_0), \quad \text{mit } \Phi(t_0, t_0) = \mathbf{1} \quad (2.21)$$

genügt und die Entwicklung der Störung

$$\delta \mathbf{z}(t) = \Phi(t, t_0) \delta \mathbf{z}(t_0) \quad (2.22)$$

beschreibt. Im Allgemeinen ist jedoch keine analytische Lösung der Fundamentallösung bekannt, so dass Gleichung 2.21 numerisch integriert werden muss.

Gerade für unstetige Systeme kann die in Gleichung 2.19 gemachte erste Näherung für das gestörte System jedoch unzulänglich sein. Dann trifft der gestörte Fluss einer unstetigen Differentialgleichung zu einem veränderten Zeitpunkt auf die Schalthyperfläche. Da die direkte Integration von Gleichung 2.21 diesem Umstand nicht gerecht wird, führten LEINE UND NIJMEIJER [53] das Konzept einer multiplikativen Sprungmatrix (engl. saltation matrix) ein. Nach dem Umschalten ergibt sich so die gesamte Fundamentalmatrix

$$\Phi(t, t_0) = \Phi(t, t_{s+}) \cdot \mathbf{S} \cdot \Phi(t_{s-}, t_0) \quad (2.23)$$

durch eine Multiplikation der Fundamentalmatrix vom Startzeitpunkt t_0 bis gerade vor dem Umschaltzeitpunkt t_{s-} , anschließende Multiplikation mit der Sprungmatrix \mathbf{S} und abschließender Multiplikation mit der Fundamentalmatrix von t_{s-} bis zum Zeitpunkt t . Die Autoren gaben anhand geometrischer Überlegungen eine erste Näherung

$$\mathbf{S} = \mathbf{1} + \frac{(\mathbf{f}_{s+} - \mathbf{f}_{s-}) \mathbf{n}^T}{\mathbf{n}^T \mathbf{f}_{s-}}. \quad (2.24)$$

für die Sprungmatrix an. Dabei bedeuten \mathbf{f}_{s-} und \mathbf{f}_{s+} die Werte der Systemfunktion direkt vor und nach dem Auftreffen auf die Schalthyperfläche und \mathbf{n} den Gradienten der Indikatorfunktion ∇h . Das Konzept der Sprungmatrizen lässt sich ohne großen numerischen Aufwand umsetzen, da zu keinem Zeitpunkt Informationen aus vorherigen Schritten notwendig sind.

Im Fall einer periodischen Schwingung wiederholt sich die Lösung mit der Periodendauer T . Die zugehörige Fundamentallösung der Störungen $\Phi(T)$ wird auch Monodromiematrix genannt und erlaubt Aussagen über die Stabilität der Lösung. Da bei einer stabilen Lösung anfängliche Störungen abklingen, muss der Betrag aller Eigenwerte der Monodromiematrix für eine stabile Lösung kleiner oder gleich eins sein. Die Eigenwerte der Monodromiematrix heißen Floquetsche Multiplikatoren μ und liegen für stabile Lösungen entsprechend innerhalb oder auf dem Einheitskreis der komplexen Zahlenebene. Für ein autonomes System liegt immer ein Eigenwert bei +1.

Meist werden periodische Lösungen in Abhängigkeit eines skalaren Parameters λ (z.B. der Anregefrequenz) untersucht. Sobald sich in der Umgebung eines Wertes von λ die Anzahl der Lösungen ändert, wird dieser Punkt als Bifurkationspunkt (in der Literatur existieren auch alternative Definitionen) bezeichnet. Die Floquetschen Multiplikatoren erlauben dabei über die eigentliche Stabilitätsuntersuchung hinaus, die Bestimmung und Typisierung der Bifurkationspunkte. Zur Illustration sind in Abbildung 2.10 verschiedene Fälle dargestellt, bei denen eine periodische Lösung unter Variation von λ instabil wird. Verlässt ein Floquetschen Multiplikator den Einheitskreis bei

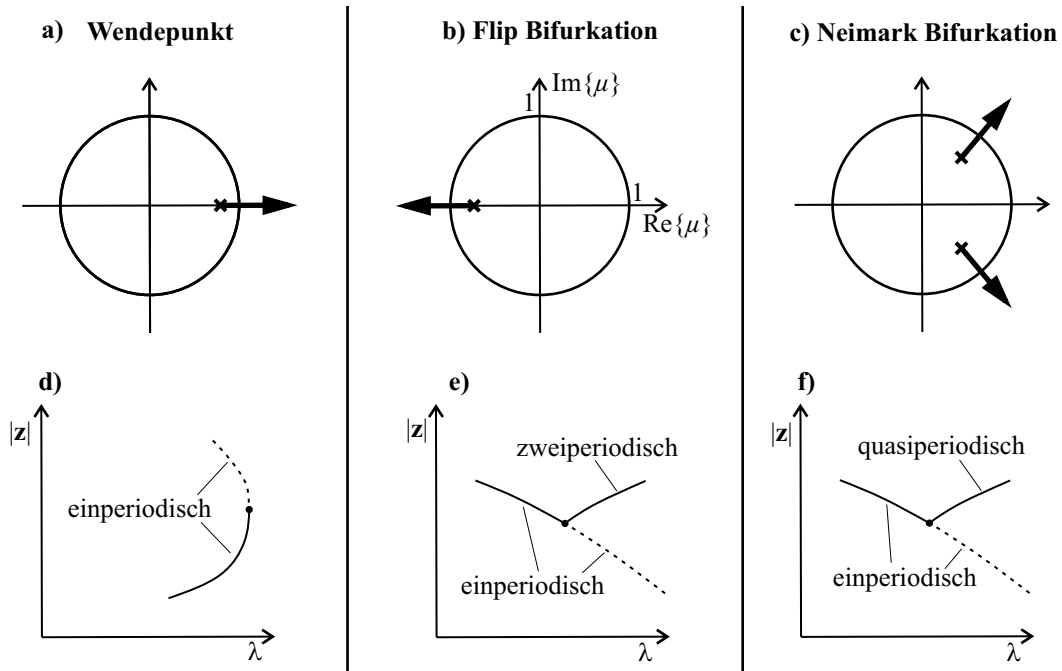


Abbildung 2.10: a) - c) Floquetsche Multiplikatoren beim Übergang in ein instabiles Gebiet; d) - f) Zugehörige Bifurkationsdiagramme nach LEINE UND NIJMEIJER [53], instabile Lösungen sind gestrichelt gezeichnet.

+1, so liegt im Bifurkationsdiagramm ein Wendepunkt (engl. auch saddle node bifurcation oder fold bifurcation) vor, insofern das System keine speziellen Symmetrien aufweist. Verlässt ein Floquetscher Multiplikator den Einheitskreis hingegen bei -1 so entsteht eine neue zweiperiodische Lösung. Diese Art der Bifurkation wird entsprechend als Flip Bifurkation (engl. auch period doubling bifurcation) bezeichnet. Verlassen zwei Multiplikatoren den Einheitskreis konjugiert komplex, so spricht man von einer Neimark, Neimark-Sacker oder sekundären Hopf Bifurkation. Bei einer solchen Bifurkation entsteht ebenfalls eine neue Lösung, die im Allgemeinen quasiperiodisch ist. Näheres zum Verzweigenverhalten periodischer Lösungen findet sich in der einschlägigen Literatur [92] [70]. LEINE UND NIJMEIJER [53] wiesen darauf hin, dass die Floquetschen Multiplikatoren für nichtglatte Systeme durchaus abrupt springen können.

Bisweilen werden auch die Floquetschen Exponenten σ eingeführt, die durch die Beziehung $\mu = \exp(\sigma T)$ definiert sind und das Innere des Einheitskreises auf die linke Halbebene abbilden. Im Fall nicht periodischer Bewegungen erhält der Begriff der Stabilität eine etwas andere Bedeutung. In diesem Fall ist die Frage von Interesse, ob eine kleine anfängliche Störung auch nur zu kleinen Abweichungen führt oder eine gänzlich andere Lösung resultiert. Dies wird anhand der Ljapunov Exponenten

$$L_k = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln |\mu_k(t)| \quad (2.25)$$

bewertet, wobei $\mu_k(t)$ den k ten Eigenwert der Fundamentallösung der Störungen Φ zum Zeitpunkt t meint. Für periodische Lösungen stimmen die Ljapunov Exponenten mit den Beträgen der entsprechenden Floquetschen Exponenten überein. Ein positiver Ljapunov Exponent bedeutet, dass eine anfängliche Störung exponentiell mit der Zeit wächst, in diesem Fall spricht man von chaotischem Verhalten. Da die direkte Auswertung von Gleichung 2.25 aufwendig ist, sind verschiedene

Vereinfachungen zur Berechnung des Ljapunov Spektrums üblich. Ein Einblick in dieses Thema findet sich bei SEYDEL [92].

2.3.3 Verfahren im Frequenzbereich

In der Praxis wird die Analyse von Schwingungssystemen meist im Frequenzbereich durchgeführt. Mit einem harmonischen Ansatz für die unbekanntenen Verschiebungen ergibt sich so ein rein algebraisches Gleichungssystem, mit dem direkt die eingeschwingene Lösung berechnet werden kann. Bei linearen Systemen lässt sich die unbekanntene Verschiebung dann immer als Produkt einer amplitudenunabhängigen Übertragungsfunktion und der Anregung schreiben.

Harmonische Balance

Mit dieser Methode können auch nichtlineare Systeme im Frequenzbereich behandelt werden, wobei die Methode im Umfeld elektrischer Schaltungen und Regelungen häufig auch als Beschreibungsfunktion bezeichnet wird [29]. Das grundsätzliche Vorgehen besteht nach POPOV UND PALTOV [81] darin, für die Verschiebungen einen harmonischen Ansatz zu wählen und die resultierenden nichtlinearen Kräfte dann in einer Fourier-Reihe zu entwickeln. Bei der klassischen Harmonischen Balance wird dabei lediglich die Grundschwingung berücksichtigt. Mit dem Ansatz $x(t) = \hat{x} \cos \Omega t$ können so eine äquivalente amplitudenabhängige Dämpfung und Steifigkeit

$$d^*(\hat{x}) = -\frac{2}{T\hat{x}\Omega} \int_0^T f_{nl}(x = \hat{x} \cos \Omega t, \dot{x} = -\Omega\hat{x} \sin \Omega t) \cdot \sin \Omega t dt \quad (2.26)$$

$$k^*(\hat{x}) = \frac{2}{T\hat{x}} \int_0^T f_{nl}(x = \hat{x} \cos \Omega t, \dot{x} = -\Omega\hat{x} \sin \Omega t) \cdot \cos \Omega t dt \quad (2.27)$$

definiert werden. Durch den Ansatz als Fourierreihe gelingt insbesondere auch die Behandlung nichtglatter Kontaktvorgänge. So untersuchten TOMLINSON UND LAM [104] und COMPARIN UND SINGH [20] die Schwingungen einer Masse mit beidseitigen Anschlägen. BABITSKY [8] diskutierte in seinem Buch verschiedene Vibro-Impact Schwinger und ASTASHEV AND BABITSKY [6] untersuchten das nichtlineare Frequenzverhalten von Ultraschallschwingern bei der ultraschallunterstützten Materialbearbeitung. VAGAPOV ET AL. [106] benutzen die Methode zur Beschreibung der Systemdynamik beim Ultraschallschmieden. Daneben wird die Methode häufig auch zur Berechnung von Schwingern mit nichtglatter Reibkennlinie verwendet. So untersuchten YANG UND MENQ [122] den Einfluss von Reibung auf die Schwingungen von Turbinenschaufeln mit Reibkontakt.

In Tabelle 2.2 sind einige aus der Literatur bekannte Ersatzkoeffizienten für Systeme mit nichtlinearem Kontakt zusammengestellt. Die ermittelten Ersatzkoeffizienten hängen von den weiteren Randbedingungen ab und werden ausführlich in Kapitel 4 diskutiert. Ein besonderer Vorteil bei der Verwendung der Harmonischen Balance besteht darin, dass die häufig abstrakten nichtlinearen Kräfte durch die Interpretation als amplitudenabhängige Systemparameter anschaulich interpretiert werden können.

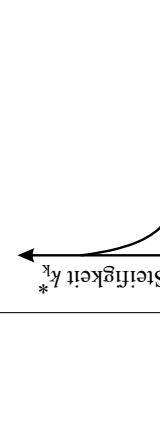
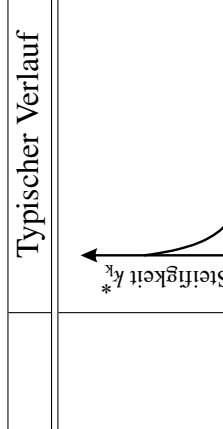
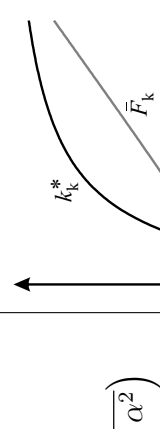
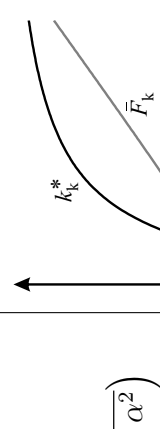
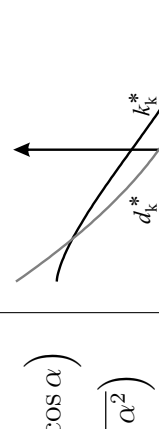
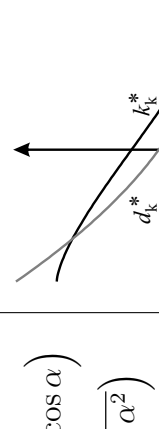
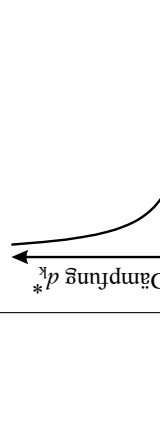
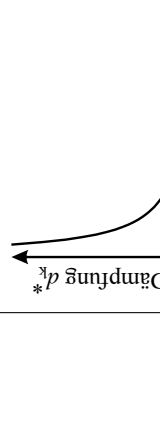
	Nichtlineare Kraft	Ersatzkoeffizienten	Typischer Verlauf
<p>Konstante Anpresskraft</p> 	$F_{nl} = \begin{cases} 0, & \text{für } x \leq 0 \\ k_0 x & \text{für } x > 0 \end{cases}$	$k_k^* = k_0 \frac{2F_0}{k_0 \hat{x} + F_0}$	
<p>Zweiseitiger Stoß</p> 	$F_{nl} = \begin{cases} k_0(x+s), & \text{für } x < -s \\ 0, & \text{für } -s \leq x \leq s \\ k_0(x-s), & \text{für } x > s \end{cases}$	$\begin{aligned} \bar{F}_k &= 0 \\ k_k^* &= \frac{2k_0}{\pi} \left(\arccos \alpha - \alpha \sqrt{1-\alpha^2} \right) \\ \alpha &= -x_0 / \hat{x} \end{aligned}$	
<p>Allgemeiner Stoß</p> 	$F_{nl} = \begin{cases} 0, & \text{für } x \leq 0 \\ k_0 x (1 + \vartheta \operatorname{sgn}(\dot{x})), & \text{für } x > 0 \end{cases}$	$\begin{aligned} \bar{F}_k &= \frac{k_0 \hat{x}}{\pi} \left(\sqrt{1-\alpha^2} - \alpha \arccos \alpha \right) \\ k_k^* &= \frac{k_0}{\pi} \left(\arccos \alpha - \alpha \sqrt{1-\alpha^2} \right) \\ d_k^* &= \frac{k_0 \vartheta}{\pi \Omega} (1-\alpha)^2 \end{aligned}$	
<p>Trockene Reibung</p> 	$F_{nl} = -r \cdot \operatorname{sgn}(\dot{x}) \text{ mit } r = \mu F_N$	$d^* = \frac{4r}{\pi \Omega \hat{x}}$	

Tabelle 2.2: Übersicht analytischer Ersatzkoeffizienten der harmonischen Balance, die Ersatzgrößen stammen von BABITSKY [8]

Höher Harmonische Balance

Bei der Höher Harmonischen Balance werden die unbekanntes Koordinaten nicht nur mit der Grundschiwingung, sondern auch mit weiteren Oberschwingungen angenähert. Dadurch gelingt die Behandlung von Schwingungen, bei denen der Einfluss der Ober- oder Unterschwingungen nicht mehr vernachlässigt werden kann. Damit das Systemverhalten auch bei höheren Frequenzen korrekt beschrieben wird, ist es notwendig auch höhere Moden zu berücksichtigen. Aufgrund der größeren Zahl an Freiheitsgraden, ist das System in der Regel nur noch numerisch zu lösen. Eine weitere Schwierigkeit stellt die korrekte Abbildung der Nichtlinearität dar. Wenn die nichtlinearen Kräfte beispielsweise in Form von Polynomen beschrieben werden, ist eine analytische Entwicklung der nichtlinearen Kraft möglich. Für unstetige Phänomene wie den Kontakt ist diese Beschreibung häufig jedoch nicht hinreichend. Da die Beschreibung der Nichtlinearität im Zeitbereich leichter fällt, schlugen CARDONA ET AL. [18] vor, die unabhängigen Koordinaten in jedem Lösungsschritt in den Zeitbereich zu transformieren und dort die nichtlinearen Kräfte auszuwerten. Wie in Abbildung 2.11 a) dargestellt, werden die Amplituden der nichtlinearen Kräfte dann mittels einer Fouriertransformation ermittelt und dem nichtlinearen Löser übergeben. Aufgrund der engen Kopplung zwischen Zeit- und Frequenzbereich, wird dieses Vorgehen als AFT (alternating frequency time domain) oder HFT (hybrid frequency time domain) Methode bezeichnet. Da die Amplituden der so berechneten Kräfte in der Regel nichtlinear von den Verschiebungsamplituden abhängen, folgt ein nichtlineares Gleichungssystem, das beispielsweise mit dem Newton-Raphson Verfahren gelöst werden kann. Für die Lösung, aber auch für die Beurteilung der Lösung ist die Kenntnis der lokalen Linearisierung des Systems vorteilhaft. Diese kann entweder vom Löser mittels der Finiten-Differenzen-Methode geschätzt oder analytisch bereitgestellt werden. CARDONA ET AL. [18] zeigten, dass dazu die nichtlinearen Kräfte im Zeitbereich nach den unabhängigen Verschiebungen abzuleiten und dann ebenfalls in den Frequenzbereich zu transformieren sind. Neben diesem allgemeinen Vorgehen sind auch spezielle harmonische Linearisierungen für Kontaktelemente bekannt. So entwickelten PETROV UND EWINS [78] eine analytische Formulierung der tangentialen Steifigkeitsmatrix für ein Punktkontaktmodell.

Anders als für den Einmassenschwinger, kann die Stabilität der Lösung für viele Freiheitsgrade nicht einfach anhand eines energetischen Kriteriums überprüft werden. Wie bereits diskutiert, hängt die Stabilität einer periodischen Lösung direkt mit den Eigenwerten der Monodromiematrix zusammen. Bei der Harmonischen Balance wird diese aber nicht direkt berechnet. Daher berechneten CARDONA ET AL. [18] die Monodromiematrix für jede gefundene Lösung im Nachhinein mittels einer Zeitschrittintegration. Alternativ dazu entwickelten GROLL UND EWINS [37] ein Verfahren, das ausschließlich im Frequenzbereich arbeitet. Dazu fassten sie eine periodische Lösung des nichtlinearen Problems als linear-zeitvariantes System auf und wendeten darauf das Hillsche Verfahren (vgl. hierzu auch GASCH UND KNOTHE [33]) an. Bei allen Verfahren zur Berechnung der Stabilität ist zu beachten, dass die Einträge des Lösungsvektors sehr unterschiedliche Größenordnungen haben können. Daher kann es vorkommen, dass einzelne Komponenten des Lösungsvektors noch nicht konvergiert sind, während der Gesamtvektor bezüglich des Fehlerkriteriums bereits konvergiert ist. Dann folgt aus der Stabilitätsuntersuchung, dass das System instabil ist, obwohl die vollständig konvergierte Lösung stabil wäre.

Bei einem nichtlinearen Frequenzgang können bei einer Frequenz grundsätzlich auch mehrere Lö-

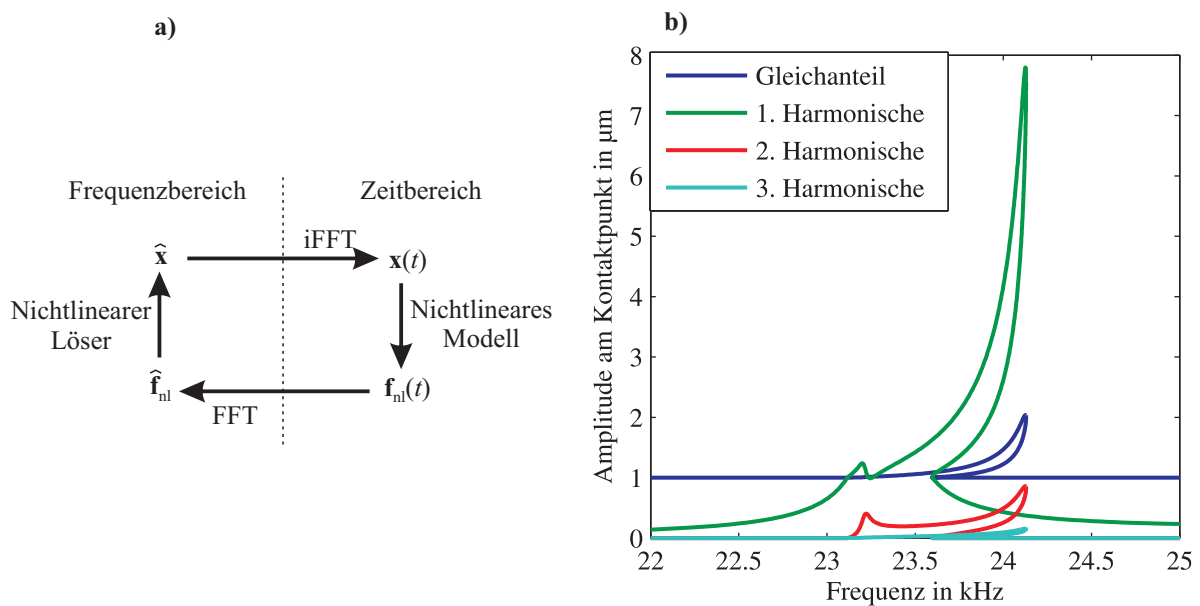


Abbildung 2.11: a) Wechselspiel zwischen Zeit- und Frequenzbereich mit der AFT-Methode nach CARDONA ET AL. [18]; b) Frequenzverhalten eines Ultraschallschwingers mit Stoßkontakt und fester Spaltweite

sungen auftreten. Daher ist bei einer festen Frequenz nicht sichergestellt, welche Lösung berechnet wird. Weiterhin birgt ein Springen der Lösung auch das Risiko, dass der Löser nicht konvergiert und die Rechnung abbricht. Daher ist es im Allgemeinen notwendig auch die Anregungsfrequenz als freien Parameter einzuführen und somit den Frequenzgang als Kurve aufzufassen, der ausgehend von einem Startwert gefolgt wird. Anstelle der Frequenz können selbstverständlich auch andere Systemparameter untersucht werden. So wird die Pfadverfolgung auch bei anderen mechanischen Problemen wie dem Durchschlag verwendet [116]. Eine Übersicht über verschiedene Algorithmen gibt SEYDEL [92]. Aufgrund der zusätzlichen Unbekannten ist für eine eindeutige Lösung auch eine weitere Gleichung notwendig. Eine häufige Forderung besteht darin, dass der Abstand zweier Lösungspunkte gleich einem festen Wert sein soll. Bei geeigneter Wahl dieser Bogenlänge ist sichergestellt, dass die Lösung nicht auf einen anderen Pfad springt. Bei Ultraschallschwingern liegen häufig mehrere Zehnerpotenzen zwischen den Größen der Verschiebungen und den Frequenzen. Daher ist eine geeignete Skalierung des erweiterten Koordinatenvektors von entscheidender Bedeutung für die Performance der Lösung. Ein weiterer Performancegewinn wird durch eine adaptive Schrittweitensteuerung erreicht, wie sie ebenfalls von SEYDEL [92] vorgeschlagen wird. Alle Verfahren zur Pfadverfolgung gliedern sich in einen Prädiktor- und einen Korrektorschritt. Im Prädiktorschritt wird, basierend auf dem letzten Lösungspunkt, die nächste Lösung geschätzt. Im Korrektorschritt wird der nichtlineare Löser mit dem geschätzten Startwert aufgerufen und der nächste Punkt berechnet.

Das Verfahren der Höher Harmonischen Balance wird insbesondere zur Berechnung von Turbomaschinen eingesetzt. So berechneten PETROV UND EWINS [77] und SIEWERT ET AL. [94] die Schwingungen von Turbinenschaufeln mit nichtlinearen Reibungsdämpfern. Das Verfahren findet aber auch in der Rotordynamik [37] oder bei der Simulation des schwingungsüberlagerten Rammens von Fundamenten [115] Anwendung. Im Umfeld von Ultraschallschwingern sind dem Au-

tor bisher keine Anwendungen aus der Literatur bekannt. In Abbildung 2.11 b) ist der nichtlineare berechnete Frequenzgang eines Ultraschallschwingers abgebildet. Für die Berechnung wurde ein piezoelektrisches Butterworth van Dyke Ersatzmodell mit zehn Moden berücksichtigt, das direkt aus einem FE-Modell reduziert wurde. Für den Kontakt wurde ein fester Spalt von einem μm Breite angenommen, bei der Berechnung wurden die ersten drei Harmonischen berücksichtigt. Der Algorithmus ist auch in der Lage, der Kurve im Bereich der überhängenden Äste zu folgen. Allerdings spielen die Oberschwingungen in diesem Beispiel nur eine untergeordnete Rolle.

Generell können mit der Methode der Höher Harmonischen Balance Systeme mit vielen Freiheitsgraden und starken Oberschwingungen berechnet werden. Die direkte Berechnung der Teilamplituden erleichtert zudem die Deutung der Ergebnisse gegenüber der direkten Zeitschrittsimulation.

Mittelwertmethoden

Bei der in der Einleitung gezeigten Messung trat aufgrund des Stoßkontaktes eine Modulation in der Amplitude der Ultraschallschwingung auf. Da dabei vor allem die niederfrequente Modulation der Amplitude interessiert, wäre ein Modell wünschenswert, das direkt die Amplituden beschreibt. Deshalb liegt es nahe, die Bewegung in einen hoch- und einen tieffrequenten Teil aufzuteilen. Das Prinzip der Mittelung besagt, dass es für die Beschreibung der tieffrequenten Schwingung ausreicht, nur den zeitlichen Mittelwert der hochfrequenten Schwingung zu berücksichtigen (vgl. ARNOLD [5] S.291 ff.). In diesem Umfeld existieren mehrere Ansätze, die im Folgenden kurz umrissen werden.

Bei der Methode der langsam veränderlichen Amplitude nach Van der Pol [58] wird ein harmonischer Ansatz $x(t) = \hat{x}(t) \cos \Omega t$ mit zeitveränderlicher Amplitude gewählt, um die nach ihm benannte Gleichung zu lösen. Dieser Ansatz scheitert jedoch, sobald die Schwingfrequenz nicht mehr als konstant angesehen werden kann. Allgemeiner ist die KBM-Methode (Krylov-Bogoliubov-Mitropolsky) bei der, wie von MEIROVITCH [61] S.302 ff. beschrieben, die unbekannte Verschiebung in einer asymptotischen Reihe $x(t) = a \cos \beta + \varepsilon u_1(a, \beta) + \varepsilon^2 u_2(a, \beta) + \dots$ entwickelt wird. Dabei sind sowohl die Amplitude a als auch die Phase β zeitlich variabel. Bei der klassischen Mittelwertmethode wird nur der erste Term der Reihe berücksichtigt. Zusammen mit der Bedingung $\dot{x} = -a \sin \beta$ wird eine Koordinatentransformation von der Auslenkung und Geschwindigkeit auf Amplitude und Phase durchgeführt. Wie auch von NAYFEH [68] beschrieben, ist diese Koordinatentransformation noch exakt. Durch trigonometrische Identitäten können die Differentialgleichungen jedoch in einen langsamen und einen schnellen Teil unterteilt werden. Abbildung 2.12 zeigt das Einschwingen eines fremderregten Einmassenschwingers. Für die gemittelte Lösung wurden alle schnellen Terme der transformierten Differentialgleichung vernachlässigt. Mit der Mittelung weicht die berechnete Amplitude leicht von den Maximalwerten der vollständigen Lösung ab. Ohne Mittelung, aber mit Amplitude und Phase als neue Koordinaten, liegen die Lösungen aber exakt übereinander. Generell besteht ein Vorteil der Methode darin, dass nach Bogoliubov eine obere Fehlergrenze für die Güte der Mittelung angegeben werden kann [27]. In der Ultraschalltechnik bietet sich der Einsatz von Mittelwertverfahren auch für die Auslegung von Reglern an. So entwickelte MAAS [57] ein Mittelwertmodell eines Ultraschallschwingers und verwendete dieses für die Simulation eines Stromrichters.

Bei der klassischen Mittelwertmethode findet eine multiplikative Trennung zwischen der langsam veränderlichen Amplitude und der schnellen Oszillation statt. Die Methode der direkten Trennung

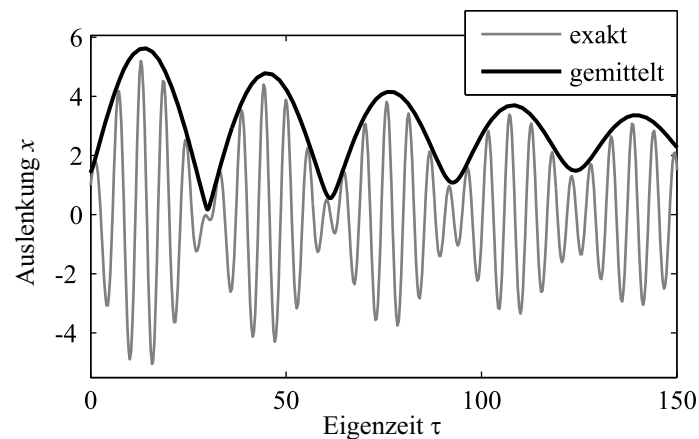


Abbildung 2.12: Einschwingen eines fremderregten Einmassenschwingers mit $D = 0.1$ und dem Frequenzverhältnis $\eta = 1.2$

der Bewegung (engl. direct separation of motion) geht von einer additiven Trennung in einen langsamen und einen schnellen Teil aus. BLEKHMANN [14] führte in diesem Zusammenhang das Konzept der Schwingungsmechanik (engl. vibrational mechanics) ein. Dabei unterschied er zwischen Beobachtern, die die gesamte Bewegung sehen und solchen, die nur den langsamen Teil der Bewegung wahrnehmen. Die schnellen Bewegungen führen zu Schwingungskräften (engl. vibrational forces), die auch der langsame Beobachter wahrnimmt. Dieses Konzept kann beispielsweise bei der Reibungsreduktion durch Ultraschall [80] veranschaulicht werden. Der langsame menschliche Beobachter nimmt keine Bewegung wahr. Trotzdem führt die Schwingung zu einem reduzierten Reibwert, der durch die hochfrequenten Schwingungen hervorgerufen wird. Der langsame Beobachter, muss also den Einfluss der hochfrequenten Schwingung berücksichtigen, um sich die reduzierten Reibkräfte erklären zu können. THOMSEN [103] charakterisiert die Reibungsreduktion insofern auch als Glättung (engl. smoothing) der Reibkennlinie aufgrund der hochfrequenten Schwingung.

2.4 Modulierte Schwingungen

2.4.1 Bewertung modulierter Schwingungen

Um die beobachteten modulierten Schwingungen bewerten und analysieren zu können, sind einige Konzepte hilfreich, die hauptsächlich in der Nachrichtentechnik verwendet werden. Da die Behandlung modulierter Schwingungen in der Mechanik weniger üblich ist, werden diese im Folgenden kurz dargestellt. Die große Bedeutung der Signalmodulation in der Nachrichtentechnik wird sofort am Beispiel der Sprachübertragung klar. Würden die Sprachsignale direkt über Funk übertragen, wäre der gesamte Frequenzbereich bis 20 kHz durch dieses eine Signal blockiert und es könnte kein weiteres Signal übertragen werden. Deshalb wird das Signal auf eine hochfrequente Trägerwelle aufmoduliert und somit eine Trennung im Frequenzbereich erreicht. Durch eine geeig-

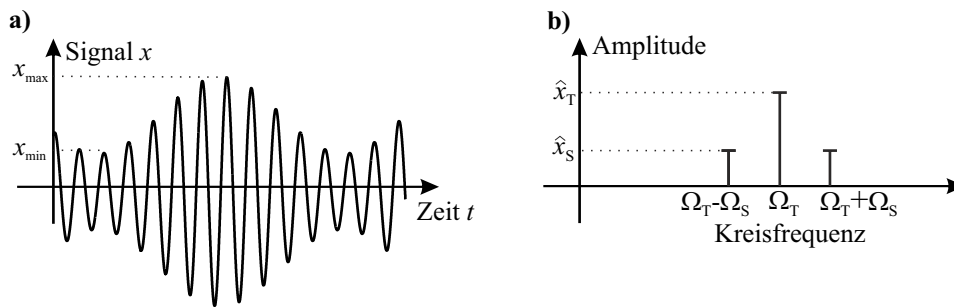


Abbildung 2.13: a) Amplitudenmodulierte Schwingung; b) Zugehöriges Spektrum

nete Filterung können auf diese Weise viele Programme gleichzeitig übertragen werden. Aufgrund dieser zentralen Bedeutung ist die Behandlung modulierter Signale in der Nachrichtentechnik weit entwickelt und auch kompakt z.B. bei WIKIPEDIA [114] dargestellt. Die folgenden Überlegungen sind auch dieser Quelle entnommen.

Ein amplitudenmoduliertes Signal mit der hochfrequenten Trägerfrequenz Ω_T und der tieferen Signalfrequenz Ω_S lässt sich mathematisch als

$$x_{AM} = (\hat{x}_T + \hat{x}_S \cos(\Omega_S t)) \cdot \cos(\Omega_T t) \quad (2.28)$$

beschreiben, wenn die Phasenlagen der Signale der Einfachheit halber zu null gesetzt werden. Dieser Ausdruck kann durch trigonometrische Beziehungen in

$$x_{AM} = \hat{x}_T \cos(\Omega_T t) + \frac{\hat{x}_S}{2} \cos((\Omega_T - \Omega_S)t) + \frac{\hat{x}_S}{2} \cos((\Omega_T + \Omega_S)t) \quad (2.29)$$

umgeformt werden. In dieser Darstellung erkennt man sofort die spektralen Anteile des Signals: Die Amplitude des gesendeten Signals teilt sich in zwei gleich große Anteile auf, die jeweils um die Signalfrequenz Ω_S von der Trägerfrequenz verschoben sind. Dieses typische Ergebnis ist in der Abbildung 2.13 b) veranschaulicht. Um amplitudenmodulierte Schwingungen auch im Zeitbereich beurteilen zu können, ist auch der Modulationsgrad

$$m = \frac{\hat{x}_S}{x_T} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{x_{\max} + x_{\min}}, \quad (2.30)$$

üblich (Abkürzungen gemäß Abbildung 2.13 b)). Bei $m = 0$ findet keine Modulation statt, für $m > 1$ ist die Signalamplitude größer als die Trägeramplitude und das Trägersignal wird in einigen Bereichen entsprechend um 180° in der Phase verschoben. Dann ist eine Demodulation nicht mehr ohne Weiteres möglich.

Hilbert-Transformation und analytische Signale

Im Rahmen dieser Arbeit interessieren die Modulationsverfahren insbesondere vor dem Hintergrund der Signalanalyse. Sowohl amplituden- als auch phasenmodulierte Signale lassen sich sehr vorteilhaft mit Hilfe der Hilbert-Transformation analysieren. Die Hilbert-Transformierte ergibt sich aus der Faltung eines reellen Signals $x_r(t)$ mit dem Kern $1/(\pi t)$ zu

$$H(x_r(t)) = x_i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_r(t^*)}{\pi(t - t^*)} dt^* . \quad (2.31)$$

Anhand der Fourier-Transformierten des Kerns lässt sich erkennen, dass diese Transformation zu einer Phasenverschiebung des Ausgangssignals im Frequenzbereich führt. Näheres dazu fin-

det sich in der einschlägigen Literatur, beispielsweise bei LEON ET AL. [54]. Zusammen mit dem Ursprungssignal lässt sich das analytische Signal

$$\underline{x}(t) = x_r(t) + jx_i(t) = A(t) e^{j\varphi(t)} \quad (2.32)$$

bilden, das lediglich positive Frequenzanteile enthält. Die Fourier-Transformierte eines analytischen Signals liefert daher für alle negativen Frequenzen den Betrag null. Darüber hinaus ist auch die Darstellung des analytischen Signals als zeitabhängige Amplitude $A(t)$ und Phase $\varphi(t)$ von direktem praktischem Nutzen. Zur Verdeutlichung wird eine einfache Cosinus-Schwingung betrachtet. Die Hilbert-Transformierte von $x_r(t) = A \cos(\Omega t)$ ist $H(x_r(t)) = A \sin(\Omega t)$; damit folgt als analytisches Signal $\underline{x}(t) = A \cos(\Omega t) + jA \sin(\Omega t) = A e^{j\Omega t}$ genau die komplexwertige Exponentialfunktion. Dieser Zusammenhang wird auf bandbegrenzte Signale verallgemeinert und generell gefolgert, dass die Amplitude des analytischen Signals ungefähr der Einhüllenden des reellen Signals entspricht und die momentane Kreisfrequenz durch

$$\Omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (2.33)$$

bestimmt ist. Aufgrund dieser Zusammenhänge werden mit der Hilbert-Transformierten sowohl amplituden- als auch phasenmodulierte Schwingungen demoduliert und damit analysiert. Neben der Anwendung in der Signalanalyse können die Eigenschaften der Hilbert-Transformation auch in der Systemanalyse genutzt werden. Genauso wie für Zeitsignale stellt sie auch für analytische Übertragungsfunktionen einen Bezug zwischen Real- und Imaginärteil her. Sobald diese Beziehung von einer gemessenen Übertragungsfunktion verletzt wird, kann ein nichtlineares Systemverhalten unterstellt werden. Dieser Umstand wurde von BRUNS [17] ausgenutzt um Nichtlinearitäten in mechanischen Schwingern zu identifizieren.

2.4.2 Modulierte Schwingungen in der Mechanik

Dem Schwingungstechniker begegnen modulierte Schwingungen sicherlich am häufigsten beim Abklingen harmonisch fremderregter Systeme. Dann resultiert die Modulation aus der Überlagerung von fremderregter Schwingung und Eigenschwingung des Systems. Sobald die Eigenschwingung abgeklungen ist, stellt sich ein monofrequenter und nicht modulierter Zustand ein. Eine stabile Modulation kann jedoch bei gleichzeitiger Anregung mit mehreren Frequenzen erreicht werden. Wenn die Anregung aus verschiedenen in etwa gleich großen Frequenzen besteht, kommt es zu einer stabilen Schwebung. Da mit der Schwebungsfrequenz jedoch stets ein ähnlicher Zustand angenommen wird, nennt man diesen Zustand quasiperiodisch.

Daneben sind aus der nichtlinearen Schwingungstechnik auch Beispiele bekannt, bei denen eine monofrequente Anregung stabile Modulationen hervorruft. Als klassisches Beispiel dient in der Literatur das von Kapiza diskutierte Pendel mit vertikal bewegtem Fußpunkt. Da dieses spezielle System in einigen Parameterbereichen stabile amplitudenmodulierte Schwingungen ausführt, wurde es ausgiebig in der Literatur diskutiert [27] [102]. ANDERSON ET AL. [3] zeigten, dass sich die amplitudenmodulierten Schwingungen auch bei einem Biegebalken einstellen, dessen Fußpunkt einer harmonischen Anregung in axialer Richtung ausgesetzt wird. NAYFEH [69] bezeichnet diese Anregung als Energietransport zwischen weit entfernten Moden (engl. widely spaced modes).

Daneben gibt es noch weitere Beispiele, bei denen Energie von hohen zu niedrigen Frequenz transportiert wird. WIERCIGROCH ET AL. [113] regten einen Bohrer mit zwei Frequenzen an und erzeugten so eine stationäre Schwebung. Der Stoßkontakt führte dann dazu, dass der gesamte Körper in der Schwebungsfrequenz schwang. Mit einem ähnlichen Verfahren gelang SHEN ET AL. [93] die modale Anregung von kleinen Tröpfchen. Die Tropfen wurden mit einer Frequenz von 20 kHz im Fernfeld levitiert. Sobald die Anregespannung moduliert wurde, schlangen die Tropfen in der Modulationsfrequenz.

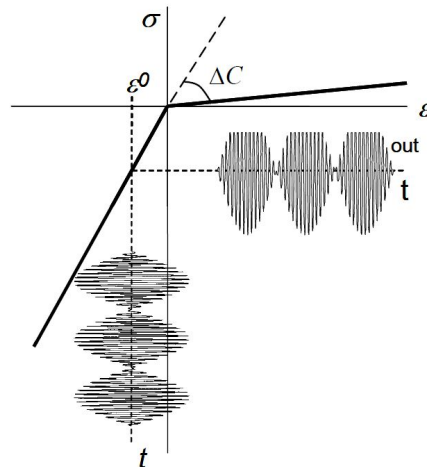


Abbildung 2.14: Spannung und Dehnung einer amplitudenmodulierten Schwingungen mit Kontakt in einem Riss nach SOLODOV ET AL. [96]

DONSKOY ET AL. [24] und SOLODOV ET AL. [96] beschrieben die Detektion von Rissen mit der nichtlinearen Ultraschallprüfung. Dabei regten sie die zu prüfende Struktur mit zwei Frequenzen an. Wenn ein Riss vorlag, bildete sich neben den Anregefrequenzen auch die Schwebungsfrequenz im Spektrum ab. In beiden Veröffentlichungen wurde die Anregung langsamer Frequenzen als Kombinationsschwingung aus den beiden Anregefrequenzen gedeutet. Der zugrunde liegende Effekt ist in Abbildung 2.14 illustriert. Dabei wird der Riss, genauso wie der Stoßkontakt, mittels einer stückweise linearen Feder abgebildet. Sobald eine amplitudenmodulierte Dehnwelle auf einen Riss trifft, weicht die übertragene mechanische Spannung qualitativ von dieser ab. Die Einhüllende der Spannung ist nicht mehr symmetrisch zur Zeitachse. Zudem offenbart eine Spektralanalyse, dass die Spannung einen Anteil in der Schwebungsfrequenz aufweist und die Struktur somit direkt mit dieser Frequenz anregt.

Nach den mechanischen Anwendungen modulierter Schwingungen soll zum Abschluss noch kurz ein theoretischer Rahmen für die Untersuchung quasiperiodischer Schwingungen angesprochen werden. Im Rahmen der KAM-Theorie (Kolmogorow-Arnold-Moser) wird der Frage nachgegangen, inwieweit es überhaupt langfristig stabile quasiperiodische Lösungen geben kann. Das Theorem besagt, dass dies für einige Systeme bei hinreichend kleinen Störungen von einer bekannten ungestörten Lösung möglich ist [109]. Die KAM-Theorie findet insbesondere Anwendung, um die langfristige Stabilität von Planetenbahnen zu beurteilen.

3 Gegenstand der Arbeit

In der Einleitung wurden zwei Phänomene genannt, die beim Betrieb von Ultraschallschwingern mit Stoß auftreten und einer weiteren Klärung bedürfen. Dies ist zum einen das stark nichtlineare Frequenzverhalten in der Nähe der Resonanz und zum anderen das Auftreten stabiler niederfrequenter Schwingungen. Im Folgenden wird geklärt, inwieweit der Stand des Wissens zur Klärung der Phänomene beitragen kann und welche Fragen noch offen sind.

3.1 Analyse des Standes des Wissens

Für die Modellbildung von Ultraschallschwingern stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung. Die Verwendung modaler Ersatzmodelle bietet gegenüber der FEM und den Übertragungsmatrizen jedoch den Vorteil, dass nur eine minimale Anzahl an Parametern und Unbekannten benötigt wird. Zudem lassen sich die Resultate leicht auf beliebige Ultraschallsysteme verallgemeinern, so dass die Untersuchungen über ein konkretes technisches System hinaus eine Aussagekraft entwickeln. Das Kontaktmodell sollte insbesondere auch den Fall abbilden, dass der Schwinger fest gegen den Untergrund gedrückt wird und generell in der Lage sein, verschiedene Kontaktdauern abzubilden. Somit scheidet eine Formulierung mit diskontinuierlichen Stößen aus. Nichtlineare Straffedern werden diesen Ansprüchen hingegen gerecht und bilden darüber hinaus weitere Effekte wie die Oberflächenrauheit oder residuale Steifigkeiten ab. Da es in dieser Arbeit zunächst um die Klärung grundsätzlicher Effekte geht, wird zudem auf Dämpfung im Kontakt verzichtet.

Zum nichtlinearen Frequenzverhalten von Ultraschallschwingern mit Stoß existieren bereits etliche Vorarbeiten. Hier sind insbesondere die Arbeiten im Umfeld von BABITSKY zu nennen, bei denen die Dynamik des Systems mit Hilfe der Harmonischen Balance analysiert wird. Von BABITSKY [8] wurde der Fall einer unendlich steifen Lagerung und einer konstanten Anpresskraft untersucht. Technische Ultraschallschwinger sind jedoch mit einer endlichen Steifigkeit gelagert, so dass sich die Frage stellt, inwieweit die Ergebnisse auf technische Systeme übertragbar sind. Zudem wird die äquivalente Kontaktsteifigkeit im Fall der konstanten Anpresskraft mit einem Näherungsausdruck für die äquivalente Steifigkeit angenähert. Eine exakte Lösung wäre nicht nur genauer, sondern würde auch die Eindeutigkeit der Lösung garantieren.

Das Auftreten niederfrequenter Schwingungen bei Ultraschallschwingern mit Stoß ist bisher nicht aus der Literatur bekannt. Es wurde von einigen Ultraschallsystemen berichtet, die mit zwei Frequenzen zu einer Schwebung angeregt wurden und in der niedrigeren Schwebungsfrequenz antworteten [24] [96]. Die niederfrequenten Schwingungen in dieser Arbeit wurden jedoch auch bei

einer reinen Sinus-Anregung beobachtet. Insofern tun sich hier sowohl im Hinblick auf die Modellbildung und das Verständnis als auch auf die experimentelle Darstellung noch erhebliche Defizite auf.

3.2 Ziele der Arbeit

Aus dem gerade diskutierten Stand des Wissens ergeben sich folgende Fragen, die über diesen hinaus gehen und in dieser Arbeit beantwortet werden sollen:

- Kann das Frequenzverhalten analytisch berechnet werden?
- Welchen Einfluss hat die Lagerung auf das Frequenzverhalten?
- Kann das nichtlineare Frequenzverhalten gemessen werden?
- Mit welchem Modell können die niederfrequenten Schwingungen abgebildet werden?
- In welchen Parameterbereichen treten niederfrequente Schwingungen auf?
- Welche Wirkmechanismen sind ursächlich für die niederfrequenten Schwingungen?

3.3 Lösungsweg

Aus den oben genannten Fragen ergeben sich drei inhaltlich voneinander getrennte Arbeitspakete, die im Folgenden näher beschrieben werden:

Simulation des Frequenzverhaltens

Für die anvisierten Untersuchungen wird ein modales Ersatzmodell mit zusätzlichem statischem Verschiebungsfreiheitsgrad und einer nichtlinearen Straffeder verwendet. Die nichtlineare Kontaktkraft wird harmonisch linearisiert und dann eine analytische Lösung des Modells entwickelt. Zuerst wird das Verhalten bei einer unendlich steifen Lagerung untersucht und dann das Frequenzverhalten bei konstanter Anpresskraft analysiert. Dazu werden verschiedene Parameter variiert und deren Einfluss anhand der Skelettlinie des Frequenzganges bewertet. Abschließend wird eine Lösung mit Lagersteifigkeit und statischer Vorspannung entwickelt und für verschiedene Parameter untersucht.

Simulation niederfrequenter Schwingungen

Um die niederfrequenten Schwingungen im Modell abzubilden, wird das zuvor verwendete Modell um eine langsam schwingende Masse erweitert. Das Modell wird mit einem Anstückelverfahren transient simuliert. Die Modulationsvorgänge werden dabei mit Hilfe der Hilbert-Transformation bewertet. Um periodische Lösungen zu berechnen, wird eine Kombination aus Schießverfahren und Pseudo-Bogenlängen Pfadverfolgung verwendet. Die Stabilität der Lösungen wird anhand ihrer Floquetschen Multiplikatoren überprüft. Auf diese Weise werden alle Modellparameter systematisch variiert und Parameterbereiche identifiziert, in denen es zu stabilen niederfrequenten

Schwingungen kommt. Um einen tieferen Einblick in das Systemverhalten zu erhalten, werden zudem die gemittelten Bewegungsgleichungen aufgestellt und diskutiert. Anhand dieser Ergebnisse werden die Wirkzusammenhänge erforscht, die zur Entstehung niederfrequenter Schwingungen führen.

Experimentelle Überprüfung

Um die Stoßvorgänge mit Ultraschall messen zu können, wird ein geeigneter Prüfstand entwickelt. Für diesen Ultraschallschwinger wird ein Ersatzmodell gebildet und damit die Simulationen zum Frequenzverhalten überprüft. Weiterhin wird der nichtlineare Frequenzgang des Schwingers mit überhängendem Ast vollständig gemessen. Zum Abschluss wird eine typische niederfrequente Schwingung analysiert und im Hinblick auf das zuvor entwickelte Modell diskutiert.

4 Frequenzverhalten von Ultraschallschwingern mit Stoß

Bei den Frequenzgängen des Stoßschwingers wurde ein nichtlineares Verhalten beobachtet, das im Folgenden erklärt wird. Da bei den Frequenzgängen üblicherweise nur die Grundharmonische berücksichtigt wird, bleiben auch in der Modellbildung Oberschwingungen unberücksichtigt. Um den nichtlinearen Einfluss des Stoßkontaktes zu beschreiben, bietet sich daher die Methode der harmonischen Balance an. Der Inhalt dieses Kapitels wurde teilweise bereits von WURPTS UND TWIEFEL [120] veröffentlicht.

4.1 Modellbildung

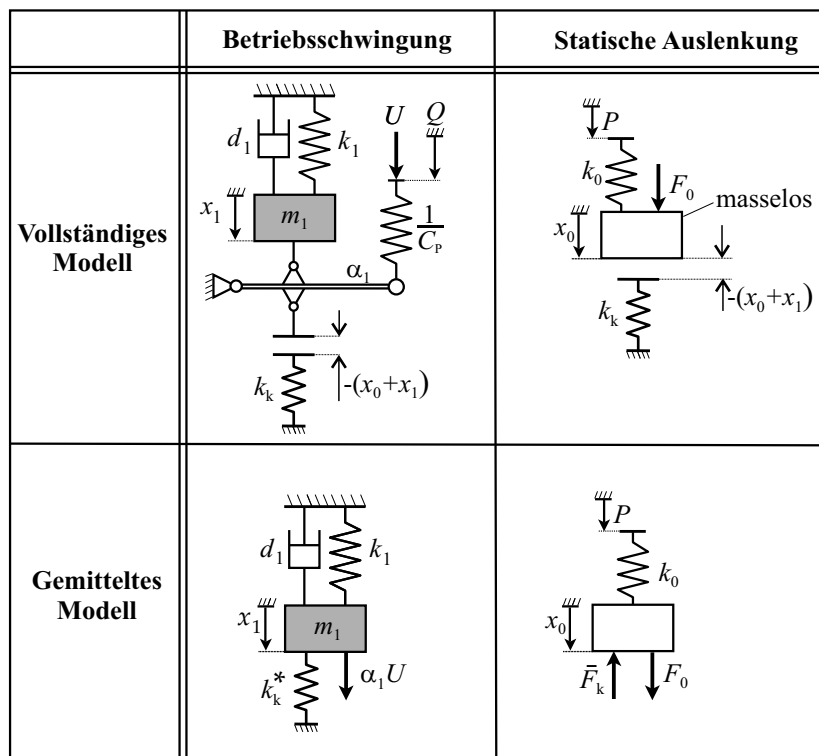


Abbildung 4.1: Skizze der verwendeten Modelle

Wie von BABITSKY [8] beschrieben, ist für die Dynamik von Ultraschallschwingern mit Stoßkontakt neben der eigentlichen Betriebsschwingung auch die statische Verschiebung des gesamten Werkzeuges ausschlaggebend. Für die Betriebsschwingung wird ein modales Ersatzmodell nach

Abbildung 4.1 vorgeschlagen. Die Modellparameter können, wie in Kapitel 2.2.3 beschrieben, experimentell oder modellgestützt bestimmt werden. Der Stoßkontakt wird mit einer stückweise linearen Feder k_k beschrieben, dissipative Effekte durch den Stoß bleiben zuerst unberücksichtigt. Die Gesamtverschiebung an der Stößelspitze setzt sich aus der modalen Verschiebung x_1 und der statischen Verschiebung x_0 zusammen. Mit Hilfe der Harmonischen Balance wird für den nicht-glaten Stoß eine äquivalente Federsteifigkeit $k_k^*(x_0, x_1)$ definiert. Zur weiteren Vereinfachung wird der hier betrachtete spannungsgesteuerte Betrieb als äquivalente Kraft $\alpha_1 U$ dargestellt. Im Modell für die statischen Verschiebungen brauchen nur konstante Kräfte und Steifigkeiten berücksichtigt zu werden, da Trägheitskräfte keine Rolle spielen. Häufig wird ein Ultraschallschwinger mit einer im Vergleich zu den Schwingamplituden langen Feder auf den Untergrund gedrückt. Dann ändert sich die Anpresskraft im Betrieb nur wenig und kann als konstant angenommen werden. In diesem Fall hängt die statische Verschiebung lediglich von der konstanten Anpresskraft F_0 und dem Gleichanteil der Kontaktkraft \bar{F}_k ab. Im Fall einer sehr steifen Lagerung ist diese Annahme nicht zutreffend und es wird die Lagersteifigkeit k_0 eingeführt, die ebenfalls aus Messungen oder mit einer Simulation identifiziert werden kann. Ein vorgespanntes System wird mit einer von null verschiedenen statischen Verschiebung des Federfußpunktes P abgebildet. Die statische Verschiebung des Gesamtsystems kann auch als Starrkörpermode aufgefasst werden, es treten also insbesondere keine Verformungen im Schwinger auf und damit existiert auch keine piezoelektrische Kopplung. Das so beschriebene System hat drei unabhängige Variablen und gehorcht den Gleichungen

$$m_1 \ddot{x}_1 + d_1 \dot{x}_1 + (k_1 + k_k^*) x_1 = \alpha_1 U \quad (4.1)$$

$$k_0(P - x_0) + F_0 = \bar{F}_k \quad (4.2)$$

$$Q - \alpha_1 x_1 = C_p U. \quad (4.3)$$

Dabei werden für die folgenden Betrachtungen lediglich die ersten beiden Gleichungen benötigt, die Ladung lässt sich immer im Nachhinein gemäß Gleichung 4.3 bestimmen.

4.2 Lösung des Modells

4.2.1 Harmonische Linearisierung der Kontaktkraft

Die Bewegung des Kontaktpunktes $x(t) = x_0 + x_1(t)$ setzt sich gemäß Abbildung 4.1 aus einer statischen Verschiebung x_0 und der dynamischen Bewegung x_1 zusammen. Für die Herleitung der äquivalenten Ersatzsteifigkeit des Kontaktes kann die Phasenlage der Verschiebung beliebig festgesetzt werden. Hier wird die Verschiebung als $x(t) = x_0 + \hat{x}_1 \cos(\Omega t)$ angesetzt. Mit der halben normierten Kontaktdauer a gemäß Abbildung 4.2 a) folgt die statische Verschiebung für intermittierenden Kontakt zu

$$x_0 = -\hat{x}_1 \cos a. \quad (4.4)$$

Die halbe Kontaktdauer ist dabei auf das Intervall $0 \leq a \leq \pi$ beschränkt: Ohne Kontakt gilt $a = 0$ und mit stets geschlossenem Kontakt gilt $a = \pi$. Für den Bereich des intermittierenden Kontaktes

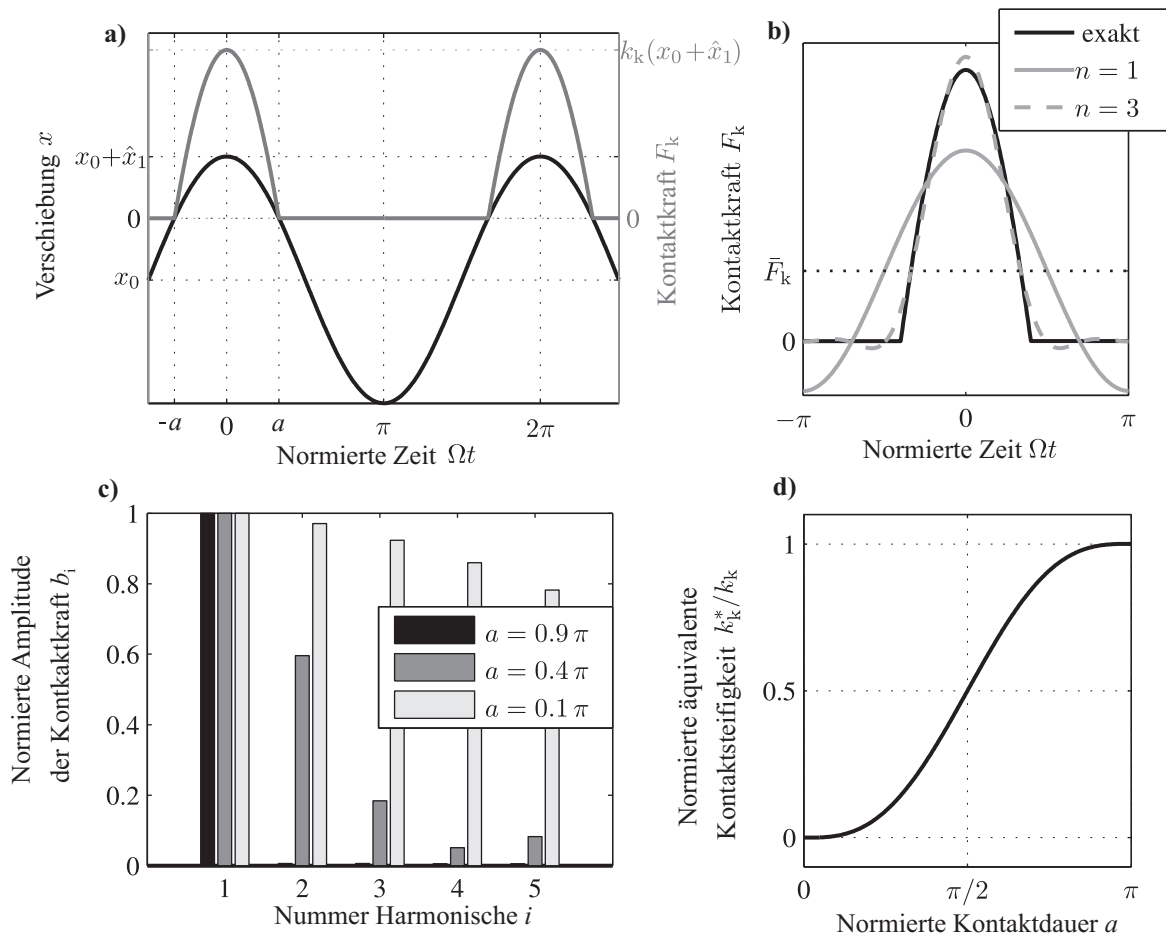


Abbildung 4.2: Harmonische Linearisierung der Kontaktnormalkraft: **a)** Bewegung des Kontaktpunktes und resultierende Kontaktkraft; **b)** Exakte Kontaktkraft und harmonische Näherung für $a = 0.4\pi$; **c)** Amplituden der Teilschwingungen bei unterschiedlicher Kontaktdauer, die Grundharmonische ist jeweils auf eins normiert; **d)** Abhängigkeit der äquivalenten Kontaktsteifigkeit; Abbildungen **a)**, **b)** und **d)** nach WURPTS UND TWIEFEL [120]

kann x dann als $x(t) = \hat{x}_1(\cos \Omega t - \cos a)$ geschrieben werden. Die Kontaktfeder ist nur für $x \geq 0$ aktiv, daher ist die Kontaktkraft

$$F_k(x) = \begin{cases} k_k x & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{für } x < 0. \end{cases} \quad (4.5)$$

Die nichtglatte Kontaktkraft wird in einer Fourierreihe

$$F_k(t) = \bar{F}_k + \sum_{i=1}^{\infty} b_i \cos(i\Omega t) \quad (4.6)$$

entwickelt. Da die Kontaktkraft aufgrund der gewählten Phasenlage eine gerade Funktion ist, brauchen in der Reihe lediglich die Cosinus-Terme berücksichtigt zu werden. Neben der halben Kontaktdauer a verwendet BABITSKY [8] auch das Verhältnis von statischer Verschiebung und Schwingamplitude $\alpha = -x_0/\hat{x}_1$ als unabhängige Variable. Mit der kinematischen Beziehung nach Gleichung 4.4 sind also verschiedene Darstellungen für die Ersatzkoeffizienten möglich. Je nach

Fragestellung sind unterschiedliche Darstellungen sinnvoll. Die durchschnittliche Kontaktkraft ergibt sich durch Auswertung des Integrals

$$\bar{F}_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a F_k(t) dt. \quad (4.7)$$

Da die Rechnungen etwas länglich sind, werden hier nur die Ergebnisse angegeben. Die vollständige Rechnung mit a und \hat{x}_1 als unabhängige Variablen ist im Anhang zu finden. Für verschiedene unabhängige Variablen ergibt sich

$$\bar{F}_k = \frac{\hat{x}_1 k_k}{\pi} (\sin a - a \cos a) \quad (4.8)$$

$$= -\frac{x_0 k_k}{\pi} (\tan a - a) \quad (4.9)$$

$$= \begin{cases} x_0 k_k & \text{für } \alpha < -1, \\ \frac{\hat{x}_1 k_k}{\pi} (\sqrt{1 - \alpha^2} - \alpha \arccos \alpha) & \text{für } -1 < \alpha < 1. \\ 0 & \text{für } \alpha > 1 \end{cases} \quad (4.10)$$

Neben der durchschnittlichen Kontaktkraft ist insbesondere die äquivalente Kontaktsteifigkeit $k_k^* = b_1/\hat{x}_1$ für das Schwingverhalten maßgeblich. Nach längerer Rechnung, die ebenfalls dem Anhang zu entnehmen ist, folgt diese zu

$$k_k^* = \frac{k_k}{\pi} \left(a - \frac{1}{2} \sin 2a \right) \quad (4.11)$$

$$= \begin{cases} k_k & \text{für } \alpha < -1, \\ \frac{k_k}{\pi} (\arccos \alpha - \alpha \sqrt{1 - \alpha^2}) & \text{für } -1 < \alpha < 1 \\ 0 & \text{für } \alpha > 1. \end{cases} \quad (4.12)$$

Der Verlauf der äquivalenten Kontaktsteifigkeit ist in Abbildung 4.2 d) dargestellt. Für kurze Kontaktzeiten ist die Kontaktfeder quasi nicht wirksam. Für längere Kontaktzeiten erhöht sich k_k^* bis es im vollen Kontakt identisch zu k_k ist. Neben der Grundharmonischen können auch noch die Amplituden der Oberschwingungen analytisch berechnet werden. Die Berechnungsvorschrift ist wieder im Anhang hergeleitet. Abbildung 4.2 zeigt exemplarisch die Entwicklung eines Kontaktkraftverlaufes nach den Teilschwingungen. Mit dem Gleichanteil und der Grundharmonischen kann der Kontaktkraftverlauf nur grob wiedergegeben werden. Mit den ersten drei Teilschwingungen ergibt sich bereits eine wesentlich bessere Approximation. Aufgrund des Überschwingens der harmonischen Funktionen bei Unstetigkeiten (Gibbsches Phänomen) ist allerdings auch bei Berücksichtigung sehr vieler Oberschwingungen keine perfekte Übereinstimmung zu erwarten. Der Einfluss der Oberschwingungen ist in Abbildung 4.2 c) für verschiedene Kontaktdauern dargestellt. Wenn der Kontakt beinahe die ganze Zeit geschlossen ist ($a = 0.9\pi$), ist der Kontaktkraftverlauf annähernd sinusförmig und entsprechend die Grundharmonische dominant. Für kürzere Kontaktdauern wird der Kontakt immer impulsartiger und breitbandiger.

4.2.2 Allgemeine Lösung

Die Betriebsschwingung x_1 und die statische Verschiebung x_0 sind lediglich über die Kontaktkraft gekoppelt. Die statische Verschiebung hängt dabei maßgeblich von der Einbausituation ab. Nichtsdestotrotz können zuerst einige generelle Überlegungen zur Betriebsschwingung angestellt werden.

Mit der Eigenkreisfrequenz $\omega_1 = \sqrt{k_1/m_1}$ des freien Schwingers, der Eigenzeit $\tau = \omega_0 t$, der Lehrschen Dämpfung $D_1 = d_1/(2\sqrt{k_1 m_1})$, der quasistatischen Auslenkung $f_1(\tau) = \alpha_1 U(\tau)/k_1$ aufgrund der Spannung und dem Symbol ' für die Ableitung nach der Eigenzeit kann Gleichung 4.1 in normierter Form als

$$x_1'' + 2D_1 x_1' + \left(1 + \frac{k_k^*}{k_1}\right) x_1 = f_1(\tau) \quad (4.13)$$

geschrieben werden. Es ist vorteilhaft für den Klammerterm die Abkürzung

$$\eta_x = \sqrt{1 + \frac{k_k^*}{k_1}} \quad (4.14)$$

und das Frequenzverhältnis $\eta = \Omega/\omega_1$ zwischen Anrege- und Eigenkreisfrequenz einzuführen. Für einen harmonischen Verlauf der Anregung $f_1(\tau) = \hat{f}_1 \cos(\eta\tau)$ folgt mit dem harmonischer Ansatz $x_1 = \hat{x}_1 \cos(\eta\tau + \varphi)$ völlig analog zum linearen Fall

$$\sqrt{(\eta_x^2 - \eta^2)^2 + (2D_1\eta)^2} \cdot \hat{x}_1 = \hat{f}_1. \quad (4.15)$$

für den Betrag und

$$\tan \varphi = -\frac{2D_1\eta}{\eta_x^2 - \eta^2} \quad (4.16)$$

für die Phase der unbekanntenen Verschiebung x_1 . Es ist leicht einzusehen, dass sich für $\eta = \eta_x$ die Massen- und Federkraft genau aufheben und nur die Dämpfung wirksam ist. η_x bezeichnet also das amplitudenabhängige Frequenzverhältnis, bei dem die elektrische Spannung und die Geschwindigkeit genau in Phase sind. Wegen ihrer zentralen Bedeutung wird diese Kurve auch Skelettlinie oder im englischen Sprachraum backbone curve genannt. Da η_x von der Amplitude \hat{x}_1 abhängt, kann Gleichung 4.15 nicht ohne Weiteres aufgelöst werden. Deshalb schlugen MAGNUS UND POPP [58] vor, für eine gegebene Amplitude das passende Frequenzverhältnis zu berechnen. Aus Gleichung 4.15 folgt dann

$$\eta^2 = \eta_x^2 - 2D_1^2 \pm \sqrt{\left(\frac{\hat{f}_1}{\hat{x}_1}\right)^2 - 4D_1^2(\eta_x^2 - D_1^2)}. \quad (4.17)$$

Die Lösung ist nur für reelle positive Werte von η physikalisch sinnvoll. Auf diese Weise können Wertepaare (\hat{x}_1, η) berechnet, jedoch keine explizite Berechnungsvorschrift für die Schwingamplitude \hat{x}_1 angegeben werden.

Die Betragsmaxima des Frequenzganges werden nicht genau in Resonanz, sondern bei den Doppelwurzeln der Gleichung 4.17 erreicht. Zur Berechnung des Schwingungsmaximums für eine gegebene Anregung muss also der Wurzelausdruck zu null gesetzt werden. Unabhängig davon ist

der Verlauf des Betragsmaximums über der Anregfrequenz jedoch bereits vollständig durch den vorderen Ausdruck zu

$$\eta_{\text{Max}}^2 = \eta_x^2 - 2D_1^2 \quad (4.18)$$

bestimmt. Für kleine Dämpfungen weicht die Kurve der Betragsmaxima also nur geringfügig von der Skelettlinie ab.

Neben der Kurve der Betragsmaxima kann für jede Frequenz auch eine energetisch maximal mögliche Amplitude hergeleitet werden. Dazu wird in Gleichung 4.15 $\eta = \eta_x$ gesetzt und nach \hat{x}_1 aufgelöst. Dadurch ergibt sich das Energielimit

$$\hat{x}_E = \frac{\hat{f}_1}{2D_1\eta}. \quad (4.19)$$

Die maximale Schwingungsamplitude ergibt sich aus dem Schnittpunkt der Kurve der Betragsmaxima und dem Energielimit. Darüber hinaus liefert das Energielimit aber auch eine obere Grenze für die sinnvolle Auswertung von Gleichung 4.17. Die verschiedenen Größen sind an einem typischen Frequenzgang in Abbildung 4.3 illustriert.

Als Alternative zur Fremderregung kommen beim Betrieb von Ultraschallschwingern auch selbsterregte Ansteuerungen zum Einsatz. Diese auch als Autoresonanz bezeichnete Strategie wurde beispielsweise von BABITSKY ET AL. [7] zur Ansteuerung des ultraschallunterstützten Drehens verwendet. Dabei wird der gemessene Strom durch einen Komparator in ein Rechtecksignal umgewandelt, das über ein Tiefpassfilter auf den Eingang des spannungsgesteuerten Verstärkers zurückgeführt wird. Solange keine Phasenverschiebung im Regelkreis auftritt, entsteht ein instabiler Regelkreis, der automatisch in Resonanz schwingt und dessen Amplitude über die Kreisverstärkung eingestellt werden kann. Da der Regelkreis prinzipiell auf jede Resonanz einschwingen kann, ist weiterhin ein Bandpass zur Frequenzbegrenzung vorzusehen. Der Arbeitspunkt des autoresonant betriebenen Ultraschallschwingers ergibt sich ebenfalls aus dem Schnittpunkt von Skelettlinie und Energielimit.

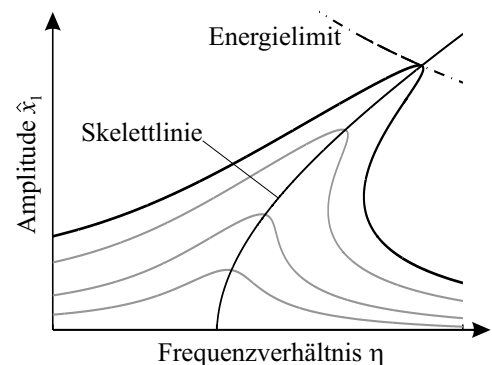


Abbildung 4.3: Typischer nichtlinearer Amplitudengang

4.2.3 Stabilität der Lösung

Mit der oben dargestellten Methode können nichtlineare Amplituden- und Phasengänge berechnet werden. Die Methode liefert allerdings keine Aussage über die Stabilität der Lösung. Für Systeme mit einem Freiheitsgrad kann die Stabilität anhand einer Energiebilanz beurteilt werden. Nach

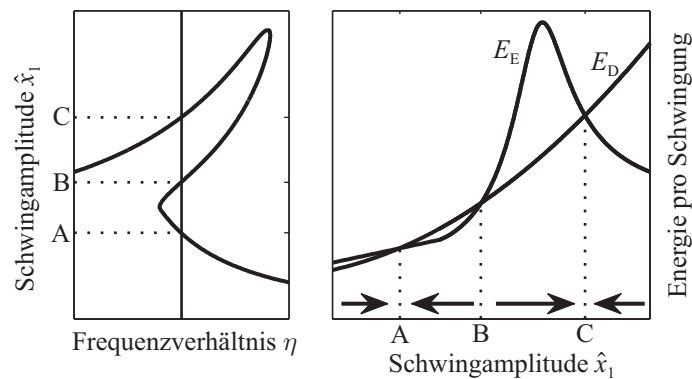


Abbildung 4.4: Verlauf der zugeführten Energie E_E und dissipierten Energie E_D pro Periode nach WURPTS UND TWIEFEL [120] auf Basis einer Skizze von MAGNUS ET AL. [58]

MAGNUS ET AL. [58] sind die durch die Erregung zugeführten Energie E_E und die dissipierte Energie E_D pro Schwingperiode

$$\begin{aligned} E_E &= -\pi \hat{f}_1 \hat{x}_1 \sin \varphi \quad \text{und} \\ E_D &= 2\pi D_1 \eta \hat{x}_1^2. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Abbildung 4.4 zeigt einen typischen Verlauf der Energien im Bereich des überhängenden Astes eines nichtlinearen Frequenzganges. In diesem Bereich liegen mehrere stationäre Lösungen und damit Schnittpunkte der Kurven der zugeführten und dissipierten Energie vor. Bei den Lösungen A und C führt eine kleine Störung in Form einer größeren Schwingamplitude dazu, dass mehr Energie dissipiert als zugeführt wird. Die Schwingamplitude nimmt also wieder ab. Eine kleine Störung in Form einer kleineren Amplitude führt hingegen zu einem erneuten Wachstum der Amplitude. Folglich sind die Lösungen A und C stabil. Bei der Lösung B wächst eine kleine Störung hingegen immer weiter und die Lösung ist instabil. Anhand dieses Kriteriums wird jede berechnete stationäre Lösung im Hinblick auf ihre Stabilität geprüft. Bei den hier betrachteten Systemen ist immer der mittlere Ast einer überhängenden Kurve instabil.

4.3 Frequenzverhalten bei verschiedenen Randbedingungen

Das Frequenzverhalten des Stoßschwingers hängt wesentlich von der Einbausituation ab. Wesentlich ist dabei, dass sich äquivalente Kontaktsteifigkeit und Schwingamplitude je nach Lagerung unterschiedlich verhalten. Deshalb werden im Folgenden verschiedene Lagerungen diskutiert.

4.3.1 Konstanter Spalt

Ein konstanter Spalt zwischen Schwinger und Untergrund entspricht einer perfekt steifen Lagerung, die es in Realität so nie geben kann. Dennoch gibt diese Konfiguration einen guten Einblick in das mögliche Verhalten von Ultraschallschwingern mit Stoß. Zudem kann dieses Modell auch zur Beschreibung von Schwingern mit großen Amplituden, und daher im Regelfall niedrigeren

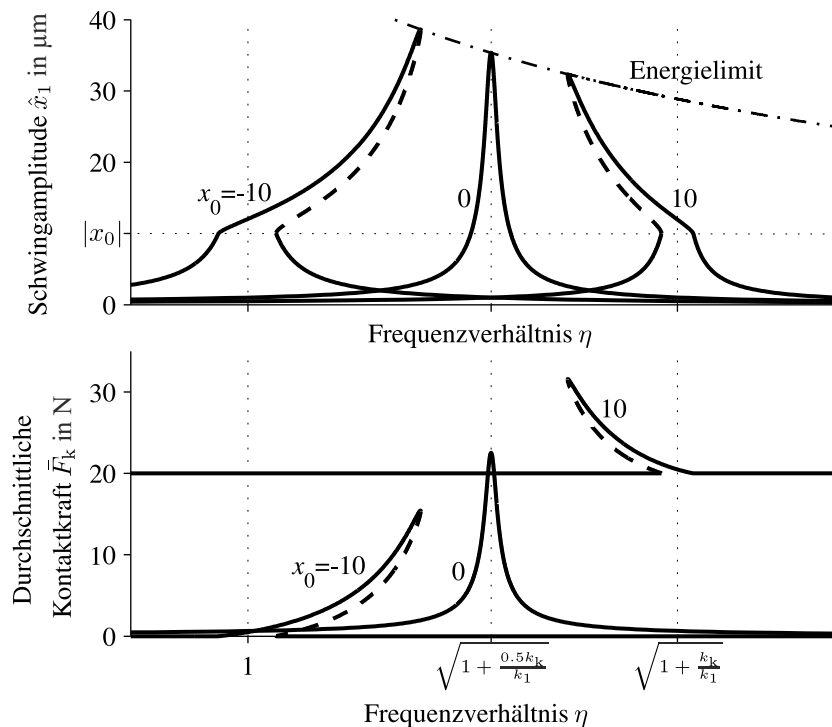


Abbildung 4.5: Frequenzverhalten des Stoßschwingers mit verschiedenen festen Spaltweiten und den Parametern $k_k = 2 \text{ N}/\mu\text{m}$, $k_1 = 1 \text{ N}/\mu\text{m}$, $D = 0.01$ und $\hat{f}_1 = 1 \mu\text{m}$; die instabilen Lösungen sind gestrichelt dargestellt.

Frequenzen, genutzt werden. Dieses Modell ist gut geeignet, wenn die Schwingamplituden groß gegenüber den möglichen statischen Verschiebungen des Schwingers sind.

Für die Berechnung wird jeweils ein fester Wert x_0 vorgegeben und mit Gleichung 4.19 ein sinnvoller Wertebereich für die Schwingamplitude definiert. Dann kann mit $\alpha = -x_0/\hat{x}_1$ und Gleichung 4.12 die äquivalente Kontaktsteifigkeit und nach Gleichung 4.17 direkt das zugehörige Frequenzverhältnis η berechnet werden. Die resultierende Phase und die durchschnittliche Kontaktkraft werden dann im Nachhinein berechnet.

Ein negativer Wert für x_0 bedeutet einen positiven Spalt zwischen Schwinger und Untergrund. In diesem Fall nimmt mit steigender Schwingamplitude die Kontaktdauer zu und das System versteift. Daher steigt, wie in Abbildung 4.5 dargestellt, auch die Resonanzfrequenz mit steigenden Amplituden und der Frequenzgang hängt nach rechts, also zu hohen Frequenzen hin, über. Dieses Verhalten trifft auch bei Schwingern mit beidseitigem Anschlag auf. Bei einem festen Wert $x_0 = 0$ ist die Kontaktdauer hingegen unabhängig von der Schwingamplitude und damit ist auch die äquivalente Kontaktsteifigkeit gemäß Gleichung 4.11 konstant und es resultiert ein linearer Frequenzgang. Positive Werte für x_0 führen zu einer Durchdringung zwischen Schwinger und Untergrund und sind als Vorspannung zu deuten. In diesem Fall nimmt mit steigender Schwingamplitude die Kontaktdauer und damit auch die Resonanzfrequenz ab. In diesem Fall kann die Nichtlinearität des Kontaktes also als degressive Federsteifigkeit gedeutet werden und der Frequenzgang hängt nach links über. Grundsätzlich hängt es also von der Einbausituation ab, ob der Stoß eher als progressive oder als degressive Federsteifigkeit wirkt.

4.3.2 Konstante Anpresskraft

In vielen Anwendungen wird die Pressung zwischen Ultraschallwerkzeug und Untergrund mit Hilfe eines pneumatischen Zylinders oder einer mechanischen Feder aufgebracht. Dabei sind sowohl die Verschiebungen des Pneumatikzylinders als auch die Vorspannung der mechanischen Feder groß gegenüber den Amplituden der Ultraschallschwingung. Daher kann während des Prozesses häufig von einer annähernd konstanten Anpresskraft ausgegangen werden.

Mit der Anpresskraft F_0 folgt das Gleichgewicht der statischen Kräfte nach Gleichung 4.2 als $F_0 = \bar{F}_k$. Die durchschnittlich wirkende Kontaktkraft ist also identisch zur Anpresskraft. Für die bisherige Lösungsmethode ist eine explizite Darstellung der äquivalenten Kontaktsteifigkeit als Funktion der Schwingungsamplitude \hat{x}_1 notwendig. Nach Gleichungen 4.11 und 4.12 ist aber lediglich eine direkte Abhängigkeit von der halben Kontaktdauer a oder dem Amplitudenverhältnis α bekannt. Folglich müsste aus den Gleichungen 4.8 bis 4.10 einer der beiden Werte explizit berechnet werden. Da es sich hier aber um transzendente Gleichungen in a und α handelt ist dies analytisch nicht möglich. Aus diesem Grund führt BABITSKY [8] die Näherung

$$k_k^* = k_k \frac{2F_0}{k_k \hat{x}_1 + F_0} \quad (4.21)$$

für die äquivalente Kontaktsteifigkeit ein. Neben diesem Näherungsausdruck kann bei Verwendung von a als unabhängiger Variable aber auch eine exakte Lösung ermittelt werden. Ausgehend von Gleichung 4.11 wird dabei die bezogene äquivalente Kontaktsteifigkeit k_k^*/k_k in Abhängigkeit der halben Kontaktdauer a dargestellt. Die halbe Kontaktdauer ist auf das Intervall $0 \leq a \leq \pi$ und die bezogene äquivalente Kontaktsteifigkeit auf das Intervall $0 \leq k_k^*/k_k \leq 1$ beschränkt. Wie in Abbildung 4.6 dargestellt, werden auf beiden Achsen alle Werte aus dem Intervall angenommen, zudem ist die Funktion monoton. Auf einen strengen Nachweis der Monotonie wird in diesem Zusammenhang verzichtet, allerdings sind die Verhältnisse durch die Grafik recht eindeutig.

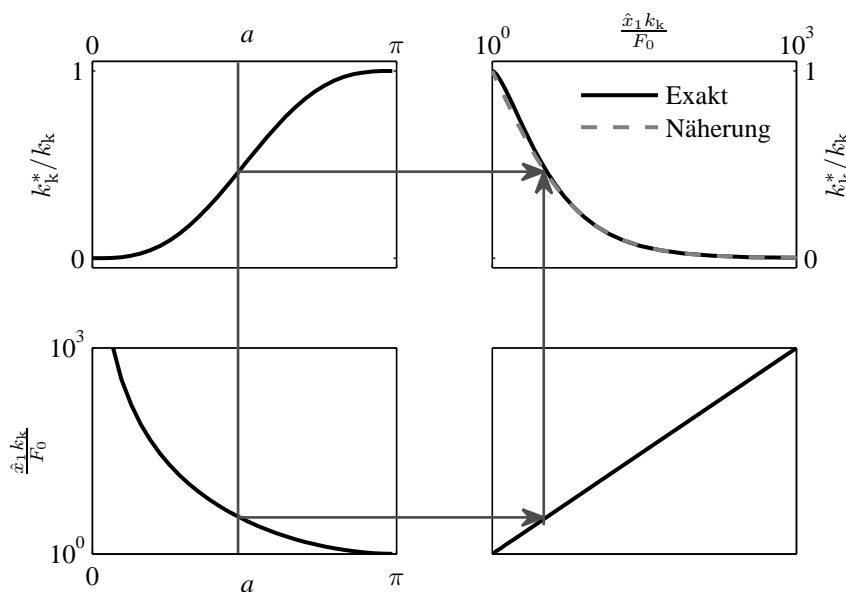


Abbildung 4.6: Zusammenhang zwischen den Parametern bei einer konstanten Anpresskraft

Aus diesen Tatsachen folgt, dass die Abbildung $a \rightarrow k_k^*/k_k$ bijektiv ist. Die Schwingamplitude \hat{x}_1 wird nach Gleichung 4.11 ebenfalls in Abhängigkeit von a dargestellt. Für kleine Schwingamplituden $\hat{x}_1 < F_0/k_k$ und sonst feste Parameter herrscht immer Kontakt ($a = \pi$) und die Abbildung $a \rightarrow \hat{x}_1$ ist nicht eindeutig, daher werden die Amplituden auf den Bereich $\hat{x}_1 \geq F_0/k_k$ beschränkt. Ein weiterer Grenzfall liegt bei verschwindendem Kontakt $a = 0$ vor. Für diesen Wert ist die Abbildung $a \rightarrow \hat{x}_1$ nicht erklärt, allerdings streben die Amplituden für $a \rightarrow 0$ gegen unendlich. Da die Abbildung $a \rightarrow \hat{x}_1$ ebenfalls monoton ist, ist sie im halboffenen Intervall $0 < a \leq \pi$ bijektiv. Für feste k_k und F_0 existiert deshalb auch die gesuchte Umkehrabbildung $\hat{x}_1 \rightarrow a$ und die äquivalente Kontaktsteifigkeit kann eindeutig als $k_k^* = k_k^*(a(\hat{x}_1)) = k_k^*(\hat{x}_1)$ geschrieben werden. Diese Abbildung kann zwar nicht explizit aufgelöst, aber anhand der Abbildungen $a \rightarrow \hat{x}_1$ und $a \rightarrow k_k^*$ gebildet werden. Ausgehend von einer festen halben Kontaktdauer aus dem Intervall $\{a \in \mathbb{R} \mid 0 < a \leq \pi\}$ werden die zugehörige Amplitude und Kontaktsteifigkeit berechnet. Die Abbildung $\hat{x}_1 \rightarrow k_k^*$ ist dann durch die Wertepaare (\hat{x}_1, k_k^*) bei jeweils festen Werten für a definiert. Diese Wertepaare definieren den Zusammenhang zwischen Amplitude und äquivalenter Kontaktsteifigkeit bei konstanter Anpresskraft. Neben dem exakten Zusammenhang, ist in Abbildung 4.6 auch die Näherung nach Gleichung 4.21 gegeben. Für große Amplituden passt die Näherung sehr genau, im Bereich kleiner Amplituden ergeben sich jedoch leichte Abweichungen von der exakten Lösung. Ein ähnlicher Vergleich findet sich auch bei ASTASHEV UND BABITSKY [6] (S.138), die Autoren verwendeten den exakten Zusammenhang jedoch nicht für die Lösung des dynamischen Problems.

Die Berechnung des nichtlinearen Frequenzganges erfolgt mit den Gleichungen 4.14 und 4.17 und ist in Abbildung 4.7 grafisch zusammengefasst. Die resultierende Phase und statische Verschiebung können erneut im Nachhinein eindeutig bestimmt werden. Die Amplituden des so berechneten Frequenzganges sind auf den Bereich $\hat{x}_1 \geq F_0/k_k$ beschränkt, für kleinere Amplituden verhält sich das System linear und kann direkt berechnet werden. Ein typisches Ergebnis der Rechnung ist in Abbildung 4.8 dargestellt. Mit steigender Amplitude verringert sich die Kontaktdauer und damit auch der Einfluss der Kontaktsteifigkeit: Daher nimmt die Resonanzfrequenz mit steigender Amplitude ab. Damit geht einher, dass sich die Nulllage x_0 des Schwingers vom Untergrund entfernt, wodurch die abnehmende Kontaktdauer erst ermöglicht wird. Wie die Skelettlinie in Abbildung 4.8 a) zeigt, verhält sich das System für kleine Schwingungen linear. In diesem Fall ist die Kontaktfeder immer aktiv und es stellt sich das resonante Frequenzverhältnis $\sqrt{1 + k_k/k_1}$ ein. Erst für größere Schwingamplituden tritt ein vorübergehender Kontaktverlust und damit ein nichtlineares Verhalten auf. Aufgrund der relativ hohen Dämpfung ($D_1 = 0.1$) liegt das Amplitudenmaximum auch nicht mehr genau auf der Skelettlinie, sondern ist leicht zu niedrigeren Frequenzen hin verschoben. Der überhängende Verlauf des Amplitudenganges findet sich auch im Phasengang der

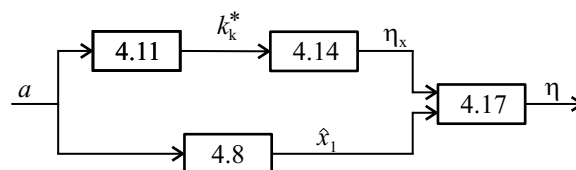


Abbildung 4.7: Signalflussplan zur Berechnung des Amplitudenganges bei konstanter Anpresskraft; die Nummern bezeichnen die Gleichungen

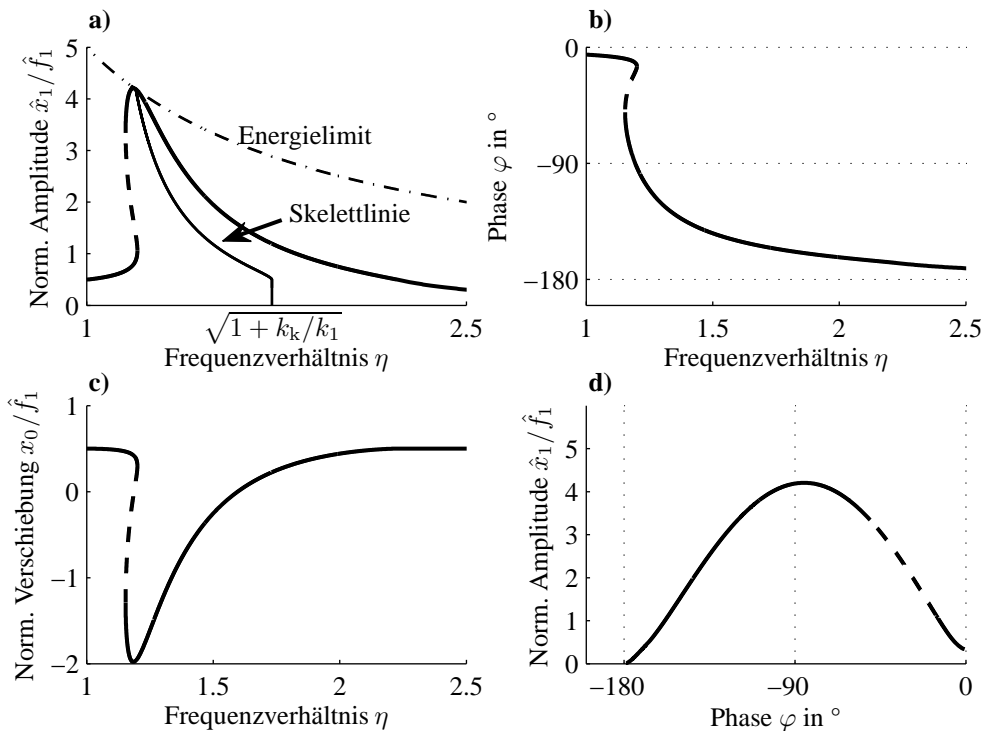


Abbildung 4.8: Typisches Frequenzverhalten des Stoßschwingers bei konstanter Anpresskraft und den Parametern $k_k/k_1 = 2$, $D = 0.1$, $\hat{f}_1 = 1$ und $F_0/k_k = 2$; die instabilen Lösungen sind gestrichelt dargestellt.

Verschiebung wieder. Es ist bemerkenswert, dass trotz der überhängenden Kurve ein eindeutiger Zusammenhang zwischen der Phase und der Amplitude besteht. Dieser Umstand wird später für die Messung nichtlinearer Frequenzgänge ausgenutzt werden.

Der Einfluss verschiedener Parameter auf den Frequenzgang des Stoßschwingers ist in Abbildung 4.9 anhand der entsprechenden Skelettlinien gezeigt. In Abbildung 4.9 a) und c) ist jeweils die Anpresskraft variiert. Für eine sehr hohe Anpresskraft reicht die Anregeamplitude nicht aus, um den Kontakt zu lösen. Folglich sind sowohl der Amplituden- als auch der Phasengang linear und weisen eine erhöhte Resonanzfrequenz auf. Mit sinkenden Anpresskräften vergrößert sich der nichtlineare Bereich, bis bei sehr kleinen Anpresskräften für größere Amplituden wieder ein fast lineares Betriebsverhalten erreicht wird. Für sehr kleine Anpresskräfte reicht bereits eine kleine Anregespannung aus, damit der Kontakt die meiste Zeit offen ist. Eine weitere Amplitudenerhöhung hat in diesem Fall nur noch einen geringen Einfluss auf die Skelettlinie und das System nähert sich dem freien Zustand an.

Bei einer geringen Steifigkeit der Kontaktfeder k_k dringt der Schwinger aufgrund der Anpresskraft tief in den Untergrund ein. Wie in Abbildung 4.9 b) gezeigt, verhält sich das System für Amplituden, die kleiner sind als die statische Durchdringung, dann ebenfalls linear. Je steifer die Kontaktfeder wird, desto geringer wird die statische Durchdringung, und desto geringer werden die Amplituden, ab denen ein nichtlineares Verhalten auftritt. Weiterhin steigt mit der Kontaktsteifigkeit auch die Resonanzfrequenz für kleine Amplituden. Da im Grenzfall der unendlich großen Amplituden aber immer noch ein quasi freies Verhalten vorliegen würde, vergrößert sich mit der Kontaktsteifigkeit auch der Bereich der überhängenden Kurve. Wenn die Kontaktsteifigkeit klein

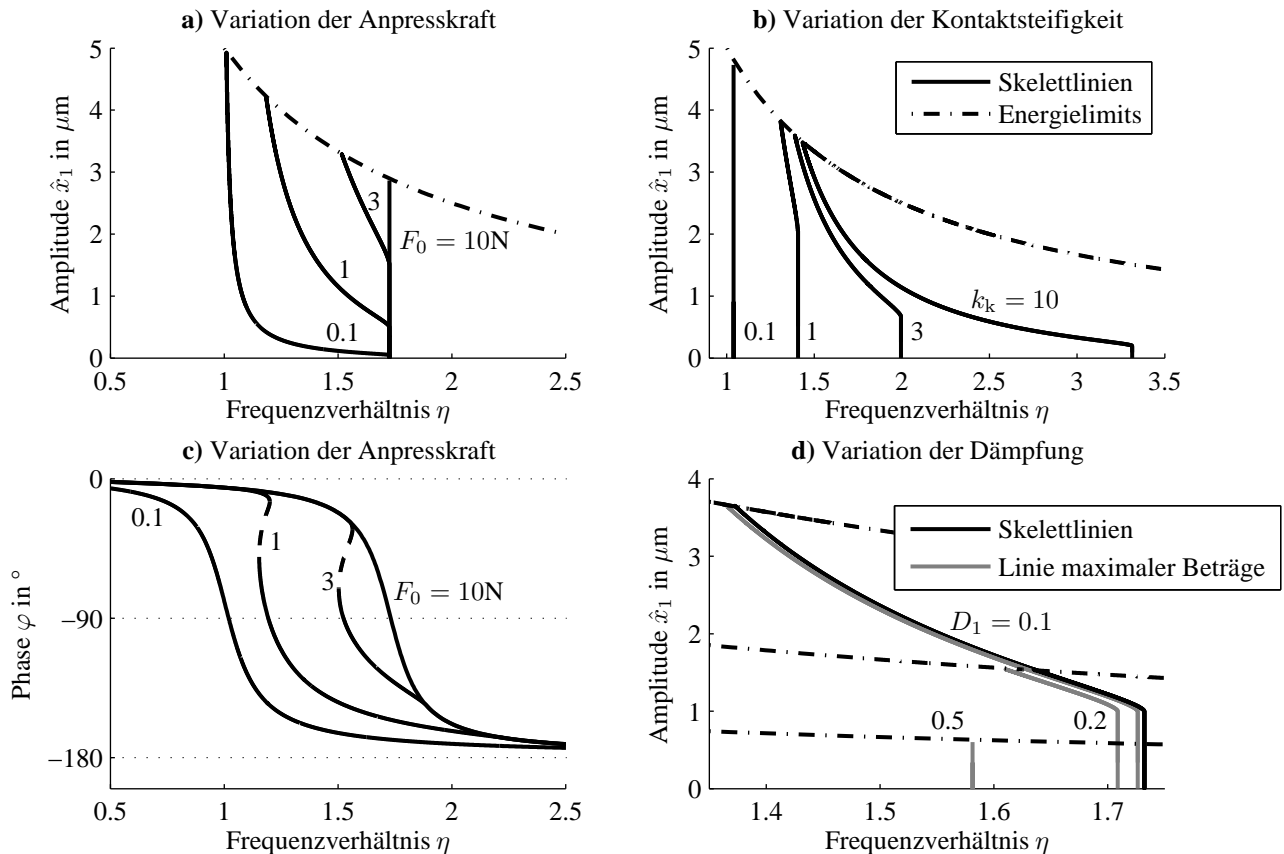


Abbildung 4.9: Einfluss verschiedener Parameter bei konstanter Anpresskraft, die instabilen Lösungen sind gestrichelt dargestellt; Standardwerte: $k_k = 2\text{ N}/\mu\text{m}$, $k_1 = 1\text{ N}/\mu\text{m}$, $D = 0.01$, $\hat{f}_1 = 1\text{ }\mu\text{m}$ und $F_0 = 1\text{ N}$

gegenüber der modalen Steifigkeit des Ultraschallschwingers ist, hängt der Frequenzgang folglich nur wenig über.

Zur Beurteilung der Dämpfung sind in Abbildung 4.9 d) neben den Skelettlinien auch die Kurven der Amplitudenmaxima nach Gleichung 4.18 dargestellt. Da die Skelettlinie unabhängig von der Dämpfung stets denselben Verlauf hat, ist sie zur Bewertung des Dämpfungseinflusses nicht geeignet. Die Kurve der Amplitudenmaxima weicht für große Werte der Lehrschen Dämpfung D_1 erheblich von der Skelettlinie ab. Zum einen sinkt mit zunehmender Dämpfung die Frequenz der maximalen Amplitude und zum anderen sinkt die maximale erreichbare Amplitude deutlich. Daher ist für starke Dämpfungen die Analyse der Kurve der Amplitudenmaxima aufschlussreicher als die der Skelettlinie.

4.3.3 Mit Lagersteifigkeit und Vorspannung

Bei dem zuerst diskutierten festen Spalt wurde implizit eine unendlich hohe Lagersteifigkeit vorausgesetzt. Im Gegensatz dazu ist die Annahme einer konstanten Anpresskraft nur gerechtfertigt, wenn die statische Kompression der Feder sehr viel größer als die Schwingamplitude ist. Bei einer steifen Lagerung ist dies nicht mehr zutreffend und insofern die Berücksichtigung einer endlichen großen Lagersteifigkeit für die Praxis sehr relevant. Zudem ist die Lagersteifigkeit konstruktiv häu-

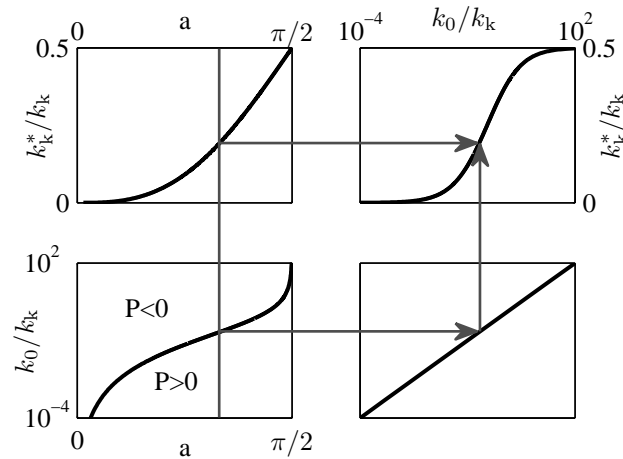


Abbildung 4.10: Zusammenhang zwischen den Parametern für den Stoßschwinger mit Lagersteifigkeit ohne Vorspannung

fig einfach zu beeinflussen und stellt insofern einen konstruktiven Designparameter dar.

Die Vorspannung der Feder k_0 wird gemäß Abbildung 4.1 über eine feste Verschiebung P des Federfußpunktes abgebildet. Wenn sich die Nulllage x_0 des Schwingers im Laufe des Prozesses ändert, zieht dies folglich auch eine Änderung der statischen Vorspannung nach sich. Für $P = 0$ ist die Feder anfänglich entspannt, für $P > 0$ wirkt eine Vorspannung und für $P < 0$ sind der Schwinger und der Untergrund zumindest anfänglich nicht in Kontakt. Aus dem Gleichgewicht der statischen Kräfte folgt die Beziehung

$$\bar{F}_k = k_0(P - x_0). \quad (4.22)$$

Mit der durchschnittlichen Kontaktkraft \bar{F}_k nach den Gleichungen 4.9 und 4.8 sowie der kinematischen Identität $x_0 = -\hat{x}_1 \cos a$ kann diese Beziehung umgeschrieben werden in

$$P = \left(1 - \frac{k_k \tan a - a}{k_0 \pi}\right) \cdot x_0 \quad (4.23)$$

$$= \left[\frac{k_k \sin a - a \cos a}{k_0 \pi} - \cos a\right] \cdot \hat{x}_1. \quad (4.24)$$

Durch diese Beziehungen ist der Zusammenhang zwischen statischer Vorspannung P , der halben Kontaktdauer a und den Schwingamplituden \hat{x}_1 bzw. x_0 definiert. Der Fall $P = 0$ erfordert gesonderte Überlegungen und wird daher zuerst diskutiert. Um die Gleichung 4.23 dann zu erfüllen, muss entweder x_0 gleich null sein, und damit der bereits diskutierte Fall einer unendlich hohen Lagersteifigkeit vorliegen, oder der erste Term muss verschwinden und somit

$$\frac{k_0}{k_k} = \frac{\tan a - a}{\pi} \quad (4.25)$$

gelten. In diesem Fall ergibt sich ein fester Zusammenhang zwischen dem Steifigkeitsverhältnis k_0/k_k und der halben Kontaktdauer a . Da dieses Verhältnis unabhängig von der Schwingamplitude ist, verhält sich der zugehörige Frequenzgang linear in der Anregeamplitude. Der Zusammenhang ist in Abbildung 4.10 unten links abgebildet und ist bijektiv im offenen Intervall $0 < a < \pi/2$. Positive Vorspannungen führen zu längeren Kontaktdauern und liegen in dem Bereich unter der Kurve, ein negativer Wert für P führt auf einen Zusammenhang oberhalb der Kurve. Mit der gleichen

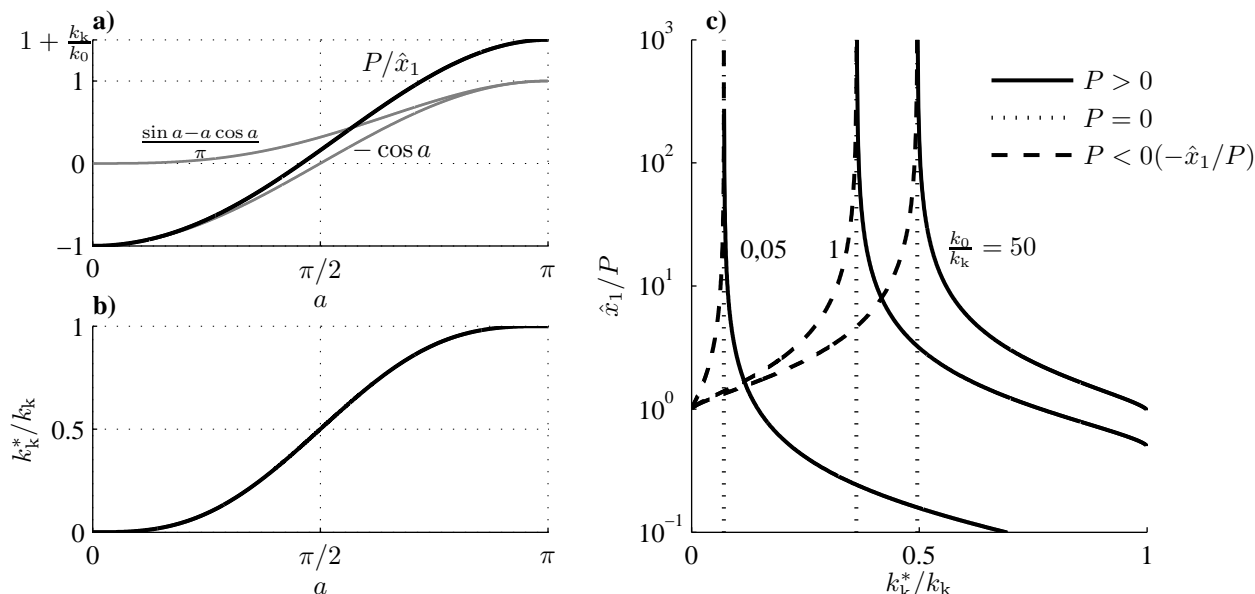


Abbildung 4.11: Zusammenhang zwischen den Parametern für den Stoßschwinger mit Lagersteifigkeit und Vorspannung

Argumentation wie für die konstante Anpresskraft, wird erneut eine eindeutige Abbildung $k_0 \rightarrow k_k^*$ auf die äquivalente Kontaktsteifigkeit konstruiert, mit deren Hilfe das dynamische Problem gelöst wird. Aus der äquivalenten Kontaktsteifigkeit wird unter Verwendung von Gleichung 4.14 direkt ein Frequenzverhältnis η_x berechnet. Dieses Frequenzverhältnis ist allerdings nicht von der Amplitude, sondern nur von den Modellparametern abhängig.

Im Allgemeinen wird der Schwinger jedoch vorgespannt sein, so dass der Fall $P \neq 0$ betrachtet werden muss. Dann folgt aus Gleichung 4.24 die Beziehung

$$\frac{\hat{x}_1}{P} = \left(\frac{k_k \sin a - a \cos a}{k_0 \pi} - \cos a \right)^{-1}. \quad (4.26)$$

Da die Amplitude \hat{x}_1 immer positiv ist, entspricht ein negativer Funktionswert einem negativen Wert für P und somit einem anfänglichen Spalt zwischen Werkzeug und Untergrund. Auf der anderen Seite entspricht ein positiver Wert einer anfänglichen Durchdringung. Zum besseren Verständnis ist ein typischer Verlauf des reziproken Wertes von P/\hat{x}_1 in Abbildung 4.11 a) geplotet. Die Resonanz des Systems ist dann durch die Nullstelle der Funktion bestimmt. Neben dem Verhältnis P/\hat{x}_1 (für ein Steifigkeitsverhältnis k_0/k_k) sind auch die beiden einzelnen Terme dargestellt. Aus der Darstellung wird ersichtlich, dass die halbe Kontaktdauer bei Resonanz (Nullstelle im Bild) immer im Bereich $0 < a < \pi/2$ liegt. Zudem ist die Funktion $a \rightarrow P/\hat{x}_1$ wieder bijektiv. Zusammen mit dem Verlauf von k_k^*/k_k über a kann also erneut eine Abbildung zwischen den Amplituden und der äquivalenten Kontaktsteifigkeit konstruiert werden. Der Ablauf der Rechnung ist in Abbildung 4.12 grafisch dargestellt. In der Abbildung 4.11 c) sind für jeweils feste Systemparameter die möglichen Kombinationen der Schwingamplitude und der äquivalenten Kontaktsteifigkeit dargestellt. Um die Abbildung zu vereinfachen, sind für negative Werte von P auch jeweils die negativen Verhältnisse $(-\hat{x}_1/P)$ gezeichnet. Der Verlauf der Kurven und insbesondere die Lage der Amplitudenmaxima hängen von dem Verhältnis k_0/k_k ab, während die Verschiebung des Federfußpunktes über die Skalierung der Ordinate berücksichtigt wird. Der Fall $P = 0$ ist nach

Gleichung 4.26 zwar nicht definiert, ergibt sich in Übereinstimmung mit den vorherigen Überlegungen aber als Grenzfall, in dem k_k^* unabhängig von der Amplitude ist. Für negative Werte von P tritt erst Kontakt auf, sobald die Amplitude \hat{x}_1 den Wert P erreicht. Für größere Amplituden steigt die Kontaktdauer und damit auch die äquivalente Kontaktsteifigkeit. Für eine anfängliche Durchdringung führen größere Amplituden zu einer kürzeren Kontaktdauer und damit einer abnehmenden äquivalenten Kontaktsteifigkeit. Bei sehr kleinen Amplituden, wird der Kontakt nie verlassen und die äquivalente Kontaktsteifigkeit k_k^* ist identisch zu k_k . Die Tendenz der Ergebnisse stimmt also vollständig mit den Ergebnissen für eine feste Nullposition x_0 überein, erweitert diese jedoch um weitere, technisch realistischere Konfigurationen.

Um den Einfluss der Lagersteifigkeit auf das Frequenzverhalten zu veranschaulichen, wird im Folgenden der Einfluss verschiedener Parameter auf die Kurve der Amplitudenmaxima untersucht. Abbildung 4.13 a) zeigt den Einfluss unterschiedlicher Werte für die Verschiebung des Federfußpunktes P . Für negative Werte von P tritt der Kontakt erst für Amplituden auf, die größer als die Spaltweite $|P|$ sind. Mit steigenden Amplituden nähert sich die äquivalente Kontaktsteifigkeit gemäß Abbildung 4.11 c) dem Wert für $P = 0$. Folglich strebt die Kurve der Amplitudenmaxima solange diesem Grenzfall zu, bis sie das Energielimit erreicht. Für $P = 0$ zeigt sich erneut, dass das Frequenzverhalten amplitudenunabhängig und der Frequenzgang damit linear in der Anregeamplitude ist. Im Fall einer positiven Vorspannung ($P > 0$) tritt ein vorübergehender Kontaktverlust erst für Amplituden auf, die größer als die statische Durchdringung x_0 sind. Für kleinere Amplituden resultiert erneut ein lineares Verhalten bei einer erhöhten Frequenz. Auch in diesem Fall strebt die Kurve für große Amplituden gegen die Kurve für $P = 0$.

Der Einfluss der Lagersteifigkeit für positive P in Abbildung 4.13 b) dargestellt. Eine hohe Lagersteifigkeit führt bei unveränderter Verschiebung des Federfußpunktes zu einer höheren statischen Anpresskraft und folglich einer größeren Schwingamplitude, die nötig ist damit sich der Kontakt löst. Da das Amplitudenmaximum aber stets durch das Energielimit begrenzt ist, ist der nichtlineare Bereich für eine geringere Lagersteifigkeit stärker ausgeprägt. Entsprechendes gilt auch bei einer Variation der Kontaktsteifigkeit: Für eine hohe Kontaktsteifigkeit ist die anfängliche Durchdringung kleiner und damit sind auch nur relativ kleinere Amplituden notwendig, um den Kontakt zu verlassen. Entsprechend größer ist der nichtlineare Bereich. Aus praktischer Sicht ist auch die Variation von P oder k_0 bei konstanter anfänglicher Anpresskraft interessant. Dies entspricht der Frage, ob eine weiche Feder mit großer Verschiebung des Federfußpunktes, oder aber eine steife Feder mit entsprechend kleiner Verschiebung des Federfußpunktes gewählt wird. Wird die Randbedingung $Pk_0 = 1$ in die Grenze für noch lineare Amplituden eingesetzt, so folgt, dass dieser Wert für größere P steigt. Entsprechend vergrößert sich der nichtlineare Bereich für weichere Federn. Auf der anderen Seite steigt für den Grenzfall $P = 0$ gemäß Abbildung 4.11 c) mit der

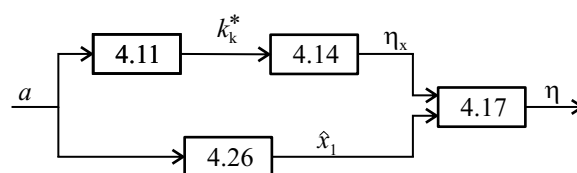


Abbildung 4.12: Signalflussplan zur Berechnung des Amplitudenganges beim vorgespannten Schwinger

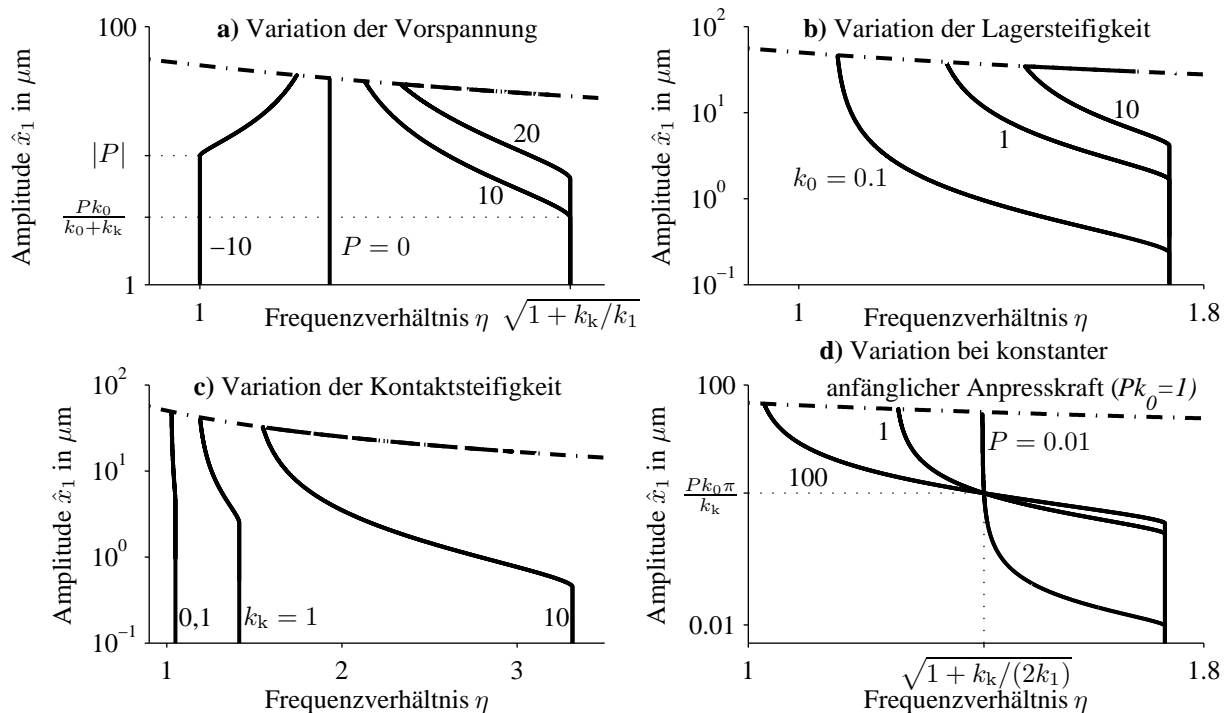


Abbildung 4.13: Einfluss verschiedener Parameter auf Linie der Amplitudenmaxima bei einem Stoßschwinger, der über eine vorgespannte Lagersteifigkeit gelagert ist; Standardparameter: $P = 5 \mu\text{m}$, $\hat{f}_1 = 1 \mu\text{m}$, $k_1 = 1 \text{ N}/\mu\text{m}$, $k_k = 2 \text{ N}/\mu\text{m}$, $k_0 = 1 \text{ N}/\mu\text{m}$ und $D = 0.01$

Lagersteifigkeit auch die äquivalente Kontaktsteifigkeit und damit die Grenzfrequenz der Kurve der Amplitudenmaxima. Es lässt sich zeigen, dass sich alle Kurven der Amplitudenmaxima in einem Fixpunkt schneiden. Unter Beachtung von Gleichung 4.26 ist das nur für $a = \pi/2$ möglich, daraus folgen dann die angegebenen Eckwerte. Für kleinere Amplituden führt eine hohe Lagersteifigkeit zu einer größeren Frequenzverschiebung. Für größere Amplituden führt eine geringe Lagersteifigkeit hingegen zu einer größeren Frequenzverschiebung.

4.4 Zusammenfassung und Fazit

Ultraschallschwinger mit Stoß weisen ein nichtlineares Frequenzverhalten auf, das in diesem Kapitel näher untersucht wurde. Dazu wurde das piezoelektrische Ersatzmodell eines Ultraschallschwingers um die Starrkörperbewegung des gesamten Schwingers in der Lagerung erweitert. Die Kontaktkraft wurde mit einer stückweise linearen Straffeder modelliert, dissipative Effekte aufgrund des Kontaktes blieben unberücksichtigt. Basierend auf der Methode der harmonischen Balance wurde der nichtlineare Kontakt mit einer amplitudenabhängigen aber glatten äquivalenten Kontaktsteifigkeit abgebildet. Um den Frequenzgang auch für komplexe Abhängigkeiten der Kontaktsteifigkeit von der Amplitude berechnen zu können, wird nicht explizit nach der Schwingamplitude aufgelöst, sondern vielmehr die Frequenz in Abhängigkeit der Schwingamplitude bestimmt. Der resultierende Frequenzgang hängt wesentlich von der Lagerung des Schwingers ab. Zuerst

wurde ein konstanter Abstand zwischen Schwinger und Untergrund untersucht, der nur durch eine unendlich hohe Lagersteifigkeit gewährleistet werden könnte. Bei einem anfänglichen Spalt führen größere Amplituden zu einer längeren Kontaktdauer und damit einem steiferen Verhalten. Die Frequenzgangskurven hängen also zu höheren Frequenzen hin über. Entsprechend führen größere Amplituden bei einer positiven Durchdringung zu kürzeren Kontaktzeiten und damit einem Frequenzgang, der zu tieferen Frequenzen hin überhängt. Technisch besonders relevant ist der Fall einer konstanten Anpresskraft. Hier wurde erstmals eine analytische, exakte Lösung des Problems erreicht indem die Kontaktdauer als unabhängige Variable benutzt wurde. Für den Stoßschwinger mit konstanter Anpresskraft zeigt sich, dass eine Zunahme der Schwingamplitude mit einem Verschieben der Nullposition des gesamten Schwingers einhergeht. Dadurch sinkt mit steigender Amplitude die Kontaktdauer und der Frequenzgang hängt zu niedrigeren Frequenzen hin über. Im Fall einer steifen Lagerung kann nicht unbedingt von einer konstanten Anpresskraft ausgegangen werden. Deshalb wurde erstmals die Abhängigkeit des Frequenzganges von einer vorgespannten Lagersteifigkeit mit der Methode der Harmonischen Balance untersucht. Dabei zeigt sich, dass das System für eine nicht vorgespannte Lagersteifigkeit einen linearen Frequenzgang aufweist. Die nicht vorgespannte Lagersteifigkeit stellt weiterhin den Grenzfall zwischen nach links überhängenden Kurven im Fall einer positiven Vorspannung, und nach rechts überhängenden Kurven im Fall eines anfänglichen Spaltes dar. Mit der Methode der Harmonischen Balance in Verbindung mit den elektromechanischen Ersatzmodellen gelingt die Interpretation des nichtlinearen Frequenzverhaltens von Ultraschallschwingern mit Stoß. Dabei wird insbesondere das enge Zusammenspiel zwischen Stoß und Lagerung des Schwingers klar, das einen wesentlichen Einfluss auf das Frequenzverhalten hat.

5 Niederfrequente Schwingungen

Wie bereits in der Einleitung beschrieben, tritt beim Betrieb von Ultraschallschwingern mit Stoß häufig ein lautes Pfeifen auf. Anhand der Geräusche stellt sich sofort der Eindruck ein, dass sich der Betriebszustand des Schwingers wesentlich geändert hat. Dieser Eindruck wird bei einem Blick auf das Oszilloskop bestätigt, da bei geeigneter Skalierung der Zeitachse eine Modulation der Schwingamplitude erkennbar ist. Anders als bei Einschwingvorgängen klingt dieses Verhalten jedoch nicht ab, sondern bleibt auch bei längerem Betrieb erhalten.

5.1 Modellbildung

Die Erstellung eines Modells für die amplitudenmodulierten Schwingungen setzt bereits eine Idee des zugrunde liegenden Mechanismus voraus. Tatsächlich waren die Zusammenhänge jedoch keineswegs sofort klar. So entstanden zuerst verschiedene Ansätze, um das Phänomen zu erklären. Diskutiert wurden beispielsweise der Einfluss einer kombinierten Längs- und Biegeschwingung oder der Einfluss einer schrägen Anstellung am Stoßkontakt. Während die Experimente jedoch keinen signifikanten Einfluss der Biegeschwingungen zeigten, wurde anhand von Vibrometermessungen klar, dass die Modulation des Strom- und Geschwindigkeitssignals mit einer überlagerten niederfrequenten Schwingung in Längsrichtung einhergeht. Aufgrund der tiefen Frequenz der Schwingungen folgte, dass es sich nicht um eine Kontinuumschwingung des Ultraschallwerk-

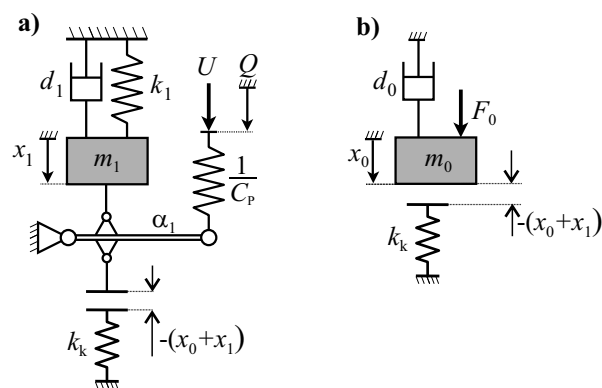


Abbildung 5.1: Ersatzmodell zur Berechnung der niederfrequenten Schwingungen: **a)** Piezoelektrisches Ersatzmodell der Betriebsmode; **b)** Modell für die Starrkörperbewegung des gesamten Werkzeugs

zeugs handeln konnte. Stattdessen musste entweder das ganze Ultraschallwerkzeug in seiner Lagerung oder die restliche Maschine schwingen.

Um die niederfrequente Schwingung des Werkzeugs abzubilden, ist also lediglich eine kleine Erweiterung des Modells aus dem vorigen Kapitel notwendig. Gemäß Abbildung 5.1 a) wird die resonanznahe Betriebsschwingung erneut als modales Ersatzmodell abgebildet. In der bisherigen Modellierung war die statische Verschiebung bereits als unabhängiger Freiheitsgrad berücksichtigt. Da diesem jedoch keine Masse zugeordnet war, war das System nicht schwingfähig und es stellte sich für jede Anregungsfrequenz eine stabile, statische Verschiebung ein. Dieses Modell wird jetzt um die schwingende Masse des Werkzeugs m_0 erweitert. Weiterhin wird angenommen, dass die Veränderung der Lagerkraft klein gegenüber der statischen Anpresskraft F_0 ist und die Lagersteifigkeit daher vernachlässigt werden kann. Wie schon im vorigen Kapitel ist die Kontaktkraft F_k als abschnittsweise aktive Feder abgebildet. Damit folgen die Bewegungsgleichungen des erweiterten Systems zu

$$m_0\ddot{x}_0 + d_0\dot{x}_0 + F_k(x_0, x_1) = F_0, \quad (5.1)$$

$$m_1\ddot{x}_1 + d_1\dot{x}_1 + k_1x_1 + F_k(x_0, x_1) = \alpha U. \quad (5.2)$$

$$Q - \alpha x_1 = C_P U. \quad (5.3)$$

Um die Anzahl der Parameter zu reduzieren und eine bessere numerische Skalierung zu erreichen werden die Gleichungen noch auf die Eigenzeit $\tau = \omega_0 t$ normiert und die Abkürzungen

- Steifigkeitsverhältnis $\kappa = k_k/k_1$,
- Massenverhältnis $\mu = m_1/m_0$,
- bezogene Anpresskraft $f_0 = F_0/k_1$ (statische Durchdringung von x_0 bei $x_1 = 0$ ist f_0/κ),
- bezogene Anregespannung $f_1 = \alpha U/k_1$ (statische Auslenkung von x_1 bei $f_k = 0$ ist f_1),
- Lehrsche Dämpfung der langsamen Schwingung im Kontakt $D_0 = \frac{d_0}{2\sqrt{k_k m_0}}$ und
- Lehrsche Dämpfung der Betriebsschwingung $D_1 = \frac{d_1}{2\sqrt{k_1 m_1}}$

eingeführt. Damit lautet die normierte Kontaktkraft

$$f_k = \begin{cases} \kappa(x_0 + x_1) & \text{für } (x_0 + x_1) \geq 0 \\ 0 & \text{für } (x_0 + x_1) < 0. \end{cases} \quad (5.4)$$

und die normierten Bewegungsgleichungen folgen als

$$x_0'' + 2D_0\sqrt{\mu\kappa} \cdot x_0' + \mu f_k(x_0, x_1) = \mu f_0, \quad (5.5)$$

$$x_1'' + 2D_1x_1' + x_1 + f_k(x_0, x_1) = f_1(\tau). \quad (5.6)$$

Die gewählte Normierung der Dämpfung D_0 bietet den Vorteil, dass die Lehrsche Dämpfung der Starrkörpermode und der Kontaktfeder eine anschauliche Bedeutung hat und entsprechend leichter parametrisiert werden kann. Weiterhin fällt auf, dass neben der Eigenzeit lediglich die Auslenkungen $(x_0, x_1, f_0$ und $f_1)$ dimensionsbehaftet sind. Deshalb kann anstelle des SI-Einheitensystems problemlos ein anderes Einheitensystem verwendet werden.

5.2 Lösung des Modells

5.2.1 Integration der Bewegungsgleichungen

Wie bereits im Stand des Wissens in Kapitel 2.3.1 diskutiert, können Systeme von Differenzialgleichungen mit verschiedenen Integrationsroutinen gelöst werden. Da es sich um ein stückweise lineares System handelt, bietet sich für die Berechnung neben den numerischen Integrationsroutinen auch ein semianalytisches Anstückelverfahren an.

Die einzelnen Teilsysteme werden dabei zunächst modal entkoppelt, dann abschnittsweise gelöst und auf die Schaltbedingung überprüft. Da die Dämpfungsterme im Allgemeinen unabhängig voneinander sind und damit keine modale Dämpfung vorliegt, gelingt die modale Entkopplung allerdings nicht direkt für das System zweiter Ordnung. Vielmehr muss das System zunächst als System erster Ordnung dargestellt werden. Dies erhöht auch die Kompatibilität zu üblichen Integrationsroutinen, wodurch Vergleichsrechnungen vereinfacht werden. Dazu werden zwei neue Variablen $v_0 = x'_0$ und $v_1 = x'_1$ eingeführt, wodurch sich das System als

$$\begin{aligned} x'_0 &= v_0 \\ x'_1 &= v_1 \\ v'_0 &= -2D_0\sqrt{\mu k}v_0 - \mu f_k(x_0, x_1) + \mu f_0 \\ v'_1 &= -2D_1v_1 - x_1 - f_k + f_1(\tau) \end{aligned} \quad (5.7)$$

in Zustandsform schreiben lässt. Beide mechanischen Teilsysteme (frei und mit Kontakt) haben die Form

$$\mathbf{z}' = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}\mathbf{u}(\tau) \quad , \quad \mathbf{z}(t=0) = \mathbf{z}_0. \quad (5.8)$$

Die Lösung eines solchen Differentialgleichungssystems mit konstanten Koeffizienten ist in diversen Mathematik-Lehrbüchern [62] dargestellt und soll hier nur kurz zusammengefasst werden. Da die Lösung nicht für das gekoppelte System gelingt, werden zunächst die Eigenvektoren der Systemmatrix \mathbf{A} bestimmt und in der Matrix der Rechtseigenvektoren \mathbf{U}_r gruppiert. Dabei wird hier und im Folgenden davon ausgegangen, dass alle berechneten Eigenvektoren linear unabhängig sind. Die zugehörige duale Basis ergibt sich als $\mathbf{U}_l^T = \mathbf{U}_r^{-1}$ und wird auch Matrix der Linkseigenvektoren genannt. Nach der Koordinatentransformation $\mathbf{z} = \mathbf{U}_r\mathbf{q}$ und anschließender Linksmultiplikation mit \mathbf{U}_l^T ergibt sich die modale, diagonal besetzte Systemmatrix $\mathbf{A}_m = \mathbf{U}_l^T\mathbf{A}\mathbf{U}_r$ mit den Eigenwerten von \mathbf{A} . Mit der modalen Eingriffsmatrix $\mathbf{B}_m = \mathbf{U}_l^T\mathbf{B}$ und den ebenfalls transformierten Anfangsbedingungen $\mathbf{q}_0 = \mathbf{U}_l^T\mathbf{z}_0$ folgt das entkoppelte System in Matrizenschreibweise als

$$\mathbf{q}' = \mathbf{A}_m\mathbf{q} + \mathbf{B}_m\mathbf{u}(\tau). \quad (5.9)$$

Die derart entkoppelten Gleichungen werden dann abschnittsweise analytisch gelöst. Die Lösung besteht aus einem homogenen und einem partikulären Teil, wobei die homogene Lösung mit Hilfe der Fundamentalmatrix Φ als $\mathbf{x}(\tau) = \Phi(\tau, \tau_0)\mathbf{x}(\tau = \tau_0)$ geschrieben werden kann. Die Fundamentallösung wird mit Hilfe der obigen Beziehungen kompakt im Modalraum zu

$$\Phi(\tau, \tau_0) = \mathbf{U}_r e^{\mathbf{A}_m(\tau - \tau_0)} \mathbf{U}_l^T \quad (5.10)$$

berechnet. Dabei kann die Matrixexponentialfunktion aufgrund der Diagonalform von A_m jeweils skalar für die einzelnen Teilschwingungen ausgewertet werden. Die Berechnung der partikulären Lösung ist für harmonische, linear von der Zeit abhängige und konstante Lasten im Berechnungsprogramm implementiert. Zur möglichst genauen Detektion der Umschaltzeitpunkte können die Zeitschritte mehrfach verkleinert werden, wobei der Nulldurchgang der Indikatorfunktion jeweils durch ein Bisektionsverfahren bestimmt wird.

5.2.2 Mittelung der Bewegungsgleichungen

Mit der zuvor dargestellten Methode kann das Modell vollständig berechnet werden. Für das Verständnis der beobachteten Modulationsvorgänge ist darüber hinaus jedoch eine Formulierung hilfreich, die direkt die Entwicklung von Amplitude und Phase der Schwingung beschreibt. Das grundsätzliche Vorgehen dieser Transformation und auch der nachgelagerten Mittelung wurde von verschiedenen Autoren beschrieben. So finden sich bei KLOTTER [49], NAYFEH [68] oder VERHULST [109] grundsätzliche Ausführungen zu der Methode.

Die Bewegungsgleichung 5.6 der Betriebsschwingung ist in der modalen Auslenkung x_1 als Koordinate formuliert. Im Hinblick auf die spätere harmonische Linearisierung wird die normierte Kontaktkraft als $\bar{f}_k(A, x_0) + \kappa^*(A, x_0) \cdot x_1$ dargestellt, wobei die Koeffizienten von der Amplitude und der langsamen Veränderlichen x_0 abhängen. Dann lässt sich die Bewegungsgleichung der Betriebsschwingung als

$$x_1'' + 2Dx_1' + (1 + \kappa^*)x_1 + \bar{f}_k = \hat{f}_1 \cos(\eta\tau). \quad (5.11)$$

schreiben. Ohne den Kontakt wird diese Gleichung durch eine harmonische Schwingung gelöst. Bei der Methode der Variation der Konstanten werden die Amplitude und Phase dieser harmonischen Schwingung als zeitlich veränderliche und unbekannte Funktionen angenommen. Mit diesem Ansatz wird dann das gestörte System mit Kontakt gelöst. Ein ähnliches Vorgehen ist insbesondere auch zur Lösung inhomogener linearer Differentialgleichungen bekannt, wobei dann die homogene Lösung als Ansatz verwendet wird. Auf diese Weise gelingt beispielsweise die Herleitung des aus der Dynamik bekannten Duhamelschen Faltungsintegrals [95] S.17-18. Etliche Autoren verwenden die homogene Lösung des ungestörten Systems auch zur Berechnung nicht-linear gestörter Systeme. Anstelle der homogenen Lösung verwendete NAYFEH [69] jedoch auch direkt die partikuläre Lösung als Ansatz. Dieser Ansatz hat den Vorteil, dass er direkt die technisch interessierende Amplitude und Phase liefert. Die Verschiebung und die Geschwindigkeit werden als

$$x_1(\tau) = A(\tau) \cos(\eta\tau + \varphi(\tau)) \quad \text{und} \quad (5.12)$$

$$x_1'(\tau) = -A(\tau)\eta \sin(\eta\tau + \varphi(\tau)) \quad (5.13)$$

angesetzt. Diese Ansätze definieren eine Transformation auf die Amplitude der Einhüllenden A und den Phasenwinkel φ als neue Variablen. Um die Rechnungen einigermaßen kompakt zu halten werden im Folgenden die Abkürzungen $C = \cos(\eta\tau + \varphi)$ und $S = \sin(\eta\tau + \varphi)$ verwendet und

auf die explizite Angabe aller Abhängigkeiten der Variablen verzichtet. Damit die beiden Ansätze verträglich sind, muss weiterhin die Bedingung

$$A'C - A\varphi'S = 0. \quad (5.14)$$

erfüllt sein. Die Beschleunigung folgt aus dem Ansatz zu

$$x_1''(\tau) = -A'\eta S - A\eta^2 C - A\eta\varphi'C. \quad (5.15)$$

Nach Einsetzen in die Bewegungsgleichung 5.11 ergibt sich

$$A'\eta S + A\eta^2 C + A\eta\varphi'C + 2D_1AS - (1 + \kappa^*)AC - \bar{f}_k = -\hat{f}_1 \cos(\eta\tau). \quad (5.16)$$

Multiplikation von Gleichung 5.14 mit C , Gleichung 5.16 mit S , anschließende Addition und Vorzeichenumkehr liefert

$$A'\eta + A\eta^2 SC + 2D_1A\eta S^2 - (1 + \kappa^*)ASC - \bar{f}_k S = -\hat{f}_1 \cos(\eta\tau) \cdot S. \quad (5.17)$$

Mit den Identitäten $2\sin^2 x = 1 - \cos 2x$, $2\sin x \cos x = \sin 2x$ und $2\sin x \cos y = \sin(x - y) + \sin(x + y)$ kann dies in

$$\begin{aligned} A' &= -D_1A [1 - \cos(2(\eta\tau + \varphi))] + \frac{A}{2\eta}(1 + \kappa^* - \eta^2) \sin(2(\eta\tau + \varphi)) \dots \\ &+ \frac{\bar{f}_k}{\eta} \sin(\eta\tau + \varphi) - \frac{\hat{f}_1}{2\eta} [\sin \varphi + \sin(2\eta\tau + \varphi)] \end{aligned} \quad (5.18)$$

umgeformt werden. Für die Phase folgt aus den Gleichungen 5.14 und 5.17

$$\varphi' = \frac{A'C}{AS} \quad (5.19)$$

$$= \frac{1 + \kappa^* - \eta^2}{\eta} C^2 - 2D_1SC + \frac{\bar{f}_k}{A\eta} C - \frac{\hat{f}_1}{A\eta} C \cos(\eta\tau). \quad (5.20)$$

Mit den Identitäten $2\sin x \cos x = \sin 2x$, $2\cos^2 x = 1 + \cos 2x$ und $2\cos x \cos y = \cos(x - y) + \cos(x + y)$ kann der Ausdruck auch als

$$\begin{aligned} \varphi' &= \frac{1 + \kappa^* - \eta^2}{2\eta} \cdot [1 + \cos(2(\eta\tau + \varphi))] - D_1 \sin(\eta\tau + \varphi) \dots \\ &+ \frac{\bar{f}_k}{A\eta} \cos(\eta\tau + \varphi) - \frac{\hat{f}_1}{2A\eta} [\cos \varphi + \cos(2\eta\tau + \varphi)] \end{aligned} \quad (5.21)$$

geschrieben werden. Die Bewegungsgleichungen 5.18 und 5.21 sind völlig gleichwertig zu den ursprünglichen Bewegungsgleichungen in den Auslenkungen x_0 und x_1 . Obwohl die Struktur der Gleichungen komplizierter ist, fällt die numerische Lösung häufig leichter, wenn sich Amplitude und Phase der Schwingung langsamer als die Auslenkungen verändern. Dann können bei der numerischen Integration größere Zeitschritte verwendet werden, wodurch sich das Problem effizienter lösen lässt. Ein weiterer Vorteil liegt darin, dass sich die Gleichungen in einen schnell

oszillierenden und einen langsam veränderlichen Teil gliedern. Im Rahmen der Mittelung werden alle schnell veränderlichen Terme vernachlässigt und es folgen die gemittelten Systemgleichungen

$$A' = \frac{1}{2\eta} \left(-2\eta AD_1 - \hat{f}_1 \sin \varphi \right), \quad (5.22)$$

$$\varphi' = \frac{1}{2\eta} \left(1 + \kappa^* - \eta^2 - \frac{\hat{f}_1}{A} \cos \varphi \right), \quad (5.23)$$

die die langsame Veränderung von Amplitude und Phase beschreiben. Es ist bemerkenswert, dass diese Formulierung nicht direkt von der Eigenzeit τ abhängt und die gemittelten Bewegungsgleichungen somit autonom in den Koordinaten A und φ sind. Weiterhin fällt auf, dass der Kontakt nicht direkt auf die Schwingamplitude durchgreift, sondern indirekt über die Phase φ wirkt.

Unter rechnerischen Gesichtspunkten ist die obige gemittelte Form der Bewegungsgleichungen völlig ausreichend. Die Struktur der Gleichungen wird jedoch deutlicher, wenn Amplitude und Phase zu einem komplexwertigen Zeiger zusammengefasst werden. Die Zeitableitung eines komplexen Amplitudenzeigers \underline{A} ergibt sich zu

$$\frac{d(\underline{A}e^{j\varphi})}{d\tau} = A'e^{j\varphi} + j\varphi' \underline{A}e^{j\varphi} = \left(\frac{A'}{A} + j\varphi' \right) \cdot \underline{A}. \quad (5.24)$$

Einsetzen von Gleichungen 5.22 und 5.23 ergibt

$$\underline{A}' = \frac{1}{2\eta} \left[j(-\eta^2 + 2j\eta D + 1 + \kappa^*) - \frac{\hat{f}_1(\sin \varphi + j \cos \varphi)}{A} \right] \cdot \underline{A} \quad (5.25)$$

und mit der Identität $\sin \varphi + j \cos \varphi = je^{-j\varphi}$ sowie der Abkürzung $\underline{S}^* = -\eta^2 + 2j\eta D + 1 + \kappa^*$ die kompakte Darstellung

$$\underline{A}' = \frac{j}{2\eta} \left(\underline{S}^* \underline{A} - \hat{f}_1 \right). \quad (5.26)$$

Diese komplexe Differentialgleichung erster Ordnung beschreibt die Entwicklung der komplexen Amplitude. Im Allgemeinen und insbesondere im interessierenden Fall des regularisierten Stoßkontaktes ist die Gleichung nichtlinear. Die stationäre Lösung $\underline{A}_p = \hat{f}_1 / \underline{S}^*$ der Gleichung beschreibt den eingeschwungenen Zustand. Im Fall konstanter Koeffizienten ergibt sich mit dem Eigenwert

$$\underline{\lambda} = \frac{j\underline{S}^*}{2\eta} \quad (5.27)$$

und dem Anfangswert \underline{A}_0 zum Zeitpunkt $\tau = 0$ die allgemeine Lösung der Gleichung zu

$$\underline{A}(\tau) = (\underline{A}_0 - \underline{A}_p)e^{\underline{\lambda}\tau} + \underline{A}_p. \quad (5.28)$$

Dieses Ergebnis kann sehr allgemein interpretiert werden: die Amplitude eines linearen Schwingers verändert sich bei konstanter Anregung in erster Näherung immer in einer harmonischen Form und klingt exponentiell ab.

Anhand dieser Lösung soll der für den weiteren Verlauf sehr aufschlussreiche Fall untersucht werden, dass sich im eingeschwungenen Zustand plötzlich die Federsteifigkeit ändert. Dazu wird der stationäre Zustand ohne zusätzliche Feder als Startwert gesetzt und die nachfolgende Entwicklung der Amplitude betrachtet. Dabei zeigt sich, dass das Verhalten maßgeblich von der Anregungsfrequenz

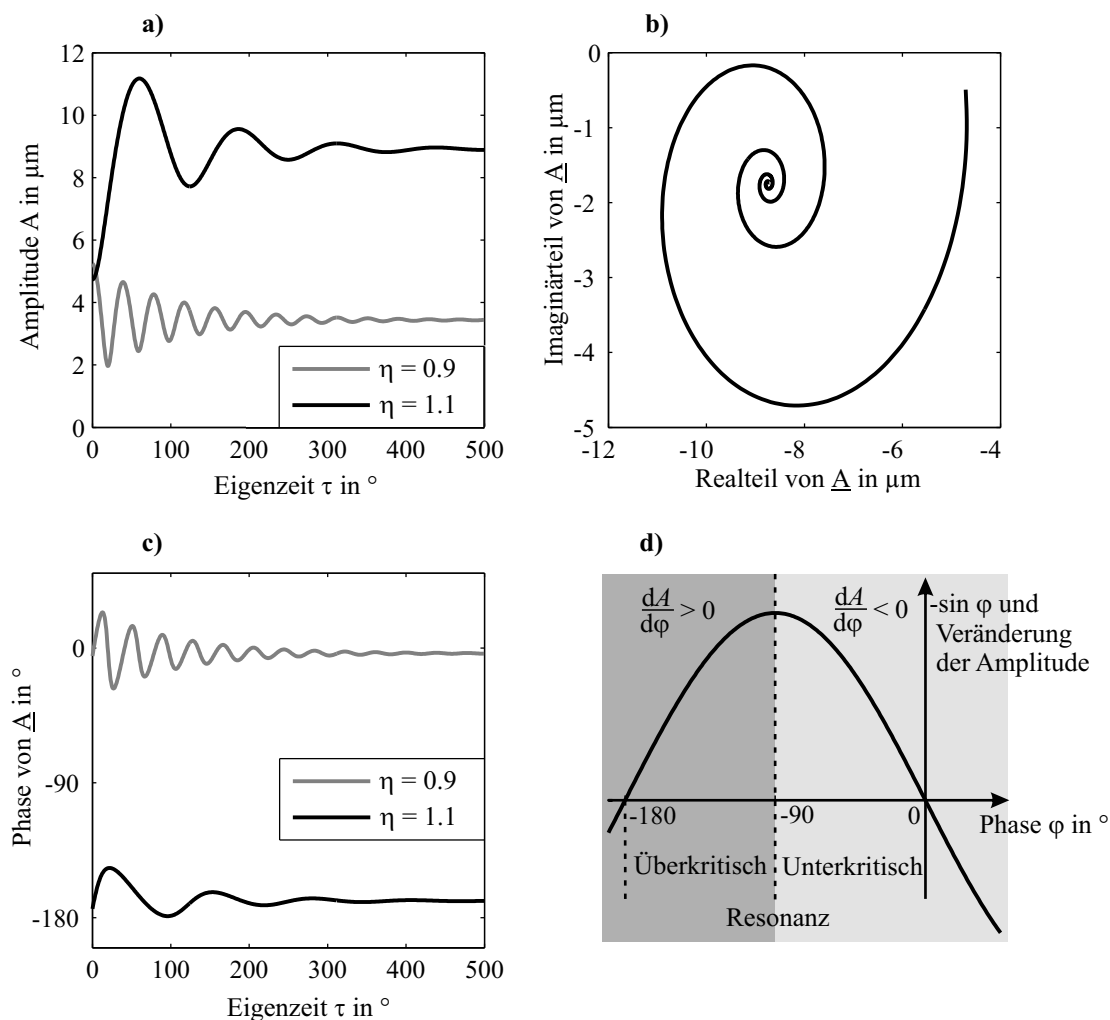


Abbildung 5.2: Einfluss einer abrupten Steifigkeitsänderung von $\kappa^* = 0$ auf $\kappa^* = 0.1$ bei $\tau = 0$ auf einen zuvor eingeschwungenen Einmassenschwinger (Parameter: $\hat{f}_1 = 1 \mu\text{m}$ und $D = 0.01$); **a)** und **c)** Amplituden und Phasen über der Eigenzeit; **b)** Entwicklung der komplexen Amplitude für $\eta = 1.1$; **d)** Schematische Darstellung zum Einfluss einer Phasenänderung auf die Amplitude

abhängt. Die Abbildungen 5.2 a) und b) zeigen Amplitude und Phase für einen unterkritischen und einen überkritischen Fall. Im überkritischen Fall (Phase zwischen -180° und -90°) nähern sich durch den Steifigkeitssprung Anregungsfrequenz und Resonanzfrequenz des Systems an. Als Folge wird eine größere stationäre Amplitude erreicht. Maßgeblich dafür ist gemäß den Gleichungen 5.22 und 5.23 die Verschiebung der Phase. Der Effekt ist auch in der Abbildung 5.2 d) dargestellt. Eine Zunahme der Steifigkeit geht immer mit einem Anstieg der Phase einher. Im überkritischen Bereich führt der Steifigkeitssprung daher sofort zu einem Anstieg, im unterkritischen Bereich zu einem Abfall der Amplitude. Dabei ist es bemerkenswert, dass sich die Tendenz der stationären Werte sofort bemerkbar macht und es nicht etwa zu einem Überschwingen in die entgegengesetzte Richtung kommt. Weiterhin fällt in den Abbildungen 5.2 a) und d) auf, dass sich die Amplitude für $\eta = 1.1$ mit einer langsameren Frequenz als für $\eta = 0.9$ ändert. Durch den Steifigkeitssprung nähert sich die Resonanzfrequenz der überkritischen Anregungsfrequenz an und die resultierende Schwebungsfrequenz ist geringer als bei unterkritischer Anregung.

Wenn die Amplitude der grundharmonischen Schwingung dominant ist, entspricht A genau dieser Amplitude. Dann kann die nichtlineare Kontaktkraft völlig analog zur Methode der Harmonischen Balance durch eine äquivalente nichtlineare Kontaktsteifigkeit abgebildet werden. Die normierte äquivalente Kontaktsteifigkeit κ^* wird entsprechend der in Kapitel 4 besprochenen harmonischen Linearisierung nach Gleichung 4.12 als $\kappa^*(A, x_0) = k^*(A, x_0)/k_1$ bestimmt. Für die langsame Bewegung x_0 wird entsprechend der Gleichanteil \bar{F}_k der Kontaktkraft nach Gleichung 4.10 als maßgeblich angenommen. Die hier verwendete normierte Größe ergibt sich dann zu $\bar{f}_k = \bar{F}_k/k_1$. Aus diesen Überlegungen folgt das gemittelte Gesamtsystem zu

$$\begin{aligned} x_0' &= v_0, \\ v_0' &= -2D_0\sqrt{\mu\kappa}v_0 - \mu\bar{f}_k(x_0, a) + \mu f_0, \\ A' &= \frac{1}{2\eta} \left(-2\eta AD_1 - \hat{f}_1 \sin \varphi \right), \\ \varphi' &= \frac{1}{2\eta} \left(1 + \kappa^*(x_0, A) - \eta^2 - \frac{\hat{f}_1}{A} \cos \varphi \right). \end{aligned} \quad (5.29)$$

Bei der Transformation auf Amplitude und Phase als neue Koordinaten müssen auch die Startwerte transformiert werden. Hier wird ausschließlich der Fall betrachtet, dass das System bei $\tau = 0$ startet. Der Anfangswinkel $\varphi(\tau = 0)$ folgt dann direkt aus den Ansätzen und kann mit der Beziehung

$$\tan \varphi(\tau = 0) = -\frac{x'(\tau = 0)}{x(\tau = 0)} \quad (5.30)$$

ermittelt werden. Die Startamplitude wird als

$$A(\tau = 0) = \frac{x(\tau = 0)}{\cos \varphi(\tau = 0)} \quad (5.31)$$

aus den Startwerten in den Ursprungskordinaten berechnet.

Um die Aussagekraft des gemittelten Modells abschätzen zu können, ist die Frage nach den dabei gemachten Fehlern von großem Interesse. Der Fehler aufgrund der Mittelung des Systems kann abgeschätzt werden, wenn es in der so genannten Standardform für die Mittelung $\dot{\mathbf{x}} = \varepsilon \mathbf{f}(\mathbf{x}, \tau)$, mit dem kleinen Störungsparameter ε , vorliegt (vgl. dazu VERHULST [109] S.140). Aufgrund der externen Anregung gelingt es jedoch nicht, das vorliegende System auf Standardform zu bringen. Neben der Mittelung wurde auch die Darstellung der Kontaktkraft vereinfacht. Wie auch bei der Methode der Harmonischen Balance, ist es nicht generell möglich den dabei gemachten Fehler abzuschätzen. Zwar könnte der bei der Beschreibung der Kontaktkraft gemachte Fehler quantifiziert werden, allerdings bliebe dann immer noch die dynamische Auswirkung unberücksichtigt. Daher wird die Tauglichkeit des gemittelten Modells durch den Vergleich mit Referenzlösungen des vollständigen Modells beurteilt. In Abbildung 5.3 werden zwei Lösungen des gemittelten Modells mit den Lösungen des vollständigen Modells verglichen. Das vollständige Modell wurde dabei mit dem zuvor vorgestellten Anstückelverfahren berechnet. Bei der oben abgebildeten einperiodischen Lösung werden sowohl die periodische Lösung als auch das leichte Ausschlagen der niederfrequenten Mode korrekt berechnet. Allerdings weichen die Lösungen zu Beginn voneinander ab. Zu Beginn ändern sich Amplitude und Phase zu schnell und folglich ist sowohl die harmonische Linearisierung der Kontaktkraft als auch die Mittelung nicht mehr zulässig. Sobald sich die Größen

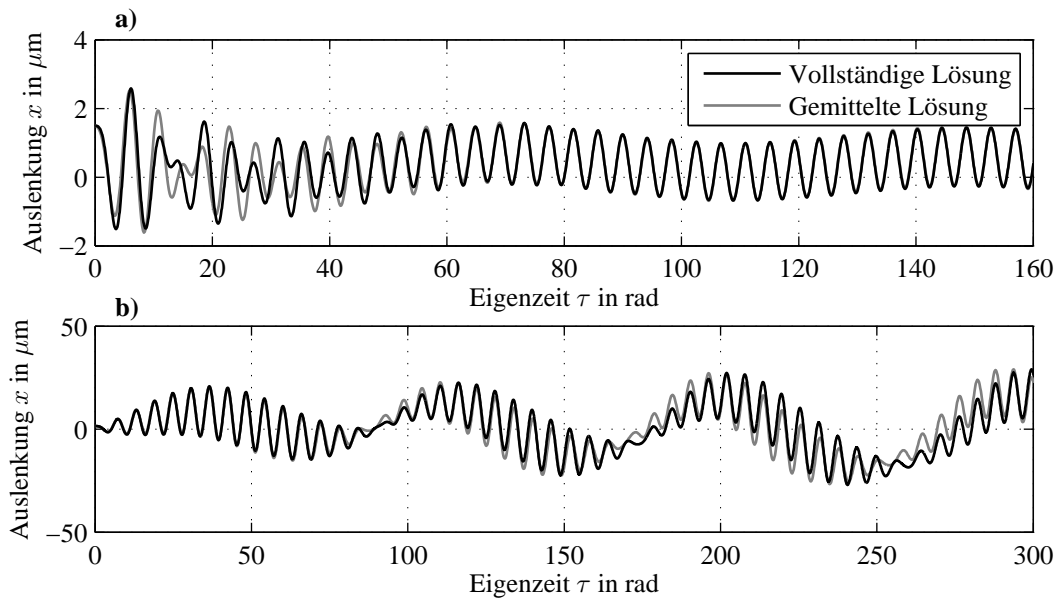


Abbildung 5.3: Vergleich der gemittelten und der vollständigen mittels Anstückelverfahren berechneten Lösung; **a)** Parameter: $\eta = 1.5$, $D_0 = 0.05$, $D_1 = 0.05$, $\mu = 0.1$, $\kappa = 0.1$, $f_0 = 0.5\kappa \mu\text{m}$ und $f_1 = 1 \mu\text{m}$; **b)** Parameter: $\eta = 1.1$, $D_0 = 0.01$, $D_1 = 0.01$, $\mu = 0.1$, $\kappa = 0.1$, $f_0 = 5\kappa \mu\text{m}$ und $f_1 = 1 \mu\text{m}$

nur noch langsam ändern, beschreibt die harmonische Linearisierung die Verhältnisse aber wieder sehr genau. In dieser Arbeit interessiert zuallererst die Güte des Modells bei niederfrequenten Schwingungen. Die untere Abbildung zeigt, dass in beiden Lösungen eine stabile niederfrequente Schwingung auftritt. Nach mehreren Schwingzyklen fällt allerdings auf, dass die Frequenz der niederfrequenten Schwingung etwas geringer ist. Davon abgesehen gibt das gemittelte Modell die Vorgänge aber deckungsgleich wieder. Insbesondere erlaubt die analytische Formulierung ein leichteres Verständnis der zugrunde liegenden Wirkzusammenhänge, da es lediglich in der Amplitude und Phase der Betriebsschwingung sowie der niederfrequenten Auslenkung formuliert ist. Die beobachteten niederfrequenten Schwingungen lassen sich also mit Hilfe dieser Begriffe erklären.

5.2.3 Berechnung periodischer Lösungen

Bei dem zuvor besprochenen gemittelten Modell ergibt sich eine periodische Lösung einfach als Fixpunkt des Gleichungssystems 5.29. Da es aber zu Abweichungen zwischen den Lösungen des gemittelten und des vollständigen Modells kommen kann, sollte die Frage nach dem Auftreten niederfrequenten Schwingungen besser anhand des vollständigen Modells beantwortet werden. Daher stellt sich die Frage, wie periodische Lösungen oder ganze nichtlineare Frequenzgänge möglichst effektiv berechnet werden können.

Da neben der Betriebsmode auch eine niederfrequente Schwingung im Modell enthalten ist, muss für jede Rechnung recht lange gewartet werden, bis sich der eingeschwungene Zustand einstellt. Zudem ist auch die Kontrolle, ob der Zustand eingeschwungen ist, numerisch recht aufwendig und bedarf eines weiteren Algorithmus. Daher bietet sich zur Berechnung periodischer Lösungen das

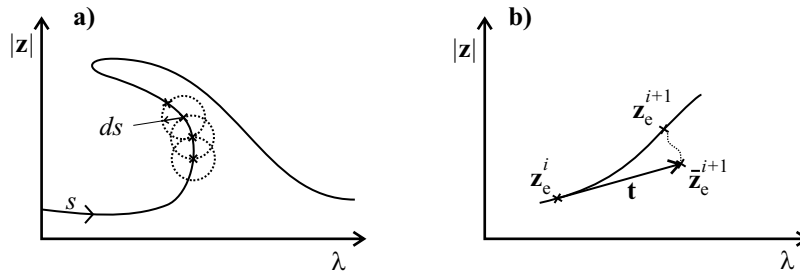


Abbildung 5.4: a) Pfadverfolgung mit konstanter Bogenlänge ds ; b) Prädiktor-Korrektor Schritt zur Berechnung der $i + 1$ ten Lösung

Schießverfahren anstelle der direkten Integration an. Wie schon im Stand des Wissens beschrieben, wird dabei das Residuum

$$\mathbf{R} := \mathbf{z}(\tau = T) - \mathbf{z}_0 \quad (5.32)$$

zwischen den Startwerten \mathbf{z}_0 und den Zuständen nach genau einer Schwingungsperiode $\mathbf{z}(\tau = T)$ ermittelt. Da das Residuum im eingeschwungenen Zustand gerade null ist, kann es als Zielfunktion einer nichtlinearen Nullstellensuche dienen. Im Rahmen dieser Arbeit wird dazu ausschließlich die Matlab Funktion `fsolve` mit einem Trust Region Algorithmus verwendet. Auf diese Weise gelingt die schnelle und genaue Berechnung der eingeschwungenen Zustände. Mit dem Schießverfahren werden neben den stabilen auch instabile periodische Lösungen ermittelt. Wie im Stand des Wissens (Kapitel 2.3.2) beschrieben, werden diese anhand der Eigenwerte der Monodromiematrix differenziert. Die Monodromiematrix beschreibt die Entwicklung einer anfänglichen Störung und ist identisch zur Fundamentallösung $\Phi(\tau_0 + T, \tau_0)$. Wie ebenfalls im Stand des Wissens dargestellt, muss bei nicht glatten Systemen die Sprungmatrix \mathbf{S} berücksichtigt werden, so dass die Monodromiematrix als

$$\Phi(\tau_0 + T, \tau_0) = \prod_{i=0}^n \Phi_i \mathbf{S}_i \quad (5.33)$$

resultiert. Darin bezeichnet der Index i jeweils das Teilsystem zwischen den Umschaltzeitpunkten τ_{i-1} und τ_i , die Matrizen Φ_0 und \mathbf{S}_0 sind Einheitsmatrizen und der Zeitpunkt τ_n ist identisch zu $\tau_0 + T$.

Meist interessiert die Abhängigkeit der periodischen Lösung von einem Parameter λ . Nichtlineare Lösungen hängen im Allgemeinen von den Startwerten ab und sind damit pfadabhängig. Daher sind entsprechende Algorithmen entwickelt worden, um diesen Pfaden zu folgen. Eine Übersicht zu dem Thema findet sich bei SEYDEL [92]. Die Grundidee ist in Abbildung 5.4 a) dargestellt. Da bei einem Parameter λ auch mehrere Lösungen möglich sind, wird λ ebenfalls als freier Parameter aufgefasst und in den erweiterten Variablenvektor

$$\mathbf{z}_e = [\mathbf{z} \quad \lambda]^T \quad (5.34)$$

aufgenommen. Zur sinnvollen Lösung ist eine weitere Gleichung nötig und es wird das erweiterte Gleichungssystem

$$\mathbf{F}_e = [\mathbf{R}(\mathbf{z}_e) \quad g(\mathbf{z}_e)]^T \quad (5.35)$$

eingeführt. Durch die Gleichung $g(\mathbf{z}_e)$ wird eine zusätzliche Bedingung in die Lösung eingebracht. Im Rahmen dieser Arbeit wird gefordert, dass die nächste Lösung in einem festen Abstand ds von der letzten Lösung liegt. Zur Berechnung der $i + 1$ ten Lösung wird daher anhand der Gleichung

$$g(\mathbf{z}_e^{i+1}) = |\mathbf{z}_e^{i+1} - \mathbf{z}_e^i| - ds \quad (5.36)$$

sicher gestellt, dass diese genau in der Entfernung ds von der i ten Lösung liegt. Da ebenfalls der $i - 1$ te Punkt obiger Gleichung genügt, kann eine Berechnung mit diesem Bogenlängenverfahren ohne Weiteres auch die Richtung auf dem Pfad ändern. Um diesem Fall vorzubeugen und auch um das Konvergenzverhalten zu verbessern, wird daher zunächst ein Prädiktor $\bar{\mathbf{z}}_e^{i+1} = \mathbf{z}_e^i + \mathbf{t}$ für die Lösung \mathbf{z}_e^{i+1} erstellt. Dieser Prädiktor dient als Startwert für den folgenden Lösungsschritt. SEYDEL [92] gibt verschiedene Möglichkeiten zur Berechnung des Vektors \mathbf{t} an. In dieser Arbeit wird ein tangentialer Prädiktor verwendet. Die lokale Tangente wird anhand der linearen Gleichung

$$\mathbf{K}_T \cdot \mathbf{t} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ ds \end{pmatrix} \quad (5.37)$$

bestimmt, wodurch gleichzeitig auch die richtige Bogenlänge sichergestellt wird. Um die Tangente zu berechnen muss die tangentielle Steifigkeitsmatrix entlang des Pfades bekannt sein. Diese ergibt sich in jedem Punkt zu

$$\mathbf{K}_T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{z}} & \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial g}{\partial \mathbf{z}} & \frac{\partial g}{\partial \lambda} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Die Ableitung von \mathbf{R} nach \mathbf{z} ist bis auf die Einheitsmatrix identisch zur Monodromiematrix, die Ableitungen von g lassen sich ebenfalls einfach angeben. Die Ableitung von \mathbf{R} nach λ ist hingegen vom gewählten Parameter λ abhängig und häufig schwierig zu bestimmen. So gaben SRACIC UND ALLEN [99] die Ableitung des Residuums nach der Anregungsfrequenz an, andere Parameter führen jedoch auf andere Ausdrücke für die lokale Linearisierung. Um den Aufwand gering zu halten, wird \mathbf{K}_T in dieser Arbeit deshalb numerisch mit der Methode der Finiten Differenzen bestimmt. Weiterhin wird auch die Bogenlänge ds in jeden Schritt angepasst. Diese wird, ebenfalls einem Vorschlag von SEYDEL [92] folgend, anhand der Anzahl der Iterationen der letzten Rechnung bestimmt.

Für die praktische Umsetzung der numerischen Nullstellensuche spielt die Skalierung des Variablenvektors eine entscheidende Rolle. Die Skalierung beeinflusst nicht nur die Konvergenz des Gleichungslösers, sondern bestimmt auch direkt die Wichtung der einzelnen Variablen bei der Bestimmung der Bogenlänge. Aufgrund der durchgeführten Normierung auf die Eigenzeit liegen Verschiebungen und Geschwindigkeiten zwar in einer ähnlichen Größenordnung, der Parameter λ kann jedoch erheblich abweichen. Im Allgemeinen wird der Vektor \mathbf{z}_e bei jedem Aufruf des Gleichungslösers elementweise durch einen Skalierungsvektor skal geteilt. Beim Aufruf der Funktion zur Berechnung des Residuums \mathbf{R} wird diese Skalierung dann wieder rückgängig gemacht. Dieses Vorgehen gestattet eine völlig freie Skalierung des Problems. In dieser Arbeit werden alle Elemente von \mathbf{z} durch den Betrag des größten Eintrages von \mathbf{z} geteilt. Der Variationsparameter wird hingegen auf die Differenz der vorgegebenen Grenzen von λ bezogen. Damit entspricht diese Skalierung im Wesentlichen dem auch aus der Literatur bekannten Verfahren der Pseudo-Bogenlänge.

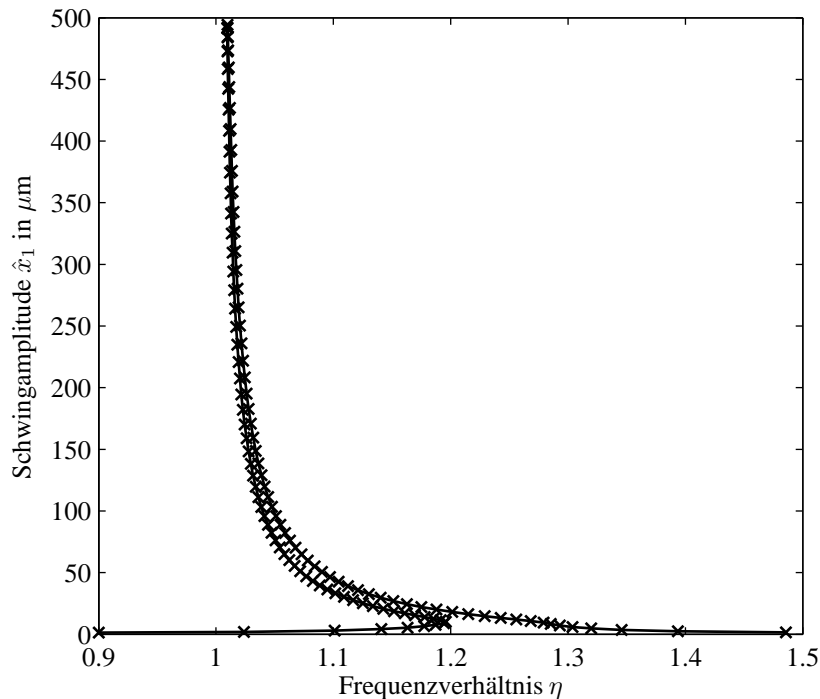


Abbildung 5.5: Beispiel einer stark überhängenden Lösungskurve

$$(D_0 = 0.01, D_1 = 0.001, \mu = 0.2, \kappa = 0.5, f_0/\kappa = 10 \mu\text{m}, f_1 = 1 \mu\text{m})$$

Da die tangentielle Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_T ein Rückgabeargument des Gleichungslösers ist, muss deren Skalierung ebenfalls rückgängig gemacht werden. Dies gelingt mit der Beziehung

$$\mathbf{K}_{T,\text{physikalisch}} = [\text{skal} \cdot (1/\text{skal})] \cdot \mathbf{K}_{T,\text{solver}}, \quad (5.39)$$

wobei das vordere Matrizenprodukt ein dyadisches Produkt darstellt und die Abkürzung $1/\text{skal}$ den elementweisen Kehrwert von skal meint. Das zweite Produkt ist elementweise gemeint.

Um die Leistungsfähigkeit des beschriebenen Vorgehens zu illustrieren, ist in Abbildung 5.5 eine stark überhängende Lösungskurve abgebildet. Trotz des sehr schmalen Verlaufs und einer recht groben Schrittweite von $ds = 0.1$ gelang die Berechnung des Frequenzganges.

5.3 Auftreten niederfrequenter Schwingungen

Für die systematische Untersuchung der niederfrequenten Schwingungen ist zuerst einmal die Frage interessant, unter welchen Bedingungen diese überhaupt auftreten. Deshalb soll das bereits entwickelte Modell in einem für technische Ultraschallsysteme plausiblen Parameterbereich untersucht werden. Aufgrund der dämpfenden Wirkung des Stoßkontaktes, wird für die Betriebsmode mit $D_1 = 0.02$ eine für Ultraschallschwinger relativ starke Dämpfung angenommen. Hingegen wird die langsame Schwingung mit $D_0 = 0.01$ etwas schwächer gedämpft. Bei den freien Längsmoden eines einfachen Zylinders ist stets die halbe Masse des Schwingers wirksam. Technische Schwinger sind jedoch häufig als Horn geformt, so dass nur ein kleinerer Teil der Gesamtmasse für die Betriebsschwingung wirksam ist. Zudem ist es durchaus denkbar, dass bei der langsamen Schwingung auch noch weitere Maschinenteile mitbewegt werden, so dass das Massenverhältnis

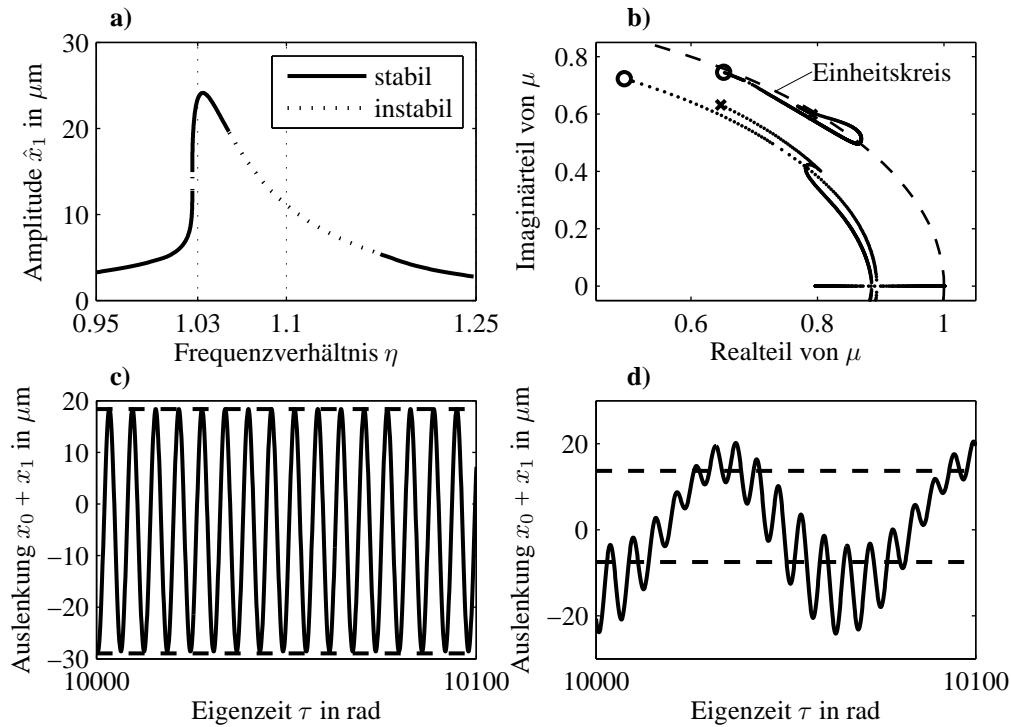


Abbildung 5.6: a) Berechneter Frequenzgang mit den Parametern

$D_0 = 0.01, D_1 = 0.02, \mu = 0.1, \kappa = 0.2, f_0/\kappa = 5 \mu\text{m}$ und $f_1 = 1 \mu\text{m}$;

b) Zugehöriger Verlauf der Floquetschen Multiplikatoren. Der Startpunkt ist mit einem o, der Endpunkt mit einem x gekennzeichnet; c) Simulation des Langzeitverhaltens bei $\eta = 1.03$. Die Einhüllende der periodischen Lösung ist gestrichelt dargestellt; d) Simulation des Langzeitverhaltens bei $\eta = 1.1$

auf $\mu = 0.1$ gesetzt wird. Mit einer statischen Durchdringung von $f_0/\kappa = 5 \mu\text{m}$ und einer statischen Auslenkung der Betriebsmode von $f_1 = 1 \mu\text{m}$, kann sich der Kontakt nur in der Umgebung der Resonanz lösen. In Abbildung 5.6 a) ist der Amplitudengang dieses Systems und in Abbildung 5.6 b) der Verlauf der zugehörigen Floquetschen Multiplikatoren dargestellt. Da die Multiplikatoren jeweils konjugiert komplex auftreten, ist zur besseren Lesbarkeit nur der erste Quadrant der komplexen Zahlenebene gezeigt. Von niedrigen Frequenzen kommend steigt die Amplitude zunächst abrupt an. Wie bereits ausgiebig diskutiert, wird die Lösung dabei instabil. Dem entspricht ein Paar Floquetscher Multiplikatoren, dass sich zunächst konjugiert komplex der realen Achse nähert. Da ein Multiplikator dann auf der realen Achse den Einheitskreis verlässt, wird die Lösung instabil. Gemäß der in Kapitel 2.3.2 beschriebenen Typisierung liegt damit ein Wendepunkt vor. Das Modell weist für Frequenzen oberhalb der Resonanz jedoch auch ein weiteres ausgeprägtes Gebiet mit instabilen Lösungen auf. Da die zugehörigen Multiplikatoren den Einheitskreis konjugiert komplex verlassen, liegt eine Neimark Bifurkation vor. Damit wird die periodische Lösung instabil und es entsteht ein neuer Zweig mit quasiperiodischem Verhalten. Zur Veranschaulichung zeigen die Abbildungen 5.6 c) und d) das Langzeitverhalten der periodischen Lösung im stabilen und im quasiperiodischen Bereich. Während die Schwingung für $\eta = 1.03$ für alle Zeiten im stabilen einperiodischen Orbit verbleibt, verändert die quasiperiodische Lösung ihre Amplitude und wird durch eine niederfrequente Schwingung überlagert.

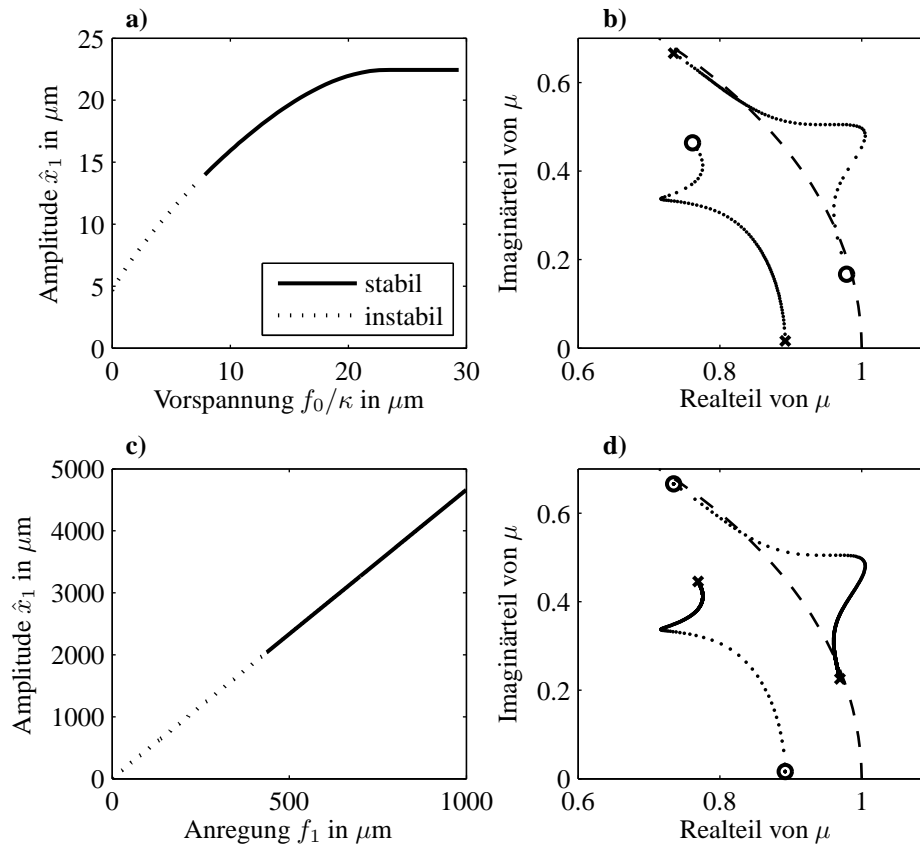


Abbildung 5.7: a) und b) Einfluss der Anpresskraft; c) und d) Einfluss der Anregespannung

Es stellt sich die Frage, von welchen Größen das Auftreten niederfrequenter Schwingungen abhängt. Um diese Frage zu beantworten, werden, ausgehend von dem gerade diskutierten System, alle Systemparameter einzeln variiert. Die Durchführung der Variation könnte grundsätzlich mit Hilfe der zuvor beschriebenen Pfadverfolgung erfolgen. Wenn für den Parameter keine überhängenden Bereiche auftreten, ist das jedoch nicht notwendig. Wenn der zu untersuchende Parameter zudem auf einer logarithmischen Skala interessiert, ist die direkte Vorgabe des Parameters zielführender. Ohne eine spezielle Anpassung der Norm zur Berechnung der Bogenlänge würden ansonsten sehr lange Rechenzeiten bzw. einer schlechten Auflösung für kleine Parameter folgen. Deshalb werden die zu variierenden Parameter im Folgenden direkt vorgegeben und nicht wie zuvor als freie Parameter aufgefasst.

Als Erstes wird das Verhalten bei verschiedenen Anpresskräften und Anregespannungen untersucht. Abbildung 5.7 a) zeigt die resultierende Schwingamplitude in Abhängigkeit der Vorspannung. Bis zu einer Vorspannung von ungefähr $10 \mu\text{m}$ treten quasiperiodische, niederfrequente Lösungen auf. Da mit der Vorspannung auch die resultierende Kontaktsteifigkeit steigt und sich die Resonanzüberhöhung in Richtung der Schwingfrequenz verschiebt, steigt die Schwingamplitude in diesem Bereich mit der Vorspannung. Ab einer Vorspannung von etwas über $20 \mu\text{m}$ wird die Schwingamplitude dann kleiner als die Vorspannung und der Kontakt bleibt stets geschlossen. Dann folgt ein lineares Verhalten und damit auch eine konstante Schwingamplitude. Am nebenstehenden Verlauf der Floquetschen Multiplikatoren ist zu erkennen, dass die Lösung auch für sehr kleine Werte der Vorspannung stabil ist. Dies ist auch zu erwarten, da ohne weitere Lagersteifigkeit im Grenzfall $f_0 = 0$ gar kein Kontakt auftritt und dieser damit auch keinen Einfluss hat.

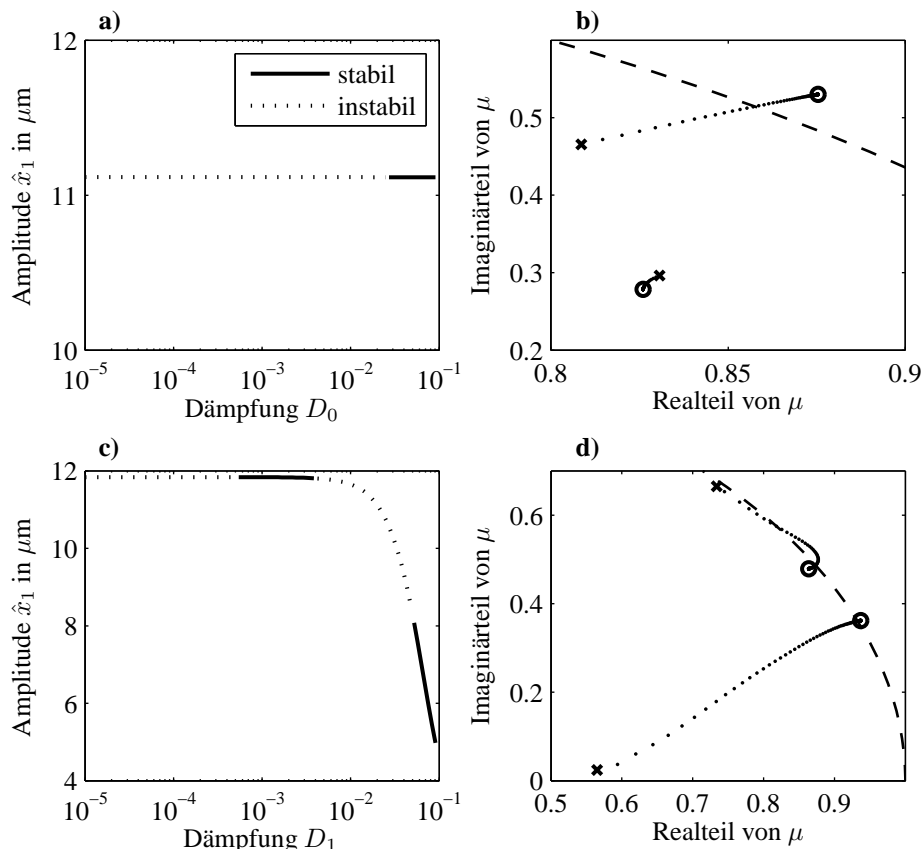


Abbildung 5.8: a) und b) Einfluss der Dämpfung D_0 ; c) und d) Einfluss der Dämpfung D_1

Abbildungen 5.7 c) und d) zeigen den Einfluss der Anregespannung. Aus dem Verlauf der Floquetschen Multiplikatoren folgt erneut für sehr große oder sehr kleine Werte ein stabiler Betrieb. Dies entspricht den beiden Extremfällen ohne und mit stets vorhandenem Kontakt. Dazwischen existiert ein Bereich mit instabilen Lösungen. Grundsätzlich führen die Variation der Anpresskraft und der Anregespannung zu ähnlichen Verläufen der Floquetschen Multiplikatoren. Im Hinblick auf das Auftreten niederfrequenter Schwingungen kann man also sagen, dass sich steigende Anregespannungen äquivalent zu abnehmenden Anpresskräften verhalten.

Die Abbildung 5.8 zeigt den Einfluss der Dämpfung. Ab einer Lehrschen Dämpfung der Starrkörperschwingung D_0 von ungefähr 0.03 treten keine niederfrequenten Schwingungen mehr auf, für kleinere Werte von D_0 ist die Lösung immer instabil. Die Dämpfung der Starrkörpermode hat nahezu keinen Einfluss auf die Amplitude der periodischen Lösung. Für die Lehrsche Dämpfung der Betriebsschwingung D_1 ergibt sich ein gemischtes Bild: Bei kleinen Dämpfungen liegt das eine Paar Floquetscher Multiplikatoren außerhalb des Einheitskreises. Dieses wandert jedoch mit zunehmender Dämpfung ab einem Wert von ungefähr $D_1 = 0.0005$ in das Innere des Kreises und damit in das stabile Gebiet. Gleichzeitig liegt jedoch das zweite Paar in einem Bereich von ungefähr $D_1 = 0.003$ bis $D_1 = 0.03$ außerhalb des Einheitskreises, so dass sich zwei getrennte Bereiche mit niederfrequenten Schwingungen ergeben.

Neben der Dämpfung wird das Schwingensystem wesentlich durch die Massen- und Steifigkeitsverhältnisse bestimmt. Abbildung 5.9 a) und b) zeigen den Einfluss verschiedener Masseverhältnisse. Da das Masseverhältnis μ nicht direkt in die Bewegungsgleichung 5.6 für die Betriebsschwingung

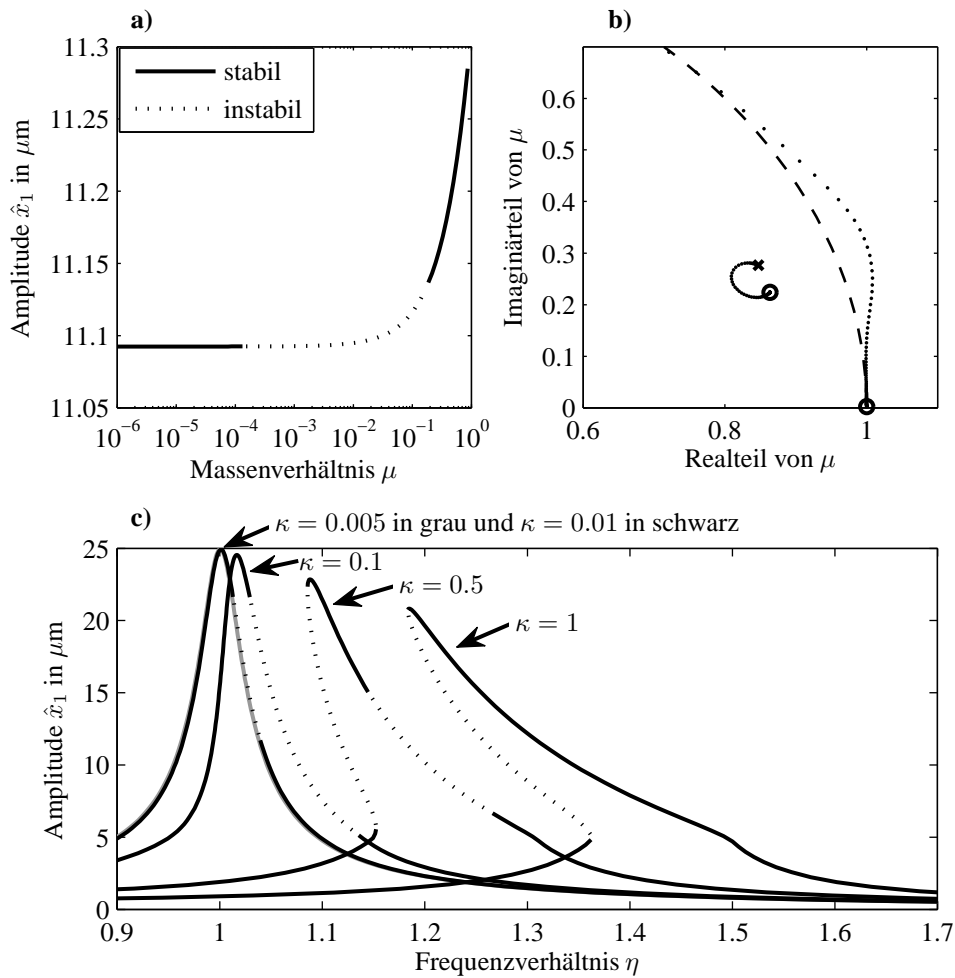


Abbildung 5.9: Einfluss des Massen- und des Steifigkeitsverhältnisses

einght, sondern nur indirekt über die langsame Schwingung einkoppelt, hat es nur einen kleinen Einfluss auf die Schwingamplitude. In einem Bereich von ungefähr $0.0001 < \mu < 0.2$ sind die berechneten Lösungen instabil. Bei der betrachteten Konfiguration bewegt die niederfrequente Schwingung also immer mindestens fünfmal so viel Masse, wie die Betriebsschwingung.

Die Analyse der Steifigkeitsverhältnisse anhand der direkten Variation von κ wäre nicht sonderlich aufschlussreich, da sich die Resonanzüberhöhung mit zunehmender Kontaktsteifigkeit zu höheren Frequenzen verschiebt. Bei einem festen Frequenzverhältnis η würde man insofern eher die Frequenzverschiebung untersuchen. Um Aussagen über das Auftreten niederfrequenter Schwingungen zu treffen, sind in Abbildung 5.9 c) deshalb einige Amplitudengänge bei unterschiedlichem κ abgebildet. Für eine sehr weiche Kontaktsteifigkeit $\kappa = 0.001$ zeigt sich noch kein Einfluss. Ab $\kappa = 0.005$ hat der Amplitudengang zwar noch weitgehend eine symmetrische und lineare Gestalt, der Stoßkontakt bewirkt jedoch bereits einen Bereich mit instabilem Verhalten von erheblicher Größe. Mit weiter zunehmender Steifigkeit steigt die Resonanzfrequenz und ab $\kappa = 0.5$ bildet sich im Bereich des überhängenden Amplitudenganges ein weiteres instabiles Gebiet aus. Ab $\kappa = 1$ verschwindet dann das Gebiet mit niederfrequenten Schwingungen und der überhängende Ast verbleibt als einziges instabiles Gebiet. Da beim Kontakt von Ultraschallschwingern mit einem harten Untergrund die reale Kontaktfläche in der Regel wesentlich kleiner als die nominelle Kontaktfläche

ist, sind technische Steifigkeitsverhältnisse somit in der Regel weit kleiner als eins. Damit liegt der Parameterbereich mit instabilen Lösungen im technisch relevanten Bereich.

Die durchgeführten Parametervariationen erlauben direkte Rückschlüsse über das Auftreten der niederfrequenten Schwingungen. Insbesondere zeigen sie auch die Existenz instabiler Zustände im Bereich technisch realistischer Parameter.

5.4 Analyse niederfrequenter Schwingungen

Die vorangegangene Analyse der Floquetschen Multiplikatoren gab zwar einen Überblick über die Parameterbereiche in denen es zu niederfrequenten Schwingungen kommt, sie lieferte aber keine Aussage über die eigentlichen Wirkzusammenhänge. Um sich diesen zu nähern, wird zunächst eine Parameterkombination untersucht, bei der sich die typischen Phänomene isoliert beobachten lassen. Dazu werden aus der Lösung des vollständigen Modells mit Hilfe der Hilbert Transformation die für die Interpretation relevanten Amplituden und Phasen berechnet.

Gegenüber den zuvor betrachteten Standardparametern wurde dazu eine geringere Vorspannung $f_0/\kappa = 1 \mu\text{m}$ (zuvor $10 \mu\text{m}$) und ein kleineres Steifigkeitsverhältnis $\kappa = 0.1$ (zuvor 0.2) gewählt. Abbildung 5.10 a) zeigt die Verschiebung des Kontaktpunktes $x = x_0 + x_1$ der sich stets wiederholenden niederfrequenten Schwingung. Bei diesen Parametern löst sich der Kontakt für mehrere Schwingzyklen, so dass während dieser Zeit lineare und entkoppelte Bewegungsgleichungen vorliegen. Aufgrund der längeren freien Schwingzeit liegt beim erneuten Auftreffen auf den Untergrund bereits ein eingeschwungener Zustand vor. Entsprechend kann der Anregemechanismus der niederfrequenten Schwingung ohne eine komplizierte Interaktion mit einer Schwebung untersucht werden. Vielmehr führt eine zunehmende Durchdringung zu einem Anstieg der Phase und damit auch der Schwingamplitude (Abbildungen 5.10 b) und c)). Der Effekt, dass eine Erhöhung der Steifigkeit für überkritische Schwinger zu einer erhöhten Amplitude führt, wurde bereits im Rahmen der Mittelung beobachtet und in Kapitel 5.2.2 diskutiert. Dabei wird die Phase aufgrund der erhöhten Steifigkeit in Richtung Resonanz verschoben. Die Anregung verrichtet dann mehr Arbeit an der Betriebsschwingung (Abbildungen 5.10 d)) und die Amplitude steigt. Da die Amplitude während der Kontaktdauer steigt, ist die Kontaktkraft am Ende des Kontaktes größer als am Anfang. Wie in Abbildung 5.10 e) dargestellt, wird durch den nichtlinearen Kontakt deshalb in Summe Energie an die niederfrequente Schwingung übergeben. Damit geht einher, dass der Kontakt der hochfrequenten Schwingung Energie entzieht. Dies ist auch nicht anders möglich, da in der konservativen Feder am Ende der Kontaktperiode keine Energie mehr gespeichert werden kann. Die geleistete Arbeit ist dabei jeweils qualitativ ohne Angabe von Werten geplottet, da die normierten Modellgrößen nicht zur Bestimmung der physikalischen Arbeit ausreichen und die absoluten Werte ohnehin nur Sinn in Bezug auf einen Schwingzykel ergeben.

Die positive Energiebilanz der langsamen Koordinate spiegelt sich auch im Verlauf des Impulses wieder. Abbildung 5.10 f) zeigt den Verlauf der Geschwindigkeit der langsamen Masse. Da der Betrag der Geschwindigkeit v_0 nach dem Stoß größer als vor dem Stoß ist, steigt der Betrag des Impulses der langsamen Masse während des Kontaktes. Ein langsamer Beobachter würde dies als Stoßzahl größer eins deuten. Nach dem Stoßkontakt verringert sich die kinetische Energie der

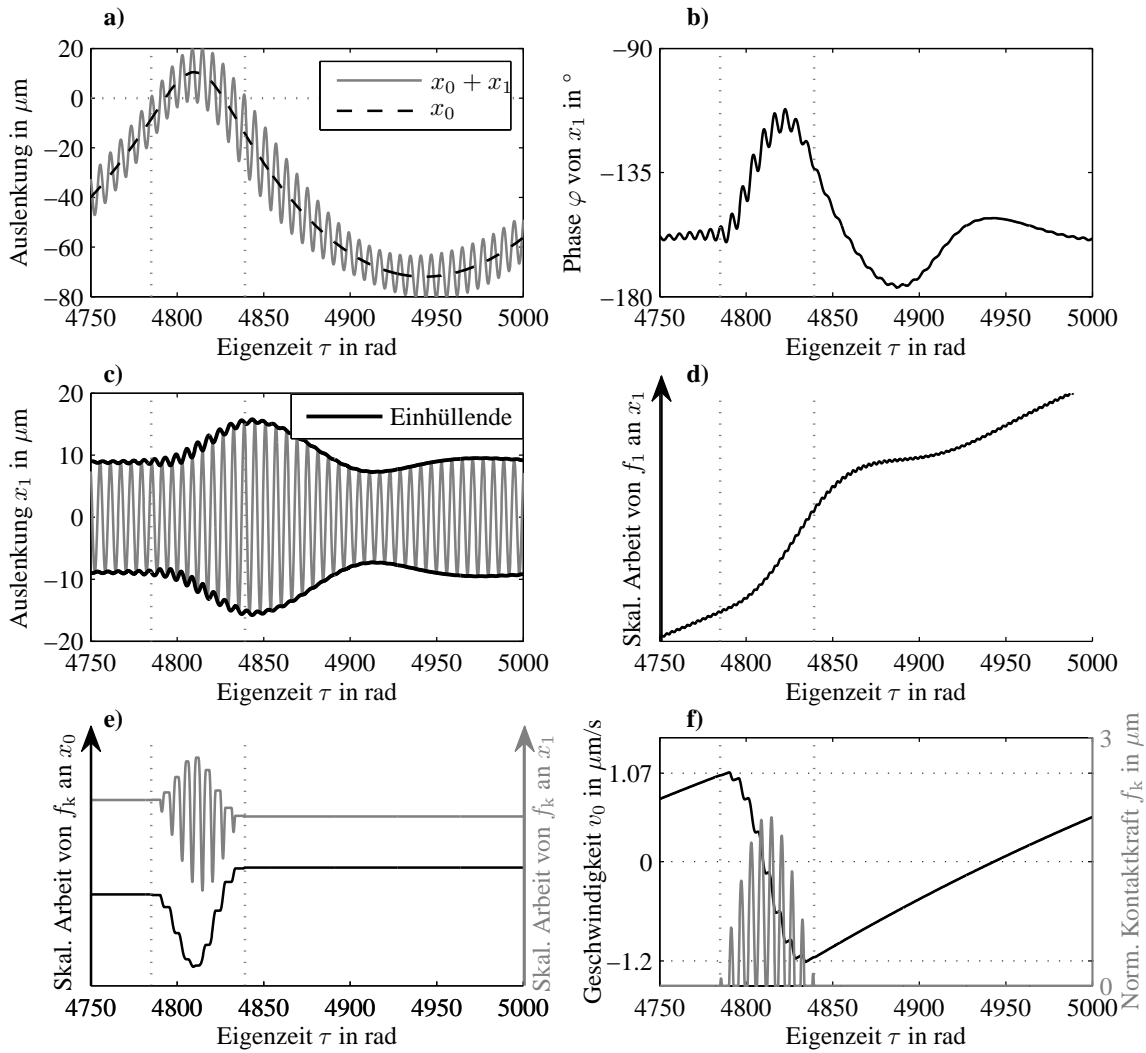


Abbildung 5.10: Simulation zur Entstehung niederfrequenter Schwingungen
 ($\eta = 1.05, D_0 = 0.01, D_1 = 0.02, \mu = 0.1, \kappa = 0.1, f_0/\kappa = 1 \mu\text{m}, f_1 = 1 \mu\text{m}$)

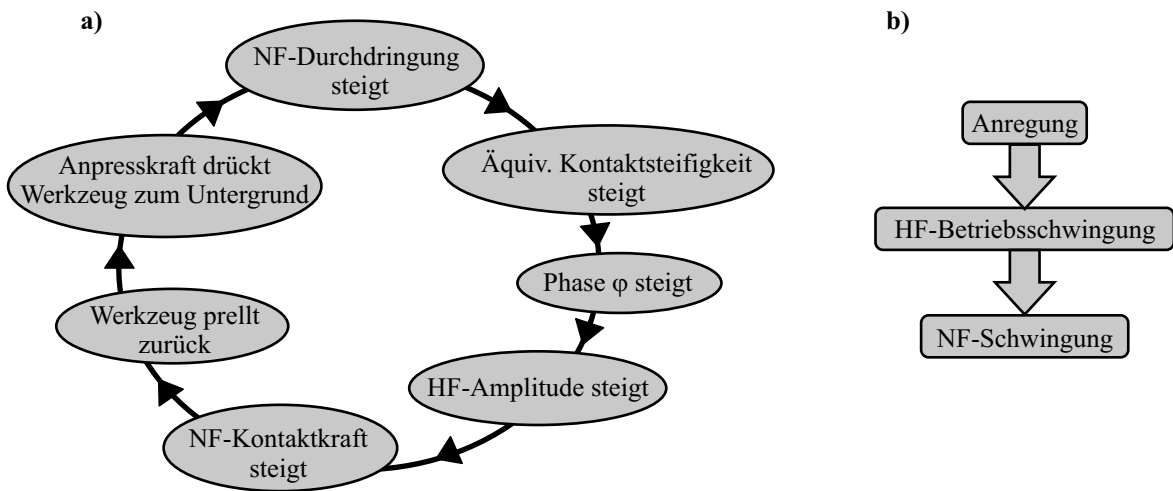


Abbildung 5.11: a) Schematische Darstellung der Wirkzusammenhänge bei der Anregung niederfrequenter (NF) Schwingungen; b) Dabei relevanter Energiefluss

langsamen Bewegung zunächst zugunsten des Potentials der Anpresskraft. Nachdem die kinetische Energie abgebaut wurde, wird das gesamte Werkzeug jedoch wieder in Richtung Untergrund beschleunigt. Dieser Schwingungsvorgang in der Koordinate x_0 führt zum regelmäßigen Aufprall auf den Untergrund. Da bei diesem Vorgang die kinetische Energie von m_0 notwendig ist, könnte sich ohne diese Masse keine niederfrequente Schwingung einstellen und die beobachteten Schwingungen ließen sich nicht mit dem Modell abbilden.

Der oben dargestellte Gesamtzusammenhang ist auch in Abbildung 5.11 grafisch illustriert. Aus energetischer Sicht, lässt sich der Prozess als Energietransport von der Anregung auf die hochfrequente (HF) Betriebsschwingung und von dieser auf die niederfrequente (NF) Schwingung deuten.

Im vorigen Beispiel ließen sich die unterschiedlichen Effekte klar voneinander trennen. Dies ist jedoch nicht immer der Fall. In dem in Abbildung 5.12 dargestellten Verlauf wird der Kontakt in jeder Anregeperiode geschlossen und trotzdem stellt sich eine stabile Modulation der Betriebsschwingung ein. Grundsätzlich lassen sich dabei die gleichen Abläufe wie im vorigen Fall identifizieren: Mit steigender Kontaktdauer nimmt die Phase und damit auch die an der Koordinate x_1 geleistete Arbeit zu. Dies führt zu einer größeren Schwingamplitude, während sich das Werkzeug vom Untergrund entfernt. Dadurch wird die niederfrequente Schwingung in Summe angefacht. Die in Abbildung 5.12 c) dargestellte Spektralanalyse der Auslenkung offenbart, dass die Betriebsschwingung von zwei weiteren Frequenzanteilen begleitet wird. Diese Anordnung ist typisch für eine Amplitudenmodulation, wodurch sich die bisher verwendete Bezeichnung im Nachhinein rechtfertigt. Neben den Anteilen der Betriebsschwingung sind auch die niederfrequente Schwingung und der Gleichanteil deutlich im Spektrum erkennbar. Für das Verhältnis zwischen den einzelnen Teilamplituden ist es dabei wesentlich, ob die Auslenkung oder die Geschwindigkeit betrachtet wird. Experimentell ist mittels der Laser Vibrometrie häufig eher die Geschwindigkeit zugänglich. Dann ist zu beachten, dass die niederfrequenten Teilamplituden relativ kleiner ausfallen, obwohl sie in den Verschiebungen sogar dominant sein können.

Ein gänzlich anderer Ablauf ist in Abbildung 5.13 dargestellt. Zum einen wird hier ein sehr starker Grad der Amplitudenmodulation erreicht, zum anderen pendelt die Phase der Betriebsschwingung nicht mehr um einen stationären Wert, sondern nimmt laufend ab. In diesem Fall antwortet das System also nicht mehr in der Anregungsfrequenz, sondern mit einer niedrigeren Frequenz. Da die Auslenkung vorübergehend eine positive Phase hat, wird während dieser Zeit Energie vom Schwinger auf die Anregung übertragen. Wenn der treibende Verstärker nicht in der Lage ist, diese Energie auf Dauer aufzunehmen, kann es in diesem Betriebszustand zur Schädigung der Leistungselektronik kommen. In der Spektralanalyse liegen auch nicht mehr drei, sondern nur noch zwei ausgezeichnete Peaks in der Umgebung der Anregefrequenz. Dieser Umstand motiviert die Deutung als Schwebung der Anregefrequenz mit der Eigenfrequenz des Systems. Die Bezeichnung als Schwebung bezieht sich dabei auf die beobachtbaren Schwingungen und ist insofern rein phänomenologisch gemeint. Im nichtlinearen Modell stellt sich die Schwebung als periodische Phasenverschiebung dar. Insofern kam es bereits im zuvor diskutierten Fall der geringen Amplitudenmodulation zu einer gewissen Schwebung mit der Eigenfrequenz. Allerdings war der Anteil der Eigenschwingung in diesem Fall nicht groß genug, um im zeitlichen Mittel eine Verschiebung der Antwortfrequenz zu verursachen.

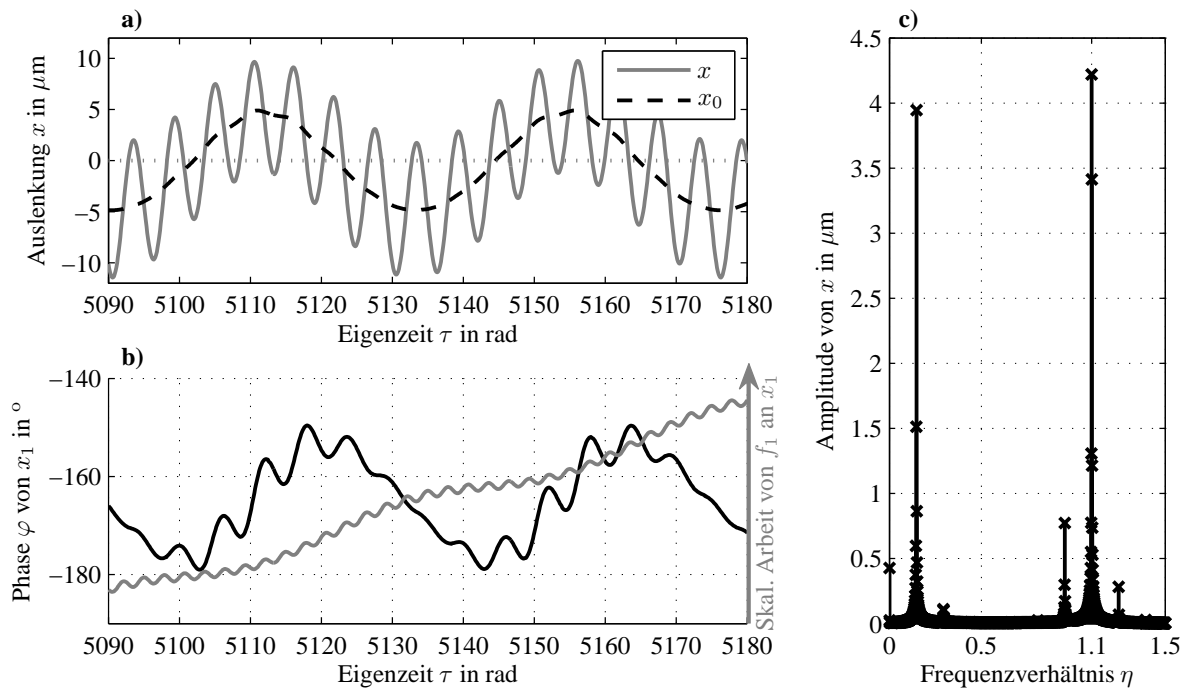


Abbildung 5.12: Simulation des vollständigen Modells mit geringer Amplitudenmodulation
 $(\eta = 1.1, D_0 = 0.01, D_1 = 0.02, \mu = 0.5, \kappa = 0.1, f_0/\kappa = 2 \mu\text{m}, f_1 = 1 \mu\text{m})$

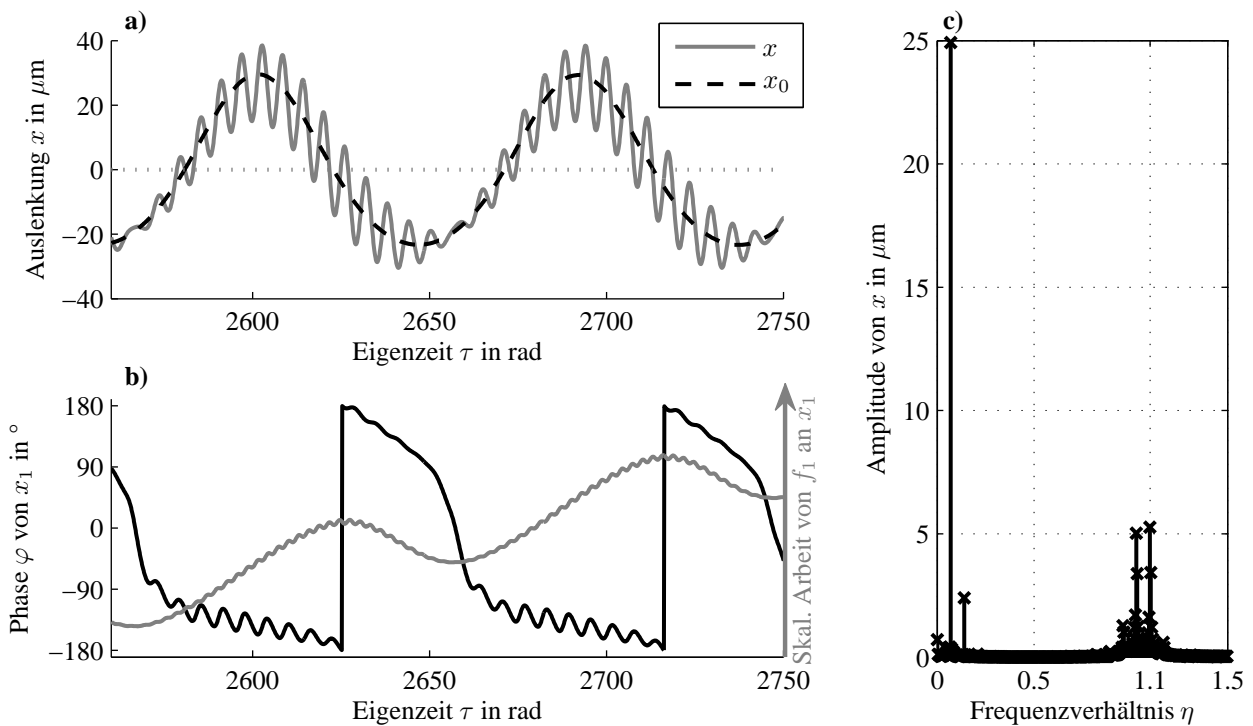


Abbildung 5.13: Simulation des vollständigen Modells mit stationärer Schwebung
 $(\eta = 1.1, D_0 = 0.01, D_1 = 0.01, \mu = 0.1, \kappa = 0.1, f_0/\kappa = 8 \mu\text{m}, f_1 = 1 \mu\text{m})$

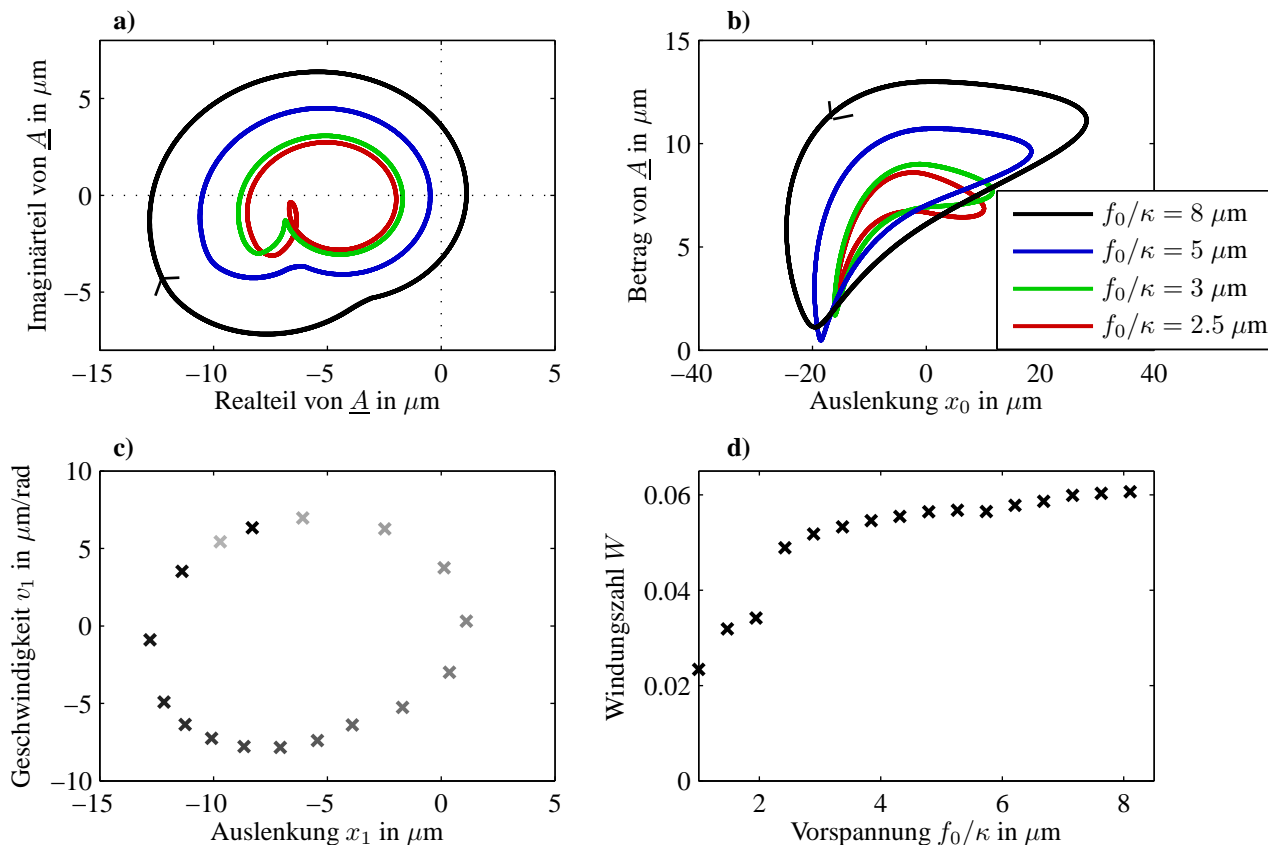


Abbildung 5.14: Simulation des gemittelten Modells bei identischen Parameter wie in Abbildung 5.13; **a)** und **b)** Projektionen der Phasebene bei verschiedenen Vorspannungen über 250 Anregeperioden; **c)** Poincaré-Schnitt bei einem Anregewinkel von null und $f_0/\kappa = 8 \mu\text{m}$; je dunkler die Markierung, desto später ist der Durchstoßpunkt. **d)** Windungszahlen für verschiedene Vorspannungen

Zum besseren Verständnis der Zusammenhänge zeigt Abbildung 5.14 a) die Ortskurven der komplexen Amplitude für verschiedene Vorspannungen. Bei kleinen Vorspannungen wird der Koordinatenursprung nicht umschlossen und die Phase der Schwingung pendelt um null. Mit zunehmender Vorspannung steigt der Durchmesser der Ortskurve und umschlingt für $f_0/\kappa = 8 \mu\text{m}$ sogar den Ursprung. Sobald der Ursprung von der Ortskurve umschlungen wird, nimmt die Phase laufend ab und es stellt sich im Mittel eine tiefere Schwingfrequenz ein. Der Energiehaushalt der niederfrequenten Schwingung wird an der Projektion der Lösung auf den Betrag der Schwingamplitude und die statische Auslenkung deutlich (Abbildung 5.14 b)). Für alle betrachteten Vorspannungen steigt die Amplitude während des Kontaktes und regt entsprechend die niederfrequente Schwingung an. Auch in diesem Fall erfolgt also ein Energietransport von der hochfrequenten zur niederfrequenten Schwingung.

In den vorigen Darstellungen wurde die Lösung über den gesamten jeweils betrachteten Zeitraum abgebildet. In dem in Abbildung 5.14 c) dargestellten stroboskopischen Poincaré-Schnitt wird hingegen jede Anregeperiode nur an einem festen Winkel der Anregung geplottet. Nach Auszählen der Durchstoßpunkte wird klar, dass nach 16 bis 17 Perioden wieder ein ähnlicher Zustand angenommen wird wie zu Beginn. Würden weitere Perioden der niederfrequenten Schwingung abgebildet, würde die Menge der Durchstoßpunkte immer dichter und zu einer Linie entarten. Dieses Ergebnis

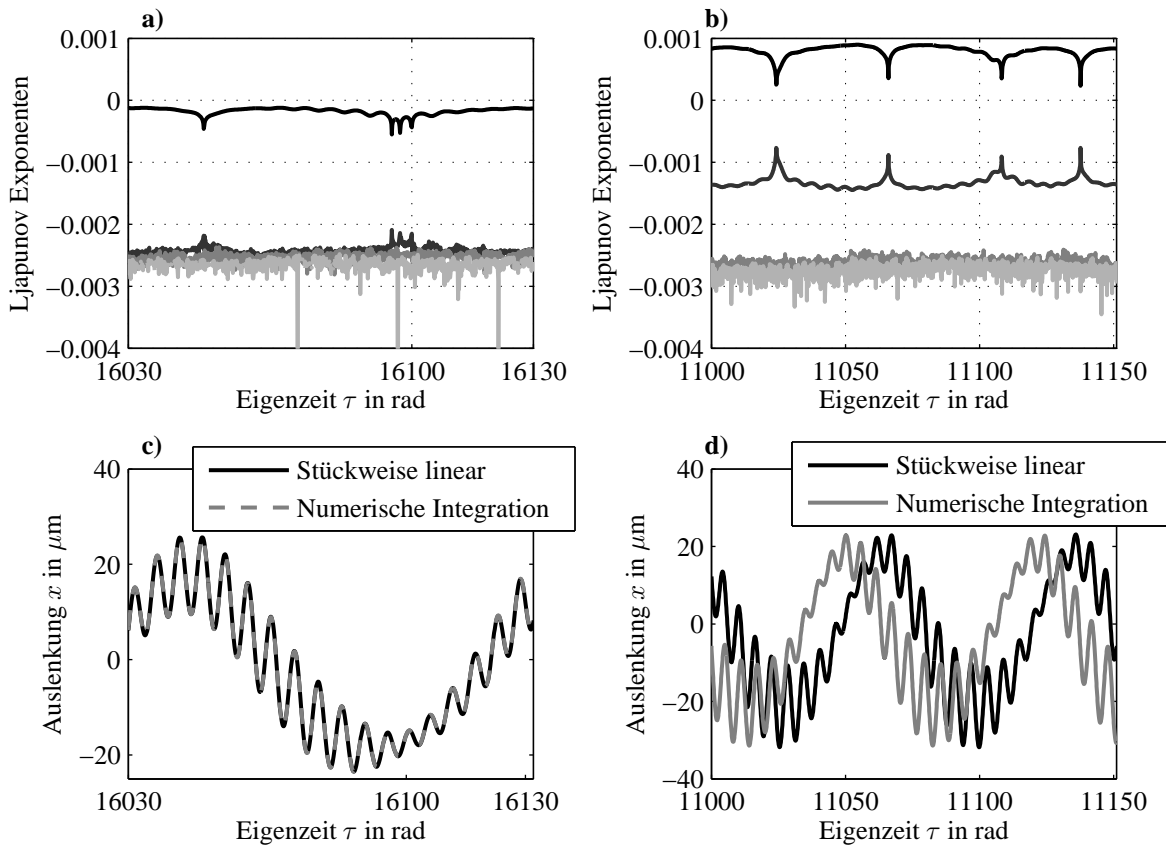


Abbildung 5.15: Einfluss der Ljapunov Exponenten;

- a)** und **c)** $\eta = 1.1$, $D_0 = 0.01$, $D_1 = 0.02$, $\mu = 0.1$, $\kappa = 0.1$, $f_0 = 5\kappa \mu\text{m}$, $f_1 = 1 \mu\text{m}$;
b) und **d)** $\kappa = 0.2$, sonst identische Parameter

ist typisch für quasiperiodische Schwingungen. Der Kehrwert der im Mittel notwendige Anzahl der Durchstoßpunkte (bei einem festen Anregewinkel) bis der Ausgangszustand wieder erreicht wird, wird auch als Windungszahl bezeichnet und beschreibt hier das Verhältnis der niederfrequenten Antwortfrequenz und der Erregungsfrequenz [58]. Die Bezeichnung als Windungszahl rührt von der Darstellung der Phasenkurve auf einem dreidimensionalen Torus her und ist nicht mit der funktionentheoretischen Definition der Windungszahl zu verwechseln. Für rationale Windungszahlen ist die Schwingung periodisch. Bei nicht rationalen Windungszahlen ist die Schwingung hingegen lediglich quasiperiodisch. In der auch als Teufelstreppe (engl. devils staircase) bezeichneten Abbildung 5.14 d) ist zu erkennen, dass die Windungszahlen mit steigender Vorspannung zunehmen. Für Vorspannungen $f_0/\kappa > 8.5 \mu\text{m}$ kollabiert der quasiperiodische Orbit und es treten einperiodische Lösungen mit der Windungszahl 1 auf.

Zum Abschluss der Analyse soll noch ein für die Durchführung der Untersuchung relevanter Aspekt besprochen werden. In einigen Parameterbereichen divergieren benachbarte Lösungen bereits bei kleinsten Abweichungen. Im Rahmen der Validierung der Berechnungsmethoden könnte dies fälschlicherweise als Fehler gedeutet werden. Wie bereits in Kapitel 2.3.2 besprochen, wird die Robustheit transientser Lösungen gegenüber kleinen Abweichungen mittels der Ljapunov Exponenten bewertet. Bei dem in Abbildung 5.15 a) gezeigten Verlauf, sind alle Ljapunov Exponenten negativ und entsprechend ist die berechnete Lösung stabil. Um dies zu überprüfen, wurde neben der mit dem Anstückelverfahren ermittelten Lösung eine weitere Lösung mit dem Matlab Sol-

ver ode45 berechnet. Im Fall negativer Ljapunov Exponenten stimmen beide Lösungen überein. Bei einer leichten Veränderung der Parameter wird jedoch ein Ljapunov Exponent positiv. Dann stimmen die beiden Lösungen nicht mehr überein. Dies deutet aber nicht auf ein fehlerhaftes Programm hin, sondern ist vielmehr eine Eigenschaft des berechneten Systems. Obwohl die Lösungen erheblich voneinander abweichen, bleibt die Form der Lösung jedoch erhalten. Offenbar bewirkt das instabile Verhalten der Lösung hier lediglich einen zeitlichen Versatz in der niederfrequenten Schwingung. In diesem Fall bleiben die diskutierten Zusammenhänge also auch für andere Simulationen des gleichen Modells erhalten.

5.5 Zusammenfassung und Fazit

Um die beobachteten niederfrequenten Schwingungen abzubilden, wurde das zuvor verwendete Modell um die langsam schwingende Masse des gesamten Werkzeugs erweitert. Durch Normierungen wurde nicht nur die Anzahl der Systemparameter reduziert, sondern auch die numerische Skalierung des Problems verbessert. Die direkte Integration der Bewegungsgleichungen gelang mit einer Anstückelung der linearen Teillösungen. In einer alternativen Darstellung der Bewegungsgleichungen wurden Amplitude und Phase der Betriebsschwingung als Koordinaten verwendet. In diesen Koordinaten gelang die zeitliche Mittelung der Bewegungsgleichungen. Trotz der Modellvereinfachung traten auch in den gemittelten Gleichungen die niederfrequenten Schwingungen auf. Daraus ließ sich folgern, dass sich der Erregungsmechanismus der niederfrequenten Schwingungen mit der Amplitude und Phase der Betriebsschwingung erklären lässt. Da aufgrund der Mittelung jedoch kleine Fehler entstehen können, wurden Untersuchungen zum Auftreten niederfrequenter Schwingungen mit dem vollständigen Modell durchgeführt. Dazu wurden mit dem Schießverfahren periodische Lösung berechnet und diese dann bezüglich ihrer Stabilität beurteilt. Dabei zeigte sich, dass die Floquetschen Multiplikatoren den Einheitskreis konjugiert komplex verlassen können. Dann liegt eine sogenannte Neimark Bifurkation vor und es entsteht eine neue quasiperiodische Lösung. Transiente Simulationen zeigten, dass dann tatsächlich niederfrequente Schwingungen auftreten und dies mit einer Modulation der Betriebsschwingung einhergeht. Ausgehend von Standard-Parametern wurden alle Parameter unabhängig voneinander variiert. Dabei traten niederfrequente Schwingungen für Anregefrequenzen oberhalb der Resonanz in einem breiten, technisch relevanten Parameterbereich auf.

Neben den phänomenologischen Untersuchungen sind vor allem auch Erkenntnisse über die inneren Mechanismen der Schwingung von Interesse. Wesentlich ist dabei die Beobachtung, dass im überkritischen Bereich eine längere Kontaktdauer zu einer größeren Schwingamplitude führt. Aufgrund dessen liegt beim Verlassen des Kontaktes eine größere Schwingamplitude und damit auch eine größere mittlere Kontaktkraft vor. Dieses Verhalten der mittleren Kontaktkraft facht die niederfrequente Schwingung an. Dabei kommt der Modulation der Phase eine entscheidende Bedeutung zu: Bei zunehmender Kontaktdauer nimmt die Phase zu und es kommt zu einem verstärkten Energietransport von der Anregung zur Betriebsschwingung. Es ist sogar möglich, dass die Phase derart stark durch die niederfrequente Schwingung beeinflusst wird, dass der Schwinger im Mittel mit einer Frequenz schwingt, die niedriger als die Anregefrequenz ist.

Für die Berechnung ist weiterhin relevant, dass in einigen Parameterbereichen positive Ljapunov Exponenten auftreten. Dann divergieren benachbarte Lösungen und das System ist grundsätzlich als chaotisch einzustufen. In den untersuchten Fällen ähneln sich die Lösungen jedoch auch für positive Ljapunov Exponenten im Hinblick auf die untersuchten Phänomene.

6 Experimentelle Untersuchungen

Mit den Experimenten sollen zum einen die theoretischen Ergebnisse aus den vorigen Kapiteln überprüft und zum anderen Aussagen über den praktischen Betrieb von Ultraschallschwingern mit Stoß gewonnen werden. Im Folgenden wird zuerst auf den experimentellen Aufbau eingegangen und dann das dynamische Verhalten des Systems dargestellt.

6.1 Prüfstand

Der Prüfstand besteht aus einem Ultraschallschwinger, der gegen einen massiven Block aus Stahl stößelt. Wie in Abbildung 6.1 dargestellt, ist der Schwinger in einem beweglichen Schlitten gelagert, der über ein Linearlager mit der Grundplatte verbunden ist. Die Vorspannung wurde über eine 184 mm lange Druckfeder eingestellt, deren Fußpunkt über eine Spindel verstellbar werden kann. Die Anpresskraft wurde mit dem DMS-basierten Kraftsensor HBM U93 gemessen, der einen Messbereich von 0 N bis 1 kN aufweist und in einer Vollbrückenschaltung ausgewertet wurde. Die Bewegung des Schwingers wurde sowohl in unmittelbarer Nähe des Kontaktpunktes als auch am Transducer gemessen. Am Kontaktpunkt kam ein differentielles Laser Vibrometer der Firma Polytec zum Einsatz, dessen beide Laserstrahlen unter einem Winkel von 30° auf den gleichen Punkt fokussiert wurden. In dieser in-plane Anordnung registriert das Vibrometer lediglich Bewegungen in Längsrichtung des Schwingers. Das Vibrometer hat neben dem Geschwindigkeits- auch einen Wegdecoder und ist somit in der Lage auch langsame Bewegungen an der Stößelspitze aufzuzeichnen. Die Geschwindigkeit am Transducer wurde in allen drei Raumrichtungen mit einem 3D Vibrometer gemessen.

Die Ansteuerung und Regelung des Schwingers erfolgte über ein NI-System, das auch zur Speicherung der Daten verwendet wurde. Die Datenakquise erfolgte mit einer acht Kanal NI PXI 6133 Karte, die eine maximale Abtastrate von 2.5 Megasample pro Sekunde erlaubt. Bei einer Schwingfrequenz von 25 kHz konnte eine Schwingperiode mit maximal 100 Punkten abgetastet werden. Die elektrische Anregung erfolgte mit dem NI PXI 5402 Funktionsgenerator, der über einen spannungseinprägenden Audioverstärker die Piezokeramiken antrieb.

Der Schwinger setzt sich gemäß Abbildung 6.2 aus einem Transducer, einem Lagerungsteil und einem Horn zusammen. Die Energiewandlung erfolgt in vier Keramiken aus dem Material PIC181 der Firma PI. Die Keramiken sind mittig über einen durchgängigen Gewindebolzen aus der Titanlegierung TiAl5Sn2.5 geklemmt. Die übrigen Teile des Transducers, das Lagerungsteil sowie das Horn bestehen aus der hochfesten Aluminiumlegierung AlZnMgCu 1.5. Um ein Verschweißen der

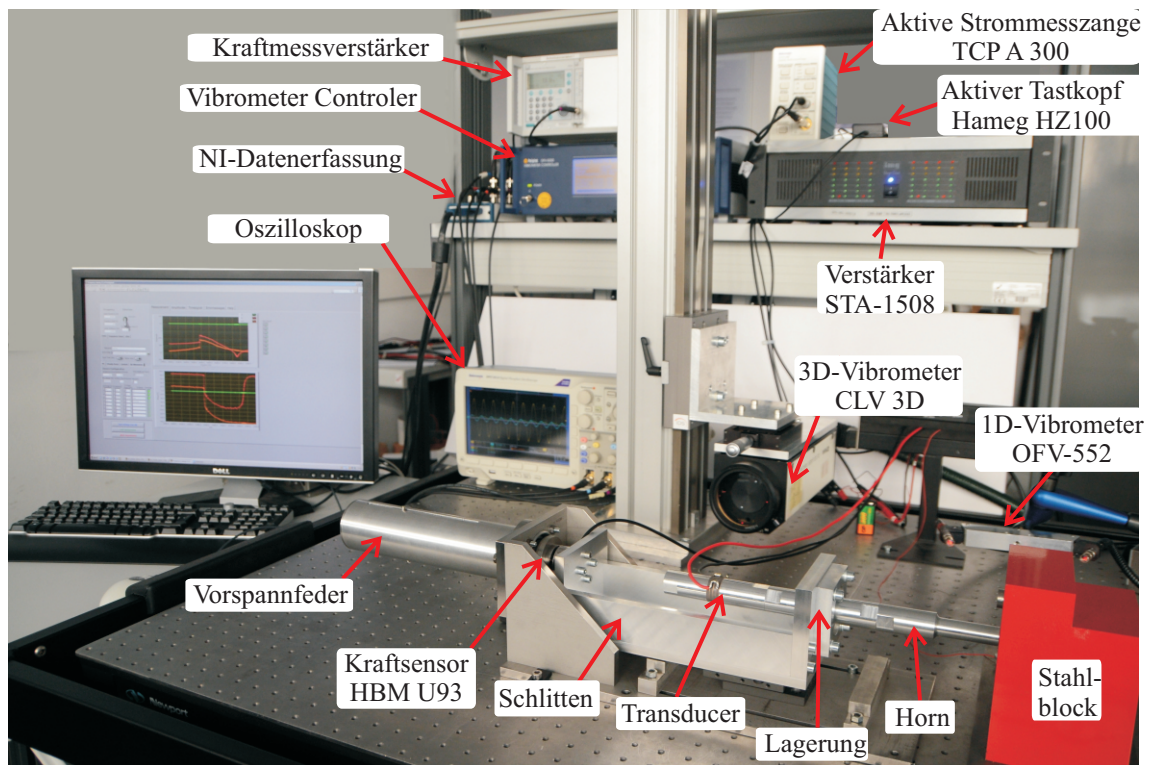


Abbildung 6.1: Foto des Stoßprüfstandes

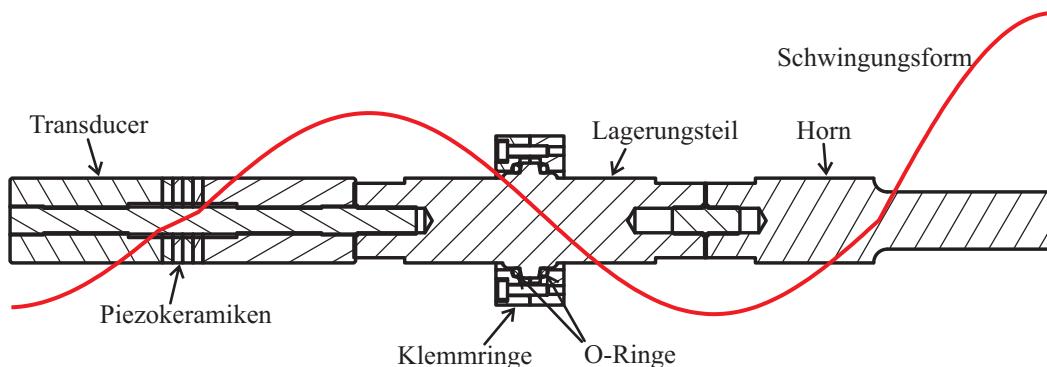


Abbildung 6.2: Konstruktionszeichnung des Schwingers und unbelastete Schwingungsform

Befestigungsschraube zwischen Lagerungsteil und Horn zu vermeiden, wurde diese ebenfalls aus der Titanlegierung gefertigt. Die Lagerung des Schwingers erfolgt über zwei O-Ringe, die zwischen einem angeschrägten Steg des Lagerungsteils und zwei äußeren Klemmringen gequetscht werden. Durch die schräge Anstellung wirken die O-Ringe als X-Lager und können sowohl axiale als auch radiale Kräfte aufnehmen. Die nachgiebigen O-Ringe führen zu einer Entkopplung zwischen Schwinger und Umgebung und können zudem kleine Winkelfehler in der Positionierung zwischen Schwinger und Stahlblock ausgleichen. In Abbildung 6.2 ist ebenfalls die mit Hilfe der Übertragungsmatrizen berechnete Betriebsschwingungsform eingezeichnet. Gemäß dem Konzept der Halbwellensynthese [56] sind alle drei Teilsysteme jeweils als $\lambda/2$ -Schwinger ausgelegt. Entsprechend wurde jedes Bauteil so ausgelegt, dass es jeweils bei der gleichen Frequenz seine erste freie Eigenschwingung in Betriebsrichtung aufweist. Mit diesem Konstruktionskonzept gelingt die resonante Auslegung auch für komplexe Schwingsysteme. Um den Einfluss auf die Umge-

bung zu minimieren, ist die Lagerung im Schwingungsknoten der Betriebsschwingung angebracht. Durch die Querschnittsverjüngung im Schwingungsknoten des Horns wurde eine Vergrößerung der Schwingungsamplitude erreicht.

6.2 Frequenzgangsmessungen

Zur Messung von Frequenzgängen stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung. Bei der Sinusanregung wird die zu untersuchende Struktur mit einer abschnittsweise festen Frequenz (engl. stepped sine) angeregt. Sobald die sich einstellenden Amplituden und Phasen gemessen worden sind, wird die nächste Frequenz angeregt und erneut gemessen. Beim Gleitsinus (engl. sweep) wird die Frequenz hingegen kontinuierlich verändert. In diesem Fall wird die Übertragungsfunktion aus dem Verhältnis der Fouriertransformierten des Ein- und Ausgangssignals für einen vollständigen Messdurchgang bestimmt. Weiterhin werden auch Rausch- oder Impulsanregungen zur Systemidentifikation genutzt. Bei nichtlinearen Systemen ist die gleichzeitige Anregung mit verschiedenen Frequenzen jedoch nicht sinnvoll, da sich die einzelnen Frequenzanteile nicht mehr linear überlagern lassen. Nach EWINS [26] sollte bei der Identifikation nichtlinearer Systeme daher mit einer Sinusanregung gearbeitet werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein in LabView implementiertes Messprogramm mit Sinusanregung verwendet. Mit dem System können gleichzeitig die Amplituden und Phasen der Grundschwingung und weiterer Oberschwingungen bei maximal acht Kanälen bestimmt werden. Die Abtastrate der Datenaufzeichnung wird für jede Anregefrequenz passend eingestellt, so dass jeweils die exakten harmonischen Amplituden und Phasen bestimmt werden und kein Leakage-Effekt auftritt. Um die Resonanzen möglichst genau abzutasten, gleichzeitig aber möglichst schnell zu messen ist eine adaptive Steuerung der Frequenzschritte [86] implementiert.

6.2.1 Unbelasteter Schwinger

Der Frequenzgang des Schwingers wurde zuerst im Kleinsignalebereich aufgenommen. Neben Spannung und Strom wurde dabei auch die Geschwindigkeit am Kontaktpunkt gemessen, um daraus ein piezoelektrisches Ersatzmodell identifizieren zu können. Die Parameter des Ersatzmodells wurden nach dem Vorgehen aus Kapitel 2.2.3 identifiziert. Abbildung 6.3 a)-d) zeigen den Verlauf der gemessenen und identifizierten Eingangs- und Kernadmittanzen im Bereich der Betriebsschwingung. Der Schwinger hat eine Resonanzfrequenz von 24313 Hz, einen effektiven Koppelfaktor $k_{\text{eff}}^2 = 0.026$ und eine Güte $Q = 1363$. Die Messung und das identifizierte Modell weichen nur geringfügig voneinander ab. In Resonanz verhalten sich Modell und Messung annähernd identisch, während das Modell im Bereich der elektrischen Antiresonanz etwas stärker gedämpft ist. Das deutet darauf hin, dass der Schwinger in Resonanz und Antiresonanz jeweils etwas unterschiedlich gedämpft ist. Da die folgenden Versuche in Resonanz gefahren wurden, wird die Dämpfung entsprechend passend zur Resonanz gewählt. Weiterhin weicht die identifizierte Kernadmittanz für niedrige Frequenzen leicht von der Messung ab. Dies ist vermutlich dem Einfluss einer benachbarten Mode geschuldet.

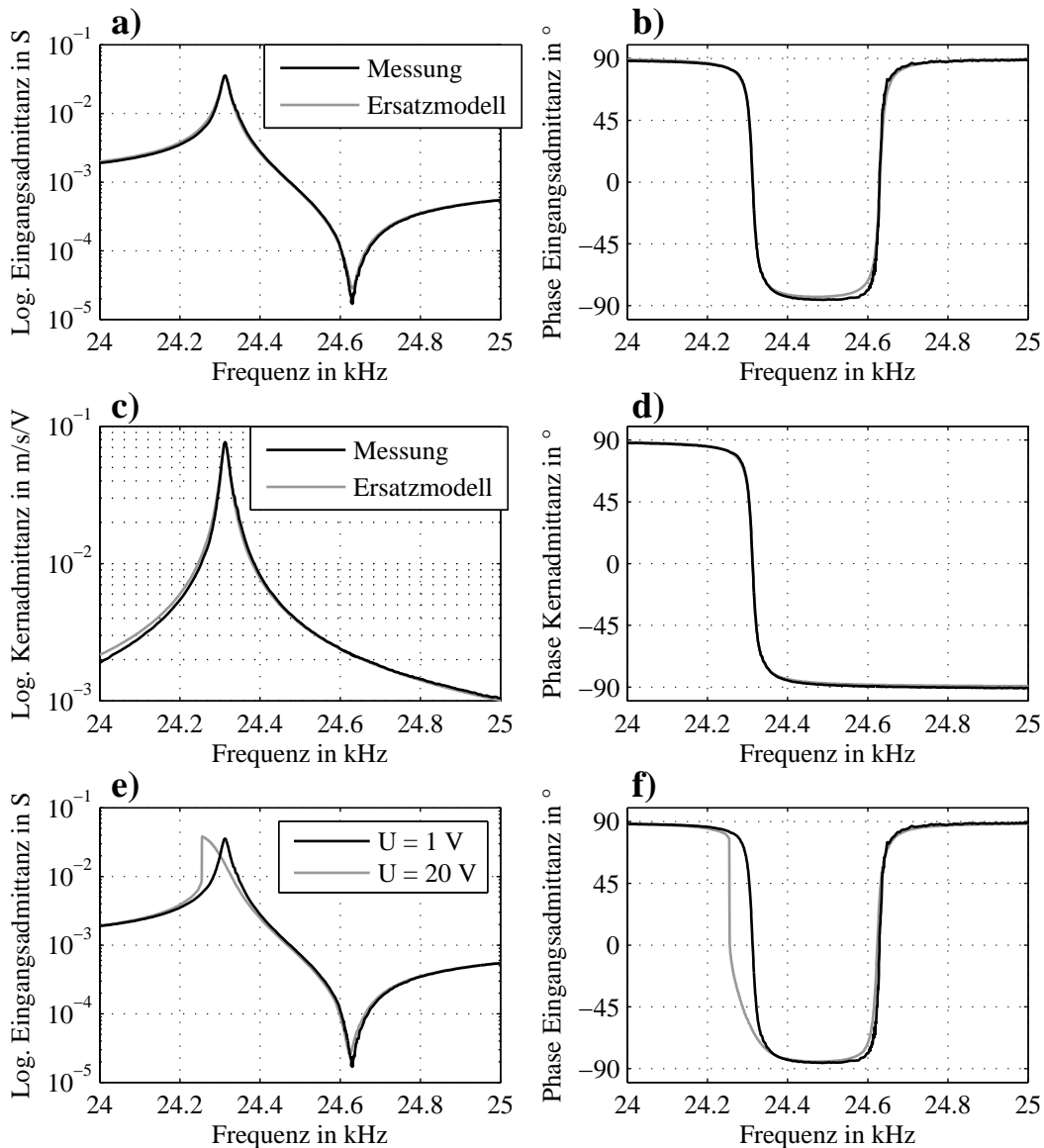


Abbildung 6.3: a)-d) Frequenzgang des unbelasteten Schwingers; e)-f) Bei höheren Spannungen weist der Schwinger ein leicht nichtlineares Verhalten auf.

m_1	d_1	k_1	α	C_P	R_1
54.2 g	6.07 Ns/m	$1.26 \cdot 10^9$ N/m	0.46 As/m	6.48 nF	28.2 Ω

Tabelle 6.1: Ersatzparameter des unbelasteten Schwingers

Die Parameter des Ersatzmodells sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst. Neben den mechanischen Ersatzparametern ist auch der elektrische Eingangswiderstand in Resonanz aufgeführt. Dieser Wert ist für die elektrische Ansteuerung wichtig, da hierdurch die elektrische Last im Resonanzbetrieb beschrieben wird. Durch den geringen Werte von $R_1 = 28.2 \Omega$ ist der Einsatz von Audioverstärkern zweckmäßig.

Sobald der Kleinsignalbetrieb verlassen wird, verändert sich das Verhalten des Schwingers. Zur Veranschaulichung ist in den Abbildungen 6.3 e) und f) neben der Kleinsignalmessung auch eine Messung bei einer konstanten Anregeamplitude von 20 V dargestellt. Bei beiden Messungen wurde von hohen zu niedrigen Frequenzen hin gemessen. Die Messung bei hoher Anregeamplitude weist im Bereich um die Resonanz ein nichtlineares Verhalten auf. Dieser Effekt ist typisch für piezoelektrische Schwinger und wurde beispielsweise von VON WAGNER [110] beschrieben. Bei großen Amplituden ist die lineare Beschreibung des piezoelektrischen Materialverhaltens nicht mehr ausreichend, sondern muss um nichtlineare Terme ergänzt werden. Dieser Effekt führt für große Amplituden zu einer Abnahme der Steifigkeit und damit einem Absinken der Resonanzfrequenz, wie es auch in der betrachteten Messung auftritt. Dieses Verhalten wird zudem dadurch begünstigt, dass die Piezokeramiken im Schwingungsknoten des Transducers liegen und damit einer relativ hohen Dehnung ausgesetzt sind.

6.2.2 Schwinger mit Stoßkontakt

Bei den Frequenzgangmessungen mit Stoßkontakt traten einige charakteristische Eigenschaften auf, die im Folgenden näher erläutert werden. Abbildung 6.4 a) und b) zeigen zwei Messungen bei identischen Parametern. Bei der sweep up Messung wurde bei niedrigen Frequenzen gestartet und sukzessive die Anregefrequenz erhöht. Bei ungefähr 24.55 kHz sprang die Amplitude auf einen höheren Wert. Bei einer weiteren Erhöhung der Frequenz fiel die Amplitude wieder. Wurde hingegen bei hohen Frequenzen gestartet, folgte die Messung einem anderen Pfad. Wie bereits in Kapitel 4 besprochen, verringert sich die effektive Steifigkeit aufgrund des Stoßkontaktes bei steigenden Amplituden, wenn die Anpresskraft konstant bleibt. Daher nimmt die Eigenfrequenz des Systems mit steigenden Amplituden ab und die Frequenzgangskurve verlängert sich bei der sweep down Messung nach links. Im Bereich zwischen den diskontinuierlichen Sprüngen ist der Frequenzgang also mehrdeutig und von der Vorgeschichte abhängig. Die Frequenzen an denen die Sprünge stattfinden, begrenzen den Bereich der überhängenden, instabilen Frequenzgangskurve und charakterisieren insofern den Grad der Nichtlinearität des Systems.

Im Frequenzgang werden lediglich die eingeschwungenen Amplituden verzeichnet. Gerade im Bereich des Amplitudensprungs findet daneben aber auch eine erhebliche transiente Dynamik statt. In Abbildung 6.4 d) ist die Einhüllende der Geschwindigkeit während des Amplitudensprunges bei einer sweep-down Messung dargestellt. Die anfänglich großen Schwingamplituden klingen mit dem Eigenverhalten des Systems ab und führen zu einer Schwebung mit der angeregten Schwingung. Da diese Schwebung hörbar ist, kann der Amplitudensprung auch ohne weitere Messtechnik wahrgenommen werden.

Weiterhin ist auffällig, dass die Schwingamplituden der beiden Messungen auch im unterkritischen Frequenzbereich voneinander abweichen. Dieser Effekt ist reproduzierbar und ist möglicherweise in der Erwärmung des Schwingers begründet. Bei der sweep down Messung herrschen vor dem Sprung große Schwingamplituden, die zu einer Erwärmung des Schwingers führen. Aufgrund der steigenden Temperaturen verringert sich die piezoelektrische Kopplung und damit auch die Geschwindigkeitsamplitude. Daneben verringert sich bei steigenden Temperaturen auch die Steifigkeit des Materials und damit die Resonanzfrequenz des Schwingers. Durch diesen Effekt wird der

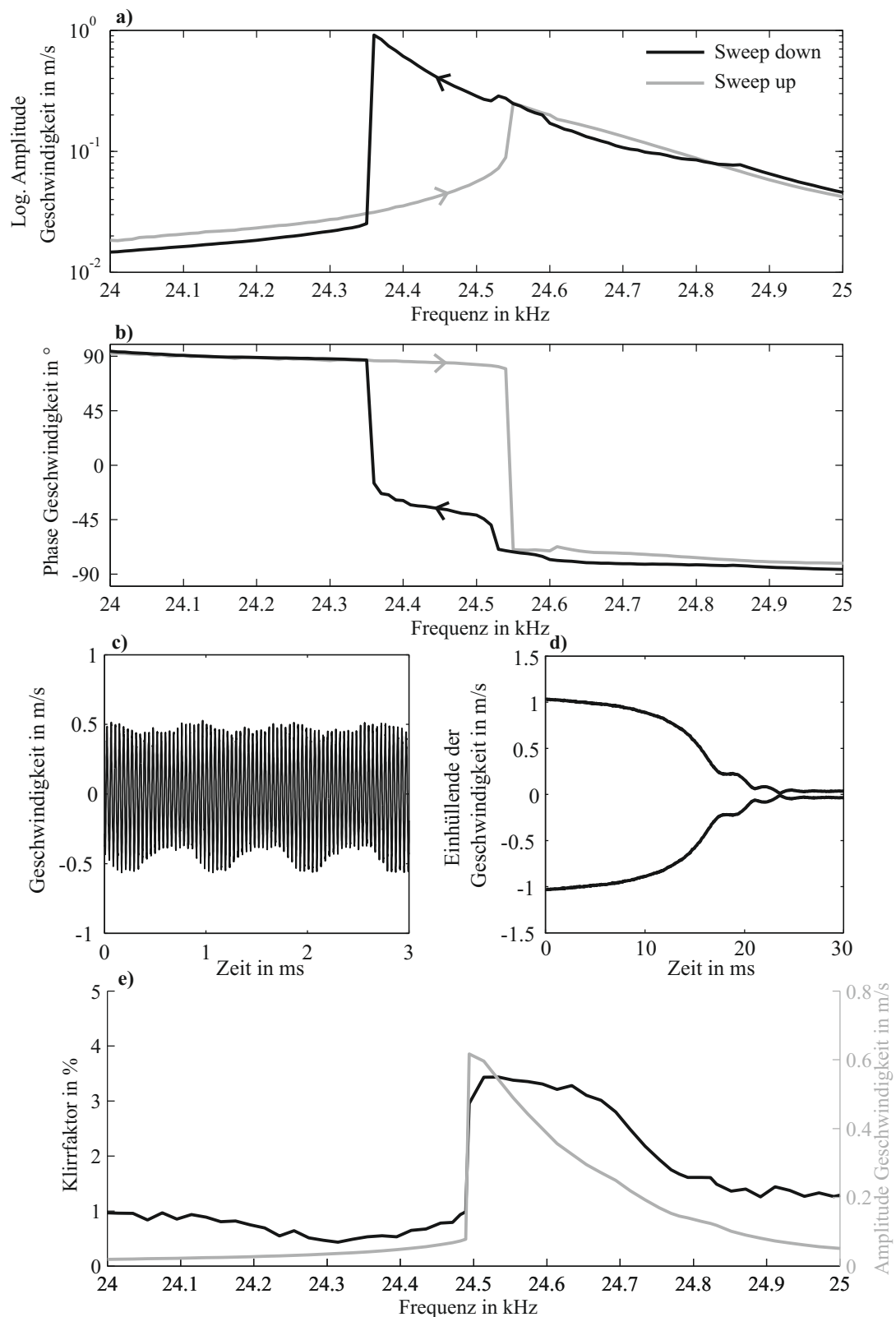


Abbildung 6.4: a),b) Frequenzgangsmessung bei einer Anregespannung von 20 V und einer Anpresskraft von 40 N; c) Zeitverlauf der Geschwindigkeit bei einer Frequenz von 24.45 kHz; d) Transientes Abklingen nach dem Amplitudensprung; e) Klirrfaktor bei einer Sweep-down Messung mit einer Anpresskraft von 60 N

Bereich der überhängenden Kurve folglich noch erhöht.

Die in Kapitel 5 diskutierten niederfrequenten Schwingungen traten während der Frequenzgangsmessungen in weiten Parameterbereichen auf. Abbildung 6.4 c) zeigt einen typischen Zeitverlauf der Geschwindigkeit mit überlagerten niederfrequenten Schwingungen. Die Darstellung im Frequenzgang hängt maßgeblich vom verwendeten Messverfahren ab. In diesem Fall werden die Schwingamplituden und Phasen mit einer diskreten Fourieranalyse über 200 Perioden ermittelt. Wenn nur über wenige Perioden gemittelt wird, führen die niederfrequenten Schwingungen zu starken Schwankungen in den Amplituden und Phasen. Durch die lange Mittelung bleiben die Verläufe jedoch glatt. In den vorliegenden Messungen traten bei der sweep down Messung beinahe im gesamten Bereich des überhängenden Astes niederfrequente Schwingungen auf. Im Phasengang ist dies an den im Vergleich zu einer einperiodischen Schwingung größeren Phasen zu erkennen. In der sweep up Messung traten niederfrequente Schwingungen nur in einem kleinen Bereich nach dem Amplitudensprung auf. Während der Messung konnten die niederfrequenten Schwingungen auch eindeutig an den lauten Geräuschen wahrgenommen werden. Unabhängig davon, dass das Messprogramm eine Amplitude und eine Phase für jede angeregte Frequenz ermittelt, ist es im Fall niederfrequenter Schwingungen natürlich keineswegs korrekt von konstanten Amplituden und Phasen zu sprechen. Vielmehr werden in diesem Kapitel typische Messergebnisse besprochen. Neben den niederfrequenten Schwingungen sind auch die höherfrequenten Schwingungen von Interesse. Die Bedeutung der Oberschwingungen wird dabei häufig mit dem Klirrfaktor

$$k_{\text{klirr}} = \sqrt{\frac{\hat{x}_2^2 + \hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2 + \dots}{\hat{x}_1^2 + \hat{x}_2^2 + \hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2 + \dots}} \cdot 100 \quad (6.1)$$

charakterisiert. Darin bezeichnet \hat{x}_i die Amplitude der *i*ten Oberschwingung und \hat{x}_1 die Amplitude der Grundschwingung. Bei den Messungen wurden die Amplituden der ersten fünf Oberschwingungen bestimmt und auf deren Basis der Klirrfaktor angenähert. Da die Werte beim Auftreten niederfrequenter Schwingungen wenig aussagekräftig sind, zeigt Abbildung 6.4 e) eine Messung mit einer Anpresskraft von 60 N und einer Anregespannung von 20 V, bei der keine niederfrequenten Schwingungen auftraten. In diesem Fall liegt der Klirrfaktor für die Geschwindigkeit immer unter 4 %. Da die Oberschwingungen bei der Verschiebung, aufgrund des integrierenden Charakters, einen geringeren Einfluss haben, liegt der Klirrfaktor für die Verschiebungen sogar immer unter 2 %. Auch bei allen anderen Messungen liegt der Klirrfaktor in ähnlichen Größenordnungen. Damit ist der Einfluss der Oberschwingungen relativ klein im Verhältnis zur Grundharmonischen. Obwohl durch den Stoßkontakt also Oberschwingungen angeregt werden, finden sich diese in der Verschiebung kaum wieder, da der resonante Schwinger als starkes Filter wirkt. Insbesondere rechtfertigt diese Beobachtung die Beschränkung der Modellierung auf den grundharmonischen Schwingungsanteil.

6.3 Geregelter Betrieb

Da sich die Resonanzfrequenz von Ultraschallschwingern während des Betriebs ändern kann, ist für den dauerhaften resonanten Betrieb eine Frequenzregelung notwendig. Die Amplitude wird

dann mit einer überlagerten Amplitudenregelung eingestellt. Für die Resonanzregelung finden sich verschiedene Strategien, die beispielsweise von KAUCZOR [46] diskutiert wurden. Um Resonanz zu erreichen, kann bei vorgegebener Spannung auf das Betragsmaximum oder den Phasennulldurchgang des elektrischen Stromes geregelt werden. Da das Betragsmaximum im Vorfeld nicht bekannt ist, erfolgt die Regelung auf das Betragsmaximum mit einem Zweipunktregler, wodurch die erreichbaren Regelgeschwindigkeiten begrenzt sind. Die Regelung auf eine konstante Phase zwischen Strom und Spannung erlaubt hingegen einen geschlossenen Regelkreis nach Abbildung 6.5. Dabei wird der Schwinger jeweils bei einer festen Frequenz angeregt und die resultierende Phase des elektrischen Stromes gemessen. Die Differenz zwischen Soll- und Istwert der Phase bildet den Eingangswert eines PID-Reglers. Der Ausgang des Reglers bestimmt zusammen mit der Mittenfrequenz die nächste Anrefrequenz. Das Vorzeichen der Rückführung wird dabei durch den beabsichtigten Arbeitspunkt bestimmt: Für einen Betrieb um die Resonanz ist das Vorzeichen der Rückführung negativ. Die Ansteuerung um Antiresonanz erfordert hingegen eine negative Rückführung des Istwertes der Phase. Da das System einen festen Wert für die Phase beibehält, wird dieses Regelkonzept auch als PLL (Phase Locked Loop) bezeichnet.

Alternativ zu den fremderregten Ansteuerungen kommen gerade bei Vibro-Impact Systemen auch selbsterregte Regelungen zum Einsatz. Dabei wird nach BABITSKY ET AL. [7] der gemessene Strom am Schwinger direkt auf den Eingang des Verstärkers zurückgeführt. Dadurch entsteht ein instabiler Regelkreis, der durch die Beschränkung der Anregeamplitude auf einem festen Amplitudenwert gehalten wird. In der Praxis finden aber auch noch andere Regelungen Anwendung. So kann beispielsweise bei nicht resonantem Betrieb auf eine Phasenregelung verzichtet werden, und direkt über die Frequenz die Amplitude eingestellt werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Phasenregelung gemäß Abbildung 6.5 verwendet. Die Regelung wurde auf dem oben beschriebenen NI-System als LabView Programm implementiert.

6.3.1 Einfluss der Schwingamplitude

Der Einfluss des Stoßkontaktes auf den geregelten Betrieb wurde anhand einer Variation der Anpresskraft und der Anregespannung untersucht. Dazu wurden stetig die Kräfte erhöht und jede volle Sekunde alle Amplitudenwerte gespeichert. Bei einer Erhöhung der Anpresskraft steigt die Resonanzfrequenz und der Regler erhöht die Anrefrequenz. Wenn dies nicht schnell genug geschieht, springt der Schwinger auf das niedrigere Amplitudenniveau und benötigt dann einige Zeit, bis wieder die Resonanz erreicht wird. Unter regelungstechnischen Gesichtspunkten ist daher ein Absenken der Anpresskraft vorteilhaft, da der Regler dann mehr Zeit hat um den Änderungen zu folgen. Auf der anderen Seite treten bei einem Absenken der Anpresskraft größere Schwankungen auf, da sich vermutlich einzelne Bereiche im Kontakt schlagartig entspannen und zu einer abrupten Änderung in der Kontaktsteifigkeit führen. Solange die Regelung folgen kann, sind die Kurvenverläufe daher für eine progressive Anpresskraft glatter. Abgesehen von den stärkeren Schwankungen sind die Verläufe aber in beiden Fällen identisch.

Abbildung 6.6 zeigt typische Messergebnisse und die entsprechenden theoretischen Vorhersagen des in Kapitel 4 entwickelten Modells. Die Parameter des Strukturmodells entsprechen dem freien Schwinger und sind Tabelle 6.1 entnommen. Die Kontaktsteifigkeit ($k_k = 0.06 k_1$) ist so ge-

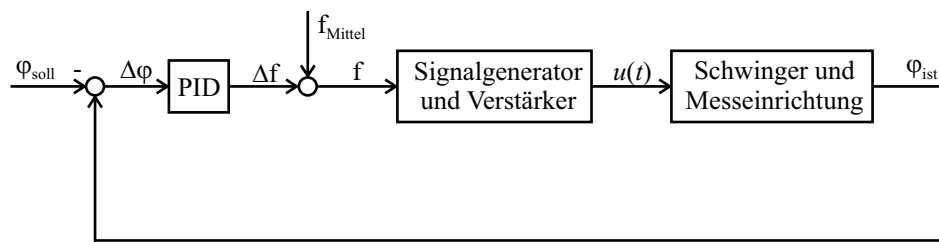


Abbildung 6.5: Blockschaltbild der Phasenregelung

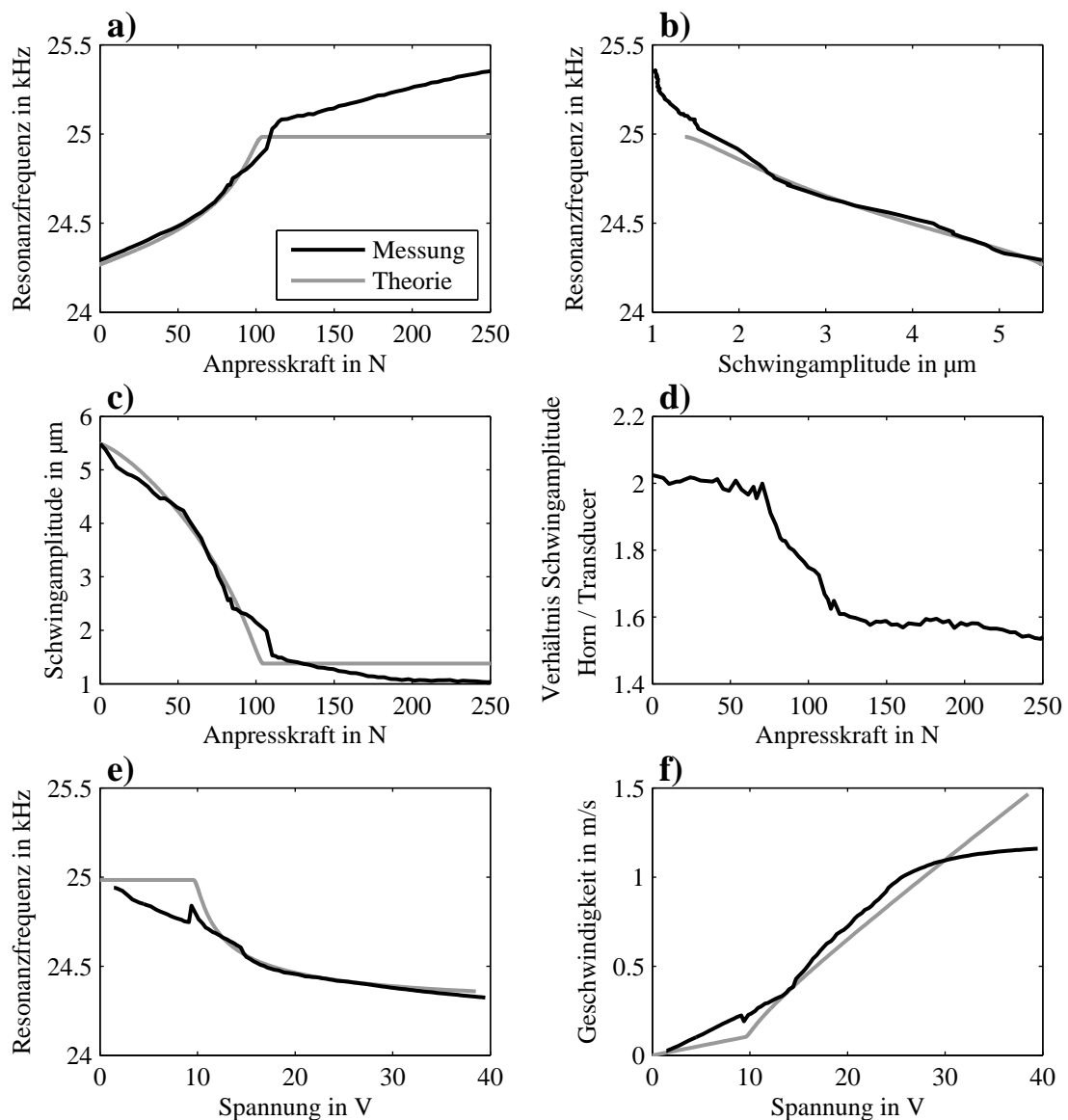


Abbildung 6.6: Einfluss der Anpresskraft und Anregespannung im phasengeregelten Betrieb; a)-d) Variation der Anpresskraft bei einer Amplitude der Anregespannung von $U = 20 \text{ V}$; e)-f) Variation der Anregespannung bei einer Anpresskraft von $F_0 = 50 \text{ N}$

wählt, dass die maximalen Resonanzfrequenzen übereinstimmen. Da der Kontakt auch dämpfend wirkt, wird für diesen Modellabgleich eine Kontaktdämpfung eingeführt und mit $\vartheta = 0.05$ so gewählt, dass die Amplituden möglichst gut übereinstimmen. Der Kontaktdämpfung wird nach Tabelle 2.2 eine äquivalente Kontaktdämpfung zugeordnet und damit eine amplitudenabhängige Lehrsche Dämpfung ermittelt. Der nichtlineare Frequenzgang wird dann völlig analog zu dem in Kapitel 4 beschriebenen Vorgehen ermittelt. Bei einer gemessenen Anpresskraft von 0 N herrscht noch Kontakt, so dass die Ergebnisse für 0 N nicht exakt dem freien Zustand entsprechen. Um dieses abzubilden wurde die viskose Strukturdämpfung von $d_1 = 6.07 \text{ Ns/m}$ auf $d_1 = 11 \text{ Ns/m}$ erhöht.

Abbildung 6.6 a) zeigt den Verlauf der Resonanzfrequenz bei steigender Anpresskraft und einer konstanten Anregespannung von $U = 20 \text{ V}$. Die Resonanzfrequenz steigt über den gesamten Bereich an, hat jedoch bei einer Anpresskraft von 112 N einen Knick und steigt für höhere Kräfte nur noch annähernd linear. Für Anpresskräfte kleiner 112 N stimmen Messung und Theorie gut überein. Für größere Anpresskräfte bleibt der Kontakt im Modell stets geschlossen und die Resonanzfrequenz bleibt konstant. Die abweichende gemessene Resonanzfrequenz lässt sich daher als Nichtlinearität in der Kontaktsteifigkeit deuten: Mit steigender Anpresskraft vergrößert sich die reale Kontaktfläche und damit auch die Kontaktsteifigkeit. Für die Validierung des Modells ist insbesondere der in Abbildung 6.6 b) dargestellte Verlauf der Resonanzfrequenz über der Schwingungsamplitude relevant. Es zeigt sich erneut, dass das Modell für große Amplituden (kleine Anpresskräfte) gut mit der Messung übereinstimmt und für kleine Amplituden (große Anpresskräfte) die gemessene Resonanzfrequenz unterschätzt.

Neben der Versteifung führt der Stoßkontakt auch zu einer stärkeren Dämpfung. Wie in Abbildung 6.6 c) dargestellt, bildet das Modell den Verlauf der gemessenen Geschwindigkeitsamplituden gut ab. Ohne die zusätzlich eingeführte Kontaktdämpfung würde dieser Verlauf wesentlich schlechter abgebildet.

Wird die Anpresskraft konstant gehalten und langsam die Amplitude der Anregespannung erhöht, so sinkt die Resonanzfrequenz entsprechend. Abbildungen 6.6 e) und f) zeigen den zugehörigen Verlauf der Resonanzfrequenz und der Geschwindigkeitsamplitude.

In Abbildung 6.6 d) ist das Verhältnis der Geschwindigkeitsamplituden an Horn und Transducer für verschiedene Anpresskräfte dargestellt. Entsprechend der gewählten Durchmesserhältnisse ist für kleine Anpresskräfte die Amplitude am Horn in etwa doppelt so groß wie am Transducer. Dieses Verhältnis und damit auch die Schwingungsform ändert sich jedoch für größere Anpresskräfte: Mit steigender Anpresskraft steigt die äquivalente Kontaktsteifigkeit und die Schwingungsform verändert sich entsprechend von der frei-frei-Mode in Richtung einer frei-fest-Mode. Da die Kontaktsteifigkeit jedoch wesentlich geringer als die modale Steifigkeit k_1 ist, wird der Schwinger nicht vollständig geklemmt. Da in dem Modell nur eine elastische Mode berücksichtigt wird, ist dieser Umstand prinzipiell nicht mit dem verwendeten Modell abzubilden. Dazu müsste das Modell um weitere Moden erweitert werden. Dann wäre die in dieser Arbeit verwendete analytische Lösung jedoch nicht mehr möglich. Zudem lassen sich das nichtlineare Frequenzverhalten und die niederfrequenten Schwingungen bereits gut mit dem einfacheren Modell erklären.

6.3.2 Messung des nichtlinearen Astes

Der nichtlineare Frequenzgang besteht aus einem stabilen und einem instabilen Bereich. Der instabile Bereich ist nicht ohne weiteres messbar, kann jedoch nach MOJRZISCH ET AL. [64] mit einer Regelung stabilisiert werden. Anders als bei einer üblichen Frequenzgangsmessung wird dabei nicht die Frequenz, sondern die Phase vorgegeben. Wie in Abbildung 6.7 b) dargestellt, ist bei den hier untersuchten Frequenzgängen jedem Phasenwert eindeutig eine Amplitude zugeordnet. Daher kann zur Messung des Frequenzganges anstelle der Frequenz auch die Phase durchfahren werden. Für jeden eingestellten Wert erfolgt dann eine Phasenregelung. Im stabilen Bereich des Frequenzganges stellt sich dann der zur jeweiligen Phase gehörende stationäre Wert der Frequenz und Amplitude ein. Im instabilen Bereich des Frequenzganges führen die Regeleinriffe hingegen dazu, dass die Phase gemäß Abbildung 6.7 a) um die Sollphase herum pendelt. Im eingependelten Zustand wird im Punkt 1 eine positive Phasendifferenz $\Delta\varphi = \varphi_{\text{ist}} - \varphi_{\text{soll}}$ gemessen. Daraufhin erhöht der Regler im nächsten Schritt die Frequenz hin zu Punkt 2. Wenn die Phasenkurve überschritten wurde, fällt die Phase dann während des nächsten Regeltaktes in Richtung der unteren stabilen Lösung auf Punkt 3 ab. Nun ist die gemessene Phasendifferenz negativ und der Regler senkt die Frequenz hin zum Punkt 4. Während des nächsten Regeltaktes steigt die Phase in Richtung der oberen stabilen Lösung erneut auf Punkt 1 und der Zyklus beginnt erneut. Auf diese Weise gelingt der stabile Betrieb in Bereichen, die ohne Regelung instabil wären. Die Stabilität des Reglers hängt dabei maßgeblich vom Regeltakt und von den eingestellten Regelparametern ab. Wie aus den vorigen Überlegungen deutlich wird, ist der P-Anteil dabei von besonderer Bedeutung: Je steiler die überhängende Phasenkurve und je langsamer der Regeltakt ist, desto stärker muss die Frequenzänderung pro Phasenfehler sein. Auf der anderen Seite kann ein hoher P-Anteil auch zur Instabilität des Reglers führen. Daher wurde in der LabView Implementierung ein adaptiver P-Regler verwendet, der in den instabilen Bereichen einen höheren P-Anteil verwendet, als in den stabilen Bereichen.

Abbildung 6.7 c) und d) zeigen gemessene Frequenzgänge des Stoßschwingers bei unterschiedlichen Anregespannungen. Alle Messungen starteten bei niedrigen Frequenzen, respektive hohen Phasenwerten und erreichten innerhalb von 20 Sekunden den Endwert. Es zeigt sich erneut der erwartete, degressive Charakter der Kontaktsteifigkeit. Dieser Effekt führt dazu, dass sich die Resonanzüberhöhungen bei größeren Amplituden in Richtung tiefer Frequenzen verschiebt und zudem ein instabiler überhängender Ast entsteht. Die Verschiebung führt sogar dazu, dass sich die Frequenzgänge für unterschiedliche Anregespannungen schneiden können. Dies ist der Fall, wenn bei einer Frequenz der Amplitudenverlust durch die Verschiebung des Frequenzganges größer als der Amplitudengewinn aufgrund der größeren Anregespannung ist.

Aufgrund der bisher dargestellten Modelle könnte man erwarten, dass die gemessenen Frequenzgänge unabhängig davon sind, ob die Messung bei tiefen oder bei hohen Frequenzen startet. Dies ist jedoch nicht der Fall. MOJRZISCH UND TWIEFEL [65] zeigten, dass sich bei einem piezoelektrischen Schwinger das Material während der Messung erwärmt und daher seine Eigenschaften ändert. Mit steigenden Amplituden erwärmt sich das Material und wird nachgiebiger, wodurch der Effekt der degressiven Federsteifigkeit sogar noch verstärkt wird. Dieser Effekt konnte ebenfalls während der hier dargestellten Messungen beobachtet werden. Durch die kurze Messzeit von 20 s

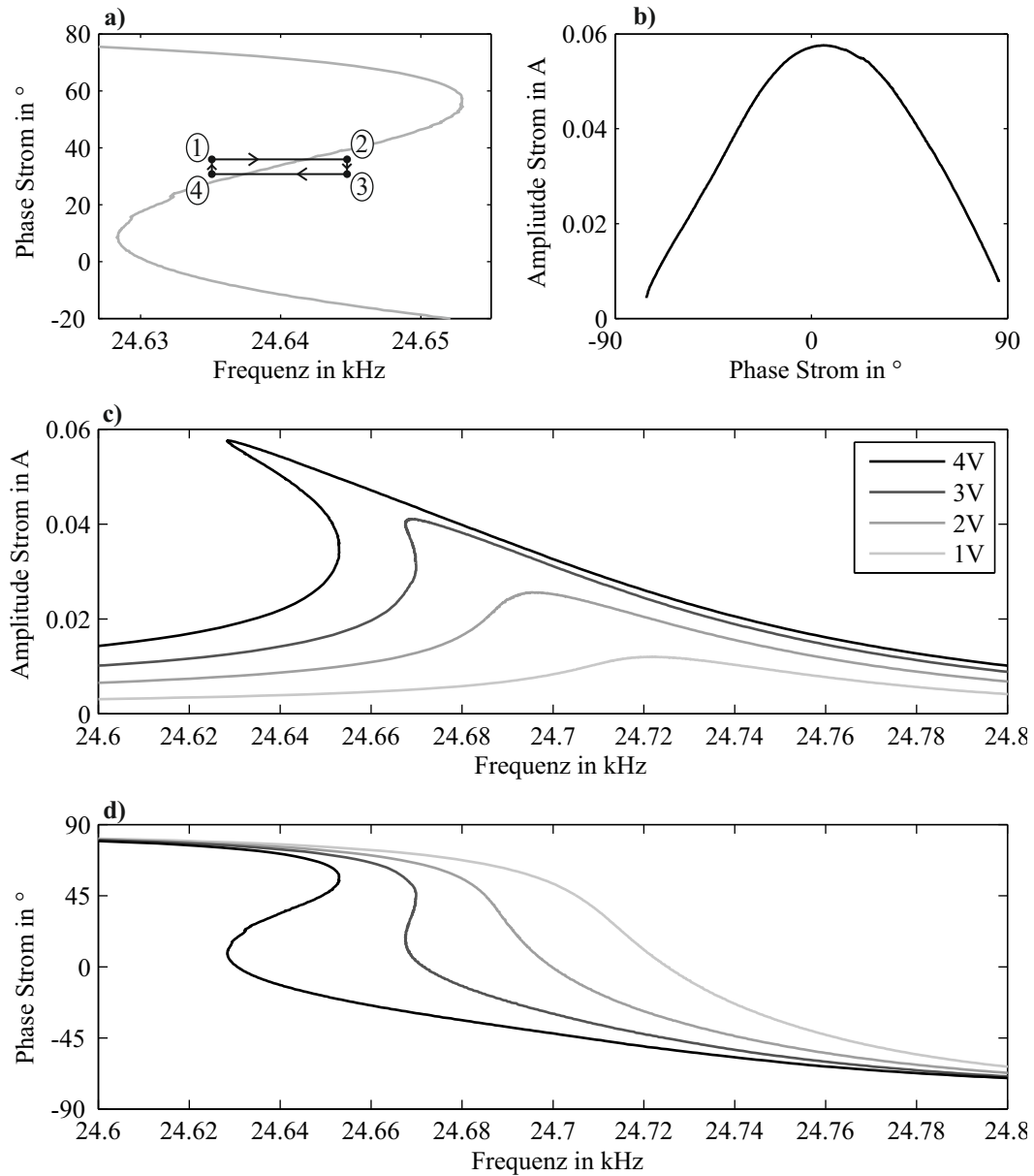


Abbildung 6.7: a) Schematische Darstellung zur Regelung des nichtlinearen Astes bei einer Anpresskraft von 20 N und einer Anregespannung von 20 V; b) Zusammenhang zwischen Amplitude und Phase des nichtlinearen Frequenzganges; c)-d) Gemessene Frequenzgänge mit nichtlinearem Ast bei einer Anpresskraft von 20 N und verschiedenen Anregespannungen

und den Start bei tiefen Frequenzen ist dieser Effekt bei den in Abbildung 6.7 c) und d) gezeigten Messungen jedoch relativ gering.

Eine weitere praktische Schwierigkeit bei der Aufnahme der nichtlinearen Frequenzgänge des Stoßschwingers, besteht im Auftreten der bereits diskutierten niederfrequenten Schwingungen. Sobald diese auftreten, kann für die Phase in hinreichend kurzer Zeit kein stabiler Wert mehr bestimmt werden und die Regelung versagt. Daher ist für diese Messungen eine Konfiguration notwendig, bei der keine niederfrequenten Schwingungen auftreten.

6.4 Niederfrequente Schwingungen

Im überkritischen Bereich weist das System in einigen Konfigurationen quasiperiodische, modulierte Schwingungen auf. Die Modulation kann in unterschiedlichen Formen und Ausprägungen erfolgen. In Abbildung 6.8 ist der Verlauf des Stromes und der Verschiebung an der Kontaktstelle dargestellt. Die Amplitude des Stromes moduliert mit einer Frequenz von ca. 180 Hz und einem Modulationsgrad $m = 0.7$. Sowohl die Einhüllende des Stroms als auch die aktuelle Phase wurden wie in Kapitel 5 dargestellt mit Hilfe der Hilbert Transformation berechnet. Dabei wurde die Nullphase durch die Phasenlage der elektrischen Spannung bestimmt. Eine Phase von weniger als -90° bedeutet daher, dass elektrische Leistung in den Verstärker zurück gespeist wird. Das Auftreten niederfrequenter Schwingungen führt also direkt zu einer Belastung des Verstärkers. Die Verschiebung des Kontaktpunktes wurde mit einem Laser Vibrometer mit Wegdecoder gemessen. Anders als eine Geschwindigkeitsmessung ermöglicht die Wegmessung auch die genaue Aufzeichnung langsamer Schwingungen. Neben der Amplitudenmodulation ist auch eine überlagerte niederfrequente Schwingung zu erkennen. Die auf Basis des Modells angestellten Überlegungen finden sich also im Experiment wieder. Zudem bestätigt sich auch die modellgestützte Aussage, dass die niederfrequente Bewegungen mit einer Phasenmodulation der Betriebsschwingung verbunden ist.

6.5 Zusammenfassung und Fazit

Für die experimentellen Untersuchungen wurde ein $3/2 \lambda$ -Schwinger entworfen und aufgebaut. Der Schwinger wurde über eine lange Feder mit einer definierten Kraft gegen einen massiven Stahlblock gepresst. Die mechanische Schwingung wurde in unmittelbarer Nähe des Kontaktpunktes und am Konverter mit Laser Vibrometern gemessen.

Im unbelasteten Zustand wurde ein Frequenzgang aufgenommen und daraus ein Ersatzmodell identifiziert. Sobald der Schwinger gegen den Block gepresst wurde, ergaben sich je nach Richtung der Frequenzdurchfahrt unterschiedliche Ergebnisse und damit ein typisches nichtlineares Frequenzverhalten. Dennoch blieb bei einem maximalen Klirrfaktor von 4 % die grundharmonische Schwingung im gesamten betrachteten Bereich dominant.

Mit einer Frequenzregelung konnte das System in einer gewünschten Phasenlage betrieben werden. Diese Regelung wurde zuerst genutzt, um die Abhängigkeit der Resonanz von der Anpresskraft und der Amplitude zu untersuchen. Wie im Modell vorhergesagt, sinkt die Resonanzfrequenz

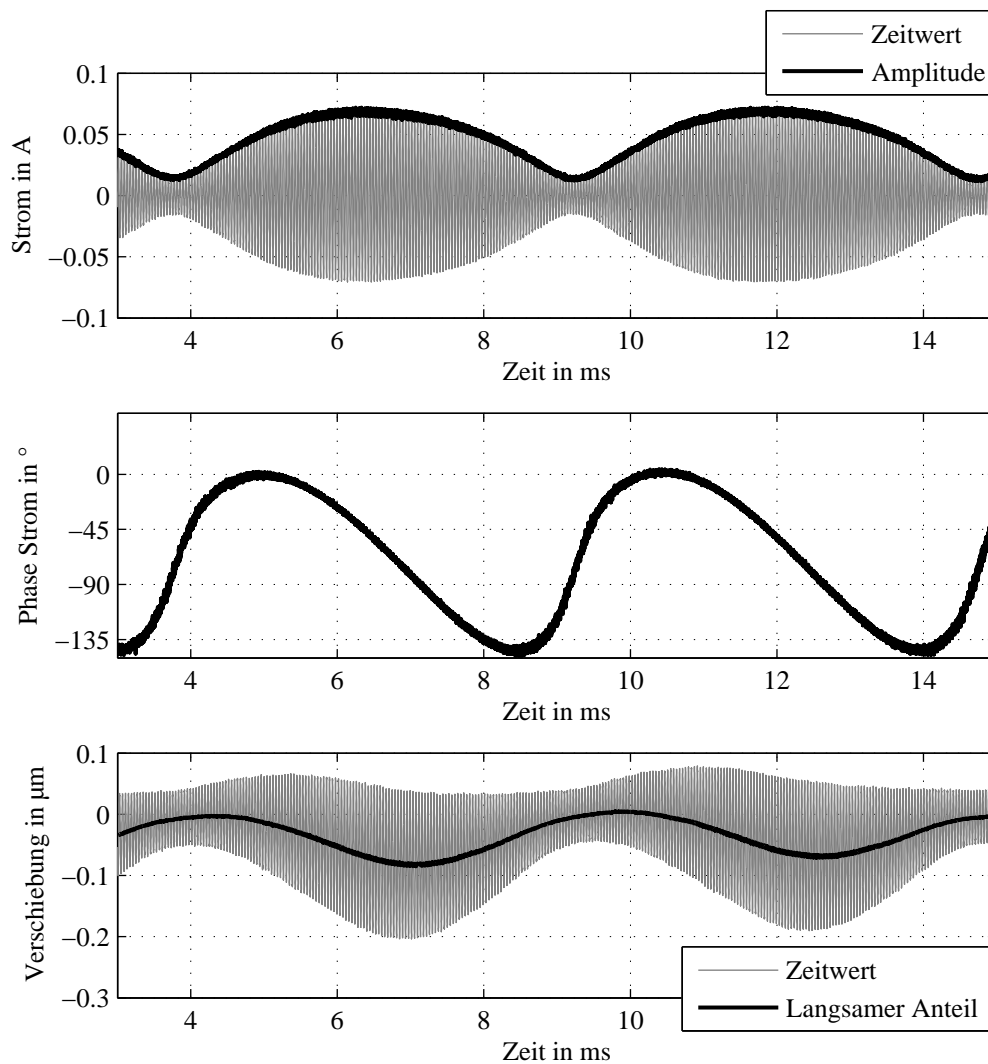


Abbildung 6.8: Typische niederfrequente Schwingung bei $U = 20 \text{ V}$, $F_0 = 20 \text{ N}$ und $f = 24701 \text{ Hz}$

mit steigender Amplitude und steigt mit zunehmender Anpresskraft an. Für kleine Anpresskräfte stimmen die gemessenen und die berechneten Werte sowohl qualitativ als auch quantitativ überein. Im Gegensatz zum Modell steigt die Resonanzfrequenz in der Messung jedoch auch noch weiter an, wenn der Kontakt schon geschlossen ist. Dies lässt darauf schließen, dass die Kontaktsteifigkeit mit der Anpresskraft steigt. Eine mögliche Erklärung, wäre dass sich die wahre Kontaktfläche mit zunehmender Anpresskraft vergrößert. Die größere Kontaktsteifigkeit führt zudem zu einer veränderten Schwingungsform, die das Modell nicht abbildet. Insofern bildet das Modell wichtige Eigenschaften korrekt ab, lässt aber andere Eigenschaften des realen Schwingers unberücksichtigt. Mit der aktiven Regelung gelang es zudem den instabilen Ast des Frequenzganges zu vermessen. Da jedem Phasenwert nur eine Amplitude zugeordnet ist, wurde anstelle der Frequenz die Phase durchfahren. Im Bereich des instabilen Astes wurde das System dann durch die Regelung stabilisiert. Zum Abschluss wurde eine typische niederfrequente Schwingung näher beleuchtet. Wie im Modell vorhergesagt, geht die Amplitudenmodulation mit einer Modulation der Phase und einer niederfrequenten Schwingung einher.

7 Diskussion der erzielten Ergebnisse

In Kapitel 3.2 wurden Fragen formuliert, die in dieser Arbeit beantwortet werden sollten. Im Folgenden werden die Antworten kompakt zusammengestellt. Weitere Details finden sich an den entsprechenden Stellen in der Arbeit.

Kann das Frequenzverhalten analytisch berechnet werden?

Ultraschallschwinger werden in der Regel resonanznah betrieben und wirken dadurch als steiles Bandpassfilter. Deshalb ist es auch für starke Nichtlinearitäten häufig ausreichend, den grundharmonischen Anteil der Schwingung zu betrachten. Die harmonische Linearisierung der nichtglatten Stoßkraft führt auf trigonometrische Funktionen, aufgrund derer eine explizite analytische Lösung nach der Schwingamplitude nicht möglich ist. Allerdings gelingt es über den Umweg der Kontaktdauer eine Abbildung zwischen Anregefrequenz und Amplitude zu konstruieren. Dazu wird ausgenutzt, dass die Abbildungen von der Kontaktdauer zur Amplitude und zur äquivalenten Kontaktsteifigkeit jeweils bijektiv sind und deshalb auch der Zusammenhang zwischen äquivalenter Kontaktsteifigkeit und Schwingamplitude angegeben werden kann. Zu jedem so berechneten Wertepaar wird dann die passende Frequenz berechnet. Auf diese Weise gelang erstmals die exakte analytische Lösung des Problems, ohne dass jedoch ein expliziter Zusammenhang zwischen Frequenz und Amplitude hergestellt werden konnte. Gegenüber einer numerischen Lösung ist der Rechenaufwand wesentlich geringer. Zudem ist auch sichergestellt, dass die vollständige Lösung berechnet wird.

Welchen Einfluss hat die Lagerung auf das Frequenzverhalten?

In dieser Arbeit wurde erstmals systematisch der Lagerungseinfluss auf das Frequenzverhalten eines Ultraschallschwingers mit Stoß untersucht. Dabei zeigt sich, dass das Verhalten maßgeblich von der Vorspannung abhängt. Für eine positive Vorspannung (Druck gegen den Untergrund) sinkt die Resonanzfrequenz mit zunehmender Schwingamplitude und es stellt sich eine nach links überhängende Frequenzgangskurve ein. Bei einem Spalt hängt die Kurve hingegen nach rechts über. Im Grenzfall einer Lagerung ohne Vorspannung hängt die Resonanzfrequenz nicht von der Amplitude ab und es stellt sich ein quasi lineares Frequenzverhalten ein.

Kann das nichtlineare Frequenzverhalten gemessen werden?

Der überhängende Ast einer nichtlinearen Frequenzgangskurve beschreibt stets instabile Lösungen und kann daher nicht ohne Weiteres gemessen werden. In dieser Arbeit gelang es erstmals den instabilen Ast eines Ultraschallschwingers mit Stoß nach einem Verfahren von MOJRZISCH ET AL. [64] zu vermessen. Ausgangspunkt ist dabei die Beobachtung, dass auch im

nichtlinear überhängenden Frequenzgang im Bereich einer Resonanz jede Phase nur einmal angenommen wird. Entsprechend wird anstelle der Frequenz, die Phase der Schwingung vorgegeben. Auf diese Weise gelingt mit Hilfe einer aktiven Phasenregelung auch die Vermessung des instabilen Astes.

Mit welchem Modell können die niederfrequenten Schwingungen abgebildet werden?

Das eingeschwungene Frequenzverhalten wird mit einem modalen Ersatzmodell für die Betriebschwingung und einem zusätzlichen Freiheitsgrad für die statische Verschiebung modelliert. Es gibt jedoch auch stabile Betriebszustände, in denen sich das gesamte Werkzeug mit einer Frequenz weit unterhalb der Anregfrequenz bewegt. Dann wird die Betriebsschwingung in dieser Frequenz moduliert. Um diese niederfrequente Schwingung abzubilden, wurden der statischen Verschiebung eine Masse und ein Dämpfer zugeordnet. Entsprechend beschreibt die Koordinate nun nicht mehr ausschließlich eine statische Verschiebung, sondern ggf. auch eine langsame Schwingung.

In welchen Parameterbereichen treten niederfrequente Schwingungen auf?

Der Einfluss der Modellparameter wurde systematisch untersucht. Ausgehend von einer Standardkonfiguration wurden alle Parameter jeweils einzeln variiert und dann mit Hilfe der Floquetschen Multiplikatoren die Stabilität der Lösung bewertet. Sobald die Floquetschen Multiplikatoren den Einheitskreis konjugiert komplex verlassen, treten niederfrequente Schwingungen auf. Insbesondere zeigt sich, dass niederfrequente Schwingungen nur bei überkritischer Anregung oberhalb der Resonanz auftreten. Zudem müssen Anregespannung und Anpresskraft so gewählt sein, dass vorübergehender Kontaktverlust auftritt. Daneben wird das Phänomen durch eine niedrige Dämpfung der niederfrequenten Schwingung begünstigt. Sobald die Kontaktsteifigkeit oder die langsam bewegte Masse sehr groß werden, tritt die niederfrequente Schwingung nicht mehr auf.

Welche Wirkmechanismen sind ursächlich für die niederfrequenten Schwingungen?

Im überkritischen Betrieb steigt die hochfrequente Schwingamplitude mit steigender Durchdringung. Da mit der Schwingamplitude auch der langsame Anteil der Kontaktkraft zunimmt, ist der langsame Anteil der Kontaktkraft bei abnehmender Durchdringung größer als bei zunehmender Durchdringung. Auf diese Weise wird in Summe Energie von der Betriebsschwingung auf die niederfrequente Schwingung übertragen. Sobald der langsame Anteil der Kontaktkraft kleiner als die Anpresskraft wird, beschleunigt das gesamte Werkzeug dann wieder in Richtung des Untergrundes. Auf diese Weise stellt sich eine stabile niederfrequente Schwingung ein.

Fazit

Die in der Aufgabenstellung anvisierten Ziele konnten in der Arbeit erreicht werden. So wurde das aus der Literatur bekannte Modell für Ultraschallschwinger mit Stoß analytisch gelöst und zudem um eine genauere Beschreibung der Lagerung erweitert. Zudem wurde der instabile Ast im Frequenzgang eines Ultraschallschwingers mit Stoß vermessen.

Darüber hinaus wurde erstmals das in der Praxis beobachtete Auftreten niederfrequenter Schwingungen diskutiert und mit einem erweiterten Modell untersucht. Dabei wurden Parameterbereiche identifiziert, in denen die niederfrequenten Schwingungen auftreten und deren Entstehungsmechanismus geklärt.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung

Bei etlichen Ultraschallanwendungen kommt es zu Stößen zwischen Werkzeug und Werkstück. Dabei sind die Stöße in einigen Anwendungen, wie den Ultraschall-Stehwellenantrieben oder der ultraschallunterstützten Zerspanung, erwünscht und sogar notwendig für den Prozess. In anderen Anwendungen, wie dem Ultraschall-Kunststoffschweißen wird hingegen ein geschlossener Kontakt angestrebt, tatsächlich tritt aber in einigen Betriebszuständen intermittierender Kontakt auf. Ultraschallsysteme mit Stoß weisen generell ein nichtlineares Frequenzverhalten auf. Insbesondere kann es zu stabilen niederfrequenten Schwingungen kommen, die zu einer Modulation der Betriebsschwingung führen und daher erheblichen Einfluss auf den Prozess und den Betrieb des Systems haben.

Um allgemeingültige Aussagen über Ultraschallschwinger mit Kontakt zu erhalten, wurden die Untersuchungen an modalen Ersatzmodellen durchgeführt. Das Modell wurde um eine nichtlineare Kontaktfeder und einen zusätzlichen Freiheitsgrad für die statische Verschiebung erweitert. Mit der Methode der Harmonischen Balance wurde der grundharmonische sowie der statische Anteil der Kontaktkraft bestimmt und somit eine Formulierung des nichtlinearen Systems im Frequenzbereich ermöglicht. Die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz von der Schwingamplitude wird mit der Skelettlinie dargestellt. Je nach Lagerung ergeben sich verschiedene Lösungen. Im idealisierten Fall einer unendlich steifen Lagerung mit anfänglicher Durchdringung, führen größere Amplituden zu einer weicheren äquivalenten Kontaktsteifigkeit und damit zu sinkenden Resonanzfrequenzen. Damit hängen Skelettlinie und Frequenzgangskurve nach links über. Wenn hingegen ein Spalt zwischen Schwinger und Untergrund vorliegt, führt eine zunehmende Schwingamplitude zu einer Versteifung des Systems.

Technische Ultraschallschwinger werden häufig mit einer konstanten Anpresskraft betrieben. Die resultierenden Gleichungen können in diesem Fall analytisch nicht explizit gelöst werden. Vielmehr wurde in dieser Arbeit eine Abbildung zwischen Schwingamplitude und äquivalenter Kontaktsteifigkeit konstruiert und dann die jeweils passende Frequenz bestimmt. Mit diesem Vorgehen wurden die Gleichungen erstmals exakt analytisch gelöst, ohne jedoch einen funktionalen Zusammenhang zwischen Schwingamplitude und Frequenz angeben zu können. Es wurden verschiedene Parameter des Systems mit konstanter Anpresskraft variiert und anhand der Skelettlinie beurteilt. Allen Lösungen ist gemein, dass mit steigender Amplitude die Resonanzfrequenz sinkt.

Die Annahme einer konstanten Anpresskraft ist in technischen Systemen lediglich gerechtfertigt, wenn der Federweg der Vorspannung sehr viel größer als die statische Auslenkung während des Betriebs ist. Wenn dies nicht gewährleistet ist, muss die Lagersteifigkeit mit berücksichtigt werden.

Dazu wurde das Modell um eine Lagersteifigkeit mit Vorspannung erweitert und analytisch gelöst. Es zeigt sich erneut, dass bei einem anfänglichen Druck die Resonanzfrequenz mit steigender Amplitude sinkt und ein anfänglicher Spalt zu einer mit der Amplitude steigenden Resonanzfrequenz führt. Im Grenzfall ohne Vorspannung ist die Resonanzfrequenz nicht von der Amplitude abhängig.

Zur Untersuchung der niederfrequenten Schwingungen wurde das Modell um eine langsam schwingende Masse erweitert. Die Integration der resultierenden Bewegungsgleichungen zeigt, dass das System in einigen Parameterbereichen stabile niederfrequente Schwingungen ausführt. Für die systematische Untersuchung des Modells wurden periodische Lösungen mit dem Schießverfahren berechnet und mit einem Pseudo-Bogenlängenverfahren bei Variation verschiedener Parameter verfolgt. Anhand der Floquetschen Multiplikatoren folgt, dass niederfrequente Schwingungen in einem technisch relevanten Parameterbereich auftreten. Um die dabei wesentlichen Wirkzusammenhänge zu untersuchen, wurden die Bewegungsgleichungen auf Amplitude und Phase als neue Koordinaten transformiert und anschließend gemittelt. Die gemittelten Gleichungen zeigen, dass eine zunehmende Durchdringung zu steigenden Phasen und damit im überkritischen Betrieb zu größeren Amplituden führt. Deshalb ist der langsame Anteil der Kontaktkraft bei abnehmender Durchdringung größer als bei zunehmender und die niederfrequente Schwingung wird in Summe angefacht. Sobald der langsame Anteil der Kontaktkraft kleiner als die Anpresskraft wird, wird das Werkzeug wieder in Richtung des Untergrundes beschleunigt und der Zyklus beginnt erneut. Aufgrund der niederfrequenten Schwingung kann es zu starken Modulationen der Amplitude und Phase der Betriebsschwingung kommen. Es ist sogar möglich, dass die Phase permanent abnimmt und das System somit in einer niedrigeren Frequenz als der Anregefrequenz schwingt. Aufgrund der starken Phasenmodulation während der niederfrequenten Schwingung kann es auch vorkommen, dass der Schwinger zeitweise Leistung an den Verstärker abgibt. In diesem Betriebszustand kann die Leistungselektronik beschädigt werden. Niederfrequente Schwingungen führen zu wechselnden Betriebs- und Prozessbedingungen, die generell unerwünscht sein dürften.

Die theoretischen Arbeiten wurden an einem Stoßprüfstand experimentell begleitet. Dazu wurde ein $3/2 \lambda$ -Schwinger aufgebaut und mit einer definierten Anpresskraft gegen einen massiven Stahlblock gepresst. Die resultierende Bewegung wurde mit zwei Laser Vibrometern aufgezeichnet. Zunächst wurde mit linearen Frequenzgangsmessungen ein lineares Ersatzmodell identifiziert und dann ein typischer Frequenzgang mit Stoßkontakt aufgenommen. Dabei zeigt sich je nach Richtung des Sweeps ein unterschiedliches Frequenzverhalten. Zudem treten für Frequenzen oberhalb der Resonanz niederfrequenten Schwingungen auf. Der Klirrfaktor für die Geschwindigkeiten war jedoch immer unterhalb von 4 %, wodurch die Beschränkung auf die grundharmonische Schwingung gerechtfertigt scheint. Die Vorhersagen des theoretischen Modells zum Frequenzverhalten wurden überprüft, indem das System mit einer Frequenzregelung in Resonanz gehalten, und dann verschiedene Parameter verändert wurden. Auf diese Weise wurden die Skelettlinien abgefahren. Das theoretische Modell sagt die Messungen richtig voraus, weicht für sehr große Anpresskräfte jedoch von den Messungen ab, was auf eine im Modell nicht berücksichtigte Nichtlinearität der physikalischen Kontaktsteifigkeit deutet. Beim realen System nimmt die Kontaktsteifigkeit offenbar mit der Anpresskraft zu. Dadurch steigt die Resonanzfrequenz dann weiter, obwohl im Modell bereits ein geschlossener Kontakt vorliegt.

Die Frequenzregelung wurde auch genutzt um den instabilen Ast im Frequenzgang zu messen. Da auch im nichtlinearen Frequenzgang ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Phase und Amplitude besteht, wurde jeweils eine Phase eingestellt und die resultierende Frequenz gemessen. Auf diese Weise gelang erstmals die Messung eines vollständigen nichtlinearen Frequenzganges für einen Ultraschallschwinger mit Stoß. Die Analyse einer Messung mit niederfrequenten Schwingungen steht im Einklang mit dem Modell. Die ausgeprägte Amplitudenmodulation geht mit einer Modulation der Phase und einer langsamen überlagerten Schwingung einher. Der im Modell postulierte Wirkmechanismus deckt sich also qualitativ mit den experimentellen Ergebnissen.

Ausblick

Aus den Ergebnissen dieser Arbeit leiten sich aus Sicht des Autors weitere Fragestellungen ab, von denen einige im Folgenden kurz umrissen werden.

Veränderung der Schwingungsform

Im Experiment wurde beobachtet, dass sich die Schwingungsform des Werkzeuges durch den Stoßkontakt ändern kann. Da es für die adressierten Phänomene ausreichend war, nur eine Betriebsmode zu berücksichtigen, wurde dieses Phänomen nicht näher untersucht. Für weitere Arbeiten bietet es sich aber an, verfeinerte Modelle mit mehreren Moden oder die Methode der Übertragungsmatrizen zu verwenden. In beiden Fällen könnte der Kontakt erneut mit Hilfe der Harmonischen Balance beschrieben werden. Aufgrund der größeren Modellkomplexität wären dann zwar nicht mehr so allgemeine oder gar analytische Lösungen zu erwarten, reale technische Schwingssysteme könnten aber genauer abgebildet werden.

Validierung des Kontaktmodells

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Kontaktmodell unterstellt und so parametrisiert, dass es bestmöglich zu gemessenen Frequenzgängen passt. Darüber hinaus stellt sich die Frage, inwieweit die Parameter direkt bestimmbar sind. Dabei würde insbesondere der Beschreibung der rauhen Oberflächen eine wesentliche Bedeutung zukommen. So wäre es aufschlussreich, das Kontaktverhalten für verschiedene Untergründe experimentell zu ermitteln und auf dieser Basis verschiedene Kontakt- Modelle und Parameter zu identifizieren.

Weitere Untersuchung zur Modelldynamik

Das Modell zur Behandlung der niederfrequenten Schwingungen bildet technisch relevante Systeme mit einem recht einfachen und allgemeinen Modell ab. Zudem beschreibt es nicht nur die Dynamik von Ultraschallschwingern mit Stoßkontakt, sondern kann generell auf resonante Schwinger mit Stoßkontakt angewendet werden. Dabei entwickelt das Modell eine komplexe Dynamik, die in dieser Arbeit erstmals beschrieben wurde. Über die in dieser Arbeit erzielten Ergebnisse hinaus, ist eine weitere Untersuchung des Modells sicherlich lohnenswert.

Anhang

A Fourierreihenentwicklung der Kontaktkraft

Für die Herleitung der Fourierreihe der Kontaktkraft wird die Anregeperiode auf 2π normiert. Dann ist die Verschiebung $x(t) = x_0 + \hat{x}_1 \cos t$ und die halbe Kontaktzeit a ergibt sich durch Nullsetzen der Funktion. Daraus folgen die Identität $x_0 = -\hat{x}_1 \cos a$ und damit die Kontaktkraft $F_k = k_k \hat{x}_1 (\cos t - \cos a)$. Die Kontaktkraft soll in einer Fourierreihe dargestellt werden:

$$F_k = \bar{F}_k + \sum_{i=1}^{\infty} b_i \cos it. \quad (\text{A.1})$$

Gleichanteil

$$\bar{F}_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a k_k \hat{x}_1 (\cos t - \cos a) dt \quad (\text{A.2})$$

$$= \frac{k_k \hat{x}_1}{2\pi} [\sin t - t \cos a]_{-a}^a \quad (\text{A.3})$$

$$= \frac{k_k \hat{x}_1}{\pi} (\sin a - a \cos a) \quad (\text{A.4})$$

Erste Harmonische

$$b_1 = \frac{k_k \hat{x}_1}{\pi} \int_{-a}^a (\cos t - \cos a) \cos t dt \quad (\text{A.5})$$

$$= \frac{k_k \hat{x}_1}{2\pi} \int_{-a}^a \cos 2t + 1 - 2 \cos a \cos t dt \quad (\text{A.6})$$

$$= \frac{k_k \hat{x}_1}{2\pi} \left[\frac{\sin 2t}{2} + t - 2 \cos a \sin t \right]_{-a}^a \quad (\text{A.7})$$

$$= \frac{k_k \hat{x}_1}{\pi} \left[\frac{\sin 2t}{2} + a - 2 \cos a \sin a \right] \quad (\text{A.8})$$

$$= \frac{k_k \hat{x}_1}{\pi} \left[a - \frac{\sin 2t}{2} \right] \quad (\text{A.9})$$

Allgemeine Reihe

$$b_i = \frac{k_k \hat{x}_1}{\pi} \int_{-a}^a (\cos t - \cos a) \cos it \, dt \quad (\text{A.10})$$

$$= \frac{k_k \hat{x}_1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{1}{2} \cos(i-1)t + \frac{1}{2} \cos(i+1)t - \cos a \cos it \, dt \quad (\text{A.11})$$

$$= \frac{k_k \hat{x}_1}{\pi} \left[\frac{\sin(i-1)t}{2(i-1)} + \frac{\sin(i+1)t}{2(i+1)} - \frac{1}{i} \cos a \cos it \right]_{-a}^a \quad (\text{A.12})$$

$$= \frac{k_k \hat{x}_1}{\pi} \left[\frac{\sin(i-1)a}{i-1} + \frac{\sin(i+1)a}{i+1} - \frac{2}{i} \cos a \cos ia \right] \quad (\text{A.13})$$

$$= \frac{k_k \hat{x}_1}{\pi} \left[\frac{\sin(i-1)a}{i-1} + \frac{\sin(i+1)a}{i+1} - \frac{1}{i} (\sin(i-1)a + \sin(i+1)a) \right] \quad (\text{A.14})$$

$$= \frac{k_k \hat{x}_1}{\pi} \left[\left(\frac{1}{i-1} - \frac{1}{i} \right) \sin(i-1)a + \left(\frac{1}{i+1} - \frac{1}{i} \right) \sin(i+1)a \right] \quad (\text{A.15})$$

Für $i = 0$ ist der Ausdruck nicht erklärt, für $i = 1$ sind sowohl Zähler als auch Nenner des ersten Terms gleich Null. Mit der Regel nach L'Hospital folgt der Ausdruck für die erste Harmonische.

Literaturverzeichnis

- [1] ABBOTT, E. J. ; FIRESTONE, F. A.: Specifying surface quality. In: *Mechanical Engineering* 55 (1933), S. 569–572
- [2] AHMED, N. ; MITROFANOV, A.V. ; BABITSKY, V.I. ; SILBERSCHMIDT, V.V.: Analysis of forces in ultrasonically assisted turning. In: *Journal of Sound and Vibration* 308 (2007), Nr. 3–5, S. 845 – 854
- [3] ANDERSON, T. J. ; NAYFEH, A.H. ; BALACHANDRAN, B.: Coupling between high-frequency modes and a low-frequency mode: Theory and experiment. In: *Nonlinear Dynamics* 11 (1996), Nr. 1, S. 17–36. – ISSN 0924–090X
- [4] Ansys Inc.: *Ansys User Manual Release 14.0*
- [5] ARNOLD, V. I. ; AXLER, S. (Hrsg.) ; GEHRING, F. W. (Hrsg.) ; RIBET, K. A. (Hrsg.): *Mathematical Methods of Classical Mechanics*. 2. Aufl. Springer, 1989
- [6] ASTASHEV, V.K. ; BABITSKY, V.I. ; BABITSKY, V.I. (Hrsg.) ; WITTENBURG, J. (Hrsg.): *Ultrasonic Processes and Machines - Dynamics, Control and Applications*. 1. Aufl. Springer, 2007
- [7] BABITSKY, V. I. ; KALASHNIKOV, A. N. ; MOLODTSOV, F. V.: Autoresonant control of ultrasonically assisted cutting. In: *Mechatronics* 14 (2004), Nr. 1, S. 91 – 114
- [8] BABITSKY, V.I. ; BABITSKY, V.I. (Hrsg.) ; WITTENBURG, J. (Hrsg.): *Theory of Vibro-Impact Systems and Applications*. 1. Aufl. Springer, 1998
- [9] BABITSKY, V.I ; KALASHNIKOV, A.N ; MEADOWS, A ; WIJESUNDARA, A.A.H.P: Ultrasonically assisted turning of aviation materials. In: *Journal of Materials Processing Technology* 132 (2003), Nr. 1–3, S. 157 – 167
- [10] BADESCU, M. ; KASSAB, S. ; SHERRIT, S. ; ALDRICH, J. ; BAO, X. ; BAR-COHEN, Y. ; CHANG, Z.: Ultrasonic/sonic driller/corer as a hammer-rotary drill. In: *Proc. SPIE* 6529 (2007), S. 65290S–65290S–7
- [11] BAO, X. ; BAR-COHEN, Y. ; CHANG, Z. ; DOLGIN, B.P. ; SHERRIT, S. ; PAL, D.S. ; DU, S. ; PETERSON, T.: Modeling and computer simulation of ultrasonic/sonic driller/corer (USDC). In: *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on* 50 (2003), Nr. 9, S. 1147–1160
- [12] BAR-COHEN, Y. ; SHERRIT, S. ; DOLGIN, B.P. ; BRIDGES, N. ; BAO, Xiaoqi ; CHANG, Zensheu ; YEN, A. ; SAUNDERS, R.S. ; PAL, D. ; KROH, J. ; PETERSON, T.: Ultraso-

- nic/sonic driller/corer (USDC) as a sampler for planetary exploration. In: *Aerospace Conference, 2001, IEEE Proceedings*. Bd. 1, 2001, S. 1/263–1/271 vol.1
- [13] BECKER, M.: *Modellierung und adaptive Regelung einer Ultraschallschweißanlage*, Universität Fridericiana Karlsruhe, Diss., 2001
- [14] BLEKHMEN, I.: *Vibrational Mechanics: nonlinear dynamic effects, general approach, applications*. 1. Aufl. World Scientific, 2000
- [15] BLEVINS, R. D.: *Formulas for natural frequency and mode shape*. Neuauflage. Van Nostrand Reinhold, 1979
- [16] BREHL, D.E. ; DOW, T.A.: Review of vibration-assisted machining. In: *Precision Engineering* 32 (2008), Nr. 3, S. 153 – 172. – ISSN 0141–6359
- [17] BRUNS, J.: *Detektion und Identifikation von Nichtlinearitäten in mechanischen Schwingungssystemen*, Universität Hannover, Diss., 2004
- [18] CARDONA, A. ; LERUSSE, A. ; GÉRADIN, M.: Fast Fourier nonlinear vibration analysis. In: *Computational Mechanics* 22 (1998), S. 128–142. – ISSN 0178–7675
- [19] CAUGHY, T. K.: Sinusoidal excitation of a system with bilinear hysteresis. In: *Journal of Applied Mechanics* 27 (1960), S. 640–643
- [20] COMPARIN, R.J. ; SINGH, R.: Non-linear frequency response characteristics of an impact pair. In: *Journal of Sound and Vibration* 134 (1989), Nr. 2, S. 259 – 290
- [21] COURANT, R. ; FRIEDRICHS, K. ; LEWY, H.: Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik. In: *Mathematische Annalen* 100 (1928), Nr. 1, S. 32–74. – ISSN 0025–5831
- [22] *DIN 4760: Gestaltabweichungen*, 1982
- [23] DMG MORI SEIKI (EHEMALS GILDEMEISTER): *Prospekt zur ULTRASONIC-Baureihe*, 2013
- [24] DONSKOY, D. ; SUTIN, A. ; EKIMOV, A.: Nonlinear acoustic interaction on contact interfaces and its use for nondestructive testing. In: *{NDT} & E International* 34 (2001), Nr. 4, S. 231 – 238. – ISSN 0963–8695
- [25] ELVIN, N.G. ; ELVIN, A.A.: A General Equivalent Circuit Model for Piezoelectric Generators. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 20 (2009), Nr. 1, S. 3–9
- [26] EWINS, D. J.: *Modal testing, theory, practice and application*. 4. Aufl. Research Studies Press, 1995
- [27] FIDLIN, A.: *Nonlinear Oscillations in Mechanical Engineering*. 1. Aufl. Springer, 2006
- [28] FLEISCHER, M. ; STEIN, D. ; MEIXNER, Hans: Ultrasonic piezomotor with longitudinally oscillating amplitude-transforming resonator. In: *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on* 36 (1989), Nr. 6, S. 607–613. – ISSN 0885–3010

- [29] FÖLLINGER, O.: *Nichtlineare Regelungen 1: Grundlagen und harmonische Balance*. 6. Aufl. Oldenbourg, 1991
- [30] FRANGI, A. ; CORIGLIANO, A. ; BINCI, M. ; FAURE, P.: Finite element modelling of a rotating piezoelectric ultrasonic motor. In: *Ultrasonics* 43 (2005), Nr. 9, S. 747 – 755. – ISSN 0041–624X
- [31] FU, B.: *Piezoelectric Actuator Design via Multiobjective Optimization Methods*, Universität Paderborn, Diss., 2005
- [32] GALAL, K. ; WURPTS, W.: Finite Element Simulation of Ultrasonic Systems with Impact using ANSYS. In: *International Workshop on Piezoelectric Materials and Applications in Hannover*, 2013
- [33] GASCH, R. ; KNOTHE, K.: *Strukturdynamik - Band 2: Kontinua und ihre Diskretisierung*. 1. Aufl. Springer-Verlag, 1989
- [34] GRAFF, K. F.: *Wave Motion in Elastic Solids*. 1. Aufl. Oxford University Press, 1975
- [35] GREENWOOD, JA ; WILLIAMSON, JBP: Contact of nominally flat surfaces. In: *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* Bd. 295 The Royal Society, 1966, S. 300–319
- [36] GREWELL, D. ; BENATAR, A.: Welding of plastics: fundamentals and new developments. In: *International polymer processing* 22 (2007), S. 43–60
- [37] GROLL, G. ; EWINS, D.J.: The Harmonic Balance Method with Arc-Length Continuation in Rotor/Stator Contact Problems. In: *Journal of Sound and Vibration* 241 (2001), Nr. 2, S. 223 – 233. – ISSN 0022–460X
- [38] HAGEDORN, P.: *Technische Schwingungslehre - Band 2: Lineare Schwingungen kontinuierlicher mechanischer Systeme*. 1. Aufl. Springer, 1989
- [39] HEMSEL, Tobias ; WALLASCHEK, Jörg: Survey of the present state of the art of piezoelectric linear motors. In: *Ultrasonics* 38 (2000), Nr. 1–8, S. 37 – 40
- [40] HERTZ, H.: Über die Berührung fester elastischer Körper. In: *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 92 (1881), S. 156–171
- [41] HOISCHEN, H.: *Technisches Zeichnen*. 28. Aufl. Cornelsen, 2000
- [42] *IEEE Standard on Piezoelectricity*, September 1987
- [43] IKEDA, T.: *Fundamentals of Piezoelectricity*. 1. Aufl. als Paperback. Oxford University Press, 1996
- [44] JOHNSON, K.L.: *Contact mechanics*. 1. Paperback Aufl. Cambridge University press, 1987
- [45] KANDARE, Gregor ; WALLASCHEK, Jörg: Derivation and validation of a mathematical model for traveling wave ultrasonic motors. In: *Smart Materials and Structures* 11 (2002), Nr. 4, S. 565

- [46] KAUCZOR, C.: *Entwurf schwach gedämpfter piezoelektrischer Ultraschallsysteme*, Universität Paderborn, Diss., 2008
- [47] KERVEL, S.J.H. van ; THIJSSSEN, J.M.: A calculation scheme for the optimum design of ultrasonic transducers. In: *Ultrasonics* 21 (1983), Nr. 3, S. 134 – 140. – ISSN 0041–624X
- [48] KLOCKE, F. ; KÖNIG, W.: *Fertigungsverfahren 3*. 3. Aufl. Springer, 2007
- [49] KLOTTER, K.: *Technische Schwingungslehre, Teil B: Nichtlineare Schwingungen*. 3. Aufl. Springer, 1980
- [50] KOCH, J. ; PHILIPS GMBH, Valvo Unternehmensbereich B. (Hrsg.): *Piezoxide (PXE) - Eigenschaften und Anwendung*. 1. Aufl. Dr. Alfred Hüthig Verlag GmbH, 1988
- [51] KRÓL, Rafal: *Eine Reduktionsmethode zur Ableitung elektromechanischer Ersatzmodelle für piezoelektrische Wandler unter Verwendung der Finite-Elemente-Methode (FEM)*, Universität Paderborn, Diss., 2011
- [52] KUROSAWA, M. K. ; KODAIRA, O. ; TSUCHITOI, Y. ; HIGUCHI, T.: Transducer for high speed and large thrust ultrasonic linear motor using two sandwich-type vibrators. In: *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on* 45 (1998), Nr. 5, S. 1188–1195. – ISSN 0885–3010
- [53] LEINE, Remco I. ; NIJMEIJER, Henk ; PFEIFFER, Friedrich (Hrsg.) ; WRIGGERS, Peter (Hrsg.): *Dynamics and bifurcations of non-smooth mechanical systems*. 1. Aufl. Springer, 2004
- [54] LEON, F. P. ; KIENCKE, U. ; JÄKEL, H.: *Signale und Systeme*. 5. Aufl. Oldenbourg, 2011
- [55] LINAND, F. ; SCHOEN, M. P. ; KORDE, U. A.: Numerical investigation with rub-related vibration in rotating machinery. In: *Journal of Vibration and Control* 7 (2001), Nr. 6, S. 833–848
- [56] LITTMANN, Walter: *Piezoelektrische, resonant betriebene Ultraschall-Leistungswandler mit nichtlinearen mechanischen Randbedingungen*, Universität Paderborn, Diss., 2003
- [57] MAAS, J.: *Modellierung und Regelung von stromrichtergespeisten Ultraschall-Wanderwellenmotoren*, Universität Paderborn, Diss., 1998
- [58] MAGNUS, K. ; POPP, K. ; SEXTRO, W.: *Schwingungen*. 8. Aufl. Teubner, 2008
- [59] MASON, W.: *Electromechanical Transducers and Wave Filters*. 2. Aufl. D. van Nostrand Company, 1942
- [60] Mathworks Inc.: *Matlab User Manual Release 2010a*
- [61] MEIROVITCH, L.: *Methods of Analytical Dynamics*. 1. Aufl. McGraw-Hill, 1970
- [62] MEYBERG ; VACHENAUER: *Höhere Mathematik 2*. 4 Aufl. Springer, 2001
- [63] MITROFANOV, A.V. ; BABITSKY, V.I. ; SILBERSCHMIDT, V.V.: Finite element simulations of ultrasonically assisted turning. In: *Computational Materials Science* 28 (2003), S. 645–653

- [64] MOJRZISCH, S. ; ILLE, I. ; WALLASCHEK, J.: Phase controlled frequency response measurement for nonlinear vibration systems. In: *Proceedings of the 20th international congress on sound & vibration*, 2013, S. 1–8
- [65] MOJRZISCH, S. ; TWIEFEL, J.: Phase controlled frequency response measurement and operation of piezoelectric systems at high vibration amplitudes. In: *Proceedings of 10th international workshop on piezoelectric materials and applications*, 2013, S. 69–72
- [66] MORDYUK, B.N. ; PROKOPENKO, G.I.: Ultrasonic impact peening for the surface properties management. In: *Journal of Sound and Vibration* 308 (2007), Nr. 3–5, S. 855–866
- [67] NAGEM, R. ; WILLIAMS, J.: Dynamic Analysis of Large Space Structures Using Transfer Matrices and Joint Coupling Matrices. In: *Mechanics Based Design of Structures and Machines* 17 (1989), Nr. 3, S. 349–371
- [68] NAYFEH, A. H.: *Introduction to Perturbation Techniques*. Neuauflage. Wiley, 1993
- [69] NAYFEH, A. H. ; NAYFEH, A. H. (Hrsg.) ; HOLDEN, A. V. (Hrsg.): *Nonlinear Interactions*. 1. Aufl. Wiley, 2000
- [70] NAYFEH, A. H. ; BALACHANDRAN, B. ; NAYFEH, A. H. (Hrsg.) ; HOLDEN, A. V. (Hrsg.): *Applied nonlinear dynamics*. 1. Aufl. John Wiley & Sons, 1995
- [71] NEUBAUER, M.: *Schwingungsdämpfung mit beschalteten Piezowandlern und Anwendung zur Unterdrückung von Bremsenquietschen*, Leibniz Universität Hannover, Diss., 2009
- [72] NEUGEBAUER, Reimund ; STOLL, Andrea: Ultrasonic application in drilling. In: *Journal of Materials Processing Technology* 149 (2004), Nr. 1–3, S. 633 – 639
- [73] NEUMANN, N.: *Analyse nichtglatter dynamischer Systeme mit mengenorientierten Methoden am Beispiel eines Ultraschall-Stoßbohrsystems*, Universität Paderborn, Diss., 2007
- [74] NEWMARK, N. M.: A method of computation for structural dynamics. In: *Journal of Engineering Mechanics* 85 (1959), S. 67–94
- [75] OESTREICH, M.: *Untersuchung von Schwingern mit nichtglatten Kennlinien*, Universität Hannover, Diss., 1998
- [76] PESTEL, C. ; LECKIE, F.: *Matrix Methods in Elastomechanics*. 1. Aufl. McGraw Hill, 1963
- [77] PETROV, E. P. ; EWINS, D. J.: Effects of Damping and Varying Contact Area at Blade-Disk Joints in Forced Response Analysis of Bladed Disk Assemblies. In: *Journal of Turbomachinery* 128 (2006), S. 403–410
- [78] PETROV, E.P. ; EWINS, D.J.: Analytical formulation of friction interface elements for analysis of nonlinear multi-harmonic vibrations of bladed discs. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2002 in Amsterdam*, 2003, S. 364–371
- [79] PFEIFFER, Friedrich ; GLOCKER, Christoph ; NAYFEH, A. H. (Hrsg.) ; HOLDEN, A. V. (Hrsg.): *Multibody Dynamics with Unilateral Contacts*. 1. Auflage. JohnWiley & Sons, 1996

- [80] POHLMAN, R. ; LEHFELDT, E.: Influence of ultrasonic vibration on metallic friction. In: *Ultrasonics* 4 (1966), Nr. 4, S. 178 – 185. – ISSN 0041–624X
- [81] POPOV, E. P. ; PALTOV, I. P. ; MOSCOW (Hrsg.): *Approximate Methods for Analyzing Nonlinear Automatic Systems*. 1. Aufl. Fizmatgiz, 1960. – (auf russisch, englische Übersetzungen sind verfügbar)
- [82] POPOV, Valentin L.: Basic ideas and applications of the method of reduction of dimensionality in contact mechanics. In: *Physical Mesomechanics* 15 (2012), Nr. 5-6, S. 254–263. – ISSN 1029–9599
- [83] POTTHAST, C.: *Numerische und experimentelle Untersuchung eines Ultraschall-Schlagbohrwerkzeugs*, Leibniz Universität Hannover, Diss., 2009
- [84] POTTHAST, C. ; TWIEFEL, J. ; WALLASCHEK, J.: Modelling approaches for an ultrasonic percussion drill. In: *Journal of Sound and Vibration* 308 (2007), Nr. 3-5, S. 405 – 417. – Vibro-Impact Systems. – ISSN 0022–460X
- [85] PREUMONT, A. ; GLADWELL, G. M. L. (Hrsg.): *Vibration control of active structures - An introduction*. 3. Aufl. Springer, 2011
- [86] RENNER, A. ; TWIEFEL, J.: *On the need of adaptive frequency steps in measuring and simulating frequency responses of piezoelectric systems*. 2008. – Konferenzbeitrag, International Workshop on Piezoelectric Materials and Applications (IWPMA), State College
- [87] Kap. Piezoelectric Equivalent Circuit Models In: RICHTER, B. ; TWIEFEL, J. ; WALLASCHEK, J.: *Energy Harvesting Technologies*. Springer, 2009, S. 107–128
- [88] ROY, Sougata ; FISHER, John W. ; YEN, Ben T.: Fatigue resistance of welded details enhanced by ultrasonic impact treatment (UIT). In: *International Journal of Fatigue* 25 (2003), S. 1239 – 1247
- [89] SAHSHIDA, T. ; KENJO, T.: *An Introduction to Ultrasonic Motors*. 1. Aufl. Clarendon Press, 1993
- [90] SEIFRIED, R. ; EBERHARD, P.: Impact analysis using modal reduction. In: *PAMM* 5 (2005), Nr. 1, S. 129–130
- [91] SEXTRO, W.: *Dynamical Contact Problems with Friction*. Lecture Notes in Applied Mechanics Vol. 3. Berlin : Springer-Verlag, 2002
- [92] SEYDEL, R. ; ANTMAN, S.S. (Hrsg.) ; MARSDEN, J.E. (Hrsg.) ; SIROVICH, L. (Hrsg.): *Practical Bifurcation and Stability Analysis*. 3. Springer, 2010
- [93] SHEN, C. ; XIE, W. ; WEI, B.: Parametrically excited sectorial oscillation of liquid drops floating in ultrasound. In: *Phys. Rev. E* 81 (2010), Apr, S. 046305
- [94] SIEWERT, C. ; PANNING, L. ; WALLASCHEK, J. ; RICHTER, C.: Multiharmonic forced response analysis of a turbine blading coupled by nonlinear contact forces. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 132 (2010), Nr. 8, S. 082501

- [95] SMIRNOW, W. I.: *Lehrbuch der höheren Mathematik*. Bd. Band 2. 17. Aufl. Verlag Harri Deutsch, 1990
- [96] SOLODOV, Igor ; KROHN, Nils ; BUSSE, Gerd: Nonlinear Ultrasonic NDT for Early Defect Recognition and Imaging. In: *European Conf. on NDT (ECNDT)*, 2010
- [97] SOUNDARARAJAN, V. ; RADHAKRISHNAN, V.: An experimental investigation on the basic mechanisms involved in ultrasonic machining. In: *International Journal of Machine Tool Design and Research* 26 (1986), Nr. 3, S. 307 – 321. – ISSN 0020–7357
- [98] SPUR, G. ; HOLL, S.-E.: Ultrasonic assisted grinding of ceramics. In: *Journal of Materials Processing Technology* 62 (1996), Nr. 4, S. 287 – 293. – 2nd International Conference on Production Engineering
- [99] SRACIC, Michael W. ; ALLEN, Matthew S.: Numerical Continuation of Periodic Orbits for Harmonically Forced Nonlinear Systems. In: PROULX, Tom (Hrsg.): *Civil Engineering Topics, Volume 4*. Springer New York, 2011 (Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series). – ISBN 978–1–4419–9315–1, S. 51–69
- [100] STATNIKOV, Efim S. ; KOROLKOV, Oleg V. ; VITYAZEV, Vladimir N.: Physics and mechanism of ultrasonic impact. In: *Ultrasonics* 44, Supplement (2006), Nr. 0, S. 533 – 538
- [101] STRONGE, W. J.: *Impact Mechanics*. 1. Aufl. Cambridge University Press, 2000
- [102] THOMSEN, J. J.: *Vibrations and Stability*. 2. Aufl. Springer, 2003
- [103] THOMSEN, J.J.: Some general effects of strong high-frequency excitation: stiffening, biasing and smoothening. In: *Journal of Sound and Vibration* 253 (2002), Nr. 4, S. 807 – 831
- [104] TOMLINSON, G.R. ; LAM, J.: Frequency response characteristics of structures with single and multiple clearance-type non-linearity. In: *Journal of Sound and Vibration* 96 (1984), Nr. 1, S. 111 – 125
- [105] TWIEFEL, J.: *Experimentelle und modellbasierte Untersuchung von Stehwelleantrieben*, Leibniz Universität Hannover, Diss., 2010
- [106] VAGAPOV, I.K. ; GANIEV, M.M. ; SHINKAREV, A.S.: Forced vibrations of two nonlinearly connected solid waveguides under static load. In: *Journal of Sound and Vibration* 302 (2007), Nr. 3, S. 425 – 441
- [107] VAN DYKE, K.S.: The Piezo-Electric Resonator and Its Equivalent Network. In: *Proceedings of the Institute of Radio Engineers* 16 (1928), S. 742–764
- [108] VASILJEV, P.: Actuator of type "Ä shaking Beam". In: *Proceedings of Actuator 2002*, 2002
- [109] VERHULST, F.: *Nonlinear Differential Equations and Dynamical Systems*. 2. Aufl. Springer, 2000
- [110] WAGNER, U. von: Non-linear longitudinal vibrations of piezoceramics excited by weak electric fields. In: *International Journal of Non-Linear Mechanics* 38 (2003), Nr. 4, S. 565 – 574

- [111] WALLASCHEK, J.: Contact mechanics of piezoelectric ultrasonic motors. In: *Smart Materials and Structures* 7 (1998), S. 369–381
- [112] WEERAYUTH, N.: *Dynamik und Kontaktvorgänge bei einem hybriden piezoelektrischen Schwingungsmotor*, Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2010
- [113] WIERCIGROCH, M. ; KRIVTSOV, A. M. ; WOJEWODA, J.: Vibrational energy transfer via modulated impacts for percussive drilling. In: *Journal of Theoretical and Applied Mechanics* 43 (2008), Nr. 3, S. 715–726
- [114] Wikipedia, Die freie Enzyklopädie; Seitentitel: *Amplitudenmodulation*; zuletzt bearbeitet am 31. Oktober 2013 um 01:27 Uhr; Zeitpunkt des Abrufs: 23.04.2014 um 21:43 Uhr; Permanenter Link: <http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Amplitudenmodulation&oldid=123978794>
- [115] WOO, Ko-Choong ; RODGER, Albert A. ; NEILSON, Richard D. ; WIERCIGROCH, Marian: Application of the harmonic balance method to ground moling machines operating in periodic regimes. In: *Chaos, Solitons & Fractals* 11 (2000), Nr. 15, S. 2515 – 2525. – ISSN 0960–0779
- [116] WRIGGERS, P.: *Nichtlineare Finite-Element-Methoden*. 1. Aufl. Springer, 2001
- [117] WRIGGERS, P.: *Computational Contact Mechanics*. 2. Aufl. Springer, 2006
- [118] WURPTS, W. ; BRUNS, P. ; TWIEFEL, J.: A transfer matrix method for the design of resonant piezoelectric devices. In: *Proceedings of 10th international workshop on piezoelectric materials and applications*, 2013, S. 117–119
- [119] WURPTS, W. ; TWIEFEL, J.: An ultrasonic motor with intermittent contact modeled as a two degree of freedom oscillator in time domain. In: *PAMM* 9 (2009), Nr. 1, S. 287–288
- [120] WURPTS, W. ; TWIEFEL, J.: Analysis of ultrasonic vibro-impact systems with equivalent circuits and the harmonic balance method. In: *Sensors and Actuators A: Physical* 200 (2013), S. 114–122
- [121] WURPTS, W. ; TWIEFEL, J.: Piezoelectric equivalent circuits and finite element model order reduction. In: *Proceedings of 10th international workshop on piezoelectric materials and applications*, 2013, S. 115–116
- [122] YANG, B. ; MENQ, C.: Modeling of Friction Contact and Its Application to the Design of Shroud Contact. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 119 (1997), S. 958–963
- [123] ZHAO, C.: *Ultrasonic Motors - Technologies and Applications*. 1. Aufl. Springer, 2011
- [124] ZU, J. ; JI, Z.: An Improved Transfer Matrix Method for Steady-State Analysis of Nonlinear Rotor-Bearing Systems. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 124 (2002), S. 303–310

Unveröffentlichte studentische Arbeiten

- [125] HOFMANN, Viktor: *Entwicklung und experimentelle Untersuchung eines Werkzeugs zum ultraschallunterstützten Drehen.* – Projektarbeit, Betreut von Wiebold Wurpts, Universität Hannover

Lebenslauf

Persönliche Daten

Wiebold Rewert Wurpts,
geb. am 03.11.1980 in Wittmund (Ostfriesland),
verheiratet, 2 Kinder

Beruflicher Werdegang

06/2000	Abitur am Gymnasium in Esens
07/2000 - 07/2001	Zivildienst in der Jugendherberge Aurich
07/2001 - 09/2001	Grundpraktikum bei Omag in Emden
10/2001 - 06/2008	Maschinenbaustudium an der Universität Hannover
09/2003 - 10/2003	Praktikum bei der Kählig Antriebstechnik GmbH in Hannover
08/2007 - 12/2007	Praktikum bei Alstom in Baden (Schweiz)
06/2008	Diplomarbeit mit dem Titel „Modellierung eines piezoelektrischen Mikrostoßmotors zur Ermittlung des eingeschwungenen Motorverhaltens unter Berücksichtigung der Struktur und Kontaktdynamik“
07/2008 - 03/2014	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Dynamik und Schwingungen der Universität Hannover
seit 04/2014	Mitarbeiter bei der NETZSCH GABO Instruments GmbH (ehemals Gabo Qualimeter Testanlagen GmbH) in Ahlden