

Vertikaler Ladungstransport über nulldimensionale Zustände in Doppelbarrieren- Heterostrukturen

Von der Fakultät für Mathematik und Physik
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des Grades

Doktor der Naturwissenschaften

— Dr. rer. nat. —

genehmigte Dissertation

von

Radiophysiker / Staatliche Universität Charkow

Alexei B. Agafonov

geboren am 22. April 1963 in Charkow,

Ukraine

2011

Referent: Prof. Dr. Rolf J. Haug
Korreferent: Prof. Dr. Michael Oestreich

Tag der Promotion: 6. Juli 2011

meiner Familie und meinen Eltern



Kurzzusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden die Ladungstransporteigenschaften verschiedener vertikaler Halbleiterbauelemente bei tiefen Temperaturen experimentell untersucht. Diese Bauelemente wurden mithilfe der Elektronenstrahlolithographie aus einer Vielzahl von Si/Ge- sowie (Al, In) GaAs-Doppelbarrieren-Heterostrukturen hergestellt, die mittels der Molekularstrahlepitaxie gewachsen worden sind.

Als Erstes wird der Lochtransport durch eine Si/Ge-Resonanztunnel-diode in einem statischen homogenen Magnetfeld unterschiedlicher Orientierung untersucht. Es wird gezeigt, dass bei einer angelegten Spannung an den Kontakten der Diode ein resonanter Tunnelstrom durch die einzelnen diskreten Bohr-Akzeptorzustände im Quantentopf fließt. Im Weiteren wird die Winkelabhängigkeit der Zeeman-Spinaufspaltung dieser Zustände diskutiert. Der Einfluss des Verspannungsabbaus auf die Größe des g -Faktors der Akzeptorzustände, der sich als eine stark anisotrope physikalische Größe erwiesen hat, wird erläutert.

Das resonante Tunneln von Löchern durch diskrete Lochzustände in Ge-Quantenpunkten, die auf einem Si-Substrat mit strukturierter Oberfläche selbstorganisiert und dabei räumlich geordnet gewachsen sind, ist der Schwerpunkt weiterer Untersuchungen. Dabei wird die Confinementenergie der Quantenpunkte bei Anwendung eines vereinfachten Modells abgeschätzt.

Magnetotransport-Untersuchungen des resonanten und des streuung-unterstützten Elektronentransports durch Gate-gesteuerte vertikale Quantenpunkte aus (Al, In) GaAs-Doppelbarrieren-Heterostrukturen schließen diese Arbeit ab. Dabei werden kleine lokale Strommaxima, die sich in Strom-Spannungs-Kennlinien der untersuchten Quantenpunkte zeigen,

mithilfe eines äußeren homogenen Magnetfeldes untersucht und entsprechenden Tunnelmechanismen zugeordnet.

Schlagerworte: Resonanztunneldiode, Quantenpunkt, Magnetotransport

Abstract

Charge transport properties of the different vertical semiconductor devices were studied experimentally at low temperatures in the presented dissertation. These devices were fabricated using the electron beam lithography from a series of Si/Ge and (Al, In) GaAs double-barrier semiconductor heterostructures grown by the molecular beam epitaxy.

Firstly, the transport of holes through one Si/Ge resonant tunneling diode will be discussed. It will be shown that a resonant tunneling current flows through the discrete Boron acceptor states in the quantum well of the diode if biased. An angular dependence of the Zeeman spin splitting of the above mentioned states will be revealed in a static homogeneous magnetic field of various spatial orientations. An influence of the strain relaxation on the g factor values of the acceptor states, which turned out to be an anisotropic physical quantity, will be shown.

The resonant tunneling of holes via discrete hole states of Ge quantum dots, grown through self-assembly on a prepatterned Si substrate spatially ordered, is the main topic of further investigations. Also the confinement energy of the quantum dots will be estimated using a simplified model.

Magnetotransport studies of resonant and scattering-assisted electron transport through the gated vertical quantum dots fabricated of (Al, In) GaAs double-barrier heterostructures complete this work. A fine structure of small current peaks, which occur in the current-voltage characteristics of the investigated devices, will be revealed with the help of an external homogeneous magnetic field and assigned to the appropriate tunneling mechanisms.

Keywords: resonant tunneling diode, quantum dot, magneto-transport

Inhaltsverzeichnis

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis	13
1. Einleitung	21
2. Übersicht und theoretische Grundlagen	27
2.1. Grundlagen der Quantenphysik und Quantenmechanik	27
2.1.1. Welleneigenschaften von Teilchen	27
2.1.2. Potentialbarriere und Tunneleffekt	29
2.1.3. Teilchen in einem Potentialkasten	31
2.1.4. Konzept der effektiven Masse	35
2.2. Grundlagen der Physik der niederdimensionalen Systeme	36
2.2.1. Niederdimensionalität elektronischer Systeme .	36
2.2.2. Zustandsdichte	38
2.2.3. Quantenpunkte	40
2.3. Halbleitersysteme in einem Magnetfeld	42
2.3.1. 3D- und 2D-Elektronensysteme im Magnetfeld	43
2.3.2. Quantenpunkt im Magnetfeld	44
2.3.3. Zeeman-Aufspaltung	46
2.4. Resonantes Tunneln in Halbleitern	48
2.4.1. Resonanztunneldiode	49
2.4.2. Kohärentes Tunneln	53
2.4.3. Raumladung im Quantentopf	54
2.4.4. Sequentielles Tunneln	55
2.4.5. Tunneln aus der Akkumulierungsschicht	57
2.4.6. Resonantes Tunneln über eine Quantenbox . .	59
2.5. Streuung-unterstütztes Tunneln	60

2.6.	Zusammenfassung	64
3.	Materialeigenschaften	65
3.1.	Silizium und Germanium	65
3.2.	$\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Legierung	75
3.3.	GaAs, $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ und $\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$	76
3.4.	Zusammenfassung	78
4.	Doppelbarrieren-Heterostruktur	79
4.1.	Halbleiterepitaxie und Wachstumsmodi	79
4.2.	Banddiskontinuität	87
4.3.	Verspannte $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ - und Ge-Schichten	89
4.4.	Einfluss der Verspannung auf den Bandverlauf	93
4.5.	Selbstorganisierte Quantenpunkte	97
4.5.1.	Ge-Inseln und ihre Form	98
4.5.2.	Bandversatz in Halbleitersystemen mit Inseln	99
4.6.	Zusammenfassung	100
5.	Probenherstellung und experimentelle Techniken	101
5.1.	Si/Ge-Heterostrukturen auf Substraten mit einer glatten Oberfläche	102
5.2.	Si/Ge-Heterostrukturen auf Substraten mit einer strukturierten Oberfläche	105
5.3.	(Al,In)GaAs-Heterostrukturen und vertikale kreisförmige Quantenpunkte	113
5.4.	Präparation vertikaler Tunneldioden	118
5.5.	Kryogen-technische Ausstattung	124
5.6.	Messtechnik	124
5.7.	Zusammenfassung	129
6.	Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf	131
6.1.	Bandkanten-Simulation	132
6.1.1.	Valenzbandkante und Loch-Subbänder im Quantentopf	132

6.1.2.	Akzeptorzustände im Quantentopf	136
6.2.	Strom-Spannungs-Kennlinie bei kleinen Vorspannungen	142
6.3.	Temperaturverhalten	144
6.3.1.	Strom-Spannungs-Kennlinie im Temperaturbereich unter 1 K	145
6.3.2.	Hebelfaktorbestimmung	145
6.4.	Resonanztunneldiode im Magnetfeld	152
6.4.1.	Senkrechtes Magnetfeld B_{\perp}	152
6.4.2.	Zeeman-Aufspaltung und g-Faktor	155
6.4.3.	Winkelabhängigkeit des g-Faktors	163
6.5.	Zusammenfassung	169
7.	Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge Quantenpunkten	171
7.1.	JV-Kennlinien der Resonanztunneldioden auf strukturierten Substraten	172
7.2.	RTD auf glatten und strukturierten Substraten im Vergleich	177
7.3.	Vergleich der drei RTD auf den strukturierten Substraten	182
7.4.	Resonantes Tunneln über stark lokalisierte 0D-Zustände	186
7.4.1.	G_d -Maxima in der Nähe von $V_{SD} = 0$. . .	189
7.4.2.	G_d -Maxima bei höheren Vorspannungen . . .	195
7.5.	Zusammenfassung	200
8.	Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten	203
8.1.	Bandstruktur des Wafers VL1007	204
8.2.	IV-Charakteristiken eines vertikalen Quantenpunkts aus VL1007	206
8.3.	Magnetotransport bei positiven V_{SD}	209
8.3.1.	Strompeaks in der IV-Charakteristik	210
8.3.2.	Landau-Fächer-Muster	214
8.3.3.	Effektive Elektronenmasse	217
8.3.4.	Phononenunterstütztes Tunneln	219

8.4.	Magnetotransport bei negativen V_{SD}	224
8.5.	Ein Quantenpunkt zwischen symmetrischen Barrieren .	235
8.5.1.	Bandstruktur des Wafers ML7No1	236
8.5.2.	Vier vertikalen Quantenpunkte im Vergleich .	237
8.5.3.	Einfluss der Gate-Spannung	239
8.5.4.	Das Tunneln bei positiven Vorspannungen . .	239
8.5.5.	Strompeaks bei positiven Vorspannungen . . .	241
8.5.6.	Das Tunneln bei negativen Vorspannungen . .	245
8.5.7.	Strompeaks bei negativen Vorspannungen . .	246
8.6.	Zusammenfassung	249
9.	Zusammenfassung	253
A.	Anhang	259
A.1.	Valenzbandkonstanten für $Si_{1-x}Ge_x$	259
A.2.	Effektive Masse der schweren Löcher für $Si_{0.5}Ge_{0.5}$.	260
	Literaturverzeichnis	261

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

a	Gitterkonstante
a_{AlAs}	Gitterkonstante von Aluminiumarsenid
a_e	Gitterkonstante von Material einer wachsenden Epitaxieschicht
a_{en}	Gitterkonstante einer Epitaxieschicht in die Wachstumsrichtung
a_{ep}	laterale Gitterkonstante einer Epitaxieschicht
a_{GaAs}	Gitterkonstante von Galliumarsenid
a_{Ge}	Gitterkonstante von Germanium
a_s	Gitterkonstante von Substrat
a_{Si}	Gitterkonstante von Silizium
a_{SiGe}	Gitterkonstante von Silizium-Germanium-Legierung
a_c	hydrostatisches Deformationspotential für Leitungsbandkante
a_v	hydrostatisches Deformationspotential für Valenzbandkante
A	Ampere, die Einheit der elektrischen Stromstärke
\AA	Angström, die Einheit der Länge, $1 \text{\AA} = 10^{-10} \text{ m}$
A, B, C	Valenzbandkonstanten
α	Hebelfaktor (bias-to-energy conversion coefficient)
\vec{A}	Vektorpotential
b	Burgerscher Vektor
b, d	Deformationspotential-Konstante
B, \vec{B}	magnetische Flussdichte

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

B_{\perp}, B_{\parallel}	Magnetfeld senkrecht bzw. parallel zur Wachstumsebene
β	Winkel
$^{\circ}\text{C}$	Grad Celsius, die Einheit der Temperatur
c	Lichtgeschwindigkeit
d	Schichtdicke
d_c	kritische Benetzungsschichtdicke
D	Durchmesser
$D(E)$	Zustandsdichte
$\delta(E_{lmn} - E)$	Delta-Funktion
δ	Nicht-Kugelförmigkeitsparameter
Δ, Λ, Σ	Symmetrierichtungen
ΔE	Energiedifferenz
δE_{001}	Aufspaltung des $p_{\frac{3}{2}}$ -Multipletts
ΔE_c	Verschiebung der Leitungsbandkante durch eine hydrostatische Verspannung
ΔE_{pl}	energetische Abstand zwischen Loch-Subbändern in Quantentopf
ΔE_v	Verschiebung der Valenzbandkante durch eine hydrostatische Verspannung
$\Delta E_{HH}, \Delta E_{LH}, \Delta E_{SO}$	Verschiebung jeweiliger Valenzbänder durch eine uniaxiale Verspannung
ΔE_Z	Zeeman-Aufspaltung der Energieniveaus
$\Delta \gamma_n$	Gesamtenergieänderung in einem Dünnschichtsystem
Δs	Abstand
ΔU	Spannungsverschiebung eines Maximums der differentiellen Leitfähigkeit
ΔV	Spannungsdifferenz
ΔV_{pl}	Spannungsabstand zwischen Stromplateaus
$\Delta \mathcal{V}$	Volumenänderung
$\Delta V_p^{\pm n}$	Halbwertsbreite des n-ten Maximums der differentiellen Leitfähigkeit G_d

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

$\Delta V_Z^{\pm n}$	Zeeman-Aufspaltung des n-ten Maximums der differentiellen Leitfähigkeit G_d
e	Elementarladung ($1,60219 \cdot 10^{-19}$ C)
$\mathcal{E}, \vec{\mathcal{E}}$	elektrische Feldstärke
E	Energie
E_0^w, E_1^w	Energie eines Zustandes in Quantentopf
E_F	Fermi-Energie
E_g, E_L, E_{so}	Energielücken
E_p	Kane-Energie
E_{el}	elastische Verspannungsenergie
E_{th}	thermische Energie der Ladungsträger
ϵ	Dielektrizitätszahl
$\overleftrightarrow{\epsilon}$	Verspannungstensor
$\epsilon, \epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}$	Verspannung, Verspannungskomponenten
$\epsilon_{ }, \epsilon_{\perp}$	Verspannung in der Ebene bzw. senkrecht zur Epitaxieschicht
f	Frequenz
$f_e(E, T), f_h(E, T)$	Verteilungsfunktion von Elektronen bzw. von Löchern
f_m	Gitterfehlpassung
F, \vec{F}	Kraft
\mathcal{F}	Fläche
g, g_{eff}	Landé-Faktor (g-Faktor) bzw. effektiver g-Faktor
g^{\perp}, g^{\parallel}	transversaler bzw. lateraler g-Faktor
G_d	differentielle Leitfähigkeit
Υ	intrinsische Breite eines Zustandes
$\Upsilon_1, \Upsilon_2, \Upsilon_3$	Luttinger-Parameter
Υ_f	Oberflächenenergie des aufwachsenden Films
Υ_{fn}	Oberflächenenergie des aufwachsenden Films im Beisein von Verspannung
Υ_{in}	Grenzflächenenergie zwischen dem Film und dem Substrat
Υ_{in}^e	Verspannungsenergieabhängiger Anteil

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

	der Grenzflächenenergie γ_{in}
γ_s	Oberflächenenergie des Substrates
γ_A, γ_B	Äquivalenten von γ_s und γ_f beim pseudo-FM Wachstum
$\Gamma, \mathbf{K}, \mathbf{L}, \mathbf{X}$	Punkte hoher Symmetrie
$\Gamma, \Gamma_S, \Gamma_D$	Tunnelraten
h	Plancksches Wirkungsquantum ($6,626069 \cdot 10^{-34}$ J s)
\hbar	$h / (2\pi)$, reduziertes Plancksches Wirkungsquantum
h_c	kritische Schichtdicke für ein versetzungsfreies Wachstum
H, \vec{H}	magnetische Feldstärke
\hat{H}	Hamilton-Operator
H_p^{QW}	Quantentopf-Potential
$H_{hh, lh}^{QW}$	Kastenpotential (square-well potential) für schwere bzw. leichte Löcher
i	Index
i	imaginäre Einheit
I, \vec{I}	elektrischer Strom
I_{SD}	Strom über Source und Drain
IV	Strom-Spannungs-Kennlinie
j	Gesamtdrehimpuls
j_z	Z-Komponente des Gesamtdrehimpulses
J, \vec{J}	Stromdichte
k, \vec{k}	Wellenzahl, Wellenvektor
k^\perp, k^\parallel	transversale bzw. laterale Komponenten des Wellenvektors
k_F	Fermi-Kreiswellenzahl
k_B	Boltzmann-Konstante ($1,380662 \cdot 10^{-23}$ JK ⁻¹)
κ	Luttinger-Parameter
K	Kelvin, die Einheit der Temperatur
l, m_j, n, s	Quantenzahlen

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

$l, m, n,$	natürliche Zahlen
L	räumliche Ausdehnung in eine Dimension
λ	Wellenlänge
m	Masse
m_0	Masse des freien Elektrons ($9,109382 \cdot 10^{-31}$ kg)
m^*	effektive Masse
m_{HH}, m_{LH}	effektive Masse der schweren bzw. leichten Löcher
m^\perp, m^\parallel	effektive Masse in die Richtung: (\perp) transversale (Wachstumsrichtung) bzw. (\parallel) laterale (Wachstumsebene)
μ, ν	kartesische Koordinaten
μ	chemisches Potenzial
μ_B	Bohrsches Magneton
n	Donator-Dotierung
n	Anzahl der abgeschiedenen Monolagen der Epitaxieschicht
n_c	kritische Monolagenanzahl der Benetzungsschicht
n_e, n_e^{2D}	Elektronendichte, 2D-Elektronendichte
N, N_B, N_{Si}	Konzentration der Dotieratomen
ω	Kreisfrequenz
Ω	Ohm, die Einheit des elektrischen Widerstands
ν	Poisson-Zahl
p, \hat{p}	Impuls, Impuls-Operator
p, p^+	Akzeptor-Dotierung
$p_{\frac{1}{2}}, p_{\frac{3}{2}}$	Bezeichnung von Elektronenzustände
q	elektrische Ladung
q	Luttinger-Parameter
r, \vec{r}	Raumvektor
R	Reflexionskoeffizient
ρ_c	Parameter (core-energy parameter)
S	Zufuhrfunktion von Elektronen

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

	(engl. electron supply function)
S	Siemens, die Einheit des elektrischen Leitwertes
t	Zeit
T	Temperatur
T_{base}	Basistemperatur
T_{coil}	Magnettemperatur
T_{eff}	effektive Elektronentemperatur
T_{sub}	Substrattemperatur
T, T_S, T_D	Transmissionskoeffizienten
τ	Lebensdauer eines Zustandes
Θ_B	Winkel
$U, U(\vec{r})$	potentielle Energie
V, V	elektrische Spannung, Volt, die Einheit der elektrischen Spannung
$V(\vec{r})$	Potential
V_{sc}	selbstkonsistentes Hartree-Fock-Potential
V_p	Potentialdifferenz zwischen HH- und LH-Bandkanten
$V_p^{\pm n}$	Spannungsposition des n -ten G_d -Peaks
V_{SD}	Spannung über Source und Drain (Vorspannung)
V_G	Spannung an einem Gate
V_{res}	Vorspannung V_{SD} in Resonanz
V_{th}	Schwellenwert der Vorspannung V_{SD}
\mathcal{V}	Volumen
ψ	Wellenfunktion
w	Breite des Potentialkastens
x, y, z	Raumkoordinaten
0D, 1D, 2D, 3D	null-, ein-, zwei-, dreidimensional
III	dreiwertiger Halbleiter
V	fünfwertiger Halbleiter
2DEG	zweidimensionales Elektronengas

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

bcc	kubisch raumzentriert (engl. b ody- c entered c ubic)
D	Drain
EUV	extrem ultraviolette Strahlung (engl. E xtrême U ltra- V iolet)
fcc	kubisch flächenzentriert (engl. f ace- c entered c ubic)
FM	Frank-van der Merwe Wachstumsmodus
FWHM	Halbwertsbreite (engl. F ull W idth on H alf M aximum)
G	Seiten-Gate
GPIB	General Purpose Interface Bus
hh, HH	schwere Löcher
IL	Interferenzlithographie
lh, LH	leichte Löcher
MBE	Molekularstrahlepitaxie (engl. M olecular B eam E pitaxy)
NDR	negativer differentieller Widerstand (engl. N egative D ifferential R esistance)
RIE	reaktive Ionenätzung (engl. R eactive I on E tching)
RTD	Resonanztunnelndiode
QP, QD	Quantenpunkt (engl. Q uantum D ot)
S	Source
SEM	Rasterelektronenmikroskopie (engl. S canning E lectron M icroscopy)
SFM	Rasterkraftmikroskopie (engl. S canning F orce M icroscopy)
SK	Stranski-Krastanow Wachstumsmodus
SO	spin-abgespaltene (split-off) Löcher
STM	Rastertunnelmikroskopie (engl. S canning T unneling M icroscopy)
T	Tesla, Einheit für die magnetische Flussdichte B

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

TEM	Transmissionselektronenmikroskopie (engl. T ransmission E lectron M icroscopy)
USB	Universal Serial Bus
VB	Valenzband
VW	Volmer-Weber Wachstumsmodus
AlAs	Aluminiumarsenid
AlGaAs	Aluminiumgalliumarsenid
Au	Gold
Cr	Chrom
GaAs	Galliumarsenid
Ge	Germanium
HF	Flussäure
HNO ₃	Salpetersäure
³ He	Helium-3
⁴ He	Helium-4
InGaAs	Indiumgalliumarsenid
Sb	Antimon
Si	Silizium
SiGe	Silizium-Germanium-Legierung
Ti	Titan

1

Kapitel 1.

Einleitung

Die kommerzielle Nutzung von Halbleitern für die Herstellung elektronischer Bauelemente und Baugruppen hat den Anfang eines beispiellosen Wachstums und einer explosionsartigen Entwicklung dieses Industriezweiges ausgelöst. Die erzielten Fortschritte in der Technologie ermöglichen eine kontinuierliche Miniaturisierung von Bauteilen, sodass dies im Laufe der Zeit zur Entstehung eines neuen Teilgebiets der Elektronik führte, ohne dessen unser Alltag nun unvorstellbar geworden ist, nämlich der Mikroelektronik. Eine fortwährende Miniaturisierung von Halbleiterbauelementen hat den Weg zur Herstellung von vielen speziellen Bauteilen erschlossen, mit welchen eine experimentelle Beobachtung diverser Quanteneffekte ermöglicht wird. Einer dieser Quanteneffekte ist das *Tunneln*.

Durch die Erfindung und eine Weiterentwicklung von Wachstumsmethoden dünner Halbleiterschichten wie *Molekularstrahlepitaxie* (MBE) und der *Chemischen Gasphasenabscheidung im Ultrahochvakuum* (von engl. *Chemical Vapor Deposition*, UHV-CVD) wurden Möglichkeiten zur Erzeugung von Halbleiterschichtstrukturen sehr hoher Qualität geschaffen. Diese Abscheidungsmethoden ermöglichten ein epitaktisches Wachstum von verschiedenen Halbleiterkombinationen, bei denen die Grenzflächen zwischen den benachbarten dünnen Schichten extrem scharf sind.

I. Einleitung

Im Jahre 1969 wurde ein Konzept des Konstruierens von Halbleiterenergiebändern (engl. „band engineering“) von L. Esaki und R. Tsu vorgeschlagen [1, 2]. Dieses Konzept sieht die Erzeugung eines eindimensionalen periodischen Potentials, eines sog. *Übergitters* aus periodisch wechselnden, dünnen epitaktischen Schichten von Halbleiterlegierungen unterschiedlicher Zusammensetzung vor. Später, im Jahre 1974 beobachteten L. L. Chang, R. Tsu, und L. Esaki das **resonante Tunneln** durch Tunnelndioden aus GaAs / AlGaAs-Doppelbarrieren-Heterostrukturen [3]. In den Strom-Spannungs-Kennlinien ihrer Bauteile wurden Strommaxima und Bereiche negativer differentieller Leitfähigkeit festgestellt. Dieses Ergebnis hat einen starken Impuls zur weiteren Erforschung des Tunneleffekts in diversen Halbleitersystemen erzeugt. Allerdings war das Konzept der Heterostruktur bereits früher bekannt: W. Shockley meldete 1951 ein Patent [4] für seinen Entwurf zur Benutzung einer Kombination aus Halbleitern mit verschiedenen Energielücken an [5].

Dank einer eindrucksvollen Entwicklung des MBE-Verfahrens gelang im Laufe der Zeit eine bemerkenswerte Verbesserung der Herstellungsparameter von solchen Tunnelstrukturen. Die ersten Erfolge bei der Herstellung von Heterostrukturen wurden mit Halbleitern ähnlicher Gitterkonstante erzielt wie z. B. der Kombinationen aus GaAs und $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$. Eine Gitterfehlpassung (ca. 4,2 %) zwischen Ge und Si erschwerte das Wachstum von Si/Ge-Heterostrukturen hoher Qualität. Jedoch wurde in Ref. [6] vorausgesagt, dass ein Epitaxiefilm auf einem Substrat pseudomorph wachsen kann, falls die Gitterkonstanten beider Materialien nur leicht verschieden sind. Später wurde diese Idee durch das Wachstum von verspannten Si / $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Heterostrukturen verwirklicht [7].

In den Schichten der Heterostruktur geschieht eine Verminderung der Dimensionalität im Vergleich zu einem Volumenkristall. Dementsprechend findet das Tunneln in Resonanztunnelndioden durch zweidimensionale Energiesubbänder im Quantentopf statt, da es dank der Einwirkung eines Einschlusspotentials zu einer Quantisierung der Elektronenenergie

im Quantentopf der Diode kommt.

Eine weitere Verminderung der Dimensionalität von Doppelbarrieren-Heterostrukturen durch ein laterales Einschlusspotential führt zur Entstehung von eindimensionalen sowie nulldimensionalen diskreten Energiezuständen im Bereich des Quantentopfs. Durch eine starke Lokalisierung dieser Zustände in allen drei Raumrichtungen kann es zur Ausbildung diverser Quanteneffekte kommen, die in Halbleitersystemen höherer Dimensionalität nicht zu beobachten sind. Den experimentellen Untersuchungen des Transports von Ladungsträgern durch niederdimensionale Zustände in diversen vertikalen Halbleiterbauelementen wird diese Dissertation gewidmet.

Die vorliegende Arbeit ist in neun Kapitel gegliedert. Nach dieser Einleitung verschafft das **Kapitel 2** einen einführenden Überblick über die theoretische Grundlagen für eine Beschreibung von untersuchten physikalischen Phänomenen. Es beginnt mit einer Erläuterung notwendiger Begriffe und Gleichungen sowohl aus der Quantenphysik als auch aus der Physik der niederdimensionalen Systeme. Das Kapitel wird durch eine Beschreibung des Einflusses eines stationären, homogenen Magnetfeldes auf Halbleitersysteme diverser Dimensionalität fortgesetzt. Zum Schluss folgt eine Einführung in die Physik verschiedener Tunnelmechanismen, die beim Ladungstransport durch die untersuchten Halbleiterbauelemente zu beobachten sind.

Kapitel 3 liefert einen kurzen Überblick über die Element- und Verbindungshalbleiter, die für das Wachstum von Doppelbarrieren-Heterostrukturen verwendet wurden, aus denen die untersuchten Proben hergestellt sind. Die Materialparameter der prozessierten Proben werden aufgelistet.

Der Schwerpunkt vom **Kapitel 4** ist eine Beschreibung von grundlegenden Begriffen in Bezug auf die Doppelbarrieren-Heterostrukturen. Dabei werden mögliche Wachstumsmodi dünner Halbleiterschichten dargestellt und die Banddiskontinuität an ihren Grenzflächen kurz beschrieben. Ein Überblick über die Verspannungen, die sich in pseudomorphen Halbleiterepitaxieschichten aufbauen, und über ihr Einfluss auf den

Verlauf von Bandkanten in Halbleiterheterostrukturen schließt gemeinsam mit einer Beschreibung von selbstorganisierten Quantenpunkten das vierte Kapitel ab.

Die Probenherstellung und experimentellen Techniken, die für die Untersuchungen von den hergestellten Proben verwendet wurden, erklärt **Kapitel 5**.

Im **Kapitel 6** geht es um den resonanten Lochtransport durch diskrete Bohr-Akzeptorzustände im Quantentopf einer vertikalen Resonanztunnelndiode. Diese wurde aus einer Si/Ge-Doppelbarrieren-Heterostruktur mittels Elektronenstrahlolithographie hergestellt. Der erwähnte Lochtransport lässt sich durch eine feine Struktur von kleinen Stromstufen in der Strom-Spannungs-Kennlinie der untersuchten Diode beobachten. Dabei wird zuerst die Bandkanten-Simulation dargestellt. Danach folgt eine Beschreibung von Strom-Spannungs-Kennlinien sowie des Einflusses der Temperatur. Die Untersuchung von Zeeman-Spinaufspaltung der Bohr-Akzeptorzustände und eine Diskussion über die Rolle von einem Verspannungsabbau in den Epitaxieschichten der betrachteten Proben sind die nächsten Themen des Kapitels. Eine Erforschung der Winkelabhängigkeit des effektiven Landé-Faktors der Akzeptorzustände beendet das Kapitel.

Das nächste **Kapitel 7** beschreibt den Lochtransport durch die null-dimensionalen Lochzustände in selbstorganisiert gewachsenen, räumlich geordneten Ge-Quantenpunkten, die in eine Si-Matrix (Tunnelbarrieren) eingebettet sind. Im Kapitel werden die Proben, die auf einem herkömmlichen, glatten Substrat gewachsen sind, und jenen verglichen, bei welchen die Substrate vorstrukturiert wurden. Zum Schluss wird die Confinementenergie der Quantenpunkte und der in den Tunnelbarrieren lokalisierten Störstellen abgeschätzt.

Das letzte Kapitel, das experimentelle Ergebnisse darstellt, ist **Kapitel 8**. Hier geht es um den Elektronentransport durch Gate-gesteuerte vertikale kreisförmige Quantenpunkte, die aus zwei (Al, In) GaAs-Heterostrukturen mit asymmetrischen und symmetrischen Tunnelbarrieren hergestellt sind. Die Strom-Spannungs-Kennlinien dieser Quantenpunkte

weisen eine Vielzahl von Tunnelmechanismen auf. Die Anwendung eines senkrechten Magnetfeldes hilft bei ihrer Zuordnung.

Das **Kapitel 9** enthält eine abschließende Zusammenfassung der zuvor beschriebenen Ergebnisse.

Der Anhang vollendet die Arbeit.

2

Kapitel 2.

Übersicht und theoretische Grundlagen

Das vorliegende Kapitel soll sowohl eine kurze Übersicht der physikalischen Phänomene in Multibarrieren-Heterostrukturen geben als auch grundlegende theoretische Modelle zu ihrer Beschreibung kurz zusammenfassen.

2.1. Grundlagen der Quantenphysik und Quantenmechanik

In diesem Abschnitt werden einige Grundaspekte der Quantenmechanik erläutert und ausgewählte wichtigste Begriffe eingeführt, die für eine theoretische Beschreibung der im Weiteren diskutierten physikalischen Phänomene erforderlich sind.

2.1.1. Welleneigenschaften von Teilchen

Im Jahre 1924 hat der französische Physiker Louis de Broglie vorgeschlagen, dass einem Teilchen mit dem Impuls p und der Energie E ein monochromatisches *Materiefeld* (oder *Materiewellen*) mit der Wellenlänge

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

λ und der Frequenz f zugeordnet werden kann. Diese Annahme wurde durch folgende Beziehung ausgedrückt [8]:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad f = \frac{E}{h}. \quad (2.1)$$

Dabei bezeichnet h das Plancksche Wirkungsquantum. In diesem Zusammenhang wird λ auch als die *de-Broglie-Wellenlänge* eines Teilchens bezeichnet. Die Einführung der Wellenzahl $k = |\vec{k}| = 2\pi/\lambda$ und der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ erlaubt die Gl. (2.1) in die folgende Form umzuschreiben:

$$p = \frac{h}{2\pi} k = \hbar k, \quad E = \frac{h}{2\pi} \omega = \hbar \omega. \quad (2.2)$$

Die Amplitude $\psi(\vec{r})$ der oben erwähnten Materiewellen, die ihre räumliche Intensität widerspiegelt, wird aus historischen Gründen allgemein *Wellenfunktion* genannt, wobei \vec{r} einen Raumvektor angibt. Demzufolge kann ein Teilchen (z.B. ein Elektron) mit einer Raumposition \vec{r} , auf welches ein äußeres Potential $V(\vec{r}, t)$ einwirkt, als eine sich ausbreitende Materiewelle dargestellt und durch einen *Zustand* oder eine Wellenfunktion $\psi(\vec{r}, t)$ beschrieben werden [9]:

$$\psi(\vec{r}, t) = \text{const} \cdot \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)], \quad (2.3)$$

wobei t die Zeit bezeichnet. Die Wellenfunktion (2.3) ist die Lösung der sog. *Schrödingergleichung* (2.4), die eine Bewegung des Teilchens erörtert [9]:

$$\hat{H}\psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t}. \quad (2.4)$$

Dabei bezeichnen \hat{H} den Hamilton-Operator $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}, t)$, m die Teilchenmasse und ∇^2 den Laplace-Vektoroperator $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

Erweist sich das Potential $V(\vec{r}, t)$ als periodisch, kann die Schrödinger-Gleichung (2.4) für eine Behandlung der Elektronendynamik in Halbleitern eingesetzt werden.

2.1.2. Potentialbarriere und Tunneleffekt

Ein typisch quantenmechanisches Phänomen, das bewegende Mikroteilchen aufweisen können, ist der *Tunneleffekt*. Unter diesem Begriff versteht man die Überwindung einer oder mehrerer endlichen *Potentialbarrieren*, die nach den Vorstellungen der klassischen Physik für diese Teilchen unüberwindbar sind. Dabei bezeichnet die Potentialbarriere ein Gebiet in einem Raum mit Teilchen, in dem die potentielle Energie $U(\vec{r})$ oberhalb der gesamten Teilchenenergie E liegt. Ein klassisches Teilchen kann eine solche Barriere nicht überwinden. Für ein quantenmechanisches Teilchen, das sich auf einer Seite der Potentialbarriere befindetet, gibt es eine endliche Wahrscheinlichkeit, auf die andere Seite der Barriere zu geraten.

Das einfachste Beispiel einer Potentialbarriere ist eine eindimensionale Potentialstufe mit einer „Höhe“ U_0 :

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0; \\ U_0 & \text{für } x \geq 0, \end{cases} \quad (2.5)$$

wobei x eine Raumkoordinate angibt.

Falls x in Gl. (2.5) eine endliche Größe ist, d. h. das Gebiet, in dem die potentielle Energie $U(x) = U_0$ eine endliche Breite w besitzt, wird eine solche Potentialbarriere als *rechteckig* bezeichnet:

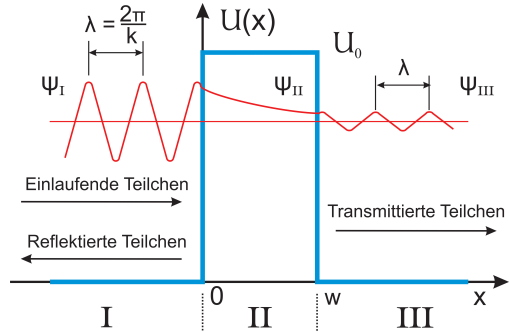
$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0; \\ U_0 & \text{für } 0 \leq x \leq w; \\ 0 & \text{für } x > w. \end{cases} \quad (2.6)$$

Ein Beispiel einer einzelnen rechteckigen Potentialbarriere ist in Abb. 2.1 dargestellt.

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

Abbildung 2.1:

Schematische Darstellung einer einzelnen rechteckigen Potentialbarriere der Breite w und der Höhe U_0 . Der Barrierenbereich ist auf drei Gebiete aufgeteilt und gemeinsam mit der Wellenfunktion ψ (**rote Kurve**) eines durch die Barriere transmittierten Teilchens gezeigt.



Zum Betrachten von Prozessen, die beim Einlaufen von Teilchen aus dem Unendlichen auf eine rechteckige Potentialbarriere auftreten, ist es nützlich, das gesamte Koordinatengebiet in drei Bereiche aufzuteilen, wie in Abb. 2.1 gezeigt ist. Der Einfachheit halber werden die Gesamtenergie des Teilchens E , potentielle Energie U sowie der Teilchenimpuls p als zeitunabhängig betrachtet. Dementsprechend lässt sich der allgemeine Ausdruck (2.3) für die Wellenfunktion $\psi(\vec{r}, t)$ in einen ortsabhängigen Teil $\psi(\vec{r}) \sim e^{\vec{k} \cdot \vec{r}}$ und einen zeitabhängigen Phasenfaktor $e^{-i\omega t}$ aufteilen. Dann ist es möglich, die Wellenfunktion für ein Teilchen in einem eindimensionalen Raum in folgender Form zu schreiben [9]

$$\psi(x, t) = \psi(x) \cdot e^{-i\omega t} \quad (2.7)$$

und unter der Annahme einer Zeitunabhängigkeit der betrachteten Prozesse die stationäre Schrödingergleichung (2.8) für die Suche nach Lösungen in den Gebieten I bis III (s. Abb. 2.1) zu benutzen:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + U(x) \psi(x) = E \psi(x) \quad (2.8)$$

Dann lassen sich folgende Wellenfunktionen für die oben erwähnten x -Gebiete ansetzen [9]:

$$\begin{aligned}\psi_{\text{I}}(x) &= A e^{ikx} + B e^{-ikx} \\ \psi_{\text{II}}(x) &= C e^{\alpha x} + D e^{-\alpha x} \\ \psi_{\text{III}}(x) &= A' e^{ikx},\end{aligned}\tag{2.9}$$

wobei A, B, C, D und A' Konstanten sind und $\alpha = \frac{2m\sqrt{U_0 - E}}{\hbar}$. Aus den Randbedingungen

$$\begin{aligned}\psi_{\text{I}}(0) &= \psi_{\text{II}}(0), & \psi_{\text{II}}(w) &= \psi_{\text{III}}(w), \\ \psi'_{\text{I}}(0) &= \psi'_{\text{II}}(0), & \psi'_{\text{II}}(w) &= \psi'_{\text{III}}(w)\end{aligned}\tag{2.10}$$

ist es nun möglich den *Transmissionskoeffizient* $T = \frac{|A'|^2}{|A|^2}$ der Potentialbarriere zu bestimmen [9]:

$$T = \frac{1 - \frac{E}{U_0}}{\left(1 - \frac{E}{U_0}\right) + \left(\frac{U_0}{4E}\right) \cdot \sinh^2(\alpha w)}\tag{2.11}$$

Aus Gl. (2.11) ist ersichtlich, dass die Transmission einer Materiewelle, die ein gegen eine rechteckige Tunnelbarriere anlaufendes Teilchen darstellt, von der Barrierehöhe U_0 , der Breite w und der Differenz $E - U_0$ abhängig ist. Die Summe vom Transmissionskoeffizient T und vom Reflexionskoeffizient $R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$ ergibt $T + R = 1$.

2.1.3. Teilchen in einem Potentialkasten

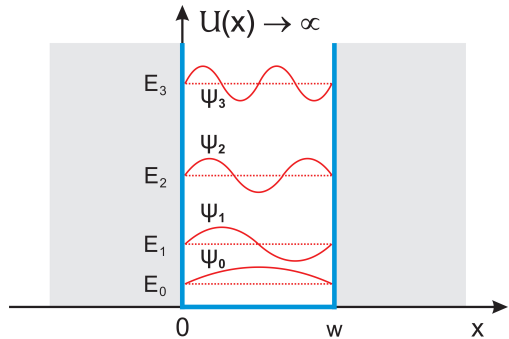
Nun wird ein Teilchen betrachtet, das sich ausschließlich in einem eingeschränkten Raumgebiet $0 \leq x \leq w$ bewegen kann. Eine solche Situation entsteht, wenn das Teilchen der Einwirkung eines folgenden Potentials ausgesetzt wird [9]:

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq x \leq w; \\ \infty & \text{sonst.} \end{cases}\tag{2.12}$$

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

Abbildung 2.2:

Schematische Darstellung eines eindimensionalen, unendlich hohen Potentialkastens der Breite w mit den ersten erlaubten Energieniveaus E_0 bis E_3 (**rote gestrichelte Linien**) und entsprechenden Wellenfunktionen ψ (**rote Kurven**) für ein Teilchen, das sich in diesem Potentialkasten aufhält.



Mit anderen Worten, ist das Teilchen nun in einem unendlich hohen *Potentialkasten* der Breite w eingesperrt. Ein solcher Potentialkasten ist in Abb. 2.2 dargestellt.

Da im Bereich $0 \leq x \leq w$ die potentielle Energie $U(x) = 0$, kann ein Teilchen in einem unendlich hohen Potentialkasten als freies Teilchen betrachtet werden. Dementsprechend kann die stationäre Schrödingergleichung (2.8), die in diesem Fall anwendbar ist, durch Ansatz von Gl. (2.2) zu einer einfachen Form umgewandelt werden [8]:

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + k^2 \psi(x) = 0, \quad (2.13)$$

wobei $k^2 = 2mE/\hbar^2$.

Die Lösung der Gleichung (2.13) mit entsprechenden Randbedingungen ergibt, dass das Teilchen im Potentialkasten keine beliebigen Energiewerte besitzen kann, sondern sich ein diskreter Satz zulässiger Energieniveaus (oder Zustände) bildet, wie die Abb. 2.2 zeigt. Die möglichen Energiewerte E_n eines Teilchens in einem unendlich hohen Potentialkasten werden nun durch den Ausdruck (2.14) gegeben [8]:

$$E_n = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2 (n+1)^2}{2m w^2}, \quad (2.14)$$

für $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, die die Zahl der Knoten (Nullstellen) der Wel-

lenfunktion im Koordinatenbereich $0 \leq x \leq w$ angibt.

Die realen Potentialkästen besitzen allerdings eine endliche Höhe U_0 . Infolgedessen kann das Teilchen etwas in die Bereiche $x \leq 0$ und $x \geq w$ eindringen [9]. Außerhalb des Potentialkastens fällt seine Wellenfunktion exponentiell ab. Diese Situation stellt Abb. 2.3, d) dar. Dabei ändert sich auch die Wellenfunktion des Teilchen, da die Randbedingungen $\psi(0) = \psi(w)$ nicht mehr gelten. Nun beschreibt Gl. (2.14) nicht mehr das Spektrum der diskreten Zustände in einem endlichen Quantentopf, sondern es wird durch den folgenden Ausdruck gegeben [10]:

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m w^2} \left[\pi(n+1) - \arcsin \sqrt{\frac{E_n}{U_0}} \right]^2, \quad (2.15)$$

wobei $n = 0, 1, 2, 3$ usw.

Für die Halbleiterphysik sowie die Halbleiterindustrie spielen die Potentialbarrieren und die Potentialkästen eine große Rolle. Allerdings ist eine rechteckige Form des Potentials, das die Ladungsträger einschließen kann, nicht die einzige, die ihre Anwendung in der Praxis findet. In Abb. 2.3, a) bis c) sind drei in der Halbleiterphysik weit verbreitete Potentialtypen dargestellt.

Ein eindimensionales *parabolisches* Potential $V(x)$ (s. Abb. 2.3, b))

$$V(x) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2, \quad (2.16)$$

für das der Ausdruck $\psi_n(x) \sim \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right) H_n\left(\frac{x}{a}\right)$ die Wellenfunktionen eines Teilchens beschreibt, ergibt ein Spektrum diskreter Energiezustände, die den Eigenenergien eines eindimensionalen harmonischen Oszillators gleich sind [10]:

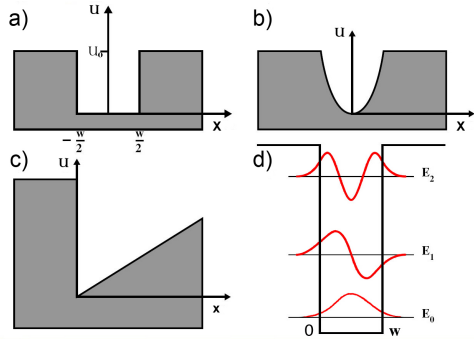
$$E_n = \hbar \omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right). \quad (2.17)$$

Hier ist $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, ω_0 ist die Eigenkreisfrequenz des harmonischen Oszillators, H_n gibt Hermitesche Polynome an und der Parameter

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

Abbildung 2.3:

Schematische Darstellung der drei meist verbreiteten Potentialtypen : a) eindimensionales Kastenpotential der Breite w und Tiefe U_0 , b) ein parabolisches Potential und c) ein dreieckiges Potential. d) Wellenfunktionen der ersten drei Energieniveaus E_n in einem endlichen Potentialkasten. Aus [10].



$a = \sqrt{\frac{\hbar}{m \omega_0}}$. Für die Amplitude x_0 eines harmonisch schwingenden Teilchens im Grundzustand ($n = 0$, $E_n = E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0$), das in einem parabolischen Potential (2.17) gefangen ist, gilt $x_0 = \sqrt{\frac{2 E_n}{m \omega_0^2}} = \sqrt{\frac{\hbar}{m \omega_0}} = a$.

Ein eindimensionales *dreieckiges* Potential (ein Potential mit einer kontinuierlichen konstanten Steigung) wird durch eine auf das Teilchen wirkende Kraft \vec{F} definiert:

$$U(x) = \begin{cases} x F & \text{für } x > 0; \\ \infty & \text{für } x < 0, \end{cases} \quad (2.18)$$

Die Lösung der Schrödingergleichung ist dann durch folgende Wellenfunktionen gegeben [10]:

$$\psi_n(x) = \text{Ai} \left[\left(\frac{2 m F}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{3}} \left(x - \frac{E_n}{F} \right) \right], \quad (2.19)$$

wobei $\text{Ai}[x]$ die Airy-Funktionen bezeichnet. Dementsprechend sind zulässige Energien eines Teilchens, das in einem eindimensionalen dreieckigen Potential eingeschlossen ist, durch

$$E_n \approx \left(\frac{\hbar^2}{2 m} \right)^{\frac{1}{3}} \left[\frac{3 \pi F}{2} \left(n + \frac{3}{4} \right) \right]^{\frac{2}{3}} \quad (2.20)$$

gegeben [10]. Um die Diskussion zu vervollständigen, muss noch erwähnt werden, dass die dargestellten Lösungen für drei Einschlusspotentiale auf der Vermutung beruhen, dass die Masse des Teilchens m innerhalb sowie außerhalb des Wirkungsbereiches eines jeweiligen Potentials gleich bleibt.

2.1.4. Konzept der effektiven Masse

Die Bewegung von Elektronen in Metallen und Halbleitern unter Einwirkung einer äußeren Kraft \vec{F} unterscheidet sich stark von der Bewegung eines freien Teilchens, da noch zusätzliche Kräfte seitens des Kristallgitters auf die betroffenen Elektronen ihre Wirkung ausgeübt werden. In vielen Fällen ist es trotzdem zulässig, das zweite Newtonsche Gesetz für eine Beschreibung der Elektronenbewegung in Kristallen anzuwenden, obwohl dieses nur für die Beschreibung einer Bewegung von freien Elektronen unter der Einwirkung einer Kraft \vec{F} gilt. Allerdings wird dafür anstatt der Masse des freien Elektrons m_0 eine sog. *effektive Masse* m^* verwendet, die den Einfluss der Wechselwirkung zwischen den Elektronen und dem Kristallgitter berücksichtigt.

Sollte die Elektronenenergie E vom Elektronenimpuls \mathbf{p} isotrop abhängen, ist die effektive Masse m^* eine skalare Größe. In diesem Fall definiert man sie als [11]

$$\frac{1}{m^*} = \frac{d^2 E}{d p^2} \quad (2.21)$$

Falls die Abhängigkeit $E(\mathbf{p})$ anisotrop ist, wird die effektive Masse m^* ein Tensor, dessen Komponenten für die reziproke effektive Masse durch

$$\left(\frac{1}{m^*} \right)_{\mu\nu} = \frac{d^2 E}{d p_\mu d p_\nu} \quad (2.22)$$

gegeben sind, wobei μ, ν kartesische Koordinaten bezeichnen. Eine solche Darstellung bedeutet, dass der Vektor der Beschleunigung eines Elektrons im Allgemeinen nicht parallel zu seiner beschleunigenden Kraft

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

gerichtet ist. Eine antiparallele Beschleunigung entspricht dann einer negativen effektiven Elektronenmasse. Da sich die Verwendung einer negativen m^* für viele Anwendungen als nicht praktikabel erwiesen hat, wurden neue Quasiteilchen mit einer positiven Elementarladung $+e$ und einer positiven effektiven Masse eingeführt, nämlich die *Löcher*.

2.2. Grundlagen der Physik der niederdimensionalen Systeme

2.2.1. Niederdimensionalität elektronischer Systeme

Die Entwicklung der Halbleitertechnologie hat ermöglicht, die Raumabmessungen der Halbleiterstrukturen so stark zu reduzieren, dass sich diverse Quanteneffekte in solchen niederdimensionalen elektronischen Systemen bemerkbar machen. In diesem Fall spricht man von sog. *Quantenstrukturen*. In diesem Unterabschnitt werden Halbleiterstrukturen unterschiedlicher Dimensionalität kurz dargestellt.

Im Unterabschnitt 2.1.3 wurde das Energiespektrum (Gl. 2.14) eines freien Teilchens (z. B. eines freien Elektrons) in einem eindimensionalen, unendlich hohen Kastenpotential $\mathbf{U}(\mathbf{x})$ eingeführt. Um diese Lösung auf drei Dimensionen (3D) auszuweiten, wird nun das Potential $\mathbf{U}(\vec{\mathbf{r}})$ als ein Kasten mit Seiten L_1 , L_2 und L_3 betrachtet, sodass $\mathbf{U}(\vec{\mathbf{r}}) = 0$ im Inneren des Kastens und $\mathbf{U}(\vec{\mathbf{r}}) = \infty$ außerhalb. Dann ergibt die Lösung der Schrödingergleichung

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_0} + \mathbf{U}(\vec{\mathbf{r}}) \right) \psi_{lmn}(\vec{\mathbf{r}}) = E_{lmn} \psi_{lmn}(\vec{\mathbf{r}}) \quad (2.23)$$

mit entsprechenden Randbedingungen für ein freies Elektron in einem solchen 3D-Potentialkasten das folgende Energiespektrum [12]:

$$E_{lmn} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_0} \left[\left(\frac{l}{L_1} \right)^2 + \left(\frac{m}{L_2} \right)^2 + \left(\frac{n}{L_3} \right)^2 \right], \quad (2.24)$$

wobei l , m und n natürliche Zahlen sind.

2.2. Grundlagen der Physik der niederdimensionalen Systeme

Für ein makroskopisches Objekt gilt, dass die Längen L_1 bis L_3 sehr groß sind und dass der Quasiimpuls von Elektronen $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ als quasi-kontinuierlich betrachtet werden kann. Dann ergibt sich aus (2.24) ein energetisches Spektrum

$$E_{lmn} = E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2 m_0}, \quad (2.25)$$

wobei $l\pi/L_1$, $m\pi/L_2$ und $n\pi/L_3$ Komponenten des Wellenvektors \vec{k} darstellen. Die physikalische Bedeutung des Ausdrucks (2.25) ist, dass das Elektron in einem solchen 3D-Potentialkasten frei für die Bewegung in allen drei Raumrichtungen ist.

Eine Verminderung der Dimensionalität des Objekts hat eine starke Auswirkung auf sein Energiespektrum. Bei einer verminderten Dimensionalität eines Objektes oder eines Systems spricht man von Zweidimensionalität (2D), Eindimensionalität (1D) und Nulldimensionalität (0D). Allerdings sieht eine strikte Definition einer jeweiligen Dimensionalität vor, dass ein, zwei oder alle drei Längen L_i gleich Null sind ($i = 1, 2, 3$). Trotzdem ist es zulässig, die oben eingeführten Bezeichnungen auf Objekte oder Systeme anzuwenden, deren entsprechende Größen nicht exakt Null aber sehr klein sind [12]. Man spricht demzufolge über die sog. *Quasi-2D*-, *Quasi-1D*- und *Quasi-0D*-Systeme in Bezug auf ihre Niederdimensionalität. Damit wird die Tatsache betont, dass diese Systemen kleine endliche Dimensionen in bestimmten Raumrichtungen aufweisen.

Basierend auf den o.g. Definitionen kann nun das Energiespektrum eines Elektrons in einem niederdimensionalen Potentialkasten ausgedrückt werden. Für ein Quasi-2D-System (Q2D-System), für das die Bedingung $L_1, L_2 \gg L_3$ erfüllt ist, ergibt sich die folgende Formel für sein Energiespektrum [12]:

$$E_n(k_x, k_y) = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2 m_0} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2 m_0} + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2 m_0} \left(\frac{n}{L_3} \right)^2. \quad (2.26)$$

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

In einem Q2D-System bewegt sich ein Elektron frei mit einer beliebigen Energie nur in zwei Raumrichtungen. Seine Bewegung in die dritte Raumrichtung ist *quantisiert*, d. h. das Elektron kann nur bestimmte Energiewerte besitzen. Diese Werte, die im Ausdruck (2.26) von n abhängen, bezeichnet man als *Subbänder*. Dabei gibt n den Index des jeweiligen Q2D-Subbandes an.

Ähnlich kann auch das Energiespektrum für ein Q1D-System ausgedrückt werden:

$$E_n(k_x) = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2 m_0} + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2 m_0} \left[\left(\frac{m}{L_2} \right)^2 + \left(\frac{n}{L_3} \right)^2 \right]. \quad (2.27)$$

Die Eigenenergien des Elektrons in einem Q0D-System beschreibt dann der Ausdruck (2.24).

Aufgrund der Technologieentwicklung ist es möglich, solche niederdimensionale Systeme aus diversen Halbleitern und ihren Kombinationen herzustellen. Die Q2D-Halbleitersysteme bezeichnet man dabei als *Quantentöpfe*, Q1D als *Quantendrähte* und Q0D als *Quantenpunkte* (QP) bzw. *Quantenboxen*.

Um diesen Unterabschnitt zu vervollständigen, wird noch erwähnt, dass sich diese Arbeit auf die Untersuchungen des vertikalen Ladungstransports durch diverse Quantentopf- und Quantenpunktstrukturen beschränkt.

2.2.2. Zustandsdichte

Es ist bekannt [11], dass Elektronen und Löcher der *Fermi-Dirac-Statistik* gehorchen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich ein Elektron im thermischen Gleichgewicht in einem Zustand mit einer Energie E befindet, beschreibt die Fermi-Dirac-Verteilungsfunktion:

$$f_e(E, T) = \left[1 + \exp \left(\frac{E - \mu}{k_B T} \right) \right]^{-1} \quad (2.28)$$

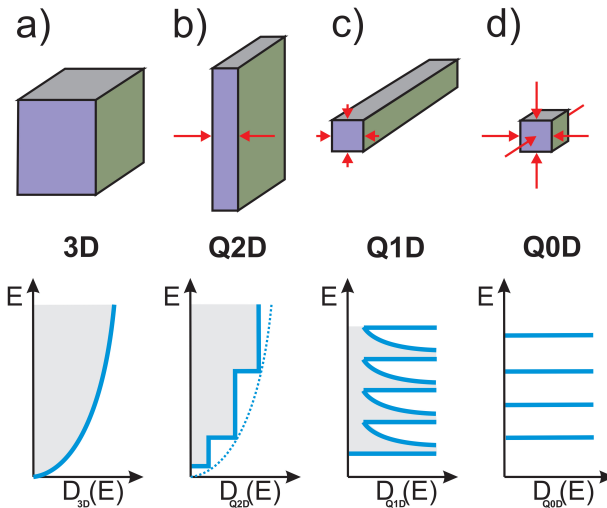


Abbildung 2.4.:

Schematische Geometrie und Darstellung der Zustandsdichte in Halbleitersystemen diverser Dimensionalität: **a)** 3D Volumenhalbleiter, **b)** Quasi-2D Quantentopf, **c)** Quasi-1D Quantendraht und **d)** Quasi-0D Quantenbox (Quantenpunkt).

Hier gibt μ das *chemisches Potential*, k_B die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur an.

Im Allgemeinen hängt auch μ von der Temperatur ab und in der Halbleiterphysik wird μ als das *Fermi-Niveau* oder die *Fermi-Energie* E_F bezeichnet. Für die Löcher gilt dann entsprechend $f_h(E, T) = 1 - f_e(E, T)$.

Eine wichtige physikalische Größe ist die sog. *Zustandsdichte* $D(E)$ [11], die die Anzahl von zulässigen Energieniveaus in einem Energieintervall bezeichnet und gemeinsam mit der Fermi-Dirac-Verteilungsfunktion f_e die Besetzung vom Leitungs- bzw. Valenzband bestimmt.

Für beliebige, strikt i -Dimensionale Halbleitersysteme, die auf entsprechende Einheitsvolumen, Einheitsflächen bzw. Einheitslängen normiert sind, kann die Zustandsdichte $D_{iD}(E)$ durch folgende Ausdrücke beschrieben werden [12]:

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

$$D_{3D}(E) = \frac{1}{(2\pi)^3} \left(\frac{2\pi m^*}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E}, \quad (2.29)$$

$$D_{2D}(E) = \frac{m^*}{2\pi\hbar^2} = \text{Konstante}, \quad (2.30)$$

$$D_{1D}(E) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m^*}{2\hbar^2}} \frac{1}{\sqrt{E}}, \quad (2.31)$$

wobei m^* die effektive Elektronenmasse bezeichnet und der Spin des Elektrons nicht berücksichtigt ist. Die Zustandsdichte eines 0D-Systems ist eine Deltafunktion $\delta(E_{lmn} - E)$.

Für Q2D- bzw. Q1D-Halbleitersysteme muss allerdings die Tatsache berücksichtigt werden, dass erlaubte Energien in solchen Systemen diskrete Spektren bilden. Dementsprechend hat jedes 2D- bzw. 1D-Subband eines beliebigen Q2D- bzw. Q1D-Systems seine eigene 2D- bzw. 1D-Zustandsdichte, die durch die Gleichungen (2.30) und (2.31) bestimmt sind. Im Fall eines Q0D-Halbleitersystems entspricht jedem diskreten Energieeigenwert E_{lmn} eine deltaförmige Zustandsdichte.

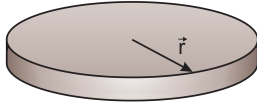
Zum Schluss wird noch erwähnt, dass die jeweilige Form der Zustandsdichte sowohl die Ladungstransporteigenschaften als auch die optischen Eigenschaften von niederdimensionalen Halbleitersystemen stark beeinflusst [12]. Eine schematische Darstellung von der Zustandsdichte für die 3D-, Q2D-, Q1D- bzw. Q0D-Halbleitersysteme zeigt Abb. 2.4.

2.2.3. Quantenpunkte

Im Unterabschnitt 2.2.1 wurde erwähnt, dass die Quasi-0D-Halbleitersysteme, die man als Quantenboxen oder Quantenpunkte bezeichnet, eine dreidimensionale Einschränkung der Ladungsträgerbewegung ermöglichen. Die Quantenpunkte sind typischerweise einige hundert Nanometer breit, einige Nanometer hoch und können ziemlich unterschiedliche Formen besitzen. Nun wird auf solche Q0D-Halbleitersysteme näher eingegangen.

2.2. Grundlagen der Physik der niederdimensionalen Systeme

2D diskförmiger Quantenpunkt



parabolisches Anschlusspotential

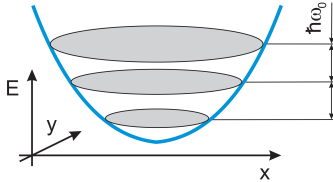


Abbildung 2.5:

Schematische Darstellung eines 2D scheibenförmigen Quantenpunkts und des parabolischen Einschlusspotentials. Erlaubte diskrete Energiezustände (schattierte Flächen) sind äquidistant und durch die Einschlussenergie $E = \hbar\omega_0$ voneinander getrennt.

Quantenpunkte können als *künstliche Atome* betrachtet werden [13–15], in denen ein sog. *Einschlusspotential* statt eines Kernpotentials die Ladungsträger im Inneren der Quantenpunkte hält. Allerdings kann die Anzahl der Ladungsträger in Quantenpunkten im Gegensatz zu Atomen einer Substanz variieren.

Es gibt eine Vielzahl von Methoden für die Erzeugung von Quantenpunkten. So gelang die Herstellung von vertikalen Quantenpunkten mit Hilfe von Elektronenstrahlolithographie [16, 17]. Durch die Nutzung von Verspannungen, die sich dank einer Gitterfehlpassung zwischen Gitterkonstanten von beteiligten Materialien in dünnen homogenen Halbleiterschichten aufbauen, wurde das selbstorganisierte Wachstum von sehr kleinen Halbleiterkristalliten erreicht [18, 19]. Die Fortschritte in der Halbleitertechnologie und Lithographie ermöglichten die Prozessierung sowohl von lateralen [14, 20] als auch vertikalen spannungsgesteuerten Quantenpunkten [21–25].

Die vertikalen Quantenpunkte kann man ausreichend gut durch dünne 2D-Scheiben [26] oder Zylinder [17] modellieren. Es wurde gezeigt [27–30], dass ihre einschränkenden Eigenschaften in der lateralen Richtung durch das zweidimensionale parabolische Einschlusspotential $V(x, y) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 (x + y)^2$, das durch eine Verarmung der Ladungsträger in

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

den seitlichen Bereichen der Scheibe entsteht, modellieren lassen, sollte die Anzahl der im QP eingescherrten Elektronen nicht groß sein [31, 32]. Dieses Potential ist in Abb. 2.5 gemeinsam mit einem 2D scheibenförmigen QP schematisch dargestellt. In diesem Fall entsprechen die Eigenenergien des 2D harmonischen Oszillators E_{nl} dem Einteilchen-Energiespektrum von Elektronen in einem scheibenförmigen QP [12]

$$E_{nl} = (2n + |l| + 1) \hbar\omega_0. \quad (2.32)$$

Die Größe $\hbar\omega_0$ bezeichnet dabei die sog. *Einschlussenergie* des Quantenpunkts mit der Eigenfrequenz des harmonischen Oszillators ω_0 , die Zahlen $n = 0, 1, 2, \dots$ und $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ sind die radiale Quantenzahl bzw. die Drehimpulsquantenzahl. Aus der Abbildung ersieht man, dass das Energiespektrum eines 2D scheibenförmigen QP eine Schar von äquidistanten, diskreten entarteten Zustände aufweist.

Dadurch, dass die selbstorganisierten Quantenpunkte eine Vielzahl von möglichen Formen aufweisen, wird eine Reihe von QP-Geometrien für eine Modellierung ihrer diversen Eigenschaften verwendet [33]. Die Wirkung des Einschlusspotentials in solchen Quantenpunkten wird auch durch ein Kastenpotential dargestellt [34, 35]. In diesem Fall können die erlaubten Energiezustände durch die Formel (2.24) beschrieben werden.

2.3. Halbleitersysteme in einem Magnetfeld

Die Anwendung eines äußeren magnetischen Feldes ist seit langer Zeit eine sehr verbreitete Methode für die Untersuchungen von Transporteigenschaften diverser Halbleitersysteme. Der Grund hierfür liegt in der Quantisierung der Elektronen- sowie Lochbewegung unter der Einwirkung des Magnetfeldes. Für einen Einsatz des Magnetfeldes sprechen auch sowohl die Aufhebung der Spinentartung der energetischen Zustände als auch Veränderung der Zustandsdichte der Ladungsträger durch das Feld.

2.3.1. 3D- und 2D-Elektronensysteme im Magnetfeld

Man betrachtet ein 3D-Gas freier Elektronen mit einer isotropen effektiven Masse m^* , das sich in einem stationären, homogenen Magnetfeld \vec{B} befindet [36]. Das Feld ist entlang der z -Achse ausgerichtet. Wie weiter oben erwähnt, beeinflusst das Feld sowohl die orbitale Bewegung als auch die Spindynamik von Elektronen. Allerdings wird eine Wechselwirkung des Magnetfeldes mit dem Elektronenspin hier vernachlässigt. Für diese Bedingungen kann der Hamilton-Operator für ein freies Elektron in folgender Form geschrieben werden [36]:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} \left(\hat{\mathbf{p}} + \frac{e\vec{A}}{c} \right)^2, \quad (2.33)$$

mit dem Vektorpotential $\vec{A} = (0, Bx, 0)$. Dabei bezeichnen $\hat{\mathbf{p}}$ den Impulsoperator und c die Lichtgeschwindigkeit.

Für dieses Problem kann die Schrödingergleichung

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial}{\partial y} + \frac{ieB}{\hbar c} x \right)^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{2m^*E}{\hbar^2} \right] \psi(x, y, z) = 0, \quad (2.34)$$

die dem Hamilton-Operator (2.33) entspricht, in zwei Gleichungen aufgeteilt werden, die die Bewegung der Elektronen in der z -Richtung und in der xy -Ebene beschreiben. Für die Bewegung in der z -Richtung ergibt die Lösung der Schrödingergleichung ein kontinuierliches Energiespektrum $E = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*}$. Dieses Ergebnis stimmt mit der Vorstellung der klassischen Physik überein, laut dessen die Bewegung einer Ladung entlang der \vec{B} -Feldlinien von der Wirkung des Feldes ungestört bleibt.

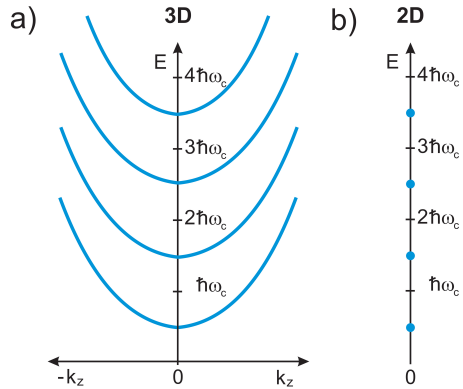
Die Lösung der Schrödingergleichung für die xy -Ebene ergibt eine Schar quantisierter Energieniveaus

$$E_{xy} = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c, \quad (2.35)$$

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

Abbildung 2.6:

Schematische Darstellung von Landau-Niveaus eines freien Elektrons in einem äußeren senkrechten Magnetfeld für seine Bewegung: **a)** in einem 3D Raum. Die Energiezustände bilden eine Schar von Energiebändern, **b)** in einem 2D Raum. Erlaubte Energiezustände sind diskrete Niveaus, die durch die Zyklotronenergie $E = \hbar\omega_c$ voneinander getrennt sind.



wobei $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ und $\omega_c = e\mathbf{B}/m^*$ die Zyklotronfrequenz angibt. Diese Niveaus bezeichnet man als *Landau-Niveaus*. In diesem Fall bildet die Elektronenenergie $E = E_{xy} + E_z$ entsprechende Energiebänder, wie die Abbildung 2.6, **a)** darstellt.

Betrachtet man die Bewegung eines freien Elektrons senkrecht zu den Feldlinien in einem zweidimensionalen Raum, sind die erlaubten Werte der Elektronenenergie keine Bänder mehr, sondern diskrete Energieniveaus, wie es Abb. 2.6, **b)** zeigt.

2.3.2. Quantenpunkt im Magnetfeld

Wird ein Quantenpunkt, dessen Einschlusspotential als parabolisch betrachtet werden kann, in ein äußeres Magnetfeld gebracht, beschreiben die sog. *Fock-Darwin-Niveaus* das Spektrum der Einteilchen-Energien für Elektronen in einem solchen QP [37, 38]

$$E_{nl}(\mathbf{B}) = (2n + |l| + 1) \hbar \sqrt{\frac{1}{4} \omega_c^2 + \omega_0^2} - \frac{1}{2} l \hbar \omega_c \quad (2.36)$$

mit der radialen Quantenzahl $n = 0, 1, 2, \dots$ und der Drehimpuls-

2.3. Halbleitersysteme in einem Magnetfeld

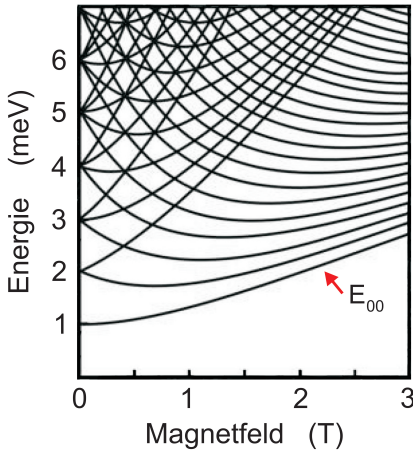


Abbildung 2.7:

Berechnete erlaubte Einteilchen-Energien eines Quantenpunkts mit einem 2D parabolischen Einschlusspotential in Abhängigkeit vom Magnetfeld (Fock-Darwin-Spektrum) für die Einschlussenergie $E = \hbar\omega_0 = 1 \text{ meV}$. Die Grundzustandenergie $E_{00}(\mathbf{B})$ steigt in einem zunehmenden Magnetfeld \mathbf{B} proportional zu \mathbf{B}^2 : die diamagnetische Verschiebung tritt auf. Das Bild ist aus [39] entnommen.

quantenzahl $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Das für die Einschlussenergie $E = \hbar\omega_0 = 1 \text{ meV}$ berechnete Spektrum stellt Abb. 2.7 dar.

Man sieht, dass bei $\mathbf{B} = 0$ die Formel (2.36) in die Formel (2.32) für einen 2D harmonischen Oszillator übergeht. Aus der Formel (2.36) kann noch eine andere interessante Schlussfolgerung erhalten werden. Für sehr kleine Magnetfelder (d. h. bei $\hbar\omega_0 \gg \hbar\omega_c$) kann der Term mit der Wurzel in (2.36) durch eine Potenzreihe angenähert werden, sodass für das Energiespektrum folgender Ausdruck erhalten wird:

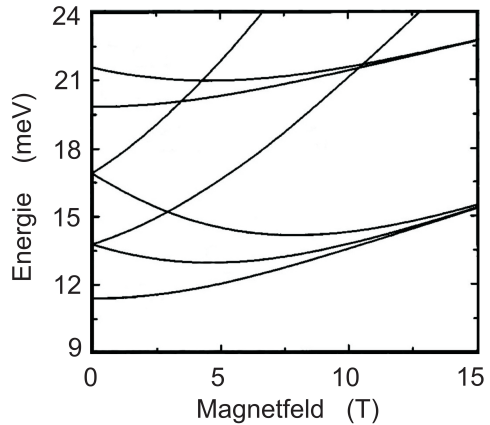
$$E_{nl}(\mathbf{B}) = (2n + |l| + 1) \left(\hbar\omega_0 + \frac{1}{8} \frac{e^2 \hbar}{(m^*)^2 \omega_0} \mathbf{B}^2 \right) - \frac{1}{2} l \hbar\omega_c \quad (2.37)$$

Für die Grundzustandenergie $E_{nl} = E_{00}$ (bei $n, l = 0$) ergibt sich eine sog. *diamagnetische Verschiebung*. In einem zunehmenden, senkrecht zur Ebene des Quantenpunkts ausgerichteten Magnetfeld \mathbf{B} offenbart sich die diamagnetische Verschiebung durch einen kontinuierlichen Anstieg von E_{00} (s. Abb. 2.7), der vom Quadrat der Flussdichte des Feldes \mathbf{B}^2 abhängig ist: $E_{00} \approx \hbar\omega_0 + \frac{1}{8} \frac{e^2 \hbar}{(m^*)^2 \omega_0} \mathbf{B}^2$.

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

Abbildung 2.8:

Berechnete Einteilchen-Energien für Löcher in Abhängigkeit vom Magnetfeld \mathbf{B} in einer SiGe Quantenscheibe ohne Berücksichtigung von Valenzbandmischung. Das Bild ist aus [42] entnommen.



Betrachtet man statt Elektronen die Löcher in Quantenpunkten, muss die komplizierte Valenzbandstruktur berücksichtigt werden. Eine ausführliche theoretische Untersuchung der Lochdynamik in Quantenpunkten fordert die Beschreibung der Lochspektren durch den Luttinger-Kohn-Hamiltonian [40, 41]. Unter Anwendung des erwähnten Hamiltonians wurde in Ref. [42] die Lochdynamik in SiGe Quantenscheiben, die sich in einem senkrechten zur Ebene der Scheibe homogenen Magnetfeld befinden, theoretisch untersucht. Die Autoren berechneten das Einteilchen-Energiespektrum für Löcher ohne und mit der Berücksichtigung von Valenzbandmischung. Das Lochspektrum im Magnetfeld bei der Vernachlässigung der Bandmischung stellt Abb. 2.8 dar.

2.3.3. Zeeman-Aufspaltung

Beim Betrachten von Halbleitersystemen, die sich in einem externen Magnetfeld befinden, wurde der Einfluss des Feldes auf die Elektronen- sowie Lochspinzustände bisher vernachlässigt. Dieser Einfluss ist hinsichtlich der Untersuchungen in niederdimensionalen Halbleitersystemen von besonderem Interesse, da z. B. ein schwaches Magnetfeld \vec{B} die 0D-Zustände aufspaltet, ähnlich wie in elektronischen Zuständen

in Atomen durch den normalen Zeeman-Effekt. Nun wird in diesem Unterabschnitt darauf eingegangen.

Gemäß dem Pauli-Prinzip kann ein Energieniveau durch zwei Elektronen mit gleichen Quantenzahlen, allerdings mit unterschiedlich ausgerichteten Spins $s = \pm \frac{1}{2}$, besetzt werden. Ein solches Doublett-Niveau bezeichnet man als spinentartet. Ein äußeres Magnetfeld hebt die Spinentartung vom betrachteten Niveau auf und spaltet es dadurch in zwei Unterniveaus auf. Die Größe dieser Aufspaltung hängt von der Wechselwirkung zwischen den Elektronenspins und dem Feld ab. Deren Stärke spiegelt der sog. *Landé-* bzw. *g-Faktor* wider. Im Allgemeinen kann die Spinaufspaltung für kleine Magnetfelder ausgedrückt werden als

$$\Delta E = \mu_B g_{\text{eff}} B, \quad (2.38)$$

wobei μ_B das Bohrsche Magneton und g_{eff} den effektiven *g*-Faktor bezeichnen. Für freie Elektronen im Vakuum beträgt der *g*-Faktor $g_0 = 2,0023$ [43].

In einem Halbleiterkristall führt die Wechselwirkung zwischen dem Gitterpotential und den Elektronenzuständen zu einer Renormierung des *g*-Faktors [44], der sowohl große positive als auch negative Werte aufweisen kann. Für viele Kristalle beschreibt die Formel von Roth [44, 45] *g*-Faktorwerte für Elektronen

$$g_e = 2 - \frac{2}{3} \frac{E_p E_{so}}{E_g (E_g + E_{so})}, \quad (2.39)$$

wobei E_g die Energielücke, E_{so} Spin-Bahn-Aufspaltung und E_p die sog. *Kane-Energie* [46] bezeichnen.

Bei einer Verminderung der Halbleiterdimensionalität, d. h. bei einem Übergang von Volumenhalbleitern zu Halbleiterheterostrukturen, wird das dabei entstandene Einschlusspotential den *g*-Faktor der Ladungsträger beeinflussen und zu einer weiteren Veränderung führen. Z. B. wurde für GaAs / AlGaAs-Heterostrukturen sowohl theoretisch [47] als auch experimentell [48, 49] gezeigt, dass der *g*-Faktor von Elektronen eine

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

anisotrope physikalische Größe ist und bei einer Verringerung der Dicke des Quantentopfs eine Änderung des Vorzeichens auftritt.

Betrachtet man den g -Faktor von Lochzuständen, muss die komplizierte Struktur des Valenzbandes berücksichtigt werden. Für die entarteten Valenzbandzustände (Γ -Punkt) kann der Zeeman-Hamiltonian in folgender Form aufgeschrieben werden [50]:

$$\hat{H}(\vec{H}) = g_0 \mu_B \left[\kappa (\hat{j} \cdot \vec{H}) + q (\hat{j}_x^3 H_x + \hat{j}_y^3 H_y + \hat{j}_z^3 H_z) \right], \quad (2.40)$$

wobei \vec{H} die magnetische Feldstärke, \hat{j} den Gesamtdrehimpuls-Operator für Löcher mit $j = \frac{3}{2}$ und κ bzw. q die Luttinger-Parameter bezeichnen.

Auch die Verspannungen in der Heterostruktur beeinflussen den g -Faktor und müssen daher berücksichtigt werden [51, 52].

2.4. Resonantes Tunneln in Halbleitern

Experimentelle und theoretische Untersuchungen des Tunneleffekts in Festkörpern wurden in zahlreichen wissenschaftlichen Veröffentlichungen sehr ausführlich beschrieben (s. z. B. [53, 54]).

Erst die Fortschritte in der Halbleitertechnologie haben allerdings eine praktische Realisierung der Idee des sog. *resonanten Tunnelns* ermöglicht, das auf einem Phänomen des Ladungstransports zwischen zwei Zuleitungen über sog. *quasi-gebundene* (resonante) Zustände beruht und zum ersten Mal für finite *Halbleiterübergitter* in Ref. [55] vorgeschlagen wurde. Die resonanten Zustände (oder Energieniveaus) ergeben sich bei einer entsprechenden Quantisierung der Ladungsträgerenergie in räumlich eingeschränkten dünnen Halbleiterschichten (s. dazu den vorherigen Abschnitt 2.2).

Die erste experimentelle Beobachtung des resonanten Tunnelns von Elektronen wurde an Doppelbarrieren-Halbleiterstrukturen in Ref. [3] berichtet. Die in dieser Referenz untersuchten Halbleiterstrukturen bestanden aus einer dünnen GaAs-Epitaxieschicht (Quantentopf) einge-

bettet zwischen zwei AlGaAs-Epitaxieschichten. Die Letzteren befanden sich ihrerseits zwischen zwei hoch dotierten GaAs-Zuleitungen. Da AlGaAs eine breitere Energielücke besitzt als GaAs, können die AlGaAs-Schichten für Elektronen aus den GaAs-Zuleitungen als Potentialbarrieren betrachtet werden.

Beim Anlegen einer variierenden Gleichspannung V_{SD} an diese Halbleiterstrukturen wurden Strom-Spannungs-Kennlinien (IV-Kennlinien bzw. IV-Charakteristiken) der Struktur aufgenommen, die einige Maxima des Stroms I_{SD} bei bestimmten Spannungswerten aufgewiesen haben. Sollte die Spannung V_{SD} nach dem Erreichen eines Strommaximums weiter erhöht werden, treten die Bereiche des sog. *negativen differentiellen Widerstands* (NDR¹) in den Kennlinien auf. Halbleiterbauelemente unterschiedlicher Größe, die aus solchen Doppelbarrieren-Halbleiterstrukturen durch diverse spezielle Lithographie-Techniken hergestellt sind, bezeichnet man als *Resonanztunneldioden* (RTD).

2.4.1. Resonanztunneldiode

Wie bereits erwähnt, stellt eine typische Resonanztunneldiode ein Halbleiterbauteil dar, das aus zwei hoch dotierten Zuleitungen, zwei undotierten Tunnelbarrieren und einem eben so undotierten Quantentopf besteht. In diesem Unterabschnitt wird am Beispiel einer GaAs / AlGaAs-RTD die Wirkungsweise eines solchen Bauteils kurz beschrieben.

Ein Potentialverlauf der Leitungsbandkante einer solchen RTD für vier Vorspannungsregime stellt Abb. 2.9 dar: **a**) bei der Vorspannung $0 < V_{SD} < V_{th}$, **b**) bei Vorspannungen oberhalb des Schwellenwerts der Vorspannung V_{th} , allerdings unterhalb der Resonanz, $V_{SD} > V_{th}$, **c**) in Resonanz, $V_{SD} = V_{res}$ und **d**) oberhalb der Resonanz, $V_{SD} > V_{res}$. Schattierte Gebiete stellen Fermi-Reservoirs in den Zuleitungen dar. E_{FL} , E_{FR} bezeichnen die Fermi-Energien in der linken bzw. rechten Zuleitung. E_{CL} , E_{CR} geben die Leitungsbandkantenenergien in den jeweiligen Zuleitungen an. Der untere Bereich der Abbildung zeigt einen

¹ (NDR) Abkürzung für (engl.) **N**egative **D**ifferential **R**esistance

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

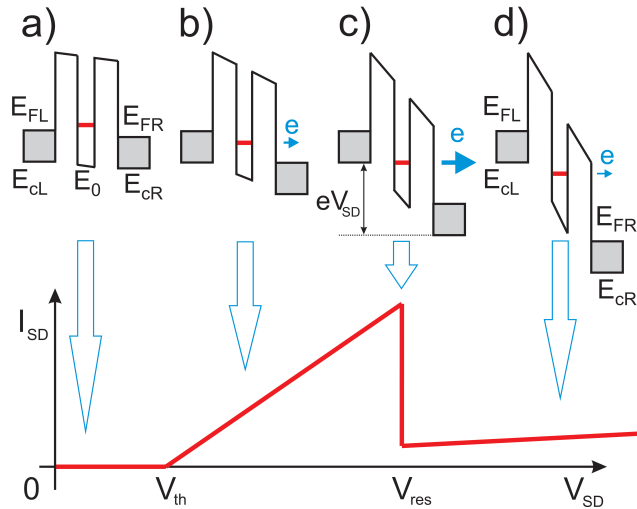


Abbildung 2.9.:

Schematischer Verlauf der Leitungsbandkante einer Doppelbarrieren-RTD für vier Vorspannungsbereiche: **a)** unterhalb des Schwellenwerts der Vorspannung V_{th} , bei der ein resonanter Elektronentransport anfängt, $0 < V_{SD} < V_{th}$, **b)** unterhalb der Resonanz, $V_{SD} > V_{th}$, **c)** in Resonanz, $V_{SD} = V_{res}$, **d)** oberhalb der Resonanz, $V_{SD} > V_{res}$. Schattierte Gebiete stellen Fermi-Reservoirs in den Zuleitungen dar. E_{FL} , E_{FR} bezeichnen die Fermi-Energien in der linken bzw. rechten Zuleitung. E_{cL} , E_{cR} geben die Leitungsbandkantenenergien in jeweiligen Zuleitungen an. Der untere Bereich des Bildes zeigt ein schematischer Verlauf der IV -Kennlinie der Diode.

schematischen Verlauf der IV -Kennlinie der Diode.

Bei der dargestellten Polarität der Vorspannung V_{SD} bewegen sich die Elektronen unter Einwirkung von Kräften des angelegten äußeren elektrischen Feldes von einem Fermi-Reservoir in der linken Zuleitung zum Fermi-Reservoir in der rechten Zuleitung. Allerdings müssen sie zuerst durch die erste (linke) Tunnelbarriere in den Quantentopf und anschließend aus dem Quantentopf durch die zweite (rechte) Barriere tunneln.

Bei kleinen Vorspannungen (Bereich $0 < V_{SD} < V_{th}$) liegt die Energie der Elektronen in der linken Zuleitung noch unterhalb von dem quasi-gebundenen Subband im Quantentopf E_0 . Da es noch keine verfügbare Energieniveaus im Quantentopf gibt, wirkt der Quantentopf als eine zusätzliche Potentialbarriere. Dementsprechend bilden die zwei vorhandenen Tunnelbarrieren gemeinsam mit dem Quantentopf effektiv eine breite Tunnelbarriere [56]. Infolgedessen wird der Strom I_{SD} durch die Diode sehr klein, da beim Ladungstransport unter diesen Bedingungen nur diejenigen Elektronen teilnehmen, die entweder nicht-resonant aus der Zuleitung tunneln oder eine größere Energie als die Barrierenhöhe besitzen.

Durch eine Erhöhung der Spannung V_{SD} wird die resonante Energie im Quantentopf bezüglich der Energie der Elektronen in der linken Zuleitung – im Folgenden *Emitter* oder *Source* bezeichnet – immer niedriger. Beim Erreichen eines Schwellenwerts der Vorspannung V_{th} und einer weiteren Erhöhung von V_{SD} fällt das resonante Subband E_0 unter die Fermi-Energie E_{FL} der Emitter-Zuleitung ab. Ein Teil der Elektronen im Fermi-Reservoir ist nun in Resonanz mit E_0 . Effektiv wirkt es so, als wäre die effektive Tunnelbarriere für diese Elektronen dünner geworden. Als Folge nimmt der Strom durch die RTD zu, da für die erwähnten Elektronen das Durchqueren der Struktur leichter geworden ist. Den besprochenen V_{SD} -Bereich stellt Abb. 2.9, b) dar.

Der Strom I_{SD} erreicht sein Maximum bei $V_{SD} = V_{res}$ (Abb. 2.9, c)). Bei einer weiteren V_{SD} -Erhöhung gerät das Subband E_0 aus der Resonanz mit den Elektronenenergien der Emitter-Zuleitung (s. Abb. 2.9, c)). Es stehen nun kaum Elektronen für einen weiteren Transport zur Verfügung, der Strom nimmt rapide ab. Die IV-Kennlinie der Diode weist nun einen Bereich des negativen differentiellen Widerstands auf, in dem einer zunehmenden V_{SD} ein abnehmender I_{SD} entspricht.

Einen Elektronentransport bei den Vorspannungen $V_{SD} > V_{res}$ ermöglichen nun sowohl eine weitere Verformung des Potentialprofils unter Einwirkung von V_{SD} – was zu einem nicht-resonanten Transport der Elektronen beitragen wird – als auch ein Elektronentransport oberhalb

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

der Barrieren, sodass gerade die beiden oben erwähnten Komponenten den gesamten Ladungstransport dominieren werden. Den Gesamtstrom I_{SD} in diesem Vorspannungsbereich bezeichnet man im Allgemeinen als *Talstrom* (engl. *valley current*).

Die dargestellte einfache Wirkungsweise der Doppelbarrieren-RTD sieht vor, dass sowohl die Energie- als auch die Impulskomponenten parallel zur Ebene der Tunnelbarrieren erhalten bleiben, solange die Tunnelstruktur translationsinvariant bleibt [57]. Dies erlaubt die Gesamtenergie der Elektronen $E(\vec{k})$ in eine laterale Komponente E_{xy} und eine transversale Komponente E_z bezüglich der Barriereebene aufzuteilen:

$$E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 (k_x^2 + k_y^2)}{2 m^*} + E_z. \quad (2.41)$$

Dementsprechend wird eine laterale Bewegung von Elektronen durch ihren lateralen Wellenvektor $k_{||} = (k_x, k_y)$ ausgedrückt.

Die Stromdichte J durch die Diode ist vom Transmissionskoeffizient $T(E_z)$ abhängig und kann durch

$$J = \int_0^{\infty} T(E_z) S(E_z) dE_z \quad (2.42)$$

beschrieben werden, wobei $S(E_z)$ die sog. *Zufuhrfunktion* von Elektronen (engl. *electron supply function*) bezeichnet [57]:

$$S(E_z) = \frac{m^* e k_B T}{2 \pi^2 \hbar^3} \ln \left\{ \frac{1 + \exp \left[\frac{1}{k_B T} (E_{FL} - E_z) \right]}{1 + \exp \left[\frac{1}{k_B T} (E_{FR} - E_z) \right]} \right\}. \quad (2.43)$$

Die oben beschriebenen Potentialverläufe und die Kennlinie einer Resonanztunneldiode veranschaulichen die Tatsache, dass das resonante Tunneln von Ladungsträgern in Doppelbarrieren-Tunnelstrukturen einen

entscheidenden Einfluss auf die jeweilige Form der Strom-Spannungs-Kennlinie bewirkt. Einer kurzen Einführung in die Interpretationen des resonanten Tunnelns werden die nächsten Unterabschnitte dieses Kapitels gewidmet.

2.4.2. Kohärentes Tunneln

Gemäß dem Modell des kohärenten Tunnelns betrachtet man das resonante Tunneln von Ladungsträgern durch eine Doppelbarrieren-Struktur mit einem Quantentopf als ein Elektronenwellen-Phänomen analog zur resonanten Lichtübertragung durch das optische Fabry-Perót-Interferometer [58]. Bei einer solchen Vorgehensweise wird ein Elektronenzustand durch eine Wellenfunktion dargestellt, die für das gesamte Bewegungsgebiet der Elektronen (gesamter Bereich der RTD) gilt. Das heißt, es wird angenommen, dass sich die Elektronenwellen ohne jede Streuung, die ihre Phasenkohärenz beeinträchtigen, durch das Bauelement ausbreiten können.

In diesem Modell wird die Bewegung eines Elektrons der Energie E untersucht, das auf eine 1D-Doppelbarrieren-Struktur auftrifft (siehe Abb. 2.10, α). Sollte die Elektronenenergie E mit einem der Energieniveaus E_i im Quantentopf übereinstimmen, erhöht sich die Amplitude der de-Broglie-Wellen im Quantentopf durch ihre mehrfache Reflexion an den Grenzflächen und durch ihre Interferenz. Reflektierte Wellen werden dabei gedämpft, transmittierte stattdessen verstärkt. Nahe der Resonanz gilt dann für den gesamten Transmissionskoeffizient $T(E)$ [59]:

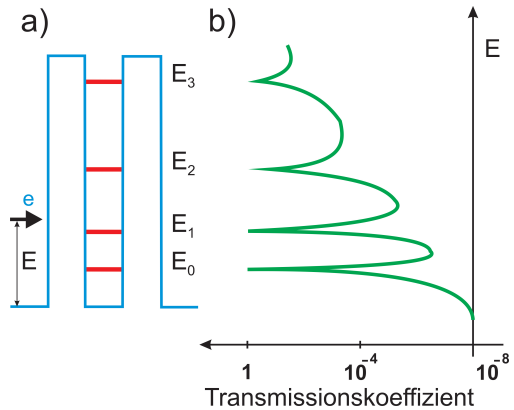
$$T(E) \approx \frac{4 T_1 T_2}{(T_1 + T_2)^2} \frac{\gamma^2}{(E - E_i)^2 + \gamma^2}, \quad (2.44)$$

wobei T_1, T_2 die Transmissionskoeffizienten der beiden Tunnelbarrieren bei $E = E_i$ bezeichnen, $\gamma \equiv \hbar / \tau$ die intrinsische Breite des resonanten Zustandes E_i (quasi-klassisch $\gamma \approx E_i (T_1 - T_2)$), τ die Lebensdauer dieses Zustandes und i natürliche Zahlen angeben.

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

Abbildung 2.10:

Schematische Darstellung:
a) eines Doppelbarrieren-Elektronenresonators mit zwei identischen Potentialbarrieren, b) Änderung seines Transmissionskoeffizienten in Abhängigkeit von der kinetischen Energie E des einlaufenden Elektrons e .



In Abwesenheit von Elektronenstreuung wird ein Doppelbarrieren-Halbleitersystem mit zwei identischen Tunnelbarrieren (d.h. bei $T_1 = T_2$) für die einlaufenden Elektronen der kinetischen Energie $E = E_i$ völlig durchsichtig ($T(E) = 1$). Bei abweichenden Energiewerten verringert sich der Transmissionskoeffizient der Struktur sehr stark (s. Abb. 2.10, b)).

Für asymmetrische Tunnelbarrieren hängt der gesamte Transmissionskoeffizient $T(E)$ vom Verhältnis T_{\min} / T_{\max} ab, wobei T_{\min} , T_{\max} den kleinsten bzw. den größten der Transmissionskoeffizienten T_1 und T_2 bezeichnet.

2.4.3. Raumladung im Quantentopf

Allerdings berücksichtigt das im vorherigen Unterabschnitt 2.4.2 kurz vorgestellte Modell des kohärenten resonanten Tunnelns keine Ladungseffekte. Zur Berechnung des Transmissionskoeffizienten $T(E)$ im Rahmen dieses Modells nähert man den Verlauf der Leitungsbandkante einer Doppelbarrieren-RTD durch eine Reihe von kleinen, gleichförmigen Potentialstufen an [57].

In realen Tunneldioden allerdings können sich die Elektronen im Quantentopf lange Zeit aufhalten und damit zum Aufbau einer Raumladung im Quantentopf der Diode beitragen [60–64]. Als Folge erzeugt eine

räumliche Verteilung dieser Ladung einen nicht-einheitlichen Potentialverlauf im gesamten Bereich der RTD.

Die oben erwähnte Nicht-Gleichförmigkeit des Leitungsbandpotentials berücksichtigt das *selbstkonsistente Hartree-Fock-Potential* $V_{sc}(z)$, das aus einer Poisson-Gleichung erhalten werden kann [57]:

$$\frac{d}{dz} \left(\epsilon(z) \frac{dV_{sc}(z)}{dz} \right) = -e \left(N_D^+(z) - n_e(z) \right), \quad (2.45)$$

wobei $\epsilon(z)$ die Dielektrizitätszahl des Halbleiters, $N_D^+(z)$ die Dotierkonzentration und $n_e(z)$ die Elektronendichte bezeichnen.

Die Anwendung von selbstkonsistenten Berechnungsmethoden basierend auf einem Ansatz des Hartree-Fock-Potentials für Simulationen von IV-Kennlinien der Doppelbarrieren-RTD ergeben Kennlinien, die deutlich besser mit experimentellen Kennlinien von Tunnelndioden übereinstimmen als diejenige, die ohne Berücksichtigung einer Raumladung erhalten wurden [57]. Dies deutet auf eine wichtige Rolle der Raumladung im gesamten Ladungstransport durch die RTD hin.

2.4.4. Sequentielles Tunneln

Eine alternative Beschreibung des resonanten Tunnelns wurde in Ref. [65] vorgeschlagen. Diese Theorie betrachtet den NDR-Bereich in den IV-Kennlinien von Doppelbarrieren-Resonanztunnelndioden ohne Bezug auf das Fabry-Perót-Interferometer.

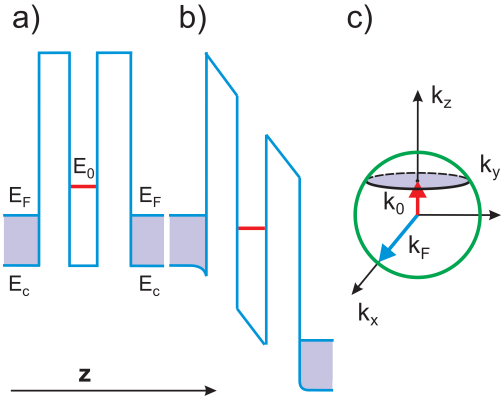
In diesem Fall definiert man die Zuleitungen einer untersuchten RTD als hoch dotiert. Die Tunnelbarrieren der Diode werden als störstellenfrei angenommen, was folglich zu vermuten erlaubt, dass der laterale Elektronenimpuls (p_x , p_x) beim Tunneln erhalten bleibt.

Im thermodynamischen Gleichgewicht ohne angelegte äußere Gleichspannung (s. Banddiagramm in Abb. 2.11, a)) fließt kein resonanter Strom durch die Diode, da sich das Quantentopf-Subband E_0 oberhalb des Fermi-Niveaus E_F befindet. Durch die Einwirkung einer an die Zu-

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

Abbildung 2.11:

Schematische Darstellung der Wirkungsweise einer Doppelbarrieren-RTD im Rahmen des Modells des sequentiellen Tunnelns: **a)** Verlauf der Leitungsbandkante der Diode im Gleichgewicht. **b)** Bandverbiegung unter Einwirkung einer äußeren, an die Zuleitungen angelegten Spannung. **c)** Fermi-Kugel für die Emitter-Zuleitung der Resonanztunnelndiode.



leitungen angelegten Vorspannung kann die Valenzbandkante so verkippt werden, dass das Subband E_0 zwischen der Fermie-Energie E_F und der Valenzbandkante E_c sein kann (s. Abb. 2.11, b)). Das Tunneln ist nun für diejenigen Elektronen erlaubt, die einen transversalen Wellenvektor $\mathbf{k}_z = \mathbf{k}_0$ besitzen. Dabei müssen k_0 -Werte die Bedingung $\frac{\hbar^2 k_0^2}{2m^*} = E_0 - E_c$ erfüllen. In Abb. 2.11, c) entspricht diese Bedingung einer schattierten Scheibe. Nur diejenigen Elektronen, deren transversaler Wellenvektor \mathbf{k}_z auf dieser Scheibe liegt, weisen isoenergetische Zustände mit einem erhaltenen lateralen Impuls $\mathbf{p}_{||} = (\mathbf{p}_x, \mathbf{p}_y)$ auf. Nur diese Elektronen sind resonant.

Betrachtet man eine RTD als ideal, findet das resonante Tunneln bei $T = 0$ nur in einem solchen Spannungsbereich statt, in dem sich die schattierte Scheibe vom Pol der Fermi-Kugel der Emitter-Zuleitung zu seinem Äquator bewegt. Bei höheren Vorspannungen (d. h. bei $k_0 < 0$) stehen keine resonante Elektronen mehr zur Verfügung, der Strom durch die Diode bricht ab. Ein solches Verhalten ist ein typisches Merkmal beim Tunneln aus einer 3D-Zuleitung in die 2D-Subbänder in einem Quantentopf [58].

Um diesen Unterabschnitt zu vervollständigen, wird hier noch er-

wähnt, dass im Gegensatz zum Model des kohärenten Tunnelns das Modell des sequentiellen Tunnelns das resonante Tunneln nicht als ein kontinuierliches Tunnel-Ereignis sondern als zwei nacheinander folgende Tunnelprozesse betrachtet. Das Elektron tunnelt zuerst aus einer Zuleitung in den Quantentopf und daraus in die zweite Zuleitung, währenddessen ein Verlust der Phasenkohärenz von Elektronenwellen durch die Streuung im Quantentopf möglich ist [66]. Demzufolge bezeichnet man das sequentielle Tunneln als ein Bild des resonanten Tunnelns bei nicht-kohärenten Extremfällen [57]. Sollte keine Streuung im Quantentopf den Elektronentransport durch Doppelbarrieren-Tunneldioden beeinträchtigen, ergeben beide Modelle den gleichen Tunnelstrom [67].

2.4.5. Tunneln aus der Akkumulierungsschicht

Bisher wurden hier die Resonanztunneldioden betrachtet, in denen die hoch dotierten Zuleitungen unmittelbar an die undotierten Tunnelbarrieren grenzen.

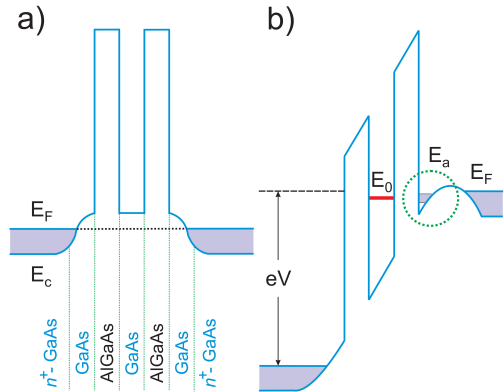
Es ist bekannt [57, 61, 68], dass die Züchtung von undotierten [69] oder leicht dotierten [70] Halbleiter-Zwischenschichten, die die Zuleitungen von den Tunnelbarrieren trennen, einen starken Einfluss auf die Ladungstransporteigenschaften der Doppelbarrieren-Halbleiterstrukturen hervorruft und dadurch ihre Funktionalität erhöhen kann [71]. Solche trennenden Zwischenschichten bezeichnet man als *Spacer*.

Der Grund dafür ist, dass ein pseudo-dreieckiger Potentialtopf mit quasi-gebundenen Zuständen durch eine Verbiegung der Leitungsbandkante unter Einwirkung einer angelegten äußeren Spannung in derjenigen Spacer-Schicht entsteht, die an die erste Tunnelbarriere (bezüglich der Transportrichtung) grenzt. Dieser Potentialtopf ist in Abb. 2.12, b) mit einer grünen gestrichelten Linie umkreist. Die Elektronen aus der angrenzenden hoch dotierten Zuleitung können freie Zustände im Potentialtopf besetzen und dadurch zur Bildung einer sog. *Akkumulierungsschicht* (engl. *accumulation layer*) beitragen. Die Akkumulierungsschicht ruft eine Senkung der Leitungsbandkante in der Nähe der Tunnelbarriere

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

Abbildung 2.12:

Schematisches 1D-Leitungsbanddiagramm einer Doppelbarrieren-RTD mit undotierten GaAs-Spacern an Seiten von AlGaAs-Barrieren: **a)** im thermodynamischen Gleichgewicht, **b)** unter Einwirkung einer äußeren Spannung. Es entsteht ein pseudo-dreieckiger Potentialtopf (s. grüner Kreis), in dem Elektronen das Subband E_a besetzen können und ein 2DEG bilden.



re hervor und damit eine Verringerung eines energetischen Abstandes zwischen dem Subband E_0 im Quantentopf und E_F in der Zuleitung. Auch ein Energiebereich, aus dem die Elektronen in den Quantentopf tunneln können, wird dank der Akkumulierungsschicht erweitert [66]. Allerdings wird gleichzeitig eine entsprechende *Verarmungsschicht* (engl. *depletion layer*) an der Grenze zur zweiten Tunnelbarriere im anderen Spacer der Struktur erzeugt [61].

Die elektronischen Zustände im erwähnten pseudo-dreieckigen Potentialtopf sind von zwei Arten. Im unteren Energiebereich sind das die quasi-gebundenen Zustände (E_a in Abb. 2.12, b)). Im oberen Energiebereich können die Streuzustände entstehen [57] (in der Abbildung nicht gezeigt). Diejenige Elektronen, die die quasi-gebundene Zustände im Potentialtopf besetzen, bilden ein sog. *zweidimensionales Elektronengas* (2DEG). Dementsprechend findet das resonante Tunneln von Elektronen aus 2D quasi-gebundenen Zuständen in der Akkumulierungsschicht in das 2D-Subband E_0 im Quantentopf statt, wenn diese Zustände durch eine angelegte äußere Vorspannung die gleiche Energie besitzen wie E_0 im Quantentopf [72]. Ein solches Tunneln bezeichnet man als *2D-2D resonantes Tunneln* [73] und es ist eher bevorzugt als das Tunneln aus dem

3D Fermi-Reservoir der Zuleitung [71].

Das 2D–2D resonante Tunneln unterscheidet sich vom 3D–2D resonanten Tunneln, das in den Unterabschnitten 2.4.2 und 2.4.4 diskutiert wurde, da die elektronischen Systeme sowohl der Akkumulierungsschicht als auch des Quantentopfs nun diskrete Energieniveaus besitzen. In den IV-Charakteristiken erweist sich das 2D–2D resonante Tunneln durch schärfere Stromresonanzen mit größeren PTVCR²-Werten im Vergleich zu denjenigen des 3D–2D Tunnelns [57].

2.4.6. Resonantes Tunneln über eine Quantenbox

Wird die Dimensionalität des Quantentopfes einer Doppelbarrieren-Heterostruktur weiter verringert, sodass er als dreidimensional eingeschränkt betrachtet werden kann, spricht man, wie zuvor erwähnt, über eine Quantenbox oder einen Quantenpunkt (s. Abb. 2.13, a). In der Abbildung ist ersichtlich, dass eine Quasi-0D-Quantenbox (Q0D) zwischen zwei undotierten Tunnelbarrieren eingeschlossen ist, die sich ihrerseits zwischen zwei hoch dotierten Zuleitungen befinden. In diesem Unterabschnitt wird ein kurzer Überblick über ein Modell [74] des resonanten Tunnel durch eine solche Quantenbox / Quantenpunkt gegeben.

In diesem Modell werden die im Unterabschnitt 2.4.4 diskutierte Ladungseffekte vernachlässigt: weder eine Raumladung im Quantentopf oder in der Akkumulierungsschicht noch eine Verarmungsschicht in der Drain- bzw. Kollektor-Zuleitung werden berücksichtigt. Die effektive Elektronenmasse m^* wird als dieselbe in allen Bereichen der betrachteten Halbleiterstruktur angenommen. In diesem Fall kann der Verlauf der Leitungsbandkante einer solchen Tunnelstruktur in einer vereinfachten Form angenommen werden, wie sie Abb. 2.9, a) darstellt.

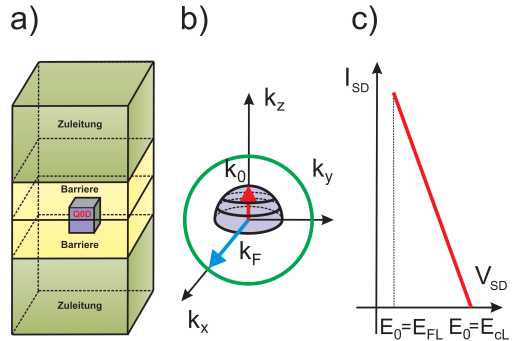
Für eine dreidimensional eingeschränkte Q0D-Quantenbox, die einen diskreten Energiezustand E_0 besitzt, kann bei einem Ladungstransport über diesen Zustand nur die Gesamtenergie erhalten bleiben. Die Elektronen mit einem Impuls, dessen Wellenvektor-Komponenten durch

²(PTVCR) Abkürzung für (engl.) **P**eak **T**o **V**alley **C**urrent **R**atio

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

Abbildung 2.13:

Schematische Darstellung des 3D-0D resonanten Tunnelns: **a)** eine zwischen zwei Tunnelbarrieren dreidimensional eingeschränkte Quantenbox (QOD), **b)** Fermi-Kugel mit einer Halbkugel der konstanten Energie. k_F bezeichnet Fermi-Wellenvektor. Der Wellenvektor von Elektronen $k_0 = \sqrt{2 m^* E_0} / \hbar$. **c)** schematischer Stromverlauf.



die Gleichung $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2$, ($k_z > 0$, $k_0 = \sqrt{2 m^* E_0} / \hbar$) beschrieben werden können, erfüllen die Bedingung der Energieerhaltung. Geometrisch entspricht diese Bedingung einer Halbkugel in Abb. 2.13, **b)**, deren Fläche bei $E_0 = E_{LF}$ maximal und bei $E_0 = E_{CF}$ Null wird, wobei E_{LF} , E_{CF} gemäß Bezeichnungen in Abb. 2.9, **a)** die Fermi-Energie bzw. die Leitungsbandkante der Emitter-Zuleitung angeben. Dabei entspricht einer maximalen Fläche der Halbkugel ein maximaler Strom I_{SD} durch die Quantenbox. Bei einer Verringerung der Halbkugelfläche sinkt auch der Strom, da der Strom $I_{SD} \sim 2 \pi k_0 \sim E_0$. Ein qualitativer Verlauf der Strom-Spannungs-Kennlinie eines solchen Halbleitersystems stellt Abb. 2.13, **c)** dar.

2.5. Streuung-unterstütztes Tunneln

In realen Halbleiterbauelementen ist die Streuung von Ladungsträgern bei einem Ladungstransport unvermeidbar. Man unterscheidet zwischen elastischer und inelastischer Streuung. Die Streuung ist elastisch, wenn die kinetische Energie der gestreuten Ladungsträger erhalten bleibt. Ihre Bewegungsrichtung kann sich hingegen ändern. Bei inelastischer Streuung ändert sich vor allem die kinetische Energie der Ladungsträger, so dass sich ihre Größe vor und nach der Streuung unterscheidet.

Der Einfluss diverser Streumechanismen auf den Tunnelstrom durch verschiedene resonante Doppelbarrieren-Tunnelstrukturen war der Gegenstand umfangreicher sowohl experimenteller als auch theoretischer Studien. Die Letztgenannten umfassen [75] einige phänomenologische Analysen dieser Effekte (z. B. [67, 76, 77]), eine Reihe mikroskopischer Modelle zur Beschreibung von Einwirkungen sowohl von optischen [78–81] als auch von akustischen [81] Phononen und schließlich die Berücksichtigung der Rauigkeit von Grenzflächen [82, 83] und der Anwesenheit von Störstellen [84, 85].

Für die meisten praktischen Anwendungen von Halbleiterbauelementen, deren Funktionsprinzip auf dem Tunneleffekt basiert, ist es wünschenswert, dass ihr Talstrom klein bleibt [86]. Der Talstrom, der bei einem Ladungstransport durch (Al, Ga) As-Doppelbarrieren-Tunnelstrukturen zu beobachten ist, kann sich durch mehrere Streuprozesse ergeben. Zu ihnen gehören unter anderem die elastische Streuung an Störstellen und an Rauigkeiten der Grenzflächen sowie die inelastische Streuung an optischen Phononen. Im Weiteren wird sich die Diskussion auf das Tunneln durch die Unterstützung von oben erwähnten Streumechanismen konzentrieren.

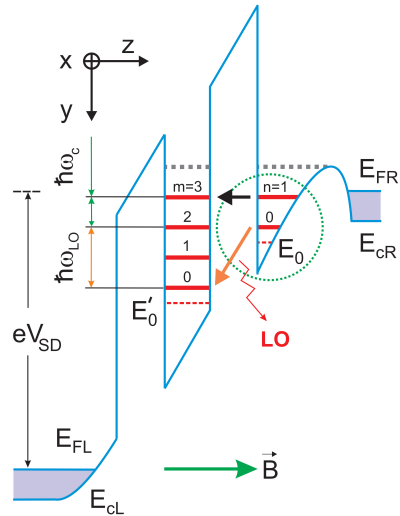
Wie bekannt [86–91], offenbaren sich die durch Streuung unterstützte Tunnelprozesse in Form von einem oder mehreren zusätzlichen Stromresonanzen in der IV-Charakteristik des jeweiligen Halbleiterbauteils. Allerdings wird eine Zuordnung dieser Resonanzen zu bestimmten Streumechanismen oder überhaupt ihre experimentelle Beobachtung ohne zusätzlichen Maßnahmen oft sehr erschwert. Die Anwendung eines äußeren homogenen Magnetfeldes kann die Struktur von zusätzlichen Resonanzen auflösen und ermöglicht dadurch ihre Zuordnung.

Betrachtet man ein vertikales Halbleiterbauelement, das aus einer Doppelbarrieren-Heterostruktur (III–V-Verbindungshalbleiter) mit undotierten oder leichtdotierten Spacer-Schichten hergestellt wurde, bildet sich eine Akkumulierungsschicht mit 2D-Subbändern in einer der Spacer-Schichten unter der Einwirkung einer angelegten Vorspannung V_{SD} . Aus dieser Schicht können die Ladungsträger in die unbesetzten 2D-

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

Abbildung 2.14:

Schematische Darstellung des Verlaufs der Valenzbandkante eines Halbleiterbauteils aus einer Doppelbarrieren-Heterostruktur, die aus entsprechenden III-V-Verbindungshalbleitern gewachsen wurde. Das Diagramm entspricht dem Bereich des Talstroms für ein senkrecht zu Grenzflächen der Heterostruktur ausgerichtetes Magnetfeld $B > 0$. Folgende Tunnelprozesse sind im Bild zu sehen: das durch die elastische Streuung unterstützte Tunneln (**schwarzer Pfeil**) und das Tunneln mit der Ausstrahlung eines LO-Phonons (**orangener Pfeil**). Die weiteren Einzelheiten zum Bild sind im Text zu finden.



Quantentopfzustände resonant tunneln, wie es bereits im vorherigen Unterabschnitt 2.4.5 beschrieben wurde.

Wird ein solches Bauelement einem äußeren, senkrecht zu den Grenzflächen der Heterostruktur ausgerichteten Magnetfeld B_{\perp} ausgesetzt, wird dies zur Landau-Quantisierung der elektronischen 2D-Zuständen sowohl im Quantentopf als auch in der Akkumulierungsschicht führen [61]. Daher ermöglicht die Anwendung einer solchen Untersuchungsmethode eine spektroskopische Untersuchung und eine Zuordnung der Tunnelprozesse zwischen elektronischen Zuständen in beiden erwähnten Bereichen des Devices. Nun werden mögliche Tunnelübergänge zwischen Landau-Niveaus in der Akkumulierungsschicht und im Quantentopf diskutiert, die in Abb. 2.14 dargestellt sind.

Bei $\mathbf{B} = 0$ wird das resonante Tunneln aus dem am niedrigsten liegenden 2D-Subband E_0 (rote gestrichelte Linie) in der Akkumulierungsschicht (grüner gestrichelter Kreis in der Abbildung) in das niedrigste 2D-Subband E'_0 im Quantentopf möglich, falls durch eine angelegte Vorspannung V_{SD} die energetischen Positionen beider Subbänder gleich sind. Dieses Tunneln ist in der Abbildung nicht gezeigt. In einem senkrecht zu den Grenzflächen der Heterostruktur angelegten Magnetfeld \mathbf{B} ist das Energiespektrum von Elektronen in der Akkumulierungsschicht bzw. im Quantentopf durch

$$E = E_0 + \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c, \quad (2.46a)$$

$$E = E'_0 + \left(m + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c \quad (2.46b)$$

gegeben [88]. Hier bezeichnen n den Landau-Niveau-Index in der Akkumulierungsschicht und m den Landau-Niveau-Index im Quantentopf.

Die Bedingung der Erhaltung der lateralen (bezüglich der Grenzflächen) Komponente des Wellenvektors k^{\parallel} der tunnelnden Elektronen bei $\mathbf{B} = 0$, deren Erfüllung das resonante Tunneln ermöglicht, entspricht in einem endlichen Magnetfeld \mathbf{B} dem Tunneln der Elektronen zwischen Landau-Niveaus in der Akkumulierungsschicht und im Quantentopf mit gleichen Landau-Indizes, d. h. die Erhaltung des Landau-Indexes, $l = m - n = 0$. Solche Tunnelübergänge sind resonant.

Auch die Übergänge zwischen dem n -ten Landau-Niveau in der Akkumulierungsschicht und dem $m = (n + 1, 2, 3, \dots)$ -ten Landau-Niveau im Quantentopf sind möglich, die sog. *Inter-Landau-Level-Übergänge*. Diese Tunnelübergänge sind allerdings nicht-resonant und durch elastische und quasi elastische Streumechanismen unterstützt. Zu denen, wie zuvor erwähnt, gehören die Streuung von Elektronen an ionisierten Störstellen und an den Grenzflächen der Heterostruktur (elastisch) sowie die Streuung durch die Ausstrahlung von akustischen Phononen (quasi elastisch) [88]. Ein Beispiel eines solchen durch die elastische Streuung unterstützten Tunnelns zwischen einem Landau-Niveau mit dem Index

2. Übersicht und theoretische Grundlagen

$n = 1$ (Akkumulierungsschicht) und einem Landau-Niveau mit dem Index $m = 3$ (Quantentopf) ist in Abb. 2.14 durch den schwarzen horizontalen Pfeil dargestellt.

Die Tunnelübergänge, bei denen die laterale Wellenvektorkomponente k^{\parallel} nicht erhalten bleibt, beschreibt der Ausdruck [88]

$$E_0 = E'_0 + l(\hbar \omega_c) + i(\hbar \omega_{LO}). \quad (2.47)$$

In diesem Ausdruck bezeichnen $\hbar \omega_{LO}$ die Energie eines longitudinalen optischen Phonons (LO-Phonon) und $l = m - n$. Der Index $i = 0$ entspricht einer elastischen Streuung, $i = 1$ der Ausstrahlung eines LO-Phonons. Physikalisch bedeutet die Formel (2.47) für $i = 1$, dass es für ein Elektron auf einem Landau-Niveau in der Akkumulierungsschicht möglich ist, in ein tiefer liegendes Landau-Niveau im Quantentopf zu tunneln, falls die Energiedifferenz zwischen den beiden der Energie eines LO-Phonons gleich wird. Das Elektron verringert seine Energie durch die Ausstrahlung eines LO-Phonons, was seinen Übergang zulässig macht. Das Beispiel eines solchen Tunnelüberganges ist in Abb. 2.14 durch den orangenen Pfeil dargestellt.

2.6. Zusammenfassung

Ziel dieses Kapitels war es, auf einige Phänomene in niederdimensionalen physikalischen Systemen einzugehen und anfängliche Begriffe, die für eine Beschreibung der Messergebnisse dieser Dissertation erforderlich sind, einzuführen. Zuerst wurden Grundlagen der Quantenphysik und Quantenmechanik, die für die diskutierten Phänomene relevant sind, kurz dargestellt. Grundlagen der Physik der niederdimensionalen Systeme sowie eine Beschreibung des Verhaltens der Halbleitersysteme in einem homogenen Magnetfeld waren das nächste Thema. Anschließend wurden einige Tunnelmechanismen in Halbleitersystemen diverser Dimensionalität beschrieben.

3

Kapitel 3.

Materialeigenschaften

Im vorliegenden Kapitel werden kurz einige wichtige Eigenschaften der Halbleitermaterialien abgehandelt, die für die Anfertigung der im Rahmen dieser Arbeit erforschten Proben verwendet wurden. Zunächst werden Silizium, Germanium und ihre Legierung $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ betrachtet. Danach werden relevante III-V-Verbindungen berücksichtigt, wobei römische Ziffern III und V einen dreiwertigen bzw. fünfwertigen Halbleiter bezeichnen.

3.1. Silizium und Germanium

Da viele Eigenschaften vom Silizium und vom Germanium sehr ähnlich sind, ist es sinnvoll, beide Materialien in einem gemeinsamen Abschnitt zu beschreiben. Als erstes werden die Eigenschaften vom Silizium betrachtet.

Das vermutlich im Jahre 1787 von Antoine Lavoisier zum ersten Mal als ein chemisches Element entdeckte und 1824 von J.J. Berzelius anschließend zum ersten Mal in der amorphen Form gewonnene Silizium ist innerhalb der letzten 30 Jahre zu einem der bedeutsamsten Basis-Materialien für die Halbleiterindustrie geworden. Nach Sauerstoff

3. Materialeigenschaften

ist es das zweithäufigste Element der Erdkruste und bildet in ihr ca. 27,8 Gewichtsprozent.

Ein ausreichender Reinheitsgrad des Siliziums, der eine Herstellung von Transistoren und von anderen Halbleiterbauelementen ermöglicht hat, wurde erst 1949 von E.I. du Pont de Nemours & Co. erreicht. Mit einer kommerziellen Produktion des hochreinen Siliziums wurde erst im Jahre 1951 begonnen. Dieses Ereignis hat einen entscheidenden Impuls der damals schnell wachsenden elektronischen Industrie für eine rasche Weiterentwicklung gegeben [92]. Der heutige Anteil der auf Silizium basierenden elektronischen Bauelemente in der gesamten Mikroelektronik-Produktion liegt bei über 97 % [93].

Silizium ist ein chemisches Element der IV. Hauptgruppe des Periodensystems und kristallisiert in der *Diamantstruktur* mit der Gitterkonstante a_{Si} von 357,056 Å (bei 300 K) [94]. Das Raumgitter des Diamanten ist kubisch flächenzentriert (fcc)¹. Somit bezeichnet die Gitterkonstante a die Kantenlänge der regulären kubischen Einheitszelle [11]. Ein Siliziumatom hat vier Außenelektronen (Valenzelektronen). Seine Elektronenkonfiguration für Valenzelektronen im Grundzustand bezeichnet man als $3s^2 3p^2$. Jedes Atom des Diamantgitters ist von vier gleich weit entfernten Atomen so umgeben, dass sich seine Nachbaratome auf den Ecken eines regelmäßigen Tetraeders befinden. Durch die Wechselwirkung der jeweiligen Paare der Valenzelektronen mit entgegengerichteten Spins entsteht eine kovalente Bindung zwischen den am nächsten liegenden Siliziumatomen im Kristallgitter. Dabei ist die Elektronenwolke der wechselwirkenden Valenzelektronen entlang ihrer Achse ausgelehnt.

Die Diamantstruktur kann man sich aus zwei kubisch flächenzentrierten Raumgittern gebildet denken, die gegeneinander um ein Viertel der Raumdiagonalen versetzt sind. Die Diamantstruktur von Silizium ist schematisch in Abb. 3.1 dargestellt. Am leichtesten wird ein Siliziumkristall entlang der atomaren Ebenen $\{111\}$ zerstört oder gespaltet [95] (s.

¹ (fcc) Abkürzung für (engl.) **f**ace-**c**entered **c**ubic

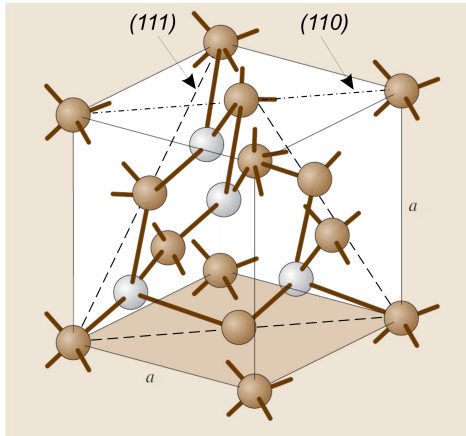


Abbildung 3.1.:

Kubisch flächenzentriertes Raumgitter von Silizium und Germanium. Bild entnommen aus [96]

Abb. 3.1).

Zur Analyse der Energiespektren von Elektronen, Phononen und anderen Quasiteilchen sowie zur Beschreibung der Beugungs- und Streueffekte in Kristallen verwendet man das sog. *reziproke Gitter*. Es ist bekannt [97, 98], dass einem kubisch flächenzentrierten Raumgitter mit einer Gitterkonstante a ein kubisch raumzentriertes (bcc)² reziprokes Gitter mit der Gitterkonstante $4\pi/a$ entspricht. Die Wigner-Seitz-Zelle, die eine Elementarzelle eines reziproken Gitters bezeichnet, lässt sich für ein bcc reziprokes Gitter konstruieren.

Beim Betrachten der Energiespektren von Elektronen bezeichnet man eine entsprechende Wigner-Seitz-Zelle als *erste Brillouin-Zone* [99]. Die erste Brillouin-Zone des kubisch flächenzentrierten Gitters vom Silizium ist in Abb. 3.2 dargestellt. Im Bild sind auch die Punkte (Γ , X , L usw.) und die Achsen (Δ , Λ) hoher Symmetrie eingezeichnet.

²(bcc) Abkürzung für (engl.) **b**ody-**c**entered **c**ubic

3. Materialeigenschaften

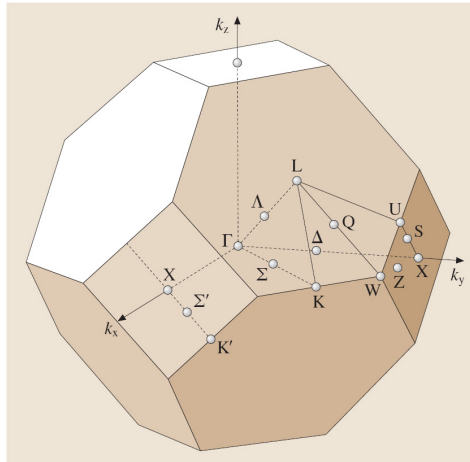


Abbildung 3.2.:

Die erste Brillouin-Zone des kubisch flächenzentrierten Gitters (aus [96]). Der Symmetriepunkt Γ , der bei $\frac{2\pi}{a}(0, 0, 0)$ liegt, bezeichnet die Zonenmitte. Die Randpunkte X entsprechen den Schnittpunkten der Achsen $\langle 100 \rangle$ (Gerade Δ) mit den Rändern der Brillouin-Zone und liegen bei $\frac{2\pi}{a}(0, 0, 1)$. Die Randpunkte L befinden sich bei $\frac{2\pi}{a}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Dabei bestimmen die Achsen $\langle 111 \rangle$ die Geraden Λ . Die Schnittpunkte der Achsen $\langle 110 \rangle$ (Gerade Σ) mit den entsprechenden Zonenrändern werden als Randpunkte K bezeichnet.

Der nächste Elementhalbleiter, der betrachtet wird, ist das Germanium. Germanium wurde erst 1886 von Clemens Winkler entdeckt, obwohl seine Existenz schon 1871 von D. Mendelejew vorhergesagt wurde. Trotz der späteren Entdeckung (im Vergleich zum Silizium) wurde am Germanium ursprünglich deutlich mehr fundamentale Forschung betrieben als am Silizium. Da die Schmelztemperatur des Germaniums (937°C) wesentlich niedriger ist als die vom Silizium (1420°C), war es viel leichter, das Germanium für die Versuche aufzubereiten und zu prozessieren. Auch für die Realisierung der ersten Prototypen von Bauelementen für die Festkörperelektronik, wie z. B. von einem Transistor, wurde das Germanium zuerst genommen [100].

Ähnlich wie Silizium kristallisieren Germaniumkristalle in der Diamantstruktur, allerdings mit größerer Gitterkonstante $a_{\text{Ge}} = 5,658 \text{ \AA}$ (bei 300 K) [101]. Entsprechend ähnlich sieht auch seine erste Brillouin-Zone aus (s. Abb. 3.2). Beide Materialien sind sog. *indirekte Halbleiter*. Das heißt, dass sich das Maximum des Valenzbandes und das Minimum des Leitungsbandes an verschiedenen Stellen der ersten Brillouin-Zone befinden (s. Abb. 3.3).

Die Elektronenkonfiguration des Germaniums für Valenzelektronen unterscheidet sich von der des Siliziums und wird als $4s^2 4p^2$ bezeichnet. Aufgrund dieses Unterschieds hat Germanium einen anderen Bandverlauf als Si (s. Abb. 3.3). Als Folge, unterscheiden sich auch seine elektronische Eigenschaften. Die Bandstrukturen von Si und Ge sind in Abb. 3.3 dargestellt. Die Unterschiede der elektronischen Eigenschaften und Parameter von beiden Materialien sind deutlich zu erkennen (z. B. die Energiebandlücken E_g , E_L , E_{so} usw.) sowie die Positionen der Leitungsband-Minima.

Die räumliche Position der Leitungsband-Minima bzw. Valenzband-Maxima spielt in Halbleitern eine wichtige Rolle, da sich unmittelbar in diesen Bereichen des k -Raums die Leitungselektronen bzw. Löcher lokalisieren.

Im Silizium liegen sechs äquivalente Minima des Leitungsbandes auf den $\langle 100 \rangle$ Achsen der ersten Brillouine-Zone nahe den \mathbf{X} -Randpunkten (Geraden Δ , Richtungen $\Gamma\text{-X}$ in Abb. 3.2). Im Germanium befinden sich acht äquivalente Leitungsband-Minima in den \mathbf{L} -Randpunkten, die auf den Achsen $\langle 111 \rangle$ liegen (Geraden Λ , Richtungen $\Gamma\text{-L}$ in Abb. 3.2).

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich zum großen Teil mit einem Lochtransport in Si/Ge-Doppelbarrieren-Heterostrukturen. Daher werden hier die dazu relevanten Eigenschaften der oben dargestellten Elementhalbleiter kurz näher betrachtet. Der Begriff *Halbleiterheterostruktur* bezieht sich dabei auf eine Kombination zweier verschiedener epitaktisch aufeinander aufgewachsener Halbleitermaterialien.

Die Zyklotronresonanz-Untersuchungen der Eigenschaften von Löchern in Si und Ge haben ergeben [102], dass die Oberkante des Va-

3. Materialeigenschaften

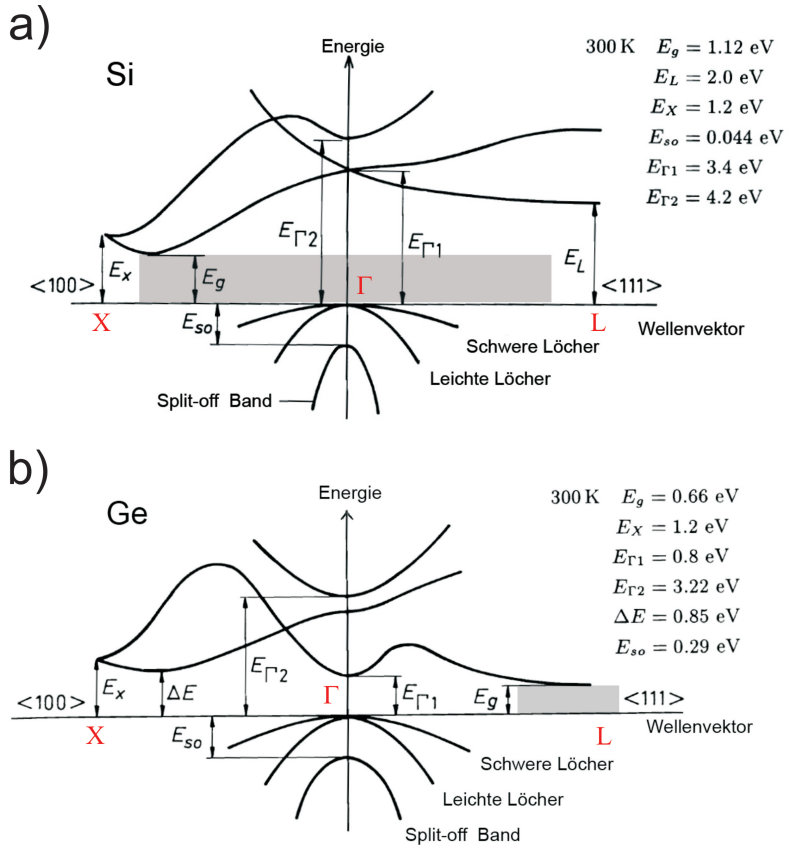


Abbildung 3.3.:

Bandstruktur von **a)** Silizium und **b)** Germanium in der Nähe vom Γ -Punkt ($k = 0$) unter Berücksichtigung von Spin-Bahn-Aufspaltung E_{so} (aus [101]). Beide Materialien sind indirekte Halbleiter. Im Silizium liegen sechs äquivalente Minima des Leitungsbandes auf den $\langle 100 \rangle$ Achsen der ersten Brillouine-Zone (Geraden Δ , Richtungen Γ — X in Abb. 3.2). Das Germanium besitzt acht äquivalente Leitungsband-Minima, die auf den Achsen $\langle 111 \rangle$ (Geraden Λ , Richtungen Γ — L in Abb. 3.2) liegen.

lenzbandes beider Halbleiter im k -Raum einen komplizierten Verlauf aufweist. Es wurde festgestellt, dass die effektive Masse der Löcher anisotrop, d.h. von der Bewegungsrichtung im Kristall abhängig, ist. Allerdings liegt die Oberkante des Valenzbandes in beiden Materialien bei $k = 0$ (Γ -Punkt, s. Abb. 3.3).

Ihre Valenzbänder bestehen aus drei Energiebändern, die jeweils unterschiedlich starke Krümmungen in der Nähe vom Γ -Punkt aufweisen (s. Abb. 3.3). Der Krümmungsgrad der Bänder rührt von unterschiedlichen effektiven Massen der Löcher in den erwähnten drei Bändern her, die als *Band der schweren Löcher* (HH-Band), *Band der leichten Löcher* (LH-Band) und *Band der spin-abgespaltenen* (engl. *split-off*) *Löcher* (SO-Band) bezeichnet werden (Abb. 3.3). In beiden Halbleitern leitet sich das Valenzband aus p -Zuständen ($p_{\frac{3}{2}}$ - und $p_{\frac{1}{2}}$ -Niveaus) des freien Atoms ab. Die Spin-Bahn-Kopplung der p -Elektronen, die einen Spin $s = \frac{1}{2}$ und einen Bahndrehimpuls $l = 1$ besitzen, ermöglicht die Werte des Gesamtdrehimpulses $j = \frac{3}{2}$ und $j = \frac{1}{2}$. Daher stellt die Valenzbandkante von Silizium und von Germanium ohne Verspannung und ohne Spin-Bahn-Kopplung ein sechsfach entartetes Multipllett dar [11]. Im Kristall ist das $p_{\frac{3}{2}}$ -Niveau, wie im Atom, vierfach entartet. Ihm entsprechen Zustände mit magnetischen Quantenzahlen $m_j = \pm \frac{3}{2}$ und $m_j = \pm \frac{1}{2}$ [11]. Der erste zweifach entartete Zustand mit $m_j = \pm \frac{3}{2}$ bildet das HH-Band. Der Zustand mit $m_j = \pm \frac{1}{2}$ ist auch genauso zweifach entartet und entspricht dem LH-Band.

Ein drittes Band, das aus dem $p_{\frac{1}{2}}$ -Niveau entsteht und dem Gesamtdrehimpuls $j = \frac{1}{2}$ sowie dem $m_j = \pm \frac{1}{2}$ entspricht, liegt bei $k = 0$ energetisch etwas tiefer als die vorherigen zwei Bänder. Hier handelt es sich um das spin-abgespaltene Band (das Split-off Band in Abb. 3.3). Die Energiedifferenz E_{so} ist dann ein Maß für die Größe der Spin-Bahn-Wechselwirkung und ist typischerweise wesentlich kleiner als die Energielücke E_g .

Zwei der drei erwähnten entarteten Bändern wechselwirken stark miteinander [100]. Dies sind das Schwerloch- und das Leichtloch-Band. Die-

3. Materialeigenschaften

Material	A	B	C	E_{so}	γ_1	γ_2	γ_3
Si	-4,29	-0,68	4,87	0,044	4,33	0,53	1,38
Ge	-13,38	-8,48	13,15	0,289	13,38	4,24	5,69

Tabelle 3.1.:

Die Valenzband-Konstanten und Luttinger-Parameter für Si und Ge (die Werte aus [11, 103]). Die Konstanten A , B und C sind in Einheiten $\hbar^2/2m_0$, die Split-off-Bandlücke E_{so} in eV. Luttinger-Parameter γ_1 , γ_2 und γ_3 sind ohne Einheiten.

se Wechselwirkung ruft eine Verformung der Valenzbandkante (und somit der Flächen konstanter Energie) hervor, eine sog. *Verwerfung* (von engl. *warping*). Daher sind die Flächen konstanter Energie in diesen Bändern in der Nähe vom Γ -Punkt ($\mathbf{k} = 0$) nicht sphärisch, sondern gewellt (elliptisch). Es wurde für Si und Ge gezeigt [102], dass sich die Flächen konstanter Energie durch folgende Abhängigkeit vom Wellenvektor \mathbf{k} (Dispersionsrelation) ziemlich genau beschreiben lassen:

$$E(\mathbf{k}) = Ak^2 \pm [B^2k^4 + C^2(k_x^2k_y^2 + k_x^2k_z^2 + k_y^2k_z^2)]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.1)$$

wobei A , B und C die Valenzband-Konstanten angeben, $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$. Das Vorzeichen in der Gleichung (3.1) bestimmt die Energie für schwere Löcher (Vorzeichen „+“) und für leichte Löcher (Vorzeichen „-“).

Die Spin-Bahn-Wechselwirkung verringert die Energie des SO-Bandes. Dies führt, wie schon oben erwähnt wurde, zur Abspaltung dieses Bandes von HH- und LH-Bändern. Demzufolge liegt das SO-Band in Silizium im Γ -Punkt 44 mV unterhalb von o. g. Bändern [101]. Diese Nähe des SO-Bandes zu HH- und LH-Bändern zusammen mit einer großen effektiven Masse der Löcher in Silizium (s. Tabelle 3.2) verursacht seine vergleichbar schlechten Lochtransporteigenschaften [104]. Im Gegensatz zu Silizium hat Germanium eine deutlich geringere effektive Masse (s. Tabelle 3.2) und besitzt eine sehr große Spin-Bahn-Aufspaltung. Aufgrund dieser physikalischen Eigenschaften hat Germanium unter den

Halbleitern eine der besten Lochtransporteigenschaften [104].

Durch die o. g. Aufspaltung wird die Kopplung des SO-Bandes zu den anderen zwei Bändern wesentlich geringer als die Kopplung zwischen den beiden Letzteren. Als Folge einer Verringerung der Kopplung beobachtet man für das SO-Lochband nahezu sphärische Flächen konstanter Energie. Für diese lässt sich die Dispersionsrelation durch folgenden Ausdruck sehr gut beschreiben [100]:

$$E(\mathbf{k}) = -E_{\text{so}} + Ak^2 \quad (3.2)$$

Es ist üblich, die Valenzband-Konstanten A , B und C durch materialabhängige *Luttinger-Parameter* [41] γ_1 , γ_2 und γ_3 auszudrücken [105]:

$$\frac{\hbar^2}{2m_0} \gamma_1 = -A \quad (3.3a)$$

$$\frac{\hbar^2}{2m_0} \gamma_2 = -\frac{B}{2} \quad (3.3b)$$

$$\frac{\hbar^2}{2m_0} \gamma_3 = \frac{\sqrt{B^2 + \frac{C^2}{3}}}{2}. \quad (3.3c)$$

Außerdem beschreibt der Nicht-Kugelförmigkeitsparameter $\delta = (\gamma_3 - \gamma_2) / \gamma_1$ das Maß der Verwerfung der Bänder [106]. Die Werte der jeweiligen Valenzbandparameter für Si bzw. Ge sind in der Tabelle 3.1 aufgelistet.

Aus dem Ausdruck (3.1) lassen sich die effektiven Massen der Löcher für verschiedene kristallographische Richtungen bestimmen. Z. B. bei einem Lochtransport entlang der [100] Richtung, d. h. bei $k_y = 0$ und $k_z = 0$, gilt [105]:

$$\frac{1}{m_{\text{HH}}^{100}} = \frac{2}{\hbar^2} (-A + B) \quad (3.4a)$$

$$\frac{1}{m_{\text{LH}}^{100}} = \frac{2}{\hbar^2} (-A - B), \quad (3.4b)$$

3. Materialeigenschaften

Halbleiterparameter	Einheit	Si	Ge
Gitterkonstante	Å	5,4297	5,658
Bandlücke (indirekte)			
bei 300 K	eV	1,12	0,661
bei 1 K	eV	1,17	0,742
Debye Temperatur	K	640	374
Dichte	g cm ⁻³	2,329	5,323
Dielektrizitätszahl		11,7	16,2
effektive Elektronenmasse			
longitudinale m^{\parallel}	m_0	0,98	1,6
transversale m^{\perp}	m_0	0,19	0,08
effektive Lochmasse			
schwere Löcher m_{HH}	m_0	0,49	0,33
leichte Löcher m_{LH}	m_0	0,16	0,043

Tabelle 3.2.:

Einige ausgewählte Parameter von Silizium und Germanium (aus [101]). Die effektiven Massen sind in Einheiten der Masse des freien Elektrons m_0 dargestellt.

wobei m_{HH}^{100} und m_{LH}^{100} die effektiven Massen der schweren bzw. leichten Löcher bei ihrer Bewegung in die [100] Richtung bezeichnen.

Aus dem Ausdruck (3.1) folgt auch, dass falls die Valenzband-Konstante $C^2 = 0$, sind die Loch-Bänder isotrop. Bei einer solchen Betrachtung sind die Luttinger-Parameter $\gamma_1 = \gamma_2$, was die sog. *sphärische Näherung* bedeutet.

Beim Betrachten des Lochtransports in Heterostrukturen unterscheidet man die effektive Masse der Löcher in Wachstumsrichtung m^{\perp} und in die Richtung parallel zu den Grenzflächen der Heterostruktur m^{\parallel} . Diese Massen können auch durch die Luttinger-Parameter γ_1 und γ_2 ausgedrückt werden:

$$m_{\text{HH}}^{\perp} = \frac{m_0}{\gamma_1 - 2\gamma_2}, \quad m_{\text{LH}}^{\perp} = \frac{m_0}{\gamma_1 + 2\gamma_2}, \quad (3.5)$$

$$m_{\text{HH}}^{\parallel} = \frac{m_0}{\gamma_1 + \gamma_2}, \quad m_{\text{LH}}^{\parallel} = \frac{m_0}{\gamma_1 - \gamma_2}. \quad (3.6)$$

Um diesen Abschnitt zu vervollständigen, sind einige ausgewählte Parameter von Silizium und Germanium in der Tabelle 3.2 zusammengestellt.

3.2. Si_{1-x}Ge_x-Legierung

Eine Legierung aus Silizium und Germanium (Si_{1-x}Ge_x) gehört zu einer der besonders interessanten und wichtigen Materialkombinationen für praktische Anwendungen. Dank der chemischen Ähnlichkeit und Kompatibilität von Si und Ge besitzt die Si_{1-x}Ge_x-Legierung eine charakteristische Besonderheit: im 3D-Zustand (als Volumenhalbleiter) bleibt dieses Materialsystem im ganzen Zusammensetzungsbereich vollständig mischbar [107]. Ähnlich wie Si und Ge kristallisiert eine Si_{1-x}Ge_x-Legierung in der Diamantstruktur (s. Abb. 3.1). Die Gitterkonstante a_{SiGe} nimmt die Werte $a_{\text{Si}} \leq a_{\text{SiGe}} \leq a_{\text{Ge}}$ für die Germaniumkonzentration x aus dem Bereich $0 \leq x \leq 1$ an. Die Abhängigkeit der Größe der Gitterkonstante a_{SiGe} vom Germaniumanteil in der Legierung hat einen nahezu linearen Verlauf (folgt der Vegard'schem Regel) und lässt sich durch die Gitterkonstanten von Si und Ge und der bekannten Germaniumkonzentration berechnen [5, 108]:

$$a_{\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x}(x) = (1 - x) a_{\text{Si}} + x a_{\text{Ge}}. \quad (3.7)$$

Die Gitterkonstante a_{SiGe} lässt sich in Abhängigkeit von x auch sehr genau anhand des folgenden Ausdrucks bestimmen [109]:

$$a_{\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x}(x) = 0,5431 + 0,01992x + 0,002733x^2, \quad \text{nm}. \quad (3.8)$$

3. Materialeigenschaften

Die Variation von Materialparametern wie der Bandlücke oder der effektiven Masse der Elektronen hat in $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ einen komplizierten Verlauf, da eine Veränderung der Struktur des Leitungsbandes vom Si-ähnlichen zum Ge-ähnlichen Charakter beim Germaniumgehalt von 85 % stattfindet. Für eine $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Legierung mit einem Germaniumgehalt von bis zu 85 % beschreibt die folgende empirische Gleichung die Variation der Bandlücke [107]:

$$E_g^{\text{SiGe}} = 1,12 - 0,41x + 0,008x^2, \quad \text{eV.} \quad (3.9)$$

Auch die effektive Masse der Löcher hängt in $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ sehr stark von vielen Faktoren wie der $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Zusammensetzung, der Bewegungsrichtung sowie der Materialverspannung ab.

An dieser Stelle geht die kurze Beschreibung einiger Eigenschaften der $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Legierung zu Ende. Der Graph der Abhängigkeit der Valenzband-Konstanten A, B und C vom Ge-Anteil in $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$, die für die Bestimmung der Luttinger-Parameter γ_1 und γ_2 erforderlich sind, wird im Anhang A.1 aufgeführt (s. Abb. A.1).

3.3. GaAs, $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ und $\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$

Die III-V-Halbleiter, zu denen die *binäre* Verbindung GaAs sowie auch die *ternären* Verbindungen $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ und $\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ gehören, bilden in der Regel eine ähnliche Kristallstruktur wie Si und Ge. Sie kristallisieren in der *Zinkblendestruktur*, die genauso wie die Diamantstruktur aus zwei um ein Viertel der Raumdiagonalen versetzten kubisch flächenzentrierten Raumgittern gebildet ist. Allerdings sind die Atome in den beiden Untergittern nicht mehr von einer Atomsorte, sondern von unterschiedlichen. Zur Veranschaulichung des Aufbaus des Zinkblendegitters von Galliumarsenid kann auch der Aufbau der Diamantstruktur von Si betrachtet werden, der in Abb. 3.1 dargestellt ist. Dabei stellen die hell-braunen Kugeln die Galliumatome und die grauen Kugeln die Arsenatomen (oder umgekehrt) dar.

3.3. GaAs, Al_xGa_{1-x}As und In_yGa_{1-y}As

Halbleiterparameter	Einheit	GaAs	AlGaAs*	InGaAs*
Gitterkonstante	Å	5,6533	5,65502	5,6938
Bandlücke (direkte)				
bei 300 K	eV	1,424	1,6983	1,2753
bei 1 K	eV	1,519	1,79101	1,3656
Debye Temperatur	K	370	382,94	379
Dichte	g cm ⁻³	5,36	5,008	5,347
Dielektrizitätszahl (statische)		12,9	12,275	13,06
effektive Elektronenmasse	m ₀	0,067	0,0853	0,063
effektive Lochmasse				
schwere Löcher m _{HH}	m ₀	0,62	0,6508	0,5
leichte Löcher m _{LH}	m ₀	0,0087	0,1009	0,0764
LO-Phonon Energie	meV			
GaAs-Typ		36,25	34,89	≈36
AlAs-Typ			44,72	
InAs-Typ				≈30

Tabelle 3.3.:

Ausgewählte Parameter von GaAs, Al_{0,22}Ga_{0,78}As (in der Tabelle als AlGaAs* bezeichnet) und In_{0,1}Ga_{0,9}As (InGaAs* in der Tabelle). Die Parameter sind aus den Daten in Ref. [110-114] entnommen oder berechnet. Die effektiven Massen sind in Einheiten der Masse des freien Elektrons m₀ dargestellt.

Die ternären Halbleiterverbindungen Al_xGa_{1-x}As und In_yGa_{1-y}As gehören zu den sog. *Mischkristallen*. Bei der Herstellung der obigen Verbindungen ersetzen die Aluminiumatome (oder Indiumatome) die Galliumatome im Kristallgitter von Galliumarsenid. Daher haben die entstandenen ternären Verbindungen die Eigenschaften, die zwischen den Eigenschaften der jeweiligen Endkomponenten liegen, nämlich zwischen denen von GaAs und AlAs (InAs).

Trotz gewisser Ähnlichkeiten im Aufbau der Kristallgitter unterscheiden sich die III-V-Halbleiter in vielen Aspekten von denen der in 3.1

3. Materialeigenschaften

und 3.2 beschriebenen Halbleitern der IV. Hauptgruppe. Sie gehören zu den sog. *direkten Halbleitern*. In diesen liegt das Valenzbandmaximum und das Leitungsbandminimum beim gleichen k -Wert (übereinander im Impulsraum), was z. B. zu wesentlich besseren lichtemittierenden Eigenschaften der III-V-Halbleiter führt.

Zwei der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Doppelbarrieren-Heterostrukturen wurden aus III-V-Halbleiter gewachsen. In Tabelle 3.3 sind einige ausgewählte Parameter der Halbleiterverbindungen GaAs, $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ und $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ zusammengestellt, die den Bereich des Quantentopfes und der Barrieren der erwähnten Heterostrukturen bilden und die zur Berechnung des Bandverlaufs in diesen erforderlich sind.

3.4. Zusammenfassung

Das vorliegende Kapitel 3 gab einen Überblick über die Halbleitermaterialien, die für die Herstellung der in dieser Arbeit untersuchten Doppelbarrieren-Heterostrukturen verwendet wurden. Der Abschnitt 3.1 wurde der Geschichte der Entdeckung, dem Aufbau und einigen ausgewählten physikalischen Eigenschaften der Elementhalbleiter Silizium und Germanium gewidmet. Im Abschnitt 3.2 wurde die $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Legierung und einige Formeln für die Bestimmung ihrer Eigenschaften kurz dargestellt. Anschließend wurden im Abschnitt 3.3 einige Daten für die III-V-Verbindungshalbleiter $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$, $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ und GaAs zusammengestellt.

4

Kapitel 4.

Doppelbarrieren- Heterostruktur

In diesem Kapitel werden grundlegende Begriffe der Heteroepitaxie eingeführt und ihre Besonderheiten dargestellt. Im Abschnitt 4.1 wird kurz auf das Epitaxieverfahren und auf die Wachstumsmechanismen von Halbleiterheterostrukturen eingegangen. Die Diskontinuität der Energiebänder an den Heterogrenzflächen ist das Thema des Abschnitts 4.2. Danach werden die Verspannungen in dünnen Halbleiterschichten im Abschnitt 4.3 erläutert. Um die Wirkung von Verspannungen auf einige wichtige Parameter der Halbleiter geht es im Abschnitt 4.4. Anschließend werden im Abschnitt 4.5 die Typen von selbstorganisierten Ge-Inseln beschrieben.

4.1. Halbleiterepitaxie und Wachstumsmodi

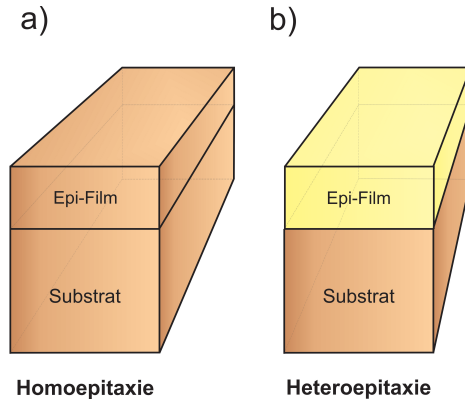
Alle Halbleiterheterostrukturen (weiter auch als *Wafer* bezeichnet), die zur Anfertigung der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Proben genommen wurden, sind mittels Molekularstrahlepitaxie (MBE¹-Verfahren)

¹ (MBE) Abkürzung für (engl.) **m**olecular **b**eam **e**pitaxy

4. Doppelbarrieren-Heterostruktur

Abbildung 4.1:

Schematische Darstellung einer a) homoepitaktischen und b) heteroepitaktischen Schichtstruktur. Bei der Homoepitaxie sind das Substrat und der Epitaxiefilm aus gleichem Material. Bei der Heteroepitaxie ist das Material des Epitaxiefilms vom Substratmaterial verschieden.



gewachsen. Ein solches Wachstumsverfahren ermöglicht das sogenannte *Grenzflächen-Engineering* (von engl. *interface engineering*), das die Herstellung von Halbleiterstrukturen mit extrem scharfen Grenzflächen zwischen kristallinem Substrat und den darauf abgeschiedenen Halbleiterschichten wesentlich erleichtert.

Wie schon zuvor im Kapitel 3 kurz erwähnt wurde, stellt eine Halbleiterheterostruktur eine Kombination von zwei verschiedenen, epitaktisch aufeinander aufgewachsenen Halbleiterschichten dar. Unter dem Begriff „epitaktische Schicht“ versteht man eine dünne, auf einem Substrat orientiert aufgewachsene einkristalline Substanzschicht. Treibende Kraft für ihr einkristallines Wachstum ist die Minimierung ihrer Energie, da ein perfekter Kristall ein energetisch günstigerer Festkörper ist. Deshalb sind die epitaktischen Halbleiterschichten sehr homogen und sehr rein.

Beim Betrachten von Halbleiter-Epitaxieverfahren unterscheidet man die *Homoepitaxie* und die *Heteroepitaxie* (s. Abb. 4.1). Unter dem Begriff „Homoepitaxie“ versteht man ein Aufwachsverfahren eines gleichen, jedoch anders dotierten Halbleiter. Da bei der Homoepitaxie die Gitterkonstanten vom Substrat und vom wachsenden Film gleich groß sind, gibt es keine *Gitterfehlpassung* (engl. *misfit*) zwischen dem Substrat und dem Film. Daher treten bei der Homoepitaxie keine Verspannungen der Kristallgitter der aufwachsenden Halbleiterschichten auf.

Für kubische Kristalle wie Si oder Ge definiert man die Gitterfehlanpassung f_m durch $f_m = (\alpha_e - \alpha_s) / \alpha_s$, wobei α_s die Volumenhalbleiter-Gitterkonstante vom Substrat und α_e die Gitterkonstante des Materials der wachsenden Epitaxieschicht bezeichnen [10].

Im Gegensatz zur Homoepitaxie spielt die Anpassung der Kristallgitter von aufeinander wachsenden Halbleitermaterialien bei der Heteroepitaxie eine entscheidende Rolle. Eine ideale Heterostruktur besteht aus einem Kristall (im Sinne eines geordneten Netzwerkes von chemisch gebundenen Atomen), in welchem eine Ebene vorhanden ist, bei deren Überquerung die Identität der Atome des Kristalls sich plötzlich sprunghaft ändert [115]. In der Praxis gibt es aber nur einige wenige Heterostrukturen (z. B. $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As} / \text{GaAs}$ -Heterostruktur), die sich ihrer Eigenschaften nach einer idealen Heterostruktur ähneln.

Für viele Halbleiterkombinationen gibt es stattdessen eine ganze Reihe von Abweichungen vom Aufbau einer idealen Heterostruktur, die in Form von diversen Gitterfehlern in Halbleiterepitaxieschichten auftreten. Dazu gehören unter anderem plastische Verformungen von Kristallen durch sog. *Fehlversetzungen*, die zu 1D-Defekten in Kristallen zählen. Dabei ist es allerdings wichtig, die Fehlversetzungen von den herkömmlichen *Versetzungen* zu unterscheiden. Der Unterschied zwischen den beiden Versetzungstypen beruht auf der Tatsache, dass die Bildung von herkömmlichen Versetzungen in einem nicht-verspannten Kristall die innere Energie des Kristalls immer erhöht. Daher ist ihre Entstehung in einem Kristall von der Thermodynamik nicht gefordert. Jeweilige Versetzungen werden erst dann den Fehlversetzungen zugeordnet, wenn sie sich in einem elastisch verspannten Kristall herausbilden und durch ihre Entstehung ein Teil oder sogar die ganze Verspannung im Kristall abgebaut wird [5]. Da man in vielen wissenschaftlichen Veröffentlichungen, die sich mit diesem Thema beschäftigen, für die Bezeichnung von Fehlversetzungen synonym den Begriff „Versetzungen“ sehr oft benutzt, wird auch in dieser Arbeit im Weiteren ausschließlich die kürzere Bezeichnung „Versetzungen“ für die Bezeichnung von Fehlversetzungen verwendet.

4. Doppelbarrieren-Heterostruktur

Bei der Heteroepitaxie liegt der meist offensichtliche Grund für die Entstehung von Versetzungen in der Gitterfehlpassung der Halbleiternmaterialien, aus denen sich die jeweiligen Heterostrukturen bilden. Zum Beispiel sind die Gitterkonstanten von Galliumarsenid ($a_{\text{GaAs}} = 5,6533 \text{ \AA}$ bei 300 K) und von Aluminiumarsenid ($a_{\text{AlAs}} = 5,6611 \text{ \AA}$ bei 300 K) [113] nahezu gleich (die Fehlanpassung beträgt etwa 0,1 %). Diese beiden Materialien passen sehr gut zueinander und können daher Heterostrukturen von sehr hoher Qualität bilden.

Im Gegensatz zu o.g. Halbleitern unterscheiden sich die Gitterkonstanten von Si und Ge um ca. 4,2 %. Dies führt dazu, dass, wenn eine große Fläche eines Si/Ge-Heteroüberganges (damit ist eine Grenzfläche zwischen einem Si und einem Ge Film oder Substrat gemeint) in Betracht kommt, sich nicht für jedes Si-Atom ein entsprechendes Ge-Atom zur Bildung einer kovalenten Bindung findet. Unter bestimmten Bedingungen verursachen die fehlenden Atom-Bindungen die Entwicklung von Versetzungen in einem oder in beiden angrenzenden Halbleitern.

Die Bildung von Versetzungen beeinflusst sehr stark die elektrischen Eigenschaften von betroffenen Heterostrukturen. In ihren Schichten entstehen sog. *lokalisierte Defektzustände*, die die Ladungsträger im Bereich des Heteroüberganges auffangen und zu einer Selbstlokalisierung an einem Gitterplatz erzwingen. Daher erweisen sich solche Defektzustände als *Ladungsfallen*. Bei der Herstellung von Heterostrukturen muss die Anzahl der Versetzungen so gering wie möglich sein, um dadurch den Einfluss der Ladungsfallen vernachlässigbar gering zu halten. Da die Größe der Gitterfehlpassung sowohl die elektronischen Eigenschaften als auch selbst das Wachstum der Heterostrukturen sehr stark beeinflusst, wird hier ferner ein Überblick auf die möglichen Wachstumsmodi in der Heteroepitaxie gegeben.

Bei einem epitaktischen Wachstumsverfahren lassen sich dünne kristalline Substanzschichten in drei Wachstumsmodi abscheiden [116]: a) **Frank-van der Merwe** (FM) Modus oder Lage-für-Lage-Wachstum [6], b) **Volmer-Weber** (VW) Modus oder Insel-Wachstum [117] und c) **Stranski-Krastanow** (SK) Modus oder Benetzungsschicht-Plus-

4.1. Halbleiterepitaxie und Wachstumsmodi

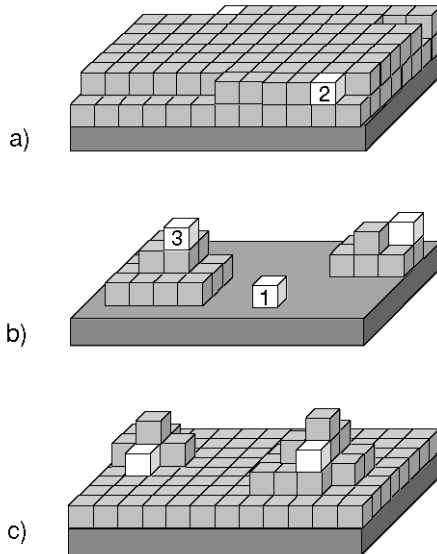


Abbildung 4.2.:

Schematische Veranschaulichung von drei Wachstumsmodi in der Heteroepitaxie: a) Frank-van der Merwe, b) Volmer-Weber und c) Stranski-Krastanow. Die hellen Baublöcke stellen dabei die bevorzugten Keimbildungsorte für jeden Wachstumsmechanismus dar. Bild entnommen aus [119].

Inseln-Wachstum [118]. Eine schematische Darstellung der aufgezählten Wachstumsmodi veranschaulicht Abbildung 4.2.

Die Realisierung eines jeweiligen Wachstumsmodus für ein Dünnschichtsystem hängt von der Größe der Gitterfehlpassung f_m und von folgenden Systemparametern ab: von der Oberflächenenergie des Substrates γ_s , von der Oberflächenenergie des aufzuwachsenden Films γ_f und von der Grenzflächenenergie zwischen dem Film und dem Substrat γ_{in} . Das FM-Wachstum (Lage-für-Lage) tritt dann auf, wenn die Gesamtenergieänderung $\Delta\gamma_n$ in einem Dünnschichtsystem für eine beliebige Anzahl n der abgeschiedenen Monolagen der Epitaxieschicht ne-

4. Doppelbarrieren-Heterostruktur

gativ oder gleich Null bleibt, was ganz offensichtlich ihre Unabhängigkeit von der Schichtdicke des aufwachsenden Films bedeutet [120]:

$$\Delta\gamma_n = \gamma_{fn} + \gamma_{in} - \gamma_s \leq 0, \quad (4.1)$$

Die Energiewerte γ_{fn} und γ_s gelten im Ausdruck (4.1) für halb-unendliche Kristalle. Die Grenzflächenenergie γ_{in} in (4.1) kann einen Beitrag γ_{in}^e beinhalten, der durch Einwirkung von n -abhängiger Verspannungsenergie entsteht. Auch der Energiewert γ_{fn} weicht etwas von γ_f in Anwesenheit von Oberflächenverspannung ab.

Die Bedingung (4.1) wird ausschließlich für das Homoepitaxieverfahren streng erfüllt, bei dem ein n -Monolagen dicker Film einer \mathcal{A} -Substanz auf ein kristallines Substrat aus gleicher \mathcal{A} -Substanz abgeschieden wird. In diesem Fall sind sowohl die Energien der Substrat- und Filmoberflächen gleich groß ($\gamma_s = \gamma_f$) als auch die Grenzflächenenergie gleich Null ($\gamma_{in} = 0$). Mit anderen Worten tritt der FM-Modus dann auf, wenn es keine Fehlanpassung der Kristallgitter zwischen den beteiligten Materialien gibt.

Bei einer Abscheidung von \mathcal{A} -Substanz auf ein Substrat aus einer \mathcal{B} -Substanz ist eine Realisierung vom FM-Wachstum nur bei der Erfüllung von zwei strengen Bedingungen möglich: (i) γ_f muss kleiner als γ_s sein, und (ii) γ_{in} muss klein sein ($\gamma_{in} \rightarrow 0$). In Halbleiterübergittern und bei einer Schichtung von aufeinander aufgewachsenen unterschiedlichen Halbleitermaterialien ist die Realisierung vom echten FM-Modus nicht möglich, da für diese Halbleiterstrukturen die Bedingung (i), die für eine beliebige Reihenfolge der Züchtung (\mathcal{A} -Substanz auf \mathcal{B} -Substanz und umgekehrt) erfüllt sein muss, offensichtlich unerfüllbar ist. Trotzdem ist es möglich, ein zum FM-Modus sehr ähnliches Wachstum zu erreichen (einen pseudo-FM-Modus), wenn dafür Halbleitermaterialien mit $\gamma_{\mathcal{A}} \approx \gamma_{\mathcal{B}}$ genommen werden und dabei auch γ_{in} klein bleibt [116]. Dabei bezeichnen $\gamma_{\mathcal{A}}$ und $\gamma_{\mathcal{B}}$ die von der Substanz-Kombination abhängigen Parameter γ_f und γ_s .

Sollte die FM-Bedingung (4.1) von Anfang an nicht erfüllt werden (nämlich $\Delta\gamma_n \geq 0$), bilden sich bei einem solchen Wachstum sofort

3D-Inseln direkt auf der Substratoberfläche: das VW-Wachstum tritt auf (s. Abb. 4.2, b)).

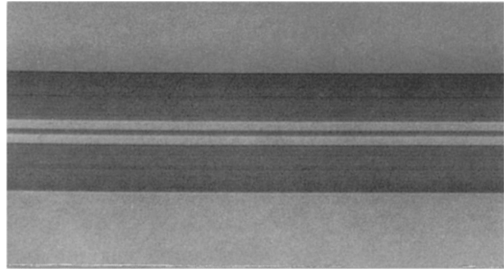
Falls in einem Dünnschichtsystem die Änderung der Systemenergie vernachlässigbar klein ist ($\Delta\gamma_n \approx 0$, was eine niedrige Grenzflächenenergie γ_{in} vorsieht), gleichzeitig es aber eine große Fehlanpassung der Kristallgitter zwischen der aufwachsenden dünnen Substanzschicht und dem Substrat gibt, tritt der SK-Wachstumsmodus ein. In diesem Fall wächst eine neue Halbleiterschicht auf dem Substrat zuerst ähnlich wie im FM-Modus, nämlich Monolage für Monolage. Dabei bildet sich auf der Substratoberfläche eine sog. *Benetzungsschicht* (von engl. *wetting layer*), da das abscheidende Material die ganze Substratoberfläche benetzt. Wegen der vorhandenen Gitterfehlanpassung wächst die Benetzungsschicht allerdings verspannt. Eine Zunahme der Schichtdicke der Benetzungsschicht bzw. Erhöhung der Monolagenanzahl n führt zu einer kontinuierlichen Zunahme der Grenzflächenenergie γ_{in} , da eine im Dünnschichtsystem eingespeicherte elastische Verspannungsenergie gleichzeitig mit der Schichtdicke der aufwachsenden Schicht zunimmt.

Ein auf diese Art und Weise verspannt aufgewachsenes epitaktisches Dünnschichtsystem kann trotzdem seine Gesamtenergie vermindern, indem ein selbstorganisiertes Wachstum von isolierten Inseln ab einer bestimmten Benetzungsschichtdicke auftritt. Ein solches Insel-Wachstum ist jetzt energetisch günstiger als eine weitere Benetzung der Substratoberfläche. Beim Erreichen einer bestimmten kritischen Monolagenanzahl $n = n_c$ bzw. einer kritischen Benetzungsschichtdicke $d = d_c$ wird die Bedingung (4.1) für ein FM-Wachstum nicht mehr erfüllt. Eine weitere Substanz-Abscheidung wird sofort dazu führen, dass voneinander isolierte 3D-Inseln auf der Benetzungsschicht anfangen, sich selbstorganisiert zu bilden (s. Abb. 4.2, c)), um dadurch die Gesamtenergie der Schichtstruktur zu erniedrigen. In diesen Inseln findet ein Abbau der Verspannung statt, was seinerseits zu einer entsprechenden Minderung der elastischen Energie des wachsenden Films führen wird. Allerdings sieht ein solcher Wachstumsmechanismus auch die Möglichkeiten für Bildung von Versetzungen für einen weiteren Verspannungsabbau vor

4. Doppelbarrieren-Heterostruktur

Abbildung 4.3:

TEM-Aufnahme einer $\text{Si}/\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Heterostruktur. Si-Tunnelbarrieren stellen die hellen Linien in der Mitte des Bildes dar. Die dunklen Bereiche entsprechen den $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Legierungsfilmen. Aus Ref. [122].



[19]. Andernfalls wird das Dünnschichtsystem von Anfang an im VW-Modus wachsen, sollten freie Oberflächenenergien der beteiligten Substanzschichten und des Substrats eine sofortige Inselbildung begünstigen.

Die Bildung von kohärent verspannten (d. h. versetzungsfreien) 3D-Ge-Inseln auf Si(001)-Substraten wurde experimentell in Ref. [18, 19] nachgewiesen. Auch eine theoretische Untersuchung hat ergeben [121], dass durch die Entstehung von kohärent verspannten 3D-Inseln die elastische Energie vermindert wird und bei kleinen Inselvolumina (bis zu etwa 10^4 Atomen pro Insel) energetisch bevorzugter ist im Vergleich zur Bildung von Inseln mit Versetzungen.

Die (Al, In)GaAs-Doppelbarrieren-Heterostrukturen VL1007 sowie ML7No1, aus denen einige der hier untersuchten Proben prozessiert wurden und deren Aufbau im Kapitel 5 beschrieben wird, weisen ein dem FM-Modus sehr ähnliches Wachstum auf, da die Gitterkonstanten von allen verwendeten III-V-Halbleitern kaum voneinander abweichen (maximale Gitterfehlpassung liegt bei weniger als 0,7 %). Das Wachstum der untersuchten Si/Ge-Heterostrukturen unterliegt hingegen dem SK-Modus. Die bei der Herstellung dieser Strukturen aufgebaute Verspannung einiger ihrer Epitaxieschichten beeinflusst ihre elektronischen Eigenschaften. Daher wird in den nächsten Abschnitten auf die Verspannungen und auf deren Einfluss auf Si/Ge-Heterostrukturen näher eingegangen. Allerdings wird zuerst die Banddiskontinuität an Heterogrenzflächen besprochen.

4.2. Banddiskontinuität

In Heterostrukturen, die, wie bereits erwähnt, mindestens aus zwei unterschiedlichen Halbleitermaterialien gebildet sind, findet eine Anpassung der entsprechenden Energiebändern an den Heterogrenzflächen statt. Verschiebungen der Bandkanten gegeneinander, die bei einer Bandanpassung erfolgen, hängen von Materialparametern wie der Bandlücke, des Dotierungsgrades und der Elektronenaffinität ab [123].

Eine *Banddiskontinuität* (engl. *band offset*) an einer Heterogrenzfläche tritt dadurch auf, dass sich typischerweise ein oder gleichzeitig mehrere von den o. g. Parametern der beteiligten Halbleiter (z. B. die Bandlücken) voneinander unterscheiden. Als Folge entsteht ein Potentialsprung bei einem räumlichen Übergang aus einem Halbleiter in den anderen. In Abhängigkeit von der Anpassungsform können Halbleiter-Heterostrukturen in drei Typen aufgeteilt werden: „Typ I“ oder normaler Typ, „Typ II“ mit versetzter Bandlücke (engl. *staggered*) und „Typ II“ mit unterbrochener Bandlücke (engl. *broken gap*) [123].

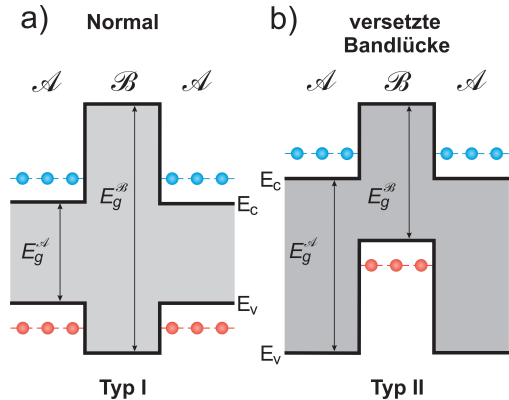
Halbleiterpaare, die für die Herstellung von den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Heterostrukturen verwendet wurden, weisen nur die Bandkantenverschiebungen vom Typ I und vom Typ II mit versetzter Bandlücke auf. Daher wird im Weiteren auf eine Bandanpassung vom Typ II mit unterbrochener Bandlücke nicht eingegangen und der Einfachheit halber wird eine Bandanpassung vom Typ II mit versetzter Bandlücke kurz als Bandanpassung vom Typ II bezeichnet. Eine schematische Darstellung der Bandkantenverschiebungen vom Typ I und vom Typ II zeigt Abb. 4.4.

Ein entscheidender Unterschied zwischen beiden Typen von Heterostrukturen erweist sich in einer Lokalisierung von Ladungsträgern. In Heterostrukturen vom Typ I sind sowohl Elektronen als auch Löcher in demselben Halbleiterfilm eingesperrt (s. Abb. 4.4, a), Schichten aus \mathcal{A} -Halbleiter). Dementsprechend kann die \mathcal{A} -Schicht der besprochenen Heterostruktur als ein Quantentopf betrachtet werden. Die Heterostrukturen von diesem Typ bilden die Epitaxieschichten von GaAs und

4. Doppelbarrieren-Heterostruktur

Abbildung 4.4:

Schematische Darstellung zweier Typen von Bandanpassungen an Heterogrenzflächen zwischen Epitaxialfilmen unterschiedlicher Halbleiter (\mathcal{A} - bzw. \mathcal{B} -Substanz): a) Typ I oder normaler Typ und b) Typ II mit versetzter Bandlücke. $E_g^{\mathcal{A}}$, $E_g^{\mathcal{B}}$ bezeichnen die Energielücken jeweiliger Halbleiter. Die Kugeln stellen Elektronen (**blau**) bzw. Löcher (**rote**) dar, die in entsprechenden Halbleiterschichten eingeschlossen sind.



AlGaAs.

Die Bandanpassung vom Typ II tritt dann auf, wenn die Leitungs- sowie Valenzbandkanten in einem Halbleiter etwas unter den jeweiligen Bandkanten des anderen liegen [123]. Das Beispiel einer solchen Bandanordnung ist in Abb. 4.4, b) dargestellt. In diesem Fall sind Elektronen in einer (\mathcal{A} -Halbleiter) und die Löcher in der anderen (\mathcal{B} -Halbleiter) Epitaxieschicht eingeschlossen. Heterostrukturen von diesem Typ bilden die Halbleiterkombinationen InAs/AlSb, Si/Ge und einige andere.

Allerdings muss noch erwähnt werden, dass die Abbildung 4.4 die Halbleiterschichten darstellt, die miteinander in keinem elektrischen Kontakt stehen. Ein elektrischer Kontakt zwischen zwei unterschiedlichen Halbleitern wird zu einer räumlichen Ladungsumverteilung im Bereich der Heterogrenzfläche führen, die ihrerseits eine Bandverbiegung in diesem Bereich hervorrufen wird [123].

4.3. Verspannte $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ - und Ge-Schichten

Die Si/Ge-Doppelbarrieren-Heterostrukturen, die für die Anfertigung der hier untersuchten Proben verwendet wurden, sind auf einkristallinen Si-Substraten mit (001)- und (100)-Oberflächenorientierung gewachsen worden. In Abb. 4.3 ist als Beispiel ein Querschnitt einer ähnlichen Doppelbarrieren-Heterostruktur dargestellt.

Wenn auf einem Si-Substrat eine epitaktische Si-Schicht wächst, läuft das Wachstum im FM-Modus ab. Es bildet sich dabei auf dem Substrat eine einkristalline Si-Schicht hoher Qualität, weil eine Abgleichung von dem Kristallgitter des Substrates und des aufwachsenden Si-Films stattfindet (s. dazu Abschnitt 4.1). Wird ein anderes Halbleitermaterial, das eine größere Gitterkonstante besitzt als die vom Si-Substrat statt dessen abgeschieden (z. B. Ge oder eine $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Legierung), wächst dieses Material als eine verspannte epitaktische Schicht. Dabei wird diese Epitaxieschicht gezwungen, die Gitterperiodizität des Substrates in der Ebene des Heteroüberganges anzunehmen, was folglich zu einem kontinuierlichen Aufbau von Verspannung in dieser Schicht führen wird. Die auf diese Art und Weise aufgewachsenen dünnen verspannten Halbleiterschichten bezeichnet man in der wissenschaftlichen Literatur als *pseudomorphe Schichten*.

Im Allgemeinen gibt es in der Heteroepitaxie zwei Ursachen für die Entstehung von Verspannungen: (i) ein Unterschied zwischen den Gitterkonstanten eines Volumenhalbleiters, aus dessen ein epitaktischer Dünnschicht gezüchtet wird, und des Substratmaterials (d. h. die Gitterfehl-anpassung); (ii) die Unterschiedlichkeit der Ausdehnungskoeffizienten der beteiligten Materialien [109].

Beim Betrachten einer epitaktischen Dünnschicht mit einer Gitterkonstante α_e , die auf ein unendlich dickes und unendlich langes Substrat mit einer Gitterkonstante α_s abgeschieden wurde und dabei $\alpha_e \neq \alpha_s$ war, lässt sich die in der Dünnschicht aufgebaute elastische Verspannung ϵ aus folgender Gleichung bestimmen [124]:

4. Doppelbarrieren-Heterostruktur

$$\epsilon = \frac{\alpha_s - \alpha_e}{\alpha_e}. \quad (4.2)$$

Unter der Annahme einer unendlichen Dicke des Substrates ist es zulässig, die gesamte Verspannung ausschließlich der aufgewachsenen Epitaxieschicht zuzuordnen [109]. Erweist sich das Substrat bezüglich der aufwachsenden Dünnschicht effektiv als nicht-unendlich, teilt sich die Verspannung in einem solchen System zwischen dem Substrat und der Epitaxieschicht auf. In der Praxis sind typische Si-Substrate mehrere hundert Mikrometer dick, was der Bedingung der Unendlichkeit der Substratdicke effektiv völlig entspricht.

Der Ausdruck (4.2) setzt allerdings voraus, dass sich das Kristallgitter eines Films dem Substrat elastisch anpasst. Die Ausdehnungskoeffizienten beider Halbleiterwerkstoffen sind in diesem Fall als gleich groß angenommen. Eine wichtige Folge einer elastischen Anpassung des Kristallgitters einer Epitaxieschicht an ein Substrat ist, dass sich die Verzerrung der Einheitszelle $\epsilon_{||}$ in der Ebene des Films und die Gitterfehlانpassung f_m ausgleichen:

$$\epsilon_{||} = -f_m. \quad (4.3)$$

Sollte $\alpha_e > \alpha_s$ sein, ergeben sich die sog. *Druckverspannungen*. Ihre Wirkung auf eine Dünnschichtzelle stellt Abb. 4.5, a) dar. Die Verspannung ϵ wird dabei negativ.

Für $\alpha_e < \alpha_s$ bauen sich die sog. *Zugverspannungen* auf, deren Wirkung Abb. 4.5, b) darstellt. Die Verspannung ϵ wird nun positiv.

Die Verformungskräfte, die bei der Gitteranpassung in einer Epitaxieschicht entstehen, sind gewaltig. Zum Beispiel können sich in einem epitaktischen $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Film mit $x \geq 0,2$ Druckverspannungen größer als 29000 N mm^{-2} aufbauen [125]. Durch die Wirkung von so großen Kräften ergibt sich eine Verringerung der kubischen Symmetrie des Kristallgitters der wachsenden Schichten zur tetragonalen Symmetrie. Die Größenordnung der tetragonalen Verzerrung bzw. die Änderung der

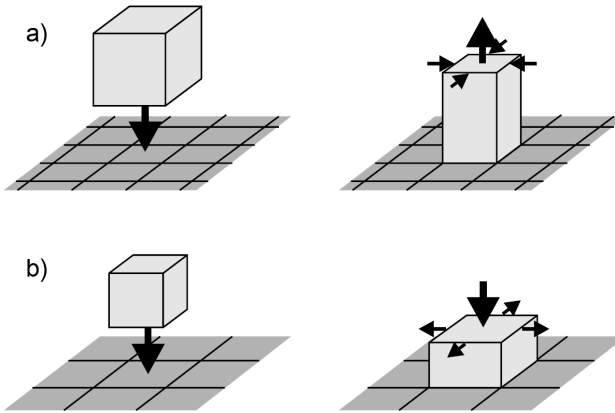


Abbildung 4.5.:

Elastische Anpassung einer Dünnschichtzelle zu einem Substratnetzwerk (schematische Darstellung): **a)** bei der Anpassung einer größeren Dünnschichtzelle an eine kleinere Substratzelle verzerrt sich die kubische Dünnschichtzelle durch eine biaxiale Druckverspannung zu einer in die Höhe ausgedehnten tetragonalen Zelle. **b)** Anpassung einer kleineren Dünnschichtzelle an eine größere Substratzelle. Die dabei entstandene biaxiale Zugverspannung verformt die kubische Zelle zu einer abgeplatteten tetragonalen Zelle. Bild entnommen aus [10].

Gitterkonstante in der Wachstumsrichtung α_{en} kann durch folgenden Ausdruck abgeschätzt werden [109]:

$$\frac{\alpha_{\text{en}}}{\alpha_{\text{ep}}} \sim 1 + \epsilon \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \quad (4.4)$$

wobei α_{ep} die laterale Gitterkonstante des epitaktischen Filmes angibt, die sich durch die Verformung des Films der Gitterkonstante des Substrates α_{s} angepasst hat, und ν die Poisson-Zahl des Schichtmaterials angibt. Zum Beispiel führen entstandene Druckverspannungen beim Aufwachsen einer epitaktischen Ge-Schicht auf einem Si(001)-Substrat zu einer tetragonalen Verformung von Kristallgitter der Ge-Schicht und folglich zu einer 7 %-igen Gitterfehlانpassung in der Wachstumsrichtung.

4. Doppelbarrieren-Heterostruktur

Die Verspannungen verändern sowohl den Aufbau als auch die Bandstruktur der dünnen Halbleiterschichten. Es können sich Verschiebungen der Energie, Verbiegungen des Bandkantenverlaufs, Aufhebung der Entartung sowie einige Kombinationen der erwähnten Effekte ergeben [104].

Der Bruch der Symmetrie der Brillouin-Zone verursacht eine entsprechende Aufspaltung des Leitungs- sowie des Valenzbandes. Diese Aufspaltung löst Veränderungen von vielen Parametern des jeweiligen Halbleiters aus, z. B. der Größe der Energielücke, des Ausmaßes des Bandversatzes und des Bandverlaufs im k -Raum.

Zum Abschluss dieses Abschnitts wird noch einmal betont, dass die Verspannungsenergie in einem epitaktischen Film proportional zur Schichtdicke des Films zunimmt. Aufgrund dessen ist eine epitaktische, versetzungsfreie Züchtung von Halbleiterfilmen beim SK-Wachstum nur bis zu einer bestimmten Schichtdicke möglich, nach der ein Verspannungsabbau in den Epitaxieschichten durch die Bildung von Versetzungen erfolgen wird.

Allerdings beginnt ein anfänglicher Abbau von Verspannungen in einem Halbleiter-Epitaxiefilm längst vor der Bildung von Versetzungen. Dies geschieht durch die Entstehung eines Netzwerkes von dreidimensionalen, selbstorganisiert aufwachsenden Kristalliten, die im Weiteren synonym auch als *Inseln* bezeichnet werden, auf der Oberfläche der Halbleiter-Benetzungsschicht. In den oberen Bereichen der Kristallite nähert sich die Gitterkonstante des Halbleiterfilms α_{ep} ihrem ungestörten Wert α_e . Die Oberfläche des Halbleiterfilms raut dabei auf.

Ähnlich verhält sich ein Ge- sowie ein $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Epitaxiefilm auf einem Si(100)- oder Si(001)-Substrat: beim Erreichen der Schichtdicke ihres Schwellenwertes neigt der Film zu einem Verspannungsabbau zuerst durch die Bildung von selbstorganisierten Inseln. Bei der Fortsetzung des Wachstums werden die Verspannungen im erwähnten Epitaxiefilm schließlich durch die Entwicklung von Versetzungen abgebaut.

Es wird angenommen [5, 126], dass eine selbstorganisierte Kristallitbildung bei der Ge-Epitaxie auf einem Si-Substrat schon nach einer Abscheidung von etwa 3 Monolagen (ML) Ge beginnen kann. Jedoch

wurde festgestellt [127], dass durch geeignete Variationen von Wachstumsparametern der Schwellwert für ein zweidimensionales Aufwachsen von Ge bis zu einer Schichtdicke von ca. 4,5 ML erhöht werden kann. Die Inselhöhe, bei der die Versetzungen anfangen, sich unter der Insel-Grundfläche zu bilden, ist auch von Wachstumsparametern abhängig. In Ref. [19] wurde über die Entstehung von Versetzungen unter den Ge-Inseln auf einem Si(100)-Substrat erst ab einer Inselhöhe von 500 Å berichtet.

Durch Bildung von Versetzungen relaxiert ein epitaktischer Halbleiterfilm aus seinem verspannten Zustand mit einer Gitterkonstante $\alpha_{ep} = \alpha_s$ (weil sich die Gitterkonstante α_{ep} während des Aufwachsens an das Substrat angepasst hat) zu seiner ungestörten Volumenhalbleiter-Gitterkonstante α_e . Die maximale Schichtdicke eines pseudomorphen, thermodynamisch stabilen Epitaxiefilms gehört zu den wichtigsten Parametern in der Heteroepitaxie. Diese Schichtdicke, deren Größe anhand folgendes Ausdrucks abgeschätzt werden kann, bezeichnet man als eine *kritische Schichtdicke* h_c für ein versetzungsfreies Schichtwachstum [128]:

$$h_c = \frac{b (1 - \nu \cos^2 \beta)}{8 \pi f_m (1 + \nu) \cos \beta} \ln \frac{\rho_c h_c}{b}. \quad (4.5)$$

Dabei gibt b den *Burgerschen Vektor* an, der die Geometrie der Versetzung beschreibt, β den Winkel zwischen dem Burgerschen Vektor und der Linie der Versetzung und ρ_c einen Parameter, der die im Zentrum der Versetzung eingespeicherte elastische Energie widerspiegelt (engl. *core-energy parameter*).

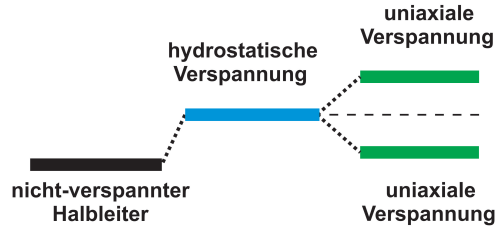
4.4. Einfluss der Verspannung auf den Bandverlauf

Im Allgemeinen gilt für eine pseudomorphe Halbleiterdünnschicht, dass ihre Gesamtverspannung als aus zwei Komponenten bestehend betrachtet werden kann: aus einer *hydrostatischen* und einer *uniaxialen* Verspan-

4. Doppelbarrieren-Heterostruktur

Abbildung 4.6:

Schematische Veranschaulichung der Einwirkung einer hydrostatischen und einer uniaxialen Komponenten der Verspannung auf ein zweifach entartetes Band. Die hydrostatische Verspannung verändert nur die energetische Position der Bandkante. Stattdessen hebt die uniaxiale Verspannung die Entartung des Bandes auf und spaltet es in zwei Subbänder auf.



nung [93]. Dabei verschiebt die hydrostatische Verspannung die Bandkante zu einer höheren oder niedrigeren Energie. Die uniaxiale Verspannung hebt die Entartung des Bandes auf und spaltet es in zwei Subbänder auf. Die Einwirkung beider Verspannungskomponenten auf ein zweifach entartetes energetisches Band stellt schematisch Abb. 4.6 dar.

Falls die Verspannung sowohl in einem Volumenhalbleiter als auch in einem Epi-Film als linear betrachtet werden kann, ist es zulässig, den verspannten Zustand des Halbleiters durch die Komponenten des Verspannungstensors $\overleftarrow{\epsilon}$ auszudrücken. Diese Bedingung ist für pseudomorphe Epitaxieschichten typischerweise erfüllt [129].

Eine hydrostatische Verspannung ergibt sich aus einer Volumenänderung $\Delta\mathcal{V}$ des Materials einer dünnen Schicht. Sie verursacht eine entsprechende Verschiebung (s. Abb. 4.6) der Leitungsband- ΔE_c sowie Valenzbandkante ΔE_v in Bezug auf ihre Lage in einem nicht-verspannten Volumenhalbleiter [93]:

$$\Delta E_c = a_c \frac{\Delta\mathcal{V}}{\mathcal{V}} = a_c (2\epsilon_{\parallel} + \epsilon_{\perp}) = 2\epsilon_{\parallel} \frac{1-2\nu}{1-\nu} a_c \quad (4.6a)$$

$$\Delta E_v = a_v \frac{\Delta\mathcal{V}}{\mathcal{V}} = a_v (2\epsilon_{\parallel} + \epsilon_{\perp}) = 2\epsilon_{\parallel} \frac{1-2\nu}{1-\nu} a_v, \quad (4.6b)$$

4.4. Einfluss der Verspannung auf den Bandverlauf

wobei \mathcal{V} das Halbleitervolumen, a_c sowie a_v hydrostatische Deformationspotentiale für Leitungs- bzw. Valenzband bezeichnen und ϵ_{\parallel} und ϵ_{\perp} die laterale bzw. transversale Komponenten des Verspannungstensors angeben. Die oben erwähnten Verspannungskomponenten können durch Gitterkonstanten α_{ep} in der lateralen bzw. α_{en} in der transversalen Richtung (bezüglich der Ebenen der Grenzflächen von Halbleiterfilmen) ausgedrückt werden [130]:

$$\epsilon_{i\parallel} = (\alpha_{ep} / \alpha_i - 1) \quad (4.7a)$$

$$\epsilon_{i\perp} = (\alpha_{ien} / \alpha_i - 1), \quad (4.7b)$$

wobei der Index i einen entsprechenden Halbleiter – Ge oder Si – bezeichnet und α_{ep} dank einer Gitteranpassung der beiden Halbleiterfilme aneinander für beide Materialien gleich ist. Dementsprechend gibt α_i die ungestörte Gitterkonstante des jeweiligen Halbleitermaterials an.

Eine uniaxiale Verspannung hebt die Entartung beider Energiebänder auf und spaltet sie im Γ -Punkt auf. Für eine uniaxiale Verspannung, die entlang der [001]-Richtung einwirkt, kann die Valenzbandkanten-Aufspaltung durch die o.g. Deformationspotentiale als eine Verschiebung ΔE_{HH} vom HH-Band, ΔE_{LH} vom LH-Band sowie ΔE_{SO} vom SO-Band in Bezug auf einen gewichteten Mittelwert der Diskontinuität aller drei erwähnten Valenzbänder im Γ -Punkt ausgedrückt werden. Da es eine Wechselwirkung zwischen einer verspannungsabhängigen Valenzband-Aufspaltung und einer durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung entstandenen Abspaltung des SO-Bandes gibt, ist es möglich, die Verschiebungen ΔE_{HH} , ΔE_{LH} und ΔE_{SO} durch folgende Parameter zu beschreiben [130]: die experimentelle Spin-Bahn-Aufspaltung E_{SO} in nicht-verspannten Halbleitern, die lineare Aufspaltung von vierfach entartetem $p_{\frac{3}{2}}$ -Multiplett δE_{001} bei der Einwirkung von Verspannungen, die Verspannung ϵ und die Deformationspotential-Konstante b [131]:

4. Doppelbarrieren-Heterostruktur

$$\Delta E_{\text{HH}} = \frac{1}{3}E_{\text{so}} - \frac{1}{2}\delta E_{001} \quad (4.8a)$$

$$\Delta E_{\text{LH}} = -\frac{1}{6}E_{\text{so}} + \frac{1}{4}\delta E_{001} + \frac{1}{2} \left[E_{\text{so}}^2 + E_{\text{so}}\delta E_{001} + \frac{9}{4}(\delta E_{001})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.8b)$$

$$\Delta E_{\text{SO}} = -\frac{1}{6}E_{\text{so}} + \frac{1}{4}\delta E_{001} - \frac{1}{2} \left[E_{\text{so}}^2 + E_{\text{so}}\delta E_{001} + \frac{9}{4}(\delta E_{001})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.8c)$$

Die Werte von δE_{001} variieren in Abhängigkeit von der Wirkungsrichtung der beteiligten Verspannung:

$$\delta E_{001} = 2b(\epsilon_{\perp} - \epsilon_{\parallel}). \quad (4.9)$$

Für eine uniaxiale Verspannung in der [111]-Richtung kann die Aufspaltung δE_{111} aus folgender Gleichung bestimmt werden:

$$\delta E_{111} = 2 \frac{\sqrt{3}}{3}d(\epsilon_{\perp} - \epsilon_{\parallel}). \quad (4.10)$$

Hier bezeichnet d die Deformationspotential-Konstante ähnlich wie b in Gl. (4.9).

Wie bereits zuvor erwähnt, wirken beide Verspannungskomponenten auf das Leitungsband sowohl von Ge als auch von Si. Eine hydrostatische Verspannung verschiebt die Leitungsbandkante. Das Anlegen einer uniaxialen bzw. biaxialen Verspannung ruft eine Aufspaltung des entarteten Leitungsbandes hervor. Allerdings ist diese Aufspaltung nun von räumlicher Natur [132]. Dies bedeutet, dass, wenn z. B. das Leitungsband von Si mit seinen sechs äquivalenten Minima auf den Δ -Achsen (s. Abb. 3.2, Abschnitt 3.1) betrachtet wird, eine uniaxiale Verspannung, die entlang der [001]-Achse wirkt, die Minima des Leitungsbandes auf

4.5. Selbstorganisierte Quantenpunkte

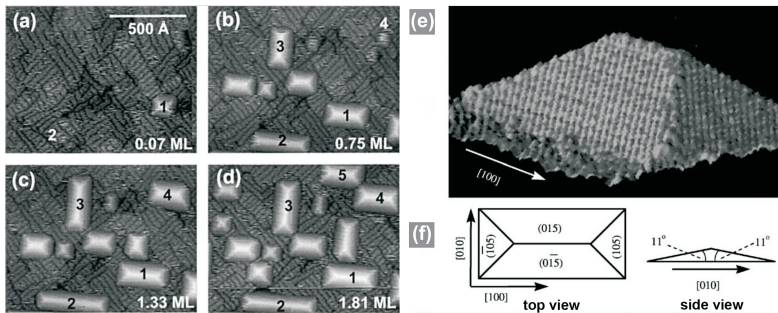


Abbildung 4.7.:

STM-Aufnahmen von: **a)** bis **d)** Ge-Inseln des Hut-Cluster-Typs auf einem Si(001)-Substrat in Abhängigkeit von der Menge des abgeschiedenen Materials (angegeben in Monolagen oberhalb der Benetzungsschicht). Die Inseln sind durch rechteckige helle Gebiete dargestellt, die identischen Kristallite sind durchnummert. Bilder entnommen aus [133]. **e)** 3D STM-Aufnahme und **f)** schematische Draufsicht sowie Seitenansicht eines Ge-Kristallits des Hut-Cluster-Typs mit einer Höhe von etwa 2,8 nm und Seitenlängen von ca. 20 nm x 40 nm. Alle Kristallitseiten sind {1 05}-Facetten. Bild entnommen aus Ref. [134].

dieser Achse anders als diejenigen beeinflusst, die auf den [100]- sowie [010]-Achsen liegen. Da in dieser Arbeit ausschließlich der Lochtransport durch Si/Ge-Doppelbarrieren-Heterostrukturen untersucht wurde, wird der Einfluss von Verspannungen auf das Leitungsband der Halbleiter nicht weiter diskutiert.

4.5. Selbstorganisierte Quantenpunkte

Da im vorherigen Abschnitt 4.3 ein Verspannungsabbau in pseudomorphen Filmen durch Bildung von selbstorganisierten 3D-Kristalliten besprochen wurde, wird in diesem Abschnitt auf einige der möglichen Typen von Kristalliten (oder Inseln) näher eingegangen, die beim SK-Wachstum zu beobachten sind.

Man bezeichnet diese kleinen Halbleiterinseln auch als *selbstorganisierte*

4. Doppelbarrieren-Heterostruktur

Quantenpunkte. Da die Halbleiterfilme mit den Inseln auf ihrer Oberfläche typischerweise von Epitaxiefilmen anderer Halbleiter überwachsen sind, kann ein Halbleiter-Quantenpunkt als ein Halbleiterbereich mit Nanometer-Dimension definiert werden, der in ein anderes Material (in der Regel mit einer größeren Bandlücke) eingebettet ist. Das Interesse an solchen Halbleitersysteme besteht darin, dass die Ladungsträgerbewegung im Inneren von Halbleiterinseln in allen drei Raumrichtungen eingeschränkt ist. Diese Einschränkung ergibt ein Spektrum von diskreten, schmalen Energieniveaus, die die Ladungsträger besetzen können. Allerdings wird in diesem Abschnitt darüber nicht weiter gesprochen, da auf dieses Thema schon im Unterabschnitt 2.2.3 eingegangen wurde.

4.5.1. Ge-Inseln und ihre Form

Bei der epitaktischen Züchtung von Ge auf Si-Substraten wurden vier Formen von Inselbildung experimentell beobachtet [135, 136]: (i) sog. *flache Hügel* (engl. *shallow mounds* oder *prepyramids*), (ii) $\{105\}$ -facettierte² „*Hüttenkristallite*“ (engl. „*hut clusters*“) (s. Abb. 4.7), die die Form von ausgedehnten Pyramiden besitzen, (iii) quadratische *Pyramiden* und schließlich (iv) Kristallite des *Dome-Cluster*- und *Superdome-Cluster*-Typs.

Wenn die Bedingungen für ein zweidimensionales Wachstum von Ge auf Si nicht mehr erfüllt sind, bilden sich auf der Oberfläche der Benetzungsschicht zuerst flache Ge-Hügel, die sich bei der Fortsetzung der Abscheidung abhängig von der Substrattemperatur T_{sub} entweder in die Hut-Cluster (bei niedrigen T_{sub}) oder in die quadratischen Pyramiden (bei höheren T_{sub}) umwandeln. Eine schematische Darstellung einer quadratischen Pyramide ist in Abb. 4.8, b) gezeigt.

Nach einer Abscheidung von über 5 ML Ge kann ein Übergang von pyramidenförmigen Kristalliten zu Dome-Clustern erfolgen. Diese bilden sich letztendlich in relaxierte Superdome-Clustern mit Versetzungen unter ihren Grundflächen um, falls die Züchtung weiter fortgesetzt wird. Typische Formen von selbstorganisierten Ge-Quantenpunkten, die

²Facetten sind Seitenflächen von Kristalliten.

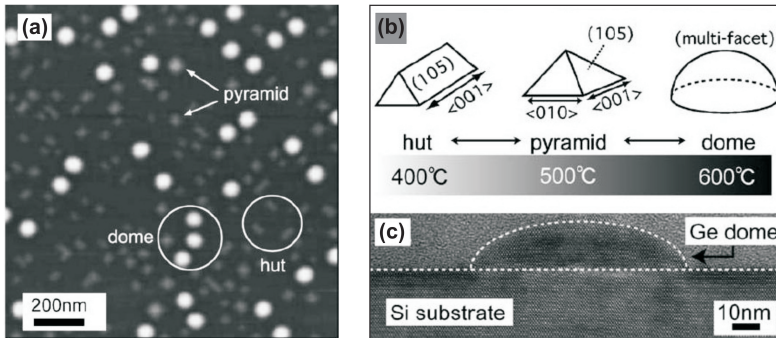


Abbildung 4.8.:

a) SFM-Aufnahme von typischen Ge-Inseln auf einem Si(100)-Substrat. Es sind gleichzeitig verschiedene Typen von Kristalliten zu sehen: Hüttenkristallite (hut), Pyramiden und Dome-Cluster. b) eine schematische Darstellung von erwähnten Inseltypen und ungefähre Substrattemperaturen für ihre Bildung. Die Temperatur ist ein entscheidender Faktor für die Entstehung von Kristalliten eines jeweiligen Typs. c) TEM-Aufnahme des Querschnitts eines Dome-Clusters. Bilder aus [137].

sich auf einem Si-Substrat bilden können, sowie ungefähre Substrattemperaturen ihrer Entstehung sind in Abb. 4.8, b) dargestellt. Abb. 4.8, c) zeigt zusätzlich den Querschnitt eines Ge-Dome-Clusters.

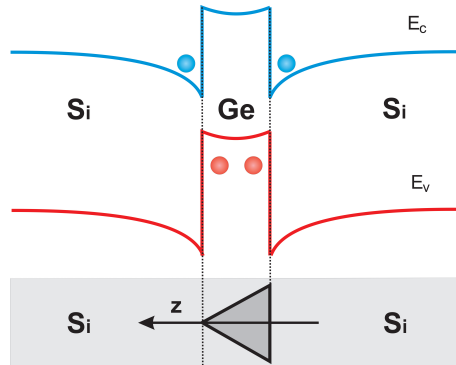
4.5.2. Bandversatz in Halbleitersystemen mit Inseln

Photolumineszenzuntersuchungen von Si/Ge-Quantenpunktsystemen haben nachgewiesen [138], dass in diesen Halbleitersystemen eine Bandanpassung vom Typ II stattfindet. Allerdings unterscheidet sich die Anpassung von Leitungs- sowie Valenzbandkanten in solchen Strukturen von der in Abb. 4.4, b) dargestellten, da, wie bereits erwähnt, eine räumliche Ladungsumverteilung in Grenzflächenbereichen der Heterostruktur Bandverbiegungen in diesen Bereichen hervorruft [139]. Ein schematisches Diagramm der Anpassung von Bandkanten aneinander für eine in eine Si-Matrix eingebettete Ge-Insel stellt Abb. 4.9 dar. Die Elektronen

4. Doppelbarrieren-Heterostruktur

Abbildung 4.9:

Schematisches Banddiagramm für eine Ge-Insel (Dreieck) eingebettet in eine Si-Matrix. Der Bandverlauf stellt Bandkantenverschiebungen durch das Symmetriezentrum der Insel in die Wachstumsrichtung z dar. Elektronen (●) sind nahe der Grenzflächen in den Si-Filmen und Löcher (●) in der Ge-Insel eingesperrt.



(●) sind in Si-Filmen nahe der Grenzflächen eingesperrt. Die Löcher (●) dagegen befinden sich im Inneren der Ge-Insel (Dreieck im Bild).

4.6. Zusammenfassung

Dieses Kapitel widmete sich einer einführenden Beschreibung von Doppelbarrieren-Heterostrukturen. Als erstes wurde die Heteroepitaxie kurz betrachtet und auf die Wachstumsmechanismen von Epitaxieschichten eingegangen. Eine Darstellung von Bandkantenverschiebungen an Heterogrenzflächen war das nächste Thema des Kapitels. Des Weiteren ging es um die Verspannungen in dünnen Halbleiterschichten und um ihre Einwirkung auf die Bandstruktur. Den Abschluss bildete die Erläuterung der Typen von selbstorganisierten Ge-Quantenpunkten und der Bandanpassung in Si/Ge-Halbleitersystemen mit Ge-Inseln.

5

Kapitel 5.

Probenherstellung und experimentelle Techniken

Der Schwerpunkt dieses Kapitels ist der Aufbau und die Wachstumsparameter der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Proben sowie die Messmethode und die Ausstattung für die Durchführung der Experimente. Zuerst wird im Abschnitt 5.1 auf Silizium-Germanium-Heterostrukturen eingegangen, die auf hoch dotierten niederohmigen (001)-orientierten Siliziumsubstraten mit einer glatten Oberfläche gewachsen sind. Dann wird eine nächste Gruppe der Si/Ge-Heterostrukturen beschrieben (Abschnitt 5.2), für deren Züchtung strukturierte niederohmige (100)-orientierte Si-Substrate verwendet wurden, die durch eine besondere Oberflächenstrukturierung hergestellt wurden. Des Weiteren wird der Abschnitt 5.3 einer Beschreibung von zwei (Al, In)GaAs-Heterostrukturen gewidmet, aus denen mehrere kreisförmige vertikale Quantenpunkte hergestellt wurden. Der danach folgende Abschnitt 5.4 stellt die technologischen Schritte vor, die bei der Probenherstellung angewendet wurden. Im vorletzten Abschnitt 5.5 wird die Kryotechnik kurz präsentiert, die für die Durchführung der Experimente bei extrem tiefen Temperaturen und hohen Magnetfeldern notwendig war. Anschließend wird im Abschnitt 5.6 auf den Messaufbau eingegangen, der für elektri-

sche Magnetotransportmessungen eingesetzt wurde.

5.1. Si/Ge-Heterostrukturen auf Substraten mit einer glatten Oberfläche

Die in diesem Abschnitt beschriebenen Si/Ge-Doppelbarrieren-Heterostrukturen wurden mittels MBE-Verfahrens am Max-Planck-Institut für Festkörperforschung in Stuttgart gewachsen. Notwendige technologische Schritte zur Substratvorbereitung sowie Wachstumsprogramme zur Herstellung dieser Strukturen sind in Ref. [127] zusammengestellt. Hier werden die Schichtfolgen sowie einige Wachstumsparameter der verwendeten Heterostrukturen kurz vorgestellt.

Die im Weiteren untersuchten vertikalen Resonanztunneldioden wurden aus drei Heterostrukturen hergestellt: aus (i) S1324 mit 4,5 Monolagen (ML) Ge, (ii) S1456 mit 5,0 ML und (iii) S1457 mit 6,5 ML. Eine schematische Darstellung der Schichtfolge der genannten Heterostrukturen in Form einer prozessierten kleinen Säule, einer sog. *Mesa* (dt. Tafelberg), zeigt Abbildung 5.1.

Die erwähnten Heterostrukturen wurden auf glatten, mit Bor hoch dotierten p^+ -(001)-orientierten 4-Zoll Siliziumsubstraten mit einem spezifischen Widerstand von weniger als 0,002 Ohm-cm (bei Raumtemperatur) gewachsen. Während der MBE-Abscheidung der Halbleiterschichten wurde die Substrattemperatur T_{sub} konstant gehalten und betrug 460 °C. Um eine Rauigkeit der Substratoberfläche zu reduzieren und damit eine hohe Homogenität und Qualität der nachfolgenden Epitaxieschichten zu ermöglichen, wurde zuerst eine ebenso mit Bor hoch dotierte 100 nm dicke Silizium-Pufferschicht abgeschieden, die eine erste Zuleitung zusammen mit dem Substrat bildet. Ein hoher Dotierungsgrad (Konzentration der Bor-Atome $N_{\text{B}} = 8,0 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) ist notwendig für eine gute Leitfähigkeit der Proben bei extrem tiefen Temperaturen von wenigen mK. Eine 10 nm dicke verspannte $\text{Si}_{0,7}\text{Ge}_{0,3}$ -Kontaktschicht folgt der Pufferschicht. Diese Kontaktschicht dient den folgenden Zwe-

5.1. Si/Ge-Heterostrukturen auf Substraten mit einer glatten Oberfläche

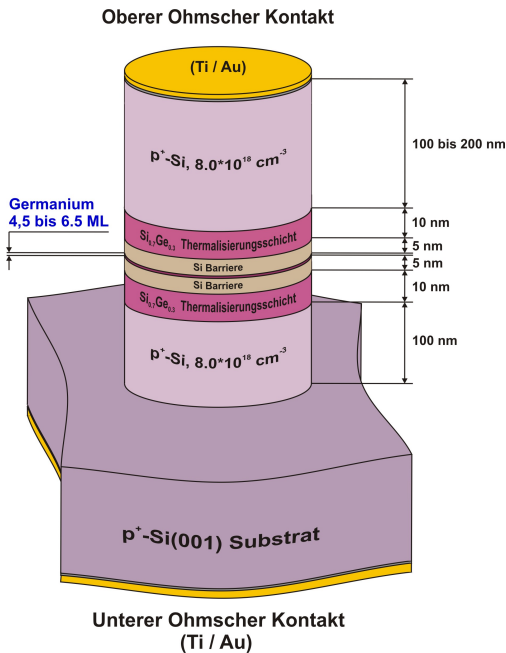


Abbildung 5.1:

Schematische Darstellung der Schichtfolge der Si/Ge-Doppelbarrieren-Heterostrukturen, die auf flachen, glatten (001)-orientierten Siliziumsubstraten gewachsen worden sind. Die Dicke der Germaniumschicht, die zwischen zwei 5 nm dicken Si-Barrieren eingebettet ist, beträgt 4,5 ML für die Heterostruktur S1324, 5,0 ML für S1456 und 6,5 ML für S1457. Zwei 10 nm dicke verspannte $\text{Si}_{0,7}\text{Ge}_{0,3}$ -Kontaktschichten ermöglichen die Erzeugung von Potentialbarrieren und die Thermalisierung von Löchern [127].

cken: sie ermöglicht die Erzeugung einer Potentialbarriere und trägt zur Thermalisierung der Löcher bei [127], die aus der benachbarten hoch dotierten Si-Zuleitung in die $\text{Si}_{0,7}\text{Ge}_{0,3}$ -Kontaktschicht strömen.

Im Allgemeinen besitzen die Löcher, die aus einer Si- in eine $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Schicht eindringen, vor dem Überqueren der Grenzfläche zwischen beiden Materialien die Energie der Si-Valenzbandkante. Während der Thermalisierung in der $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Schicht verringert sich ihre Energie, sodass sie danach eine Energie besitzen, die gleich der $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Valenzbandkante ist. Zudem verhindert eine undotierte $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Schicht eine mögliche unerwünschte Diffusion von Dotieratomen aus hoch dotierten Halbleiterschichten in die nachfolgend gewachsenen undotierten Si- sowie Ge-Schichten. Mit anderen Worten trennt die erwähnte $\text{Si}_{0,7}\text{Ge}_{0,3}$ -Schicht in den verwendeten Heterostrukturen die Dotierungsgebiete vom eigentlichen Doppelbarrieren-Bereich. Wie bereits im Unterab-

5. Probenherstellung und experimentelle Techniken

schnitt 2.4.5 erwähnt, bezeichnet man eine solche trennende Halbleiterschicht als eine Spacer-Schicht.

In einem dünnen $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Film, der sich in einem guten elektrischen Kontakt mit einem Si-Film befindet, liegt die Valenzbandkante bei einer beliebigen Ge-Konzentration energetisch immer höher als die des Si-Films. Diese Besonderheit führt zur Bildung einer Tunnelbarriere für Löchertransport durch die Grenzfläche zwischen beiden Halbleiterschichten, falls eine Si-Schicht unmittelbar auf eine Ge- bzw. $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Schicht abgeschieden wurde. Für die hier untersuchten Proben wurde ein Germaniumanteil in der $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Legierung von 30 % gewählt. Damit wurde der Unterschied in der Bandkantenenergie zwischen der $\text{Si}_{0.7}\text{Ge}_{0.3}$ -Kontaktschicht und dem danach gewachsenen Ge-Film gering gehalten [127].

In den beschriebenen Heterostrukturen wird die erste $\text{Si}_{0.7}\text{Ge}_{0.3}$ -Kontaktschicht durch eine 5 nm dicke Si-Schicht bedeckt und bildet damit für Löcher eine erste Tunnelbarriere. Diese Epitaxieschicht ist nicht verspannt. Danach folgt eine verspannte Epitaxieschicht, die aus einigen Monolagen von undotiertem Germanium besteht. In der Probe S1324 beträgt ihre Schichtdicke etwa 4,5 ML. Gemäß der gewählten Wachstumsparameter wurde die kritische Schichtdicke des Übergangs von einem 2D-Wachstum zur Inselbildung in S1324 noch nicht überschritten. Daher wurde hier die Ge-Schicht als eine glatte, homogene, pseudomorphe Benetzungsschicht (ein Quantentopf) gezüchtet [127]. Für die Proben S1456 und S1457 beträgt die Schichtdicke einer solchen Schicht 5,0 bzw. 6,5 ML Ge. Im Gegensatz zu S1324 entstehen in beiden letztgenannten Proben selbstorganisiert gewachsene Ge-Inseln hauptsächlich vom metastabilen Hut-Cluster-Typ (s. Abb. 4.7, Abschnitt 4.5), deren Größe in Abhängigkeit von der Ge-Schichtdicke variiert. Im Weiteren werden selbstorganisiert gewachsene Ge-Inseln der Einfachheit halber als Quantenpunkte (QP) bezeichnet.

In allen diskutierten Strukturen bedeckt eine zweite Si-Schicht gleicher Dicke, wie die erste, eine zuvor gewachsene Ge-Schicht. Sie gilt daher als zweite Tunnelbarriere. Dementsprechend bilden zwei Si-Tunnel-

5.2. Si/Ge-Heterostrukturen auf Substraten mit einer strukturierten Oberfläche

barrieren und eine dazwischen eingebettete Ge-Schicht eine Doppelbarrieren-Heterostruktur.

Die zweite Barriere ist wiederum mit einem zweiten $\text{Si}_{0.7}\text{Ge}_{0.3}$ -Film überwachsen, der gleich dem ersten ist. Zum Abschluss folgt eine letzte, 100 nm bis 200 nm dicke hoch dotierte Si-Deckschicht ($N_{\text{B}} = 8,0 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$), die die Funktion einer zweiten Zuleitung erfüllt.

5.2. Si/Ge-Heterostrukturen auf Substraten mit einer strukturierten Oberfläche

In diesem Abschnitt werden Si/Ge-Doppelbarrieren-Heterostrukturen beschrieben, die im Laboratorium für Mikro- und Nanotechnologie am Paul Scherrer Institut in Villigen (Schweiz) und am Forschungszentrum Jülich auf strukturierten Si(100)-Substraten mittels MBE-Verfahren gewachsen worden sind.

Die im vorherigen Abschnitt 5.1 dargestellten Proben mit Ge-Quantenpunkten weisen einen Mangel auf, da die Größe der Inseln und insbesondere ihre räumliche Verteilung nur sehr bedingt beeinflusst und kontrolliert werden können. Eine kontrollierbare Anordnung von z. B. selbstorganisierten $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Inseln, die auf einem glatten Siliziumsubstrat gewachsen worden sind, wurde ausschließlich für kleine Substratflächen erreicht [140].

Als eine vielversprechende Methode für eine kontrollierbare räumliche Verteilung von Halbleiterinseln hat sich die Heteroepitaxie auf zuvor strukturierten (vorstrukturierten) Substraten bewährt [141–143]. Dieses Wachstumsverfahren sieht die Anwendung einer Kombination von selbstorganisiertem Wachstum und diversen Lithographie-Techniken vor, eine sog. (engl.) *templated self-assembly* [142, 144–146]. Die auf diese Art und Weise gezüchteten Heterostrukturen weisen eine hoch-geordnete räumliche Verteilung von Quantenpunkten auf den dafür vorbestimmten Bereichen eines Substrates auf [136, 147, 148].

Für die Züchtung der zu beschreibenden Proben wurde die Ober-

5. Probenherstellung und experimentelle Techniken

fläche von p-dotierten (100)-orientierten Siliziumsubstraten mit einem spezifischen Widerstand von 0,02 – 0,08 Ohm-cm (bei Raumtemperatur) mittels Interferenzlithographie (EUV-IL)¹ mit einer Wellenlänge von 13,5 nm strukturiert. Dieses Lithographieverfahren sieht die Erstellung eines zweidimensionalen regelmäßigen Lochmusters auf der Substratoberfläche anhand eines entsprechenden Interferenzmusters vor. Dieses Lochmuster wird auf der Oberfläche von einkristallinen Siliziumscheiben, die mit einem Fotolack bedeckt sind, durch Beugung von mindestens zwei gegenseitig kohärenten EUV-Strahlen von einem speziellen Beugungsgitter erzeugt. Nach der anschließenden Entwicklung wird das bestrahlte Interferenzmuster in das Substrat mittels reaktiver Ionenätzung (RIE)² übertragen. Falls es bei einem epitaktischen Wachstum von Germanium auf einem solchen vorstrukturierten Substrat zur Inselbildung kommt, bilden sich Ge-Inseln idealerweise exakt an den Positionen, die durch das vorhandene Lochmuster vorgegeben sind. Somit wird eine streng periodische laterale Anordnung der selbstorganisiert gewachsenen Ge-Inseln erreicht. Näheres bezüglich des EUV-IL-Verfahrens kann z. B. den Ref. [147, 149, 150] entnommen werden.

Die EUV-Bestrahlung der Proben wurde an der „Swiss Light Source“-Anlage am Paul Scherrer Institut durchgeführt. Dabei wurde die Bestrahlungsdosis in einem bestimmten Dosisbereich variiert. Es ist bekannt [148], dass eine zunehmende Bestrahlungsdosis eine auffällige räumliche Aufweitung von Löchern (Vertiefungen) in der Substratebene verursacht. Zusammen mit einer Aufweitung gibt es einen allmählichen Übergang von kreisförmigen zu quadratischen Vertiefungen. Diese Besonderheit bietet eine zusätzliche Möglichkeit für eine Beeinflussung der Anzahl und der Größe der Ge-Inseln, die sich auf der Oberfläche von den auf diese Art und Weise vorstrukturierten Si-Substraten selbstorganisiert bilden. Daher war die Zielsetzung die Herstellung von Proben auf vorstrukturierten Substraten, um eine Untersuchung der Lochtransport-Eigenschaften von Doppelbarrieren-Heterostrukturen mit räumlich hoch-

¹ (EUV-IL) Abkürzung für (engl.) **E**xtrême **U**ltra-**V**iolet **I**nterference **L**ithography

² (RIE) Abkürzung für (engl.) **R**eactive **I**on **E**tching

5.2. Si/Ge-Heterostrukturen auf Substraten mit einer strukturierten Oberfläche

geordneten, in Si eingebetteten Ge-Insel zu ermöglichen.

Auf allen Si-Substraten, die für die Herstellung von Proben dieser Serie verwendet wurden, wurde ein Netzwerk der Vertiefungen mit einer Periodizität von $280 \times 280 \text{ nm}^2$ erzeugt. Die Tiefe der Ätzung betrug ca. 10 nm. Auf jedem Substrat wurden mehrere $400 \times 400 \mu\text{m}^2$ Bereiche mit unterschiedlichen Dosen (von 40 bis 250 mW/cm^2) der EUV-Strahlung strukturiert. Abbildung 5.2 veranschaulicht den Einfluss von Bestrahlungsdosis auf die Form und die Größe der Vertiefungen und zeigt die SFM³-Aufnahmen von zwei vorstrukturierten Siliziumsubstraten, die mit zwei stark unterschiedlichen EUV-Dosen bestrahlt wurden. Abbildung 5.2, a) entspricht einer Bestrahlung mit einer kleineren EUV-Dosis. Abbildung 5.2, b) stellt ein Substrat dar, das mit einer wesentlich größeren EUV-Dosis bestrahlt wurde. Die beiden SFM-Aufnahmen wurden erst nach der Abscheidung einer 50 nm dicken Si-Pufferschicht unmittelbar auf die vorstrukturierten Si(100)-Substrate gemacht [148]. Das Vertiefungsmuster in Abb. 5.2 besitzt eine Periodizität von $280 \times 280 \text{ nm}^2$. Im unteren Bereich der Abbildung sind jeweils Line-Scan-Profile des in die Oberfläche des Substrates geätzten Interferenzmusters dargestellt, die entlang der entsprechenden roten Linien (mit Pfeilen) aufgenommen wurden. Das Profil in Abb. 5.2, a) zeigt eine V-förmige Kontur mit (10n)-facettierten Seitenwänden, wobei $5 \leq n \leq 7$. Bei der Anwendung von wesentlich größeren Bestrahlungsdosen (s. Abb. 5.2, b)) besitzen die Vertiefungen eine Form von umkehrten Pyramidenstümpfen mit großen, (001)-orientierten Bodenfacetten und etwas steileren Seitenwänden.

Insgesamt wurden drei Doppelbarrieren-Heterostrukturen mit jeweils (i) 4,5 (Wafer S058), (ii) 5,3 (Wafer S023) und (iii) 6,0 (Wafer S050) Monolagen Germanium gezüchtet. Es gibt gewisse Gemeinsamkeiten im Aufbau und der Schichtfolge zwischen den hier erwähnten und den im Abschnitt 5.1 beschriebenen Si/Ge-Heterostrukturen. Gleichzeitig aber gibt es viele entscheidende Unterschiede, die bei der Beschreibung der Schichtfolge der Strukturen erwähnt werden. Eine schematische Dar-

³(SFM) Abkürzung für (engl.) Scanning Force Microscopy

5. Probenherstellung und experimentelle Techniken

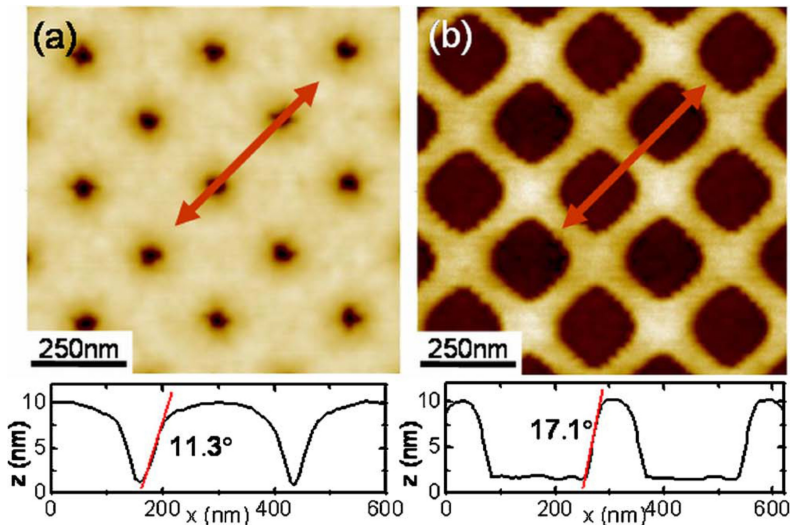


Abbildung 5.2.:

SFM-Aufnahmen und Line-Scan-Profile von zwei Si(100)-Substraten mit geätzten Interferenzmustern, die durch ein EUV-IL-Verfahren unter Anwendung von stark voneinander unterscheidenden EUV-Bestrahlungsdosen erzeugt werden: **a)** entspricht einer Bestrahlung mit einer kleineren Dosis, **b)** die Aufnahme veranschaulicht die Einwirkung einer größeren Dosis. Im unteren Bereich der Abbildung sind jeweilige Line-Scan-Profile eines in die Oberfläche der Substrate geätzten Interferenzmusters dargestellt, die entlang der entsprechenden roten Linie (mit Pfeilen) aufgenommen wurden. Die beiden SFM-Bilder sowie Line-Scan-Profile wurden erst nach dem Überwachsen der Substrate mit einer 50 nm dicken Si-Pufferschicht erstellt. Bild entnommen aus [148].

stellung einer Si/Ge-Heterostruktur in Form einer geätzten Mesa, die den Aufbau der Proben S058, S023 und S050 veranschaulicht, zeigt Abbildung 5.3.

Die Abscheidung aller Epitaxieschichten der Proben dieser Serie (außer Ge-Schicht) wurde bei einer Substrattemperatur von $T_{\text{sub}} = 300\text{ }^{\circ}\text{C}$ durchgeführt. Die Wahl einer so niedrigen Wachstumstemperatur war

5.2. Si/Ge-Heterostrukturen auf Substraten mit einer strukturierten Oberfläche

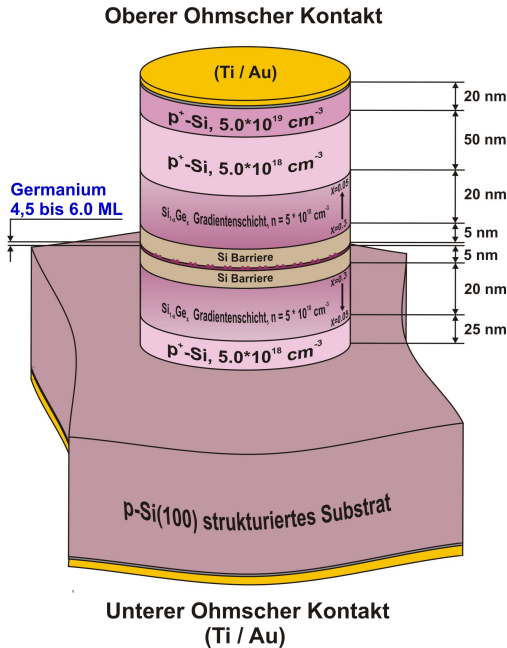


Abbildung 5.3:

Schematischer Aufbau der Si/Ge-Heterostrukturen, die auf den vorstrukturierten (100)-orientierten Si-Substraten gewachsen wurden. Die Schichtdicke des Ge-Films, der zwischen zwei Si-Tunnelbarrieren eingebettet ist, beträgt 4,5 ML für die Heterostruktur S058, 5,3 ML für S023 und 6,0 ML für S050. Ein Farbübergang in $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Gradientenschichten bezeichnet eine Änderung des Ge-Anteils in der $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Legierung.

nötig, um das Risiko zu minimieren, dass sich die Höhe der Ge-Inseln beim Aufwachsen der Si-Tunnelbarriere verringert [151]. Auch die Möglichkeit einer Vermischung von Si- und Ge-Schichten bedingte die Wahl von T_{sub} [151, 152].

Beim Wachstum der Germaniumschicht wurde T_{sub} während der Abscheidung der ersten Monolagen kontinuierlich erhöht, bis $T_{\text{sub}} = 470 \text{ °C}$ erreicht wurde. Danach wurde Ge bei dieser konstanten Temperatur abgeschieden, bis die erforderliche Schichtdicke gewachsen war. Die T_{sub} -Werte für die darauf gewachsenen Ge-Schichten sind durch die Eigenschaften der Vorstrukturierung und durch die folgende Forderung an die Inselbildung bestimmt: die Inseln sollen idealerweise ausschließlich oberhalb der Vertiefungen wachsen. Ist die Wachstumstemperatur zu klein, ist die Oberflächendiffusion der ad-Atome von Germanium zu gering, und Ge-Inseln nukleieren auf der Oberfläche des

5. Probenherstellung und experimentelle Techniken

Wafers nicht nur in den Vertiefungen, sondern fast überall. Zu hohe Temperaturen führen zu einer nicht ausreichenden Inselbildung, d. h. in einigen Vertiefungen werden keine Inseln entstehen. Geringe Wachstumstemperaturen können jedoch kompensiert werden, indem man die Periode der vorstrukturierten Vertiefungen reduziert. Dann können die Vertiefungen auch bei geringen Wachstumstemperaturen mit Ge-Inseln komplett zugewachsen werden [150].

Die Schichtfolge der Heterostrukturen dieser Serie beginnt mit einer hoch Bor-dotierten Si-Pufferschicht ($N_B = 5,0 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$). Allerdings ist diese Pufferschicht wesentlich dünner im Vergleich zu Proben mit glatten Substratoberflächen: die Schichtdicke des Pufferfilms beträgt hier nur 25 nm. Der Puffer reduziert einerseits die Oberflächenrauigkeit des Substrates sowie Beschädigungen der Substratoberfläche, die durch eine RIE-Verarbeitung entstanden sind. Andererseits modifiziert er die Morphologie des in das Substrat geätzten Interferenzmusters [150]. Eine optimale Puffer-Schichtdicke ist ihrerseits vom Vorstrukturierungsmuster des Substrates abhängig und kann für die Proben mit einer unterschiedlichen Periodizität sowie unterschiedlicher Form und Größe der Vertiefungen stark variieren.

Dem Si-Puffer folgt die erste $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Kontaktschicht. Im Gegensatz zu den Proben aus dem vorherigen Abschnitt 5.1 wurde auch diese Epitaxieschicht ebenso hoch dotiert (mit gleicher Bor Konzentration $N_B = 5,0 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$). Die Schichtdicke der Kontaktschicht ist durch die Vorstrukturierung des Substrates bestimmt: sie beeinflusst sehr stark die Nukleation der Inseln im nachfolgenden Ge-Film. Da eine undotierte Si-Tunnelbarriere unmittelbar der hoch dotierten $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Kontaktschicht folgt, d. h. es keine trennende undotierte Spacer-Schicht zwischen den beiden Epitaxieschichten gibt, ist die Wahrscheinlichkeit einer unabsichtlichen Diffusion der Dotieratome aus der Kontaktschicht in die Tunnelbarrieren wesentlich höher als für Heterostrukturen mit glatten Substraten aus dem vorherigen Abschnitt 5.1, in denen die $\text{Si}_{0.7}\text{Ge}_{0.3}$ -Schichten undotiert sind. Ein anderer entscheidender Unterschied der hier beschriebenen Kontaktschicht zu $\text{Si}_{0.7}\text{Ge}_{0.3}$ -Schichten der Wafer

5.2. Si/Ge-Heterostrukturen auf Substraten mit einer strukturierten Oberfläche

aus dem Abschnitt 5.1 liegt in der Anwendung einer räumlich kontinuierlich variierenden Ge-Konzentration, d.h. einer sog. *Gradientenschicht* (engl. *compositionally graded layer*). Die Einführung einer Gradientenschicht in eine Heterostruktur, die aus gitterfehlangepassten Materialien gezüchtet ist, kann die Dichte der beim Wachstum entstandenen Versetzungen effektiv mindern [153] sowie zum Abbau von Verspannungen in den übrigen Epitaxieschichten der Heterostruktur beitragen [154].

Unmittelbar auf die erste $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Gradientenschicht wurde die erste 5 nm dicke Si-Tunnelbarriere abgeschlossen. Als nächstes folgt eine undotierte Germaniumschicht, die, wie oben erwähnt wurde, in allen drei Wafern S058, S023 und S050 unterschiedlich dick ist. Um sich einen Überblick über den Zustand der Ge-Oberfläche zu verschaffen und eine zuverlässige Vorstellung über die räumlichen Eigenschaften der Ge-Schicht zu ermöglichen, wurden zwei Si/Ge Testproben mit jeweils 4,5 und 6,0 ML Ge gezüchtet. Ähnlich wie in den vollständigen Si/Ge-Heterostrukturen wurden vor der Ge-Abscheidung die gleichen Si-Puffer- und $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Kontaktschichten auf die entsprechend vorstrukturierten Si(100)-Substrate gewachsen. Danach wurde der abgeschiedene Ge-Film mit keiner weiteren Epitaxieschicht überwachsen (engl. *uncapped sample*), was eine nachfolgende Untersuchung seiner Oberfläche mit einem Rasterkraftmikroskop ermöglichte. Abbildung 5.4 stellt Teile der Oberfläche der beiden Testproben dar: **a**) die Testprobe mit einer 4,5 ML dicken Ge-Epitaxieschicht, die auf einem durch EUV-IL mit der Dosis von 50 mW/cm^2 vorstrukturierten Substrat gewachsen wurde; **b**) die Testprobe mit 6,0 ML Ge, deren Substrat einer EUV-Bestrahlung mit einer viel höheren Dosis (250 mW/cm^2) unterzogen wurde. Es ist vor allem zu sehen, dass Ge-Inseln auf der Oberfläche der beiden Testproben vorhanden sind. Die SFM-Untersuchungen deuten an, dass die Inseln ausschließlich vom Hut-Cluster-Typ sind: es wurden keine Dome-Cluster auf der Oberfläche der Testproben festgestellt. Die laterale Ausdehnung der Inseln liegt im Bereich von einigen 10 nm, die Höhe typischerweise bei einigen nm. In der Aufnahme der Testprobe mit

5. Probenherstellung und experimentelle Techniken

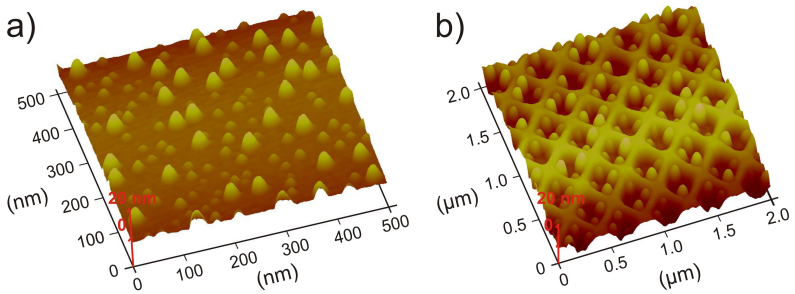


Abbildung 5.4.:

SFM-Aufnahmen der Si/Ge Testproben, deren Wachstum unmittelbar nach der Abscheidung des Ge-Films unterbrochen wurde. a) Probe mit 4,5 ML Ge auf einem vorstrukturierten Si-Substrat, das durch EUV-IL mit einer Bestrahlungsdosis in Höhe von 50 mW/cm^2 prozessiert worden ist. b) Testprobe mit einem obersten Ge-Epitaxialfilm von 6,0 ML. Die EUV-Bestrahlungsdosis für die Prozessierung dieser Probe betrug 250 mW/cm^2 .

4,5 ML Ge (s. Abb. 5.4, a)) ist deutlich zu sehen, dass Quantenpunkte leider nicht nur an den Stellen mit Vertiefungen entstanden sind, sondern auch in den Bereichen dazwischen. Auch eine gewisse Variation der Inselgröße fällt auf dem Bild sofort auf. Die zweite Testprobe (Abb. 5.4, b)), deren Substrat mit einer höheren EUV-Dosis bestrahlt wurde und auf das 6,0 ML Ge abgeschieden wurde, zeigt eine andere Inselbildung. In der SFM-Aufnahme ist gut zu erkennen, dass sich in diesem Fall bis zu vier Inseln pro Vertiefung bilden und dass die Inseln ausschließlich an den bevorzugten dreifachen Kreuzpunkten der Seitenwände mit den flachen (001)-orientierten Boden-Facetten nukleieren.

Trotz einer niedrigen Abscheidungstemperatur der Germaniumschicht kommt es zu einer verspannungs- und temperaturbedingten Vermischung [152, 155, 156] des Germaniums mit Silizium der ersten Barriere. Dies führt zur Bildung einer $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Legierung mit einer nicht homogenen und ungleichmäßigen Ge-Verteilung im Volumen der Quantenpunkte [151]. Frühere Photolumineszenz- sowie Röntgendiffraktion-

5.3. (Al, In) GaAs-Heterostrukturen und vertikale kreisförmige Quantenpunkte

Untersuchungen einer Reihe von ähnlich gewachsenen Si/Ge-Strukturen lassen eine mittlere Konzentration von Ge in der $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Legierung der Quantenpunkte dieser Proben in Höhe von 50 % annehmen.

In den vollständigen Si/Ge-Heterostrukturen S058, S023 und S050 bedeckt eine zweite Si-Tunnelbarriere mit einer Schichtdicke von 5 nm die vorangehende Ge-Schicht. Der zweiten Tunnelbarriere folgt eine zweite $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Kontaktschicht mit gleichen Parametern, wie die der ersten $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Schicht. Diese $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Schicht ist wiederum mit einer hoch dotierten Si-Deckschicht überwachsen, die aus zwei unterschiedlich dotierten Bereichen besteht (s. Abb. 5.3).

An dieser Stelle muss noch erwähnt werden, dass eine solche Strukturierung der Substratoberfläche die Eigenschaften der Grenzflächen zwischen Epitaxieschichten drastisch verändert: die Grenzflächen sind nicht mehr glatt und planar, wie in typischen Heterostrukturen, sondern besitzen ein sehr kompliziertes Profil. Eine solche Grenzflächen-Modifizierung beeinflusst sehr stark den vertikalen Ladungstransport durch die Grenzflächen, was in den IV-Kennlinien der vertikalen Resonanztunnelioden, die aus den solchen Heterostrukturen hergestellt sind, gut erkennbar ist.

5.3. (Al, In) GaAs-Heterostrukturen und vertikale kreisförmige Quantenpunkte

In diesem Abschnitt werden zwei (Al, In) GaAs-Doppelbarrieren-Heterostrukturen kurz vorgestellt, aus denen kreisförmige vertikale Gate-gesteuerte Quantenpunkte hergestellt wurden und im Rahmen der vorgelegten Arbeit untersucht werden. Diese Heterostrukturen sind im Laboratorium für Nanoelektronik und Spintronik am Forschungsinstitut für Elektrische Kommunikation, Tohoku Universität, Japan, mittels MBE-Verfahrens gezüchtet worden, wo auch die Herstellung der weiter beschriebenen Quantenpunkte erfolgte. Abbildung 5.5 stellt die Schichtfolge einer (Al, In) GaAs-Heterostruktur (im Weiteren VL1007 bezeichnet)

5. Probenherstellung und experimentelle Techniken

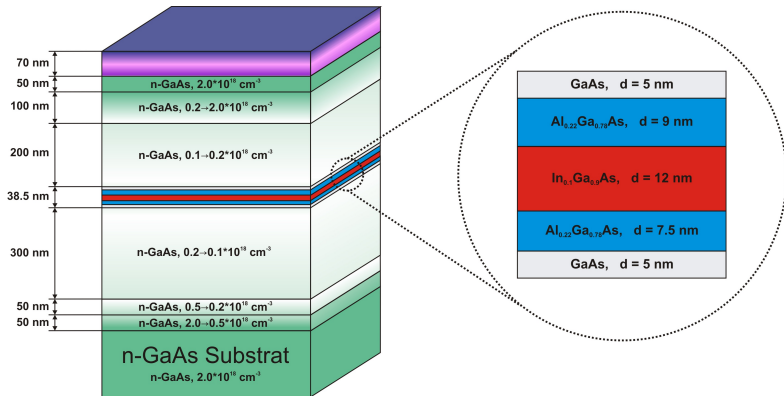


Abbildung 5.5.:

Schematische Darstellung der Schichtfolge in der Doppelbarrieren- $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As} / \text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ -Heterostruktur VL1007.

schematisch dar.

Die erwähnte Heterostruktur wurde auf einem (001)-orientierten n^+ -dotierten GaAs-Substrat gewachsen. Zuerst wurde eine dreilagige Si-dotierte Kontaktschicht mit einer stufenweise variierenden Dotierung von $N_{\text{Si}} = 2,0 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ bis $0,1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ unmittelbar auf das Substrat bei $T_{\text{sub}} = 580 \text{ }^\circ\text{C}$ abgeschieden (s. Abb. 5.5). Den eigentlichen Doppelbarrieren-Bereich bilden eine undotierte, 12 nm dicke $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ -Epitaxieschicht, die die Funktion eines Quantentopfes erfüllt, und zwei undotierte $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ -Tunnelbarrieren, von denen die untere (vom Substrat betrachtet) 7,5 nm und die obere 9,0 nm dick ist. Der Barrierenbereich ist wiederum zwischen zwei undotierten jeweils 5,0 nm dicken GaAs-Spacern eingebettet. Die beiden Spacer sowie der Barrierenbereich wurden bei $T_{\text{sub}} = 510 \text{ }^\circ\text{C}$ abgeschieden. Der obere GaAs-Spacer wurde mit einer zweiten dreilagigen Kontaktschicht, die allerdings 50 nm dünner als die erste Kontaktschicht ist, bei konstanter $T_{\text{sub}} = 510 \text{ }^\circ\text{C}$ überwachsen. Um einen nicht einlegierten ohmschen Kontakt zum Barrierenbereich herzustellen, wurde eine 70 nm dicke

5.3. (Al, In) GaAs-Heterostrukturen und vertikale kreisförmige Quantenpunkte

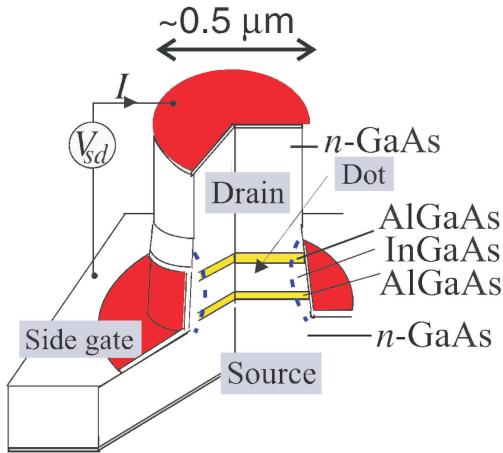


Abbildung 5.6:

Schematische Darstellung eines vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts hergestellt aus einer $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ -Heterostruktur. Das Bild ist aus [28] entnommen.

Abfolge von δ -dotierten $n\text{-In}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$ -Filmen gezüchtet.

Aus der vorgestellten Heterostruktur VL1007 wurde eine Reihe von kreisförmigen vertikalen Quantenpunkten mit seitlichen Steuerelektroden (Seiten-Gate) hergestellt, deren Aufbau und Funktionalität ähnlich dem in Ref. [28, 29] beschriebenen spannungsgesteuerten (oder Gate-gesteuerten) Quantenpunkt (engl. *gated quantum dot*) ist. Auf die Einzelheiten der Herstellung der Quantenpunkte wird hier nicht eingegangen. Der geometrische Durchmesser der Quantenpunkte betrug ca. 500 nm, 600 nm und 700 nm. Ein schematischer Aufbau eines solchen Quantenpunkts ist in Abbildung 5.6 dargestellt.

Der Quantenpunkt besitzt drei Kontakte: (i) *Drain* (engl. für *Senke*), (ii) *Source* (engl. für *Quelle*) und (iii) *Seiten-Gate* (für engl. *Side Gate*). Die Source- sowie Drain-Kontakte der untersuchten Quantenpunkte bilden n -dotierte GaAs-Bereiche, die vom Doppelbarrieren-Bereich durch zwei undotierte GaAs-Spacer getrennt sind. Obere und untere ohmsche Leitkontakte sind aus den aufgedampften Titan / Gold-Schichten formiert. Die ringförmigen metallischen (ebenso Ti/Au) Seiten-Gate-Kontakte wurden unmittelbar an die Seiten der geätzten Mesa so bedampft, dass das Gate den Doppelbarrieren-Bereich komplett schließt.

5. Probenherstellung und experimentelle Techniken

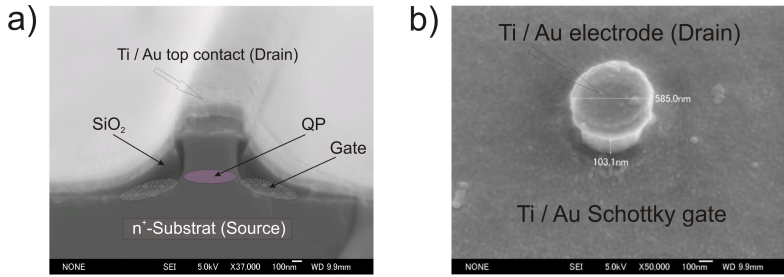


Abbildung 5.7.:

SEM-Aufnahmen von:

- a) einem Schnitt durch eine $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ „test wire mesa“; b) einer kreisförmigen „Dummy“-Mesa. Die Abkürzung *QP* steht für Quantenpunkt, der im $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ -Quantentopf entsteht; *Gate* bezeichnet das Ti/Au-Schottky-Seiten-Gate.

Die zusammengebrachten *n*-dotierten Halbleiter-Mesas und die metallischen Gates bilden sog. *Schottky-Gates*. Durch Umverteilung von Ladungsträgern, die bei der Bildung eines Schottky-Kontakts stattfindet, entsteht im Gleichgewicht in dem zum Metall angrenzenden *n*-Halbleiter eine Leitungselektronen-arme Verarmungsschicht. Da die Verarmungsschicht sich effektiv in den Doppelbarrieren-Bereich ausbreitet (s. Abb. 5.6), ermöglicht das Anlegen einer entsprechenden Spannung an das Gate eine Variation der Eindringtiefe der Verarmung in die Barrieren und vor allem in den Quantentopf des Devices. Damit wird der Querschnitt eines Leitkanals durch den $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ -Quantenpunkt-Bereich von der Gate-Spannung abhängig. Daher bietet die Gate-Elektrode eine Möglichkeit, den Stromfluss zwischen Drain und Source gezielt zu steuern.

Um die tatsächliche Struktur der Proben mittels SEM⁴ zu untersuchen, wurde eine lange, ausgedehnte Mesa, sog. (engl.) „test wire mesa“ [24] hergestellt (s. Abb. 5.7, a), weil es kaum möglich ist, einen Schnitt

⁴(SEM) Abkürzung für (engl.) Scanning Electron Microscopy

5.3. (Al, In) GaAs-Heterostrukturen und vertikale kreisförmige Quantenpunkte

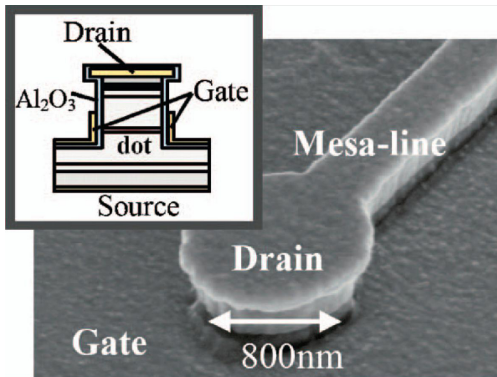


Abbildung 5.8:

SEM-Aufnahme eines vertikalen kreisförmigen Quantenpunkt-Devices mit einer Al_2O_3 isolierenden Schicht. Die Einfügung zeigt schematischer Aufbau des Devices. Bild entnommen aus [157].

aus einem vertikalen kreisförmigen Quantenpunkt zur SEM-Ablichtung vorzubereiten. Abb. 5.7, b) stellt eine SEM-Aufnahme eines „Dummy“-Quantenpunktes mit einem Durchmesser von ca. 600 nm dar.

Eine zweite $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As} / \text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ -Heterostruktur (im Folgenden ML7No1 bezeichnet), die zur Verfügung stand, hat einen ähnlichen Aufbau wie VL1007 allerdings mit einigen entscheidenden Unterschieden. Wegen der zuvor erwähnten Ähnlichkeit der beiden Heterostrukturen wird hier auf eine gesonderte Abbildung der ML7No1-Schichtfolge verzichtet.

Ein wie in VL1007 undotierter, 12 nm dicker $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ -Epitaxiefilm bildet den Quantentopf der Struktur. Er ist diesmal zwischen zwei symmetrischen, 6 nm dicken Tunnelbarrieren aus $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ eingebettet. Zwei undotierte, 3 nm dicke GaAs-Spacer trennen den Doppelbarrieren-Bereich von den nachfolgenden n -dotierten, 100 nm dicken oberen und unteren Kontakten ($N_{Si} = 3,0 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$). Die Struktur ML7No1 wurde auch auf einem (001)-orientierten n^+ -dotierten GaAs-Substrat gewachsen. Eine mehrlagige, hoch dotierte ohmsche Kontaktschicht vollendet die Heterostruktur.

Aus der zuletzt beschriebenen Probe ML7No1 wurde ebenso eine Gruppe von vertikalen Quantenpunkt-Bauelementen mit drei elektrischen Kontakten hergestellt. Die Mesas, die jeweils aus einem vertikalen



5. Probenherstellung und experimentelle Techniken

len kreisförmigen Quantenpunkt mit einem Durchmesser von 450, 550, 650 und 750 nm sowie einer Mesa-Leitbahn (engl. *mesa-line*) bestehen, wurden mittels RIE-Verfahrens geformt. Die Mesa-Leitbahn erfüllt die Funktion eines zuführenden Kontakts (bezeichnet als Drain), der am oberen Teil des Quantenpunktes angebracht ist.

Um den Quantenpunkt vom Seiten-Gate-Kontakt zu trennen, wurde eine isolierende Al_2O_3 -Schicht abgeschieden. Der Au/Cr-Gate-Kontakt wurde durch Vakuum-Aufdampfen angebracht. Weitere Einzelheiten zum Herstellungsverfahren solcher Proben können der Ref. [157] entnommen werden. Abbildung 5.8 zeigt eine SEM-Aufnahme eines ähnlich prozessierten vertikalen Quantenpunkt-Bauelements sowie eine schematische Darstellung seines Schnittes.

Zum Abschluss der Beschreibung der verwendeten (Al, In) GaAs-Heterostrukturen wird hier noch ergänzt, dass eine 2D-Elektronendichte n_e^{2D} der $\text{In}_{0,1}\text{Ga}_{0,9}\text{As}$ -Quantentöpfe aus den Shubnikov-de Haas Oszillationen in Magnetotransport-Untersuchungen an den explizit für diese Zwecke hergestellten $10\ \mu\text{m}$ resonanten Tunneldioden bestimmt wurde. Sie betrug $n_e^{2D} = 0,8 \times 10^{11}\ \text{cm}^{-2}$ für die Probe VL1007 und $2,1 \times 10^{11}\ \text{cm}^{-2}$ für ML7No1 [158].

5.4. Präparation vertikaler Tunneldioden

Dieser Abschnitt wird der Prozessierung von vertikalen Tunneldioden aus Si/Ge-Heterostrukturen gewidmet, die in den vorherigen Abschnitten 5.1 und 5.2 beschrieben wurden. Die Herstellung der untersuchten Dioden wurde unter Anwendung von einem isotropen nasschemischen Ätzverfahren durchgeführt. Da die Einzelheiten dieses Verfahrens sehr detailliert in vielen Veröffentlichungen beschrieben sind (siehe z. B. Ref. [127, 159–161]), wird hier darauf nur kurz eingegangen.

Zuerst wurden aus den zu untersuchenden Heterostrukturen (S1324, S1456 usw.) quadratische Teilstücke von etwa $4 \times 4\ \text{mm}^2$ Größe mit Hilfe eines speziellen Diamantritzers abgespalten. Nach einer Vorbehandlung, die eine Probenreinigung in einem Aceton-Ultraschallbad, Ab-

spülen im Isopropanol und die anschließende Trocknung durch Abblasen mit einer Stickstoffgas-Strömung vorsieht, wurden die Probenstücke in eine UNIVEX 350 Labor-Aufdampfanlage zu einer nachfolgenden ganzflächigen Rückseitenmetallisierung zur Erzeugung einer Metallschicht für spätere elektrische Kontaktierung eingebaut. Als Verdampfungsquelle stand eine TELEMARK Elektronenstrahlkanone mit insgesamt sechs Tiegeln zur Verfügung. Die Anwendung vom Elektronenstrahlverdampfen ermöglicht es eine, im Vergleich zur thermischen Aufdampfung sehr genaue Abscheiderate zu erzielen und damit Metallschichten hoher Schichtdickengleichmäßigkeit zu erzeugen. Als erstes wurde eine ca. 20 nm dicke haftvermittelnde Titanschicht auf die ungeschliffene Rückseite der Waferstücke aufgedampft. Danach folgte eine etwa 180 nm dicke Goldschicht.

Des Weiteren sollte nun die Strukturierung der Proben (Erzeugung der Mesas) durch einen Lift-off-Prozess erzielt werden. Dieses Verfahren sieht zuerst die Belackung der Teilstücke der Wafer mit einem Photolack vor (Aufbringen einer Maskenschicht). Dann muss eine Belichtung der Maskenschicht an bestimmten Stellen zur Erzielung einer Ätzmaskenstruktur durchgeführt werden. Eine nachfolgende Entwicklung der belichteten Struktur ergibt Maskenöffnungen. Durch eine ganzflächige Beschichtung der Maskenschicht mit einer sog. *Funktionsschicht* werden die Ätzmasken erzeugt. Eine anschließende Entfernung (Lift-off oder Liften) von Maskenschicht zusammen mit abgelösten Elementen der Funktionsschicht durch Auflösung der Maskenschicht in einem Lösungsmittel vollendet das Verfahren. Dabei bleibt das Funktionsschichtmaterial ausschließlich in den vorbestimmten Maskenöffnungen.

Die Ätzmasken für die Mesa-Herstellung wurden unter Anwendung von Elektronenstrahlithographie [160] prozessiert. Dafür wurde eine etwa 2 μm dicke Schichtfolge aus zwei aufeinander aufgetragenen Schichten von zwei unterschiedlichen positiven Photolacken (oder Resisten) auf die polierte Seite der Waferstücke mittels Schleuderbeschichtung gebracht (d. h. Lackverteilung über die gesamte Probenfläche durch eine rasche Rotation der Probenstücke auf einer Lackschleuder). Jede Lack-

5. Probenherstellung und experimentelle Techniken

schicht wurde sofort nach dem Auftragen durch Ausbacken bei 180 °C auf einer Heizplatte ausgehärtet. Als erste Lackschicht wurde eine 10 %-ige Lösung von „NANOTM MMA (8.5) MAA Copolimer Resist in Ethyllactat“ aufgetragen und ausgehärtet. Danach wurde eine 2 %-ige Lösung von NANOTM 950 PMMA⁵ A8 Photolack in Anisol eingesetzt. Dabei sollte der PMMA-Photolackschicht die Strahlaufweitung in der Copolimer-Resistschicht während der Bestrahlung vermindern (den sog. Proximity-Effekt [160] reduzieren), um möglichst steile Strukturflanken im Resist zu ermöglichen. Allerdings ist ein geringer Proximity-Effekt doch erwünscht, da dadurch eine nachfolgende Entfernung des Lackes mittels Lift-off in einem organischen Lösungsmittel erleichtert wird.

Die Belichtung der gewünschten Maskenöffnungen wurde am Rasterelektronenmikroskop Leo 1530 durchgeführt. Typischerweise waren die Ätzmasken quadratisch oder kreisförmig. Der Durchmesser bzw. die Seitenlängen der entsprechenden Öffnungen betrug hauptsächlich 1 bis 2 µm. Es gab auch Proben mit Ätzmasken-Durchmesser von bis zu 10 µm.

Nach der Entwicklung der bestrahlten Strukturen in einem Gemisch aus MIBK⁶ und Isopropanol im Verhältnis 1:3 wurde auf die Probenstücke eine Ti/Au-Kombination mit einer ähnlichen Schichtdicke, wie die der Rückseitenkontakte, aufgedampft. Anschließendes Liften der Maskenschicht im Aceton-Bad legt die Ätzmasken frei und ermöglicht den Übergang zum nächsten Technologieschritt: dem nasschemischen Ätzen. Vorher wurde aber noch das Einlegieren der Kontakte ausgeführt. Um möglichst niederohmige elektrische Leitkontakte zwischen dem Halbleiter und der darauf abgeschiedenen metallischen Schicht zu erzeugen, wurden die Teilstücke der Wafer (mit den aufgedampften Masken und Rückseitenkontakten) unter Formiergas-Atmosphäre bei $T = 310\text{ °C}$ in einem Annealing-Ofen einlegiert.

Für das Nassätzverfahren wurde eine Mischung aus Flußsäure (HF) und Salpetersäure (HNO₃) vorbereitet. Bei diesem Ätzverfahren wird

⁵(PMMA) Abkürzung für **Polymethylmethacrylat**

⁶(MIBK) Abkürzung für **Methylisobutylketon**

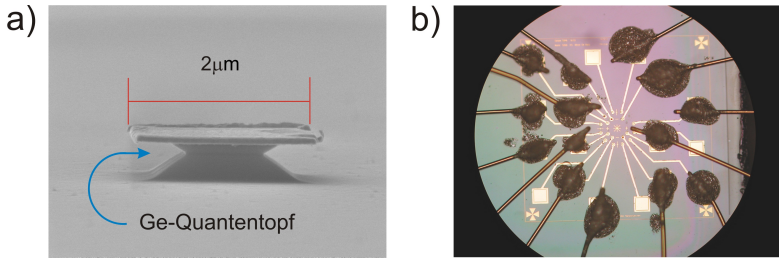


Abbildung 5.9.:

a) SEM-Aufnahme einer quadratischen Mesa, die aus der Heterostruktur S1324 erzielt wurde. b) Lichtmikroskopaufnahme einer fertigen Si/Ge-Probe mit mehreren kontaktierten Tunneldioden.

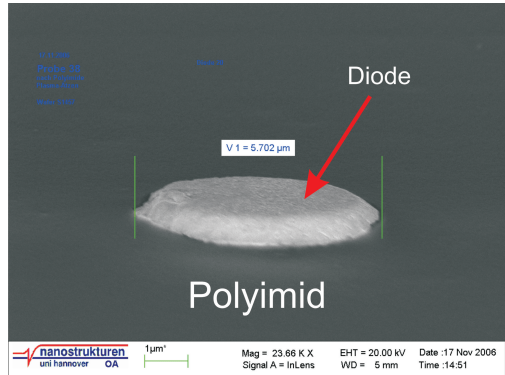
das abzutragende Halbleitermaterial in eine flüssige Phase überführt, d. h. Metalle und Halbleiter werden durch die Ätzbäder in Kationen bzw. lösliche Koordinationsverbindungen ihrer Kationen überführt. Die bereits erwähnte Säurelösung ätzt Si und Ge isotrop, was eine etwa gleiche lokale Abtragegeschwindigkeit in allen Raumrichtungen vorsieht (bei einem ideal isotropen Ätzen ist der Materialabtrag in lateraler und vertikaler Richtung exakt gleich). Daher werden die Maskenkanten genauso weit unterschritten (Unterätzung der Maskenkanten), wie Schichtmaterial in der Tiefe abgetragen wird. Deshalb korreliert die erreichbare minimale Strukturbreite streng mit der Ätztiefe [160]. Diese Besonderheit des isotropen Ätzens ermöglicht eine Herstellung von Mesas, deren Durchmesser wesentlich kleiner als der Durchmesser der Ätzmasksen ist. Allerdings sind die Aspektverhältnisse (das Verhältnis aus der Tiefe bzw. Höhe einer Struktur zu ihrer kleinsten lateralen Ausdehnung) nicht besonders gut reproduzierbar, da die dabei erreichbaren Strukturbreiten sehr sensibel auf die Prozessführung reagieren. Wegen der Unterätzung sind die geätzte Mesas keine erhobenen zylindrischen Säulen, sondern eher kleine Pilze (s. Abb. 5.9, a)).

Da die Fläche der oberen Kontakte (bzw. Ätzmasksen) der Mesas nur

5. Probenherstellung und experimentelle Techniken

Abbildung 5.10:

SEM-Aufnahme des oberen Ohmschen Kontakts einer resonanten Tunneldiode nach dem Freilegen des Polyimids. Nun kann ein metallischer Vorderseitenkontakt einer wesentlich größeren Fläche auf die freigelegte Diode aufgedampft werden, zu dem eine elektrische Kontaktierung für eine Spannungszufuhr erfolgen kann.



einige μm^2 groß sind und daher zu einem direkten Bonden nicht geeignet sind, muss ihre Fläche künstlich mehrfach vergrößert werden, um die elektrische Kontaktierung der erzielten Mesas zu ermöglichen. Die Vorbereitung der Proben zur anschließenden Kontaktierung fordert die Durchführung von mehreren technologischen Schritten. Zuerst wurde die sog. *Planarisierung* durchgeführt. Dieses Verfahren sieht das Auftragen einer Polyimid-Schicht⁷ auf die Probenoberfläche mittels Schleuderbeschichtung mit anschließendem Ausbacken zur Erzeugung einer isolierenden Schicht und mechanischen Stabilisierung der Mesas vor. Da die Polyimid-Schicht die Oberfläche des Waferstücks komplett abdeckt und daher die Mesas in dieser Schicht vollkommen eingebettet sind, ist ein weiterer Technologieschritt erforderlich, nämlich, ein Freilegen der Kontakte im Sauerstoffplasma. Dieser Schritt sieht das Abtragen des Polyimids oberhalb der Mesas bis zum Freilegen ihrer oberen Kontakte vor (s. Abb. 5.10). Nach dem Freilegen der Kontakte wurden wieder mittels Lift-off-Verfahrens die Vorderseitenkontakte hergestellt, d. h. es wurden Ti/Au-Kontakte von etwa $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ Größe mit Leiterbahnen, die zu den Mesas führen, direkt auf die Polyimid-Oberfläche aufgedampft.

Grundsätzlich sind jetzt die Proben für eine elektrische Kontaktierung

⁷Polyimide PI-2556, Hersteller HD MicroSystems

vorbereitet. Allerdings haben die Testmessungen an einigen von den auf diese Art und Weise vorbereiteten Proben gezeigt, dass nach mehrmaligem Abkühlen und Aufwärmen der Proben das Polyimid sich stellenweise von der Probenoberfläche ablöste, was oft zur Unterbrechung der Leiterbahnen oder Kontaktstörungen zwischen Mesa und Metallisierungsschicht führte. Es wurde festgestellt, dass wenn die Proben mit einer zusätzlichen, schützenden Resistschicht bedeckt wurden, das Polyimid an der Probenoberfläche wesentlich besser haftet. Um den ausgehärteten Polyimid-Film mechanisch zu stabilisieren sowie das Kontaktieren der Goldabgriffe wesentlich zu erleichtern, wurde die Präparation der Proben noch mit einem Technologieschritt ergänzt, in dem die Proben noch einmal mit Copolymer-Resist bedeckt wurden, dann etwa $80 \times 80 \mu\text{m}^2$ große Kontaktfenster am SEM belichtet und anschließend entwickelt wurden, um die Oberfläche der goldenen Kontakte für eine elektrische Kontaktierung freizulegen.

Als Nächstes erfolgte das Einkleben der prozessierten Probe mit Leitsilberlack in einen Chipträger, der über 20 Leitkontakte verfügt. Die Kontaktierung der Probe zum Chipträger erfolgte zuerst durch Bonden von goldenen Drähten zu den Chipträger-Kontakten. Das Bonden der Drähte zu den Kontakten an der Probe wurde wegen der Gefahr, die Kontakte zu beschädigen, vermieden. Stattdessen wurde die Kontaktierung manuell unter Anwendung von silbergefülltem, elektrisch leitendem Beschichtungsmittel Elecolit[®] 3005 ausgeführt.

Abbildung 5.9, b) zeigt eine Aufnahme einer fertigen Probe (Bereich mit den Mesas im Zentrum, Leitbahnen zu Kontaktstellen, und die Kontaktstellen, die durch das aufgetragene Elecolit[®] mit den entsprechenden goldenen Drähten in einem elektrischen Kontakt sind). Der Chipträger ist auf dem Bild nicht zu sehen.

Mit dem zuletzt beschriebenen technologischen Schritt ist nun die Vorbereitung der Probe mit vertikalen resonanten Tunneldioden komplett abgeschlossen, die Probe ist für Untersuchungen bereit.

5.5. Kryogen-technische Ausstattung

Die in den nachfolgenden Kapiteln beschriebenen Magnetotransportexperimente wurden bei extrem tiefen Temperaturen durchgeführt. Tiefe Temperaturen sind einerseits notwendig, um die Besonderheiten des resonanten Tunnelns in niederdimensionalen Systemen messen zu können. Andererseits sind sie bei der Erzeugung sehr hohen Feldstärken eines statischen Magnetfeldes unersetzlich, die für die Untersuchungen einer möglichen Einwirkung des Feldes auf die Ladungstransporteigenschaften der Proben erforderlich sind.

Die Messungen wurden in einem KelvinoxTLM Kryostat von der Firma Oxford Instruments gemacht. Dieser Kryostat gehört zu den sog. Verdünnungskryostaten, deren Kernstück ein $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Kreislauf bildet [162]. Dieses Kryosystem ermöglicht Untersuchungen von elektro-physikalischen Eigenschaften der Proben im Temperaturbereich von einer Basistemperatur $T_{\text{base}} \approx 10$ mK bis zu etwa 1 K. Der Kryostat ist mit einer supraleitenden Magnetspule ausgerüstet (s. Abb. 5.11), die sich im Heliumbad befindet und eine maximal erreichbare magnetische Flussdichte B am Ort der Probe von 18 T im normalen Betrieb (bei einer Magnettemperatur T_{coil} von 4,2 K) und bis 20 T unter Anwendung der Lambda-Stufe (beim Abkühlen des Magneten auf $T_{\text{coil}} \approx 2,2$ K) bereitstellt. Der Einsatz eines speziellen Drehprobenstabs mit einem Rotationsmechanismus macht eine Umorientierung der Probe im Magnetfeld durch die Drehung der Probe möglich. Damit wurde eine Untersuchung der Auswirkung von B auf den elektrischen Strom durch vertikale resonante Tunnelstrukturen bei verschiedenen Winkeleinstellungen zwischen der Feldrichtung und der Probenoberfläche ohne Ausbauen der Probe (und daher ohne Änderung ihres Zustandes) ermöglicht.

5.6. Messtechnik

Die zuvor in Abschnitten 5.3 und 5.4 dargestellten vertikalen Tunnelstrukturen in Mikrometer- und Submikrometer-Größe, die aus Si/Ge-

sowie (Al, In) GaAs-Doppelbarrieren-Heterostrukturen präpariert wurden, sind sowohl mit zwei (Si/Ge-Resonanztunneln) als auch mit drei ($\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As} / \text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ kreisförmige Quantenpunkte) elektrischen Kontakten hergestellt worden. Die meist verbreitete Methode der Untersuchung solcher vertikaler Tunnelstrukturen ist eine Messung der einfachen Strom-Spannungs-Kennlinien (IV-Kennlinien bzw. IV-Charakteristiken) [3, 16, 163–167]. Trotz der Einfachheit dieser Untersuchungsmethode ist sie für eine Erforschung der Energiezustände in einer jeweiligen Tunnelstruktur gut geeignet [17, 168–170]. Sie stellt eine Form der Leitwert-Spektroskopie dar, weil das Tunneln durch eine vertikale Struktur jedes Mal zunehmen wird, wenn bei einer Variation der angelegten Vorspannung ein energetisches Niveau, in einer zwischen den Tunnelbarrieren eingebetteten Region dieser Tunnelstruktur (Quantentopf, Quantenpunkt usw.), an das Fermi-Niveau einer ihrer Kontakte angepasst wird.

Für Untersuchungen der Ladungstransporteigenschaften der in dieser Arbeit diskutierten Proben wurde die Magnetotunnelspektroskopie [171–176] in einer Zwei-Punkt-Messtechnik eingesetzt. Die Zwei-Punkt-Messmethode sieht vor, dass die gleichen Probenkontakte sowohl zum Abgreifen der Spannung als auch zum Stromfluss verwendet werden.

Der Vorteil der Anwendung der Magnetotunnelspektroskopie zur Untersuchung diverser Tunnelstrukturen besteht darin, dass diese ein nicht-invasives und zerstörungsfreies Prüfverfahren ihres Elektronen- sowie Lochspektrums, Abbildung von Wellenfunktionen, usw. ist. Diese Methode nutzt die Einwirkung der klassischen Lorentz-Kraft auf tunnelnde Ladungsträger aus. Wenn ein homogenes Magnetfeld \vec{B} parallel zu Grenzflächen einer Heterostruktur gerichtet ist, lenkt das Feld \vec{B}_{\parallel} die Ladungsträger bei einem vertikalen Ladungstransport ($\vec{I} \perp \vec{B}_{\parallel}$) über die Heterogrenzen ab. Als Folge ändert sich der Wellenvektor \vec{k} , sodass seine transversale Komponente k_{\perp} (d. h. in die Transportrichtung) sich verringert, die laterale Komponente k_{\parallel} hingegen einen zusätzlichen lateralen Wellenvektor k_{\parallel}^+ erhält [172]:

5. Probenherstellung und experimentelle Techniken

$$k_{\parallel}^+ = \frac{e B_{\parallel} \Delta s}{\hbar}. \quad (5.1)$$

Dabei bezeichnet Δs den mittleren Abstand in Transportrichtung, den ein Ladungsträger beim Tunneln von einem Kontakt in einen Quantentopf überwindet. Da k_{\parallel} beim resonanten Tunneln erhalten bleiben muss (hier wird angenommen, dass die Ladungsträger durch die Barrieren ohne Streuung tunneln), führt dies zu einer entsprechenden Erhöhung der Energie des Quantentopf-Zustandes (Resonanzenergie), um die Änderung von k_{\parallel} auszugleichen. Die Erhöhung der Resonanzenergie zeigt sich durch eine Verschiebung der Resonanzposition in der *IV*-Kennlinie des Bauelements. Die erzeugte Verschiebung ist proportional zu einem Quotient B_{\parallel}^2 / m^* [177], wobei m^* die effektive Masse der Ladungsträger ist. Die oben erwähnte Abhängigkeit der Resonanzverschiebung von der effektiven Masse der Ladungsträger ermöglicht eine klare Unterscheidung zwischen HH- und LH-Resonanzen beim Betrachten des resonanten Lochtransports [178–181]. Ein homogenes Magnetfeld \vec{B}_{\perp} , das senkrecht zu den Heteroübergängen angelegt wird (d. h. $\vec{I} \parallel \vec{B}_{\perp}$), beeinflusst das resonante Tunneln bei einem vertikalen Ladungstransport kaum [182], d. h. die Spannungsposition der Resonanz bleibt bei variierendem B_{\perp} unverändert.

In Abb. 5.11 ist beispielhaft der verwendete Messaufbau für die Untersuchung einer Tunnelstruktur mit drei Spannungs-Anschlüssen schematisch dargestellt, wobei *S* den *Source*-Anschluss bezeichnet, *D* der *Drain*-Anschluss ist und *G* das *Seiten-Gate* zeigt.

Für die Messungen wurde eine rampenförmige Gleichspannung von einem Synthesizer/Funktionsgenerator von Typ 3325B der Firma Hewlett-Packard (② in Abb. 5.11) an die Proben angelegt und es wurden die Strom-Spannung-Kennlinien (*IV*-Kennlinien oder *IV*-Charakteristiken) computergesteuert aufgenommen. Die Amplitude der Spannung des Generators lag im Bereich von einigen Millivolt bis zu ± 1 V mit einer Anstiegszeit von ca. 2 bis 18 Minuten abhängig vom gewählten

⁸(IVC) Abkürzung für (engl.) **I**nner **V**acuum **C**hamber

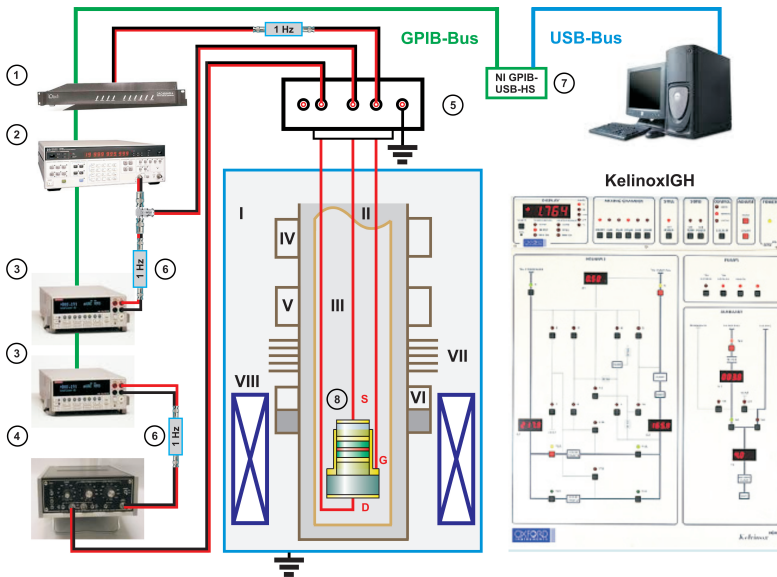


Abbildung 5.11.:

Schematische Darstellung des Messaufbaus für die Durchführung von Magnettransportexperimenten. Die Ziffern bezeichnen folgende Geräte und Baugruppen: ① programmierbarer 16-bit D/A Converter IOtech DAC488HR/4, ② Synthesizer/Funktionsgenerator 3325B von Hewlett-Packard, ③ Multimeter Keithley 2000, ④ Stromverstärker DL 1211 von Firma Ithaco (zurzeit DL Instruments of Ithaca, N.Y), ⑤ Switchboard mit 24 Stück 75 Ohm BNC-Einbaubuchsen, ⑥ 1-Hz-Tiefpassfilter, ⑦ GPIB-Controller für Hi-Speed USB NI GPIB-USB-HS von National Instruments, ⑧ Probe mit drei Spannungs-Anschlüssen: *S* bezeichnet einen Source-Anschluss, *D* steht für den Drain-Anschluss und *G* bedeutet das Seiten-Gate;

Römische Ziffern bezeichnen folgende Kryo-System-Elemente: I) flüssiges ^4He -Bad, II) Vakuumbehälter IVC⁸, III) Probenstab, IV) Kondensator 1,5 K, V) Verdampfer 0,7 K (engl. *Stil*), VI) Mischkammer 0,01 K, VII) Wärmetauscher, VIII) supraleitende Magnetspule. Im rechten Bereich der Abbildung ist die Vorderplatte der Kryo-System-Gassteuerung „KelinoxIGH“ dargestellt.

5. Probenherstellung und experimentelle Techniken

Spannungsbereich. Der HP 3325B steuerte entweder den Vorderseiten- (so, wie in Abb. 5.11 gezeigt) oder Rückseitenkontakt der Probe mit einem rauscharmen und hoch stabilen Signal an. Der Funktionsgenerator wurde nicht unmittelbar über einen Push-pull Rundsteckverbinder (*Fischer Connector*) an den Probenstab mit einer angebauten Probe (③ in Abb. 5.11) angeschlossen, sondern über ein abgeschirmtes Switchboard (⑤ in Abb. 5.11) mit 24 BNC-Einbaubuchsen, die es ermöglichen, jeden einzelnen Kontakt von einem im Probenstab angebauten Chipträger mit der Probe elektrisch zu kontaktieren. Das Switchboard schließt man zum Probenstab mit einem speziellen abgeschirmten Kabel über einen Durchgangsfiter an, den sog. π -Filter (im Messaufbau nicht gezeigt), der im Fall der Entstehung von parasitären Hochfrequenzpotentialen in äußeren Schaltkreisen und Zuleitungen diese abschneidet.

Die Gleichspannung vom HP 3325B wurde mit einem digitalen Multimeter des Typs Keithley 2000 (③ in Abb. 5.11) gemessen, das parallel zur Probe über einen 1-Hz-Filter (⑥ in Abb. 5.11) angeschlossen ist. Da der Widerstand der untersuchten Proben typischerweise im $M\Omega$ -Bereich liegt, fließt oft ein sehr geringer Gleichstrom durch die Probe, dessen Stärke einige wenige Pico-Ampere nicht übersteigt. Für die Aufzeichnung von solchen kleinen Ströme wurde ein mit der Probe in Reihe geschalteter Stromvorverstärker vom Typ DL 1211 der Firma Ithaco (zurzeit DL Instruments of Ithica, N. Y) verwendet (④ in Abb. 5.11), der einen durch ihn fließenden Gesamtstrom I in eine zu diesem Strom proportionale Spannung umwandelt und verstärkt. Diese Spannung, die am Vorverstärker-Ausgang abgegriffen wird, misst ein anderes Keithley 2000, das ebenfalls über einen 1-Hz-Tiefpass zum DL 1211 angeschlossen ist.

Bei der Untersuchungen von Dreikontakt-Tunnelstrukturen wurde das Seiten-Gate von einem programmierbaren Digital-Analog-Konverter vom Typ IOtech DAC488HR/4 angesteuert (① in Abb. 5.11). Dadurch wurde die Untersuchung des Einflusses der Gate-Spannung auf die Magneto-transporteigenschaften der Proben ermöglicht.

Alle Leitungen zwischen Messgeräten und dem Switchboard sind ab-

geschirmte Koaxialleitungen vom Typ RG58. Als Referenzmasse für den gesamten Messaufbau ist der an einer speziellen Messerde geerdete Kryostat definiert worden. Damit wurde die Bildung von Erdschleifen vermieden, in denen parasitäre Ströme durch veränderliche starke Magnetfelder induziert werden können, die ihrerseits bei der Messung von sehr kleinen Strömen die Messergebnisse beeinflussen können. Um den Einfluss der Netzspannungsschwankungen zu mindern wurden alle Geräte über Trenntrafos betrieben. Alle Geräte (außer DL 1211) wurden mittels GPIB-Bus über einen GPIB-Controller für High-Speed USB vom Typ NI GPIB-USB-HS der Firma National Instruments (⑦ in Abb. 5.11) mit einem Messrechner verbunden. Dadurch wurde ein rechnergesteuertes Ansprechen der Geräte, Auslesen und Speichern der Messdaten durch Ausführung von speziell dafür entwickelten LabVIEW-Messprogrammen umgesetzt.

Zum Abschluss des Abschnitts soll noch erwähnt werden, dass die durchgeführten Transportmessungen keine gleichzeitige Messung der differentiellen Leitfähigkeit $G_d = \frac{dI_{SD}}{dV_{SD}}$ vorgesehen haben, wobei V_{SD} die Spannungsabfall zwischen Source und Drain der Probe bezeichnet. Die differentielle Leitfähigkeit der Proben wurde rechnerisch durch eine Ableitung von experimentellen IV-Kennlinien ermittelt.

5.7. Zusammenfassung

Das vorgestellte Kapitel beschrieb die untersuchten Proben sowie die technologische Schritte für ihre Präparation und die eingesetzte Ausstattung für die durchgeführten Experimente. Die Abschnitte 5.1, 5.2 und 5.3 wurden dem Aufbau der verwendeten Doppelbarrieren-Heterostrukturen gewidmet. Der danach folgende Abschnitt 5.4 stellte die technologischen Schritte vor, die bei der Probenherstellung zum Einsatz kamen. Die Kryotechnik für Tieftemperaturexperimente wurde im Abschnitt 5.5 kompakt präsentiert. Im letzten Abschnitt 5.6 wurde auf den eingesetzten Messaufbau und die Geräte für die elektrischen Transportmessungen eingegangen.

6

Kapitel 6.

Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

Das vorgelegte Kapitel beinhaltet Ergebnisse einer Studie des Ladungsträgertransports durch vertikale Si/Ge-Doppelbarrieren Resonanztunnelnennioden (RTD) mit einem 4,5 ML dicken Germanium-Quantentopf, die sich bei tiefen Temperaturen in einem äußeren homogenen Magnetfeld befinden. Frühere Experimente an ähnlichen Resonanztunnelnennioden haben ergeben [161, 183], dass bei niedrigen Vorspannungen ($V_{SD} \sim \pm 10$ mV) kleine Stromstufen, die im Weiteren als Strommaxima oder Stromresonanzen bezeichnet werden, in den IV-Kennlinien der Dioden zu beobachten sind. Die Stromstufen konnten dem Löchertransport über die einzelnen flachen nulldimensionalen Störstellenzustände im Ge-Quantentopf zugeordnet werden [183].

Hier werden der Einfluss der Orientierung des Magnetfeldes auf die oben erwähnten Stromstufen sowie die Einwirkung des Verspannungsabbaus in den Epitaxieschichten der Proben auf den effektiven g -Faktor der Akzeptorzustände im Ge-Quantentopf untersucht.

Das Kapitel ist wie folgt aufgebaut. Der Abschnitt 6.1 wird einem be-

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

rechneten Verlauf der Valenzbandkante im aktiven Bereich des Wafers S1324 gewidmet. Im nächsten Abschnitt 6.2 wird eine typische Strom-Spannungs-Kennlinie der untersuchten Resonanztunneldiode und ihre erste Ableitung bei $T = 100$ mK ohne ein angelegtes Magnetfeld betrachtet. Der Abschnitt 6.3 beschäftigt sich sowohl mit der Ermittlung des Einflusses der Temperaturänderung auf die IV-Kennlinie der Diode als auch mit der Bestimmung des Hebelfaktors α aus den thermischen Veränderungen der Kennlinie. Die Ergebnisse einer Analyse der Einwirkung eines hinreichend großen homogenen Magnetfelds $B \leq 18$ T unterschiedlicher Orientierung präsentiert der Abschnitt 6.4.

6.1. Bandkanten-Simulation

Die vertikalen Si/Ge-Doppelbarrieren Resonanztunneldioden gehören zu Halbleiterbauelementen, in denen ein Ladungsträgertransport über die Grenzflächen der Heterostruktur stattfindet. Um die gewünschte Funktionalität der RTD zu erzielen, ist es wichtig relevante Parameter der Heterostruktur zu kennen, da diese Parameter die Handhabung und Leistungsmerkmale des entsprechenden Halbleiterbauelements bestimmen. Diese Parameter sind z. B. Valenz-/Leitungsband-Offset, Bandverlauf quer durch die Heterostruktur und Positionen der quantisierten Subbänder in Quantentopf.

6.1.1. Valenzbandkante und Loch-Subbänder im Quantentopf

Der Verlauf der Valenzbandkante für Wafer S1324 wurde von R. Winkler selbstkonsistent berechnet [161, 183, 184]. Abbildung 6.1 zeigt eine entsprechende Computer-Simulation der Oberkante des Valenzbandes im aktiven Bereich des Wafers in Abhängigkeit von der Koordinate z , die der Wachstumsrichtung der Heterostruktur entspricht. Zusätzlich sind in der Abbildung die Grundzustände sowie die ersten angeregten Zustände der schweren (HH) und leichten (LH) Löcher im Ge-Quantentopf auf-

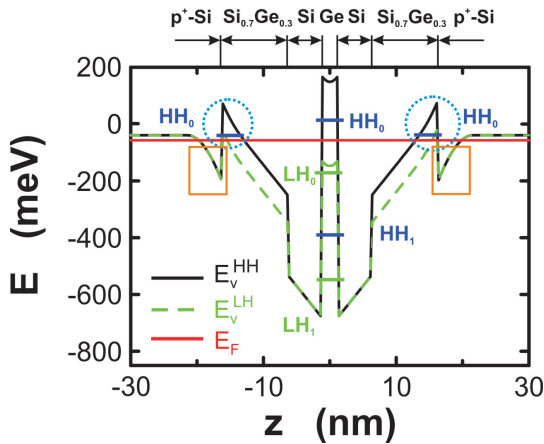


Abbildung 6.1.:

Berechneter Verlauf der Valenzbandkante im aktiven Bereich des Wafers S1324 entlang der Wachstumsrichtung z (aus Ref. [161, 183, 184]). Die Heterostruktur S1324 bettet einen Germanium-Quantentopf mit einer nominellen Dicke von etwa 4,5 ML ein. Durch uniaxiale Verspannung der $\text{Si}_{0,7}\text{Ge}_{0,3}$ - sowie Ge-Schichten der Heterostruktur ist die Entartung der Valenzbandkante in diesen Schichten zum Teil aufgehoben. Infolgedessen verlaufen das HH- (**schwarze Linie**) sowie LH-Band (**grüne unterbrochene Linie**) in obigen Halbleiterschichten energetisch voneinander weit getrennt. Orangenfarbige Rechtecke markieren die Verarmungsgebiete in p^+ -dotierten Siliziumfilmen; blaue gestrichelte Kreise zeigen die Bereiche der $\text{Si}_{0,7}\text{Ge}_{0,3}$ -Kontaktschicht mit einer erhöhten Löcherkonzentration.

getragen. Der Nullpunkt der Energieskala wurde in der Mitte zwischen den Bandkanten der schweren und leichten Löcher im Quantentopf festgelegt. Bezogen auf diesen Nullpunkt entspricht die Fermi-Energie im Gleichgewicht einem Wert von $E_F = -57 \text{ meV}$.

Wie in Abbildung 6.1 zu sehen ist, hat die Valenzbandkante des Wafers S1324 einen komplizierten Verlauf. Da Ge- und $\text{Si}_{0,7}\text{Ge}_{0,3}$ -Epitaxieschichten in S1324 druckverspannt gewachsen sind, erfolgt in den oben genannten Halbleiterschichten eine Aufspaltung der Valenzbandkante in das HH- und das LH-Band. Die beiden Bänder verlaufen

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

in den verspannten Schichten so weit voneinander getrennt, dass bei tiefen Temperaturen nur noch das HH-Band mit Ladungsträgern besetzt bleibt.

Durch eine Ladungsträgerumverteilung in den angrenzenden Gebieten der hoch dotierten p^+ -Si-Zuleitungen und der undotierten $\text{Si}_{0.7}\text{Ge}_{0.3}$ -Kontaktschichten entstehen entsprechende Verarmungsschichten in den Zuleitungen (d. h. Silizium-Randschichten mit einer verarmten Löcherkonzentration, s. orangefarbige Rechtecke in Abb. 6.1) und in löcherreichen Gebieten in den $\text{Si}_{0.7}\text{Ge}_{0.3}$ -Kontaktschichten (blaufarbige unterbrochene Kreise in Abb. 6.1). Aufgrund der Ladungsumverteilung bilden sich in den Si-Randschichten für Löcher flache quasi-dreieckige Potentialbarrieren. Da diese bereits erwähnten Potentialbarrieren flach sind, können die Löcher sie leicht überwinden. Daher koppeln die Kontaktschichten trotz der Potentialbarrieren ziemlich stark an die Si-Zuleitungen.

Als Folge der Umverteilung hat das typischerweise rechteckige Bandkantenprofil in beiden $\text{Si}_{0.7}\text{Ge}_{0.3}$ -Filmen sich verändert: die Bandkante hat jetzt einen kontinuierlich ansteigenden Verlauf über die ganze Dicke der $\text{Si}_{0.7}\text{Ge}_{0.3}$ -Schicht entlang der Koordinate z in Richtung der entsprechenden Si-Barriere. In den löcherreichen Grenzregionen der beiden $\text{Si}_{0.7}\text{Ge}_{0.3}$ -Schichten entstehen zweidimensionale Schwerloch-Zustände HH_0 , die in Abb. 6.1 von blauen gestrichelten Linien umgekreist sind. Sie liegen energetisch etwas tiefer (bei $E_{\text{HH}_0}^{\text{SiGe}} = -39 \text{ meV}$) als die Valenzbandkante in den Si-Zuleitungen, die bei etwa $E = -30 \text{ meV}$ verläuft.

Im Germanium-Quantentopf der Heterostruktur entstehen gemäß der Simulation vier quasi-gebundene Loch-Subbänder, die jeweils den Grundzuständen (HH_0 , LH_0) und ersten angeregten Zuständen (HH_1 , LH_1) der schweren und leichten Löcher entsprechen [161]. Der Grundzustand der schweren Löcher besitzt die Energie $E_{\text{HH}_0}^{\text{Ge}} = +13 \text{ meV}$. Da dieser Lochzustand im thermodynamischen Gleichgewicht oberhalb der Fermi-Energie E_F liegt, kann dieser am Ladungstransport nicht teilnehmen.

Dem ersten angeregten Schwerloch-Zustand HH_1 entspricht ein we-

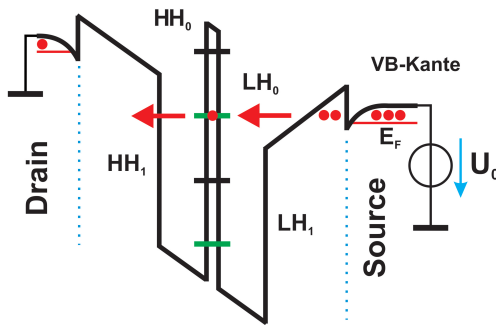


Abbildung 6.2:

Vereinfachte schematische Darstellung des resonanten Tunnelns in einer Si/Ge-Doppelbarrieren Resonanztunnelnodiode, die aus dem Wafer S1324 hergestellt ist. In der Abbildung sind nur die HH-Bandkante im aktiven Bereich des Wafers und die quantisierten Loch-Subbänder im Ge-Quantentopf gezeigt.

sentlich tiefer liegendes energetisches Niveau $E_{HH_1}^{\text{Ge}} = -383 \text{ meV}$. Die Leichtloch-Zustände LH_0 und LH_1 liegen im Quantentopf bei $E_{LH_0}^{\text{Ge}} = -138 \text{ meV}$ bzw. $E_{LH_1}^{\text{Ge}} = -523 \text{ meV}$.

Ein resonanter Tunneltransport der schweren Löcher aus einer Si-Zuleitung (Source) über die quantisierten Loch-Subbänder in Ge-Quantentopf findet erst dann statt, wenn sich die Valenzbandkante der Zuleitung infolge der Einwirkung einer an die Diode angelegten Spannung V_{SD} so verkippt, dass ein erstes, energetisch am nächsten zum Fermi-Niveau liegendes unbesetztes Subband (hier LH_0) in Resonanz mit E_F in der Source befindet (s. Abb. 6.2). Der resonante Lochtransport zeigt sich dann als Stromplateau in den Kennlinien der Si/Ge-Resonanztunnelnioden bei $V_{SD} \geq \pm 300 \text{ mV}$ [127, 161], da Schwerlochresonanzen (Strompeaks) wegen der großen effektiven Masse der schweren Löcher oft unterdrückt sind [180].

Das Tunneln bei großen V_{SD} durch die oben beschriebenen Loch-Subbänder wurde in einer vorangegangenen Arbeit in dieser Abteilung untersucht [161]. In dieser Arbeit soll nun das Tunneln bei kleinen V_{SD} in der Nähe der Nullspannung untersucht werden.

6.1.2. Akzeptorzustände im Quantentopf

Ref. [183] zufolge, sind die in der Kennlinie der Tunnel diode beobachteten kleinen Stromstufen bei $V_{SD} \leq \pm 10$ mV dem resonanten Tunneln der schweren Löcher über die einzelnen nulldimensionalen Störstellenzustände im Germanium-Quantentopf der Diode zuzuordnen. Trotz unterschiedlicher Vorbeugemaßnahmen ist eine Hintergrundkonzentration der Störstellen auch in nominell undotierten Proben nicht selten zu beobachten [185, 186]. Daher wurde vermutet, dass die erwähnten diskreten resonanten Lochzustände durch eine unabsichtliche Diffusion von Bor-Akzeptoratom en in den Germanium-Quantentopf beim Wachstum der Heterostruktur S1324 entstanden sind. Es ist bekannt [187, 188], dass das Einbringen von Fremdatomen der 3. Hauptgruppe (dreiwertige Störstellen, wie z. B. Bor, Indium usw.) in das perfekte Kristallgitter von Silizium oder Germanium eine Folge von diskreten Energieniveaus erzeugt, weil die Löcher in diesen Halbleitern an Störstellen koppeln und dadurch die sog. *Akzeptorniveaus* bilden können. Typischerweise liegen diese Niveaus knapp über der Valenzbandkante des Si- bzw. Ge-Halbleiters innerhalb der verbotenen Zone. Solche Störstellenniveaus werden als *flache Akzeptorzustände* bezeichnet. Die Valenzband-Simulation, die im vorherigen Unterabschnitt 6.1.1 vorgestellt wurde, berücksichtigt eine mögliche Präsenz solcher Störstellen nicht. Im Folgenden wird nun der Einfluss der Akzeptorniveaus auf die Ladungstransporteigenschaften einer untersuchten Resonanztunnel diode aus Wafer S1324 diskutiert.

Eine ausführliche theoretische Beschreibung der energetischen Akzeptorniveaus, die nahe der Valenzbandkante ihres Wirtshalbleiters liegen, ist wegen der sechsfachen (unter der Spin-Berücksichtigung) Entartung der Valenzbandkante im Γ -Punkt sehr aufwendig, da dementsprechend auch die Akzeptor-Grundzustände entartet sind [50]. Eine solche Beschreibung geht über den Rahmen dieser Dissertation hinaus.

Die Akzeptorzustände können im Allgemeinen durch Gesamtdrehimpuls-Werte $j = \frac{3}{2}$ und $j = \frac{1}{2}$ charakterisiert werden. Ein Akzeptorniveau in einem Volumenhalbleiter wird als sechsfach entartet betrachtet,

falls sein Spin berücksichtigt aber die Spin-Bahn-Wechselwirkung vernachlässigt wird. Die Berücksichtigung der Spin-Bahn-Wechselwirkung führt zu einer Aufspaltung eines sechsfach entarteten Akzeptorzustandes in zwei Bänder mit jeweils $j = \frac{3}{2}$ bzw. $j = \frac{1}{2}$. Dabei entspricht dem Band mit $j = \frac{3}{2}$ eine kleinere Energie als demjenigen mit $j = \frac{1}{2}$. Letzteres koppelt an das SO-Band von Germanium, das im Γ -Punkt des Germanium-Volumenhalbleiters energetisch etwa 0,29 eV (s. E_{so} in der Tabelle 3.1 und Abb. 3.3, b), Abschnitt 3.1) tiefer als die HH- bzw. LH-Bänder liegt. Daher gilt gerade das Band mit $j = \frac{3}{2}$ als ein Akzeptor-Grundzustand. Für den Akzeptor-Grundzustand wurde die Bezeichnung $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_8)$ eingeführt [189] und er stellt in einem Volumenhalbleiter bei $k = 0$ ein vierfach entartetes Multiplett dar. Dem Grundzustand einer Akzeptorstörstelle können vier Werte der Z-Komponente (j_z) des Gesamtdrehimpulses j zugeordnet werden, nämlich $j_z = \pm \frac{3}{2}$ und $j_z = \pm \frac{1}{2}$.

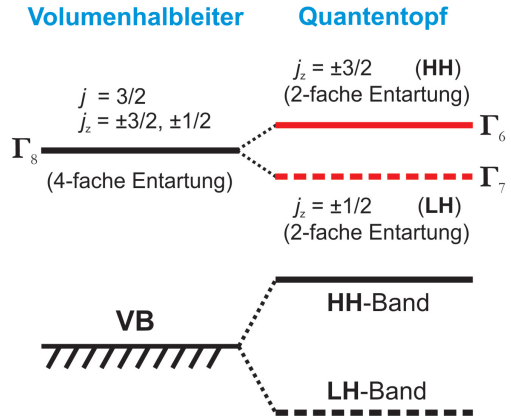
In einem Quantentopf verringert das Quantentopf-Potential H_p^{QW} die Symmetrie des Valenzbandes. Infolgedessen wird die Entartung des Akzeptor-Grundzustandes $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_8)$ teilweise aufgehoben, sodass dieser auf zwei jeweils zweifach entarteten Lochzustände mit $j_z = \pm \frac{3}{2}$ bzw. $j_z = \pm \frac{1}{2}$ aufgespalten wird [190–192] (s. als Beispiel den Akzeptor-Grundzustand im Ge-Volumenhalbleiter und in einem Ge-Quantentopf auf Si(001)-Substrat in Abb. 6.3). Für einen verspannt gewachsenen Quantentopf hängt die Größe der Aufspaltung auch von der Größe der aufgebauten Verspannung ab.

Ein Zustand (von zwei der genannten zweifach entarteten Lochzuständen), der als $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_6)$ bezeichnet und der Z-Komponenten $j_z = \pm \frac{3}{2}$ des Gesamtdrehimpulses zugeordnet wird, ist typischerweise stärker an die HH-Subbänder des Wirtshalbleiters gekoppelt als an seine LH-Subbänder. Daher hat dieser Zustand einen überwiegend Schwerloch-Charakter und wird deshalb als *Schwerloch-Zustand* eines Akzeptors definiert. Eine strenge Zuordnung eines Akzeptorzustandes zu einem bestimmten Subband kann allerdings erst dann erfolgen, wenn es nicht um den aufgespaltenen Grundzustand, sondern um die aufgespaltenen angeregten Akzeptorzustände geht [192].

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

Abbildung 6.3:

Schematische Darstellung (in Einheiten der Lochenergie, nicht maßstäblich) des Akzeptor-Grundzustandes $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_8)$ sowie der Valenzbandkante (VB) bei $\mathbf{k} = 0$ im Ge-Volumenhalbleiter und in einem Ge-Quantentopf auf einem Si(001)-Substrat. Im Volumenhalbleiter sind sowohl der Grundzustand als auch die Valenzbandkante vierfach entartet. Im Ge-Quantentopf wird der Akzeptor-Grundzustand sowie die Valenzbandkante auf zwei jeweils zweifach entartete HH- und LH-Bänder aufgespalten.



Die Energie des $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_6)$ -Zustandes entspricht einer sog. *Bindungsenergie*, d. h. einer Energiedifferenz zwischen dem $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_6)$ -Niveau und der Γ_6 -Valenzbandkante (HH-Bandkante). Bei kleinen Verspannungskräften ist die Akzeptor-Bindungsenergie typischerweise größer als der energetische Abstand zwischen den aufgespaltenen Valenzbandkanten des Wirtshalbleiters bei $\mathbf{k} = 0$ [193]. Die Größe der Bindungsenergie ist von der Quantentopfbreite [194, 195] und der Akzeptorposition im Quantentopf [196] stark abhängig. Dies betrifft insbesondere den Akzeptor-Grundzustand [197]. Bei einer Verringerung der Quantentopfbreite steigt die Bindungsenergie. Das Maximum bzw. das Minimum der Bindungsenergie tritt dann auf, wenn sich der Akzeptor in der Mitte bzw. am Rand des Quantentopfes befindet.

Ein anderer Akzeptorzustand, $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_7)$, der mit $j_z = \pm \frac{1}{2}$ charakterisiert wird, ist hauptsächlich mit den LH-Subbändern des Wirtshalbleiters verbunden, und ist dann entsprechend ein *Leichtloch-Zustand* eines Ak-

zeptors [189]. Dieser Zustand weist eine ähnliche Abhängigkeit von der Quantentopfbreite und der Position des Akzeptoratoms in einem Quantentopf auf [194, 198] wie der zuvor beschriebene $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_6)$ -Zustand. Für den $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_7)$ -Zustand definiert man seine Bindungsenergie als eine Energiedifferenz zwischen der Energie dieses Zustandes und der Γ_7 -Valenzbandkante (LH-Bandkante). Die entsprechenden ersten angeregten HH- und LH-Akzeptorzustände bezeichnet man als $2S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_6)$ bzw. $2S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_7)$ [194].

Falls ein Ge-Quantentopf druckverspannt gewachsen ist (wie der von Heterostruktur S1324), trägt das durch Verspannung entstandene Deformationspotential zur Modifizierung der elektronischen Struktur der im Quantentopf lokalisierten Akzeptoren bei. In einem solchen Quantentopf ist der HH-Akzeptorzustand $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_6)$ das am höchsten liegende Niveau oberhalb der Valenzbandkante. Im Gegensatz dazu wird der LH-Akzeptorzustand $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_7)$ in einem zugverspannten Quantentopf der höchste Akzeptorzustand [194]. In beiden Fällen hat das Deformationspotential einen größeren Einfluss auf die elektronische Struktur der Akzeptorzustände als das Einschlusspotential des Quantentopfes $H_{hh,lh}^{QW}$ [189].

Wie schon oben erwähnt wurde, ist zu vermuten, dass die unabsichtliche Diffusion einzelner Bor-Dotieratome aus den hoch dotierten Silizium-Zuleitungen in den Germanium-Quantentopf zur Entstehung resonanter Akzeptorniveaus geführt hat. Man kann jetzt überlegen, über welche Akzeptorzustände im Quantentopf der hier dargestellten Diode das resonante Tunneln der Löcher möglich wird. Der Computersimulation zufolge ist die Valenzbandkante im Germanium-Quantentopf der untersuchten Tunnelodiode ziemlich stark aufgespalten. Ein energetischer Abstand von etwa 290 meV trennt die Oberkanten des HH- und LH-Bandes im Quantentopf, wie es in Abb. 6.1 zu sehen ist. Das Deformationspotential wirkt dementsprechend auf die im Quantentopf eingeschränkten einzelnen Akzeptorzustände so, dass auch diese Zustände in Leichtloch- und Schwerloch-Akzeptorzustände aufgespalten werden.

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

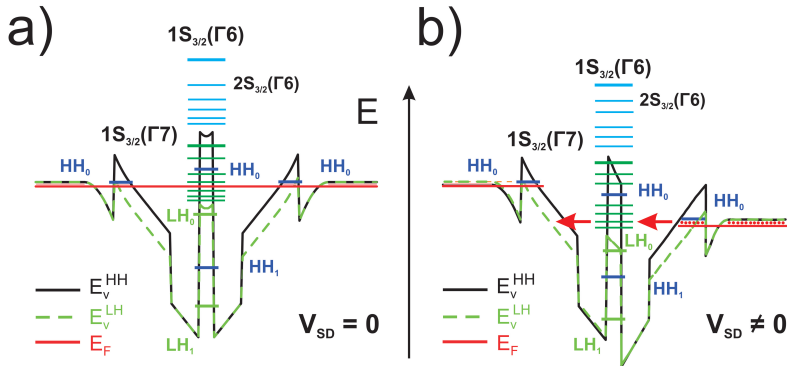


Abbildung 6.4.:

Schematische Darstellung (nicht maßstäblich) des resonanten Tunnelns über die Akzeptorzustände in Ge-Quantentopf. **a)** Valenzbandkante und Akzeptorniveaus der untersuchten Si/Ge-RTD im thermodynamischen Gleichgewicht ($V_{SD} = 0$). **b)** Resonantes Tunneln der schweren Löcher über die angeregten Leichtloch-Akzeptorzustände bei kleinen Vorspannungen V_{SD} .

Zur genauen Feststellung des Verhältnisses zwischen der Aufspaltung des Valenzbandes in Germanium und der Aufspaltung des Grundzustandes der Akzeptoratome der 3. Hauptgruppe ist eine detaillierte Kenntnis der Wellenfunktion der Störstelle unbedingt erforderlich [51, 199]. Hier wird aber eine vereinfachte Vorstellung angewendet.

In einem Germanium-Volumenhalbleiter liegt der Grundzustand $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_8)$ eines Bor-Akzeptors bei $k = 0$ etwa 10,47 meV oberhalb der Oberkante des Valenzbandes [200]. Bei einer so starken Valenzband-Aufspaltung, wie in der Heterostruktur S1324 (s. Computer-Simulation in Abb. 6.1), sind sowohl der Akzeptor-Grundzustand als auch die angeregten Akzeptorzustände vermutlich so weit aufgespalten, dass die Schwerloch- und Leichtloch-Akzeptorzustände getrennt betrachtet werden können. Da die Oberkante des HH-Bandes im Quantentopf der Diode im thermodynamischen Gleichgewicht etwa 200 meV oberhalb des Fermi-Niveaus liegt (s. Abb. 6.1), können Schwerloch-Akzeptorzustände,

die alle oberhalb des HH-Bandes im Ge-Quantentopf liegen und an ihn koppeln (s. Abb. 6.4, a)), im Ladungstransport bei sehr geringen Vorspannungen nicht teilnehmen.

Seinerseits liegt auch der nicht angeregte Leichtloch-Zustand $1S_{\frac{3}{2}} (\Gamma_7)$ im thermodynamischen Gleichgewicht wahrscheinlich oberhalb der Fermi-Energie (Abb. 6.4, a)). Es befinden sich allerdings im energetischen Bereich zwischen den HH- und LH-Bandkanten einige angeregte LH-Akzeptorzustände. Diese Zustände liegen dicht beieinander, da die Energiedifferenz zwischen den angeregten Akzeptorniveaus mit Zunahme der Niveau-Nummer stark abnimmt [189, 194]. Zur Entstehung der beieinander liegenden Störstellenniveaus trägt zusätzlich noch die Tatsache bei, dass in den schmalen Quantentöpfen die Energiedifferenz in der Bindungsenergie der Akzeptorstörstellen, die im Quantentopf unterschiedliche räumliche Positionen besetzen, sehr klein ist. Demzufolge bilden die angeregten Leichtloch-Akzeptorzustände in einem schmalen Quantentopf ein Spektrum dicht nebeneinander liegender energetischer Niveaus, über die Löcher von Source nach Drain tunneln können.

Beim Anlegen einer kleinen Vorspannung V_{SD} an die Kontakte der Diode fängt die Valenzbandkante an sich zu verkippen. Dabei treten sehr schnell einige angeregte Leichtloch-Akzeptorzustände, – die zwar unterhalb vom quantisierten HH₀-Subband, jedoch oberhalb der LH-Bandkante im Quantentopf liegen, – in Resonanz mit der Fermi-Energie des Source-Kontakts der Diode. Über diese Akzeptorzustände können dann schwere Löcher resonant von Source nach Drain durch die Diode tunneln, wie es in Abbildung 6.4, b) schematisch dargestellt ist. In der Kennlinie lassen sich solche Tunnel-Ereignisse als eine Abfolge von kleinen Stromstufen mit entsprechenden scharfen Peaks in der differentiellen Leitfähigkeit G_d beobachten, die im folgenden Abschnitt 6.2 diskutiert werden.

6.2. Strom-Spannungs-Kennlinie bei kleinen Vorspannungen

In diesem Abschnitt werden eine typische IV -Kennlinie und ihre differentielle Leitfähigkeit G_d einer untersuchten vertikalen Si/Ge-RTD mit einem nominell 4,5 ML dicken Ge-Quantentopf diskutiert. Die Kennlinie wurde bei einer Source-Drain-Vorspannung V_{SD} in einem Spannungsbereich $V_{SD} = \pm 15$ mV bei $T = 100$ mK aufgenommen. Eine positive Vorspannung V_{SD} wird hier als eine an die Diodenkontakte angelegte Gleichspannung V definiert, die mit einem positiven Potential an Source (oberer Ohmscher Kontakt in Abb. 5.1, Abschnitt 5.1) und einem negativen Potential an Drain (unterer Ohmscher Kontakt in Abb. 5.1), die Diode steuert.

Die Tunneldiode wurde aus der Heterostruktur S1324 (s. Beschreibung der Heterostruktur im Abschnitt 5.1) unter Anwendung eines naschemischen Ätzverfahrens (s. Abschnitt 5.4) angefertigt. Der Durchmesser der Ätzmaske für die Präparation der Diode betrug $2,2 \mu\text{m}$. Aus der Erfahrung der Prozessierung der vertikalen Tunneldioden aus S1324 ist bekannt, dass der effektive Durchmesser dieser geätzten Diode etwa 0,58 des Ätzmaskendurchmessers beträgt. Demzufolge kann der effektive Durchmesser der untersuchten Tunneldiode als $D = 1,28 \mu\text{m}$ angenommen werden.

Abbildung 6.5 zeigt eine Strom-Spannungs-Kennlinie $I_{SD}(V_{SD})$ und die berechnete differentielle Leitfähigkeit $G_d = \frac{dI_{SD}}{dV_{SD}}$ der untersuchten Resonanztunneldiode bei einer Umgebungstemperatur von 100 mK ohne Anlegen eines externen Magnetfeldes.

Ähnlich wie in der IV -Kennlinie der resonanten Tunneldiode in Ref. [161, 183] sind in der Strom-Spannungs-Kennlinie dieser Diode (blaue Kurve in Abb. 6.5) mehrere unterschiedlich stark ausgeprägte Stromstufen beobachtbar. Abhängig von der Stärke der Ausprägung der jeweiligen Stromstufe sind in der differentiellen Leitfähigkeit (rote Kurve in Abb. 6.5) scharfe, unterschiedlich hohe und breite Maxima (weiter auch *Peaks* genannt) zu erkennen. Es ist bemerkenswert, dass die Stromstufen

6.2. Strom-Spannungs-Kennlinie bei kleinen Vorspannungen

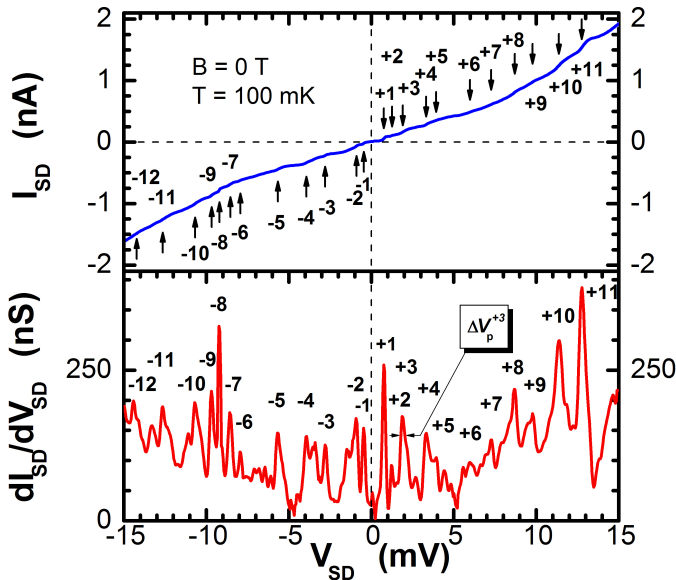


Abbildung 6.5.:

Strom-Spannungs-Kennlinie (**blaue Kurve**) und differentielle Leitfähigkeit $G_d = \frac{dI_{SD}}{dV_{SD}}$ (**rote Kurve**) der untersuchten vertikalen Resonanztunneliode im Spannungsbereich $V_{SD} = \pm 15$ mV. Eine Abfolge kleiner Stromstufen, die mit vertikalen Pfeilen und einer entsprechenden Nummerierung (positive und negative Zahlen, abhängig von der V_{SD} -Polarität) markiert sind, ist in der Kennlinie gut erkennbar. Den Stromstufen in der Kennlinie entsprechen Peaks in der differentielle Leitfähigkeit G_d . Symbolisch bezeichnet ΔV_p^{+3} die Halbwertsbreite des G_d -Maximums der dritten Stromstufe für positive Vorspannungen V_{SD} . Die Kennlinie wurde bei der Probentemperatur $T = 100$ mK ohne Anlegen eines äußeren Magnetfeldes aufgenommen.

sowie G_d -Peaks gut reproduzierbar sind und auch nach mehrfachem Abkühlen und Aufwärmen der Probe vorhanden bleiben. Zugleich muss eine deutliche Asymmetrie in der Position und in der Ausprägung der G_d -Peaks für beide Vorspannungs-Polaritäten betont werden. Hier lässt sich keine Gesetzmäßigkeit der Parameter und der Verteilung der Peaks

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

feststellen, da diese für jede der untersuchten Dioden einzigartig ist. Für eine weitere Analyse sind die meisten Stromstufen sowie die diesen Stufen entsprechenden G_d -Peaks durchnummeriert (in Abb. 6.5 mit positiven Nummern für positive und mit negativen Nummern für negative Vorspannungen V_{SD}).

Wie im Unterabschnitt 6.1.2 beschrieben wurde, kommen die beobachteten Stromstufen durch das resonante Tunneln von schweren Löchern über die einzelnen diskreten (nulldimensionalen) Akzeptorzustände im Ge-Quantentopf der RTD zustande. Wie empfindlich die beobachteten Stromstufen bei Änderungen der Temperatur der Probe sind und ob ein äußeres Magnetfeld einen Einfluss auf sie hat, wird in den nächsten Abschnitten dieses Kapitels untersucht.

6.3. Temperaturverhalten

Für eine experimentelle Beobachtung der physikalischen Effekte, die in der vorgelegten Arbeit diskutiert werden, ist eine Abkühlung der Proben zu extrem tiefen Temperaturen erforderlich. Die Erfüllung dieser Bedingung reduziert den Beitrag des nicht-resonanten Ladungstransports sowie des Transports oberhalb der Barrieren zum Gesamtstrom durch die Probe. Zusätzlich muss die thermische Energie der Ladungsträger $E_{th} \sim k_B T$ kleiner als die energetischen Abstände zwischen den diskreten Energieniveaus im Quantentopf sein. Diese Bedingung ist nur bei tiefen Temperaturen in der Größenordnung von einigen Kelvin oder sogar von einigen Millikelvin erfüllbar. Selbst bei so tiefen Temperaturen kann eine Änderung der Probentemperatur in einem Temperaturbereich von einigen hundert Millikelvin einen sehr starken Einfluss auf die Beobachtbarkeit der Effekte haben. Mit der Erforschung des Temperatureinflusses auf die Strom-Spannungs-Kennlinie sowie mit der Bestimmung des sog. *Hebelfaktors* α , dessen physikalische Bedeutung weiter unten erklärt wird, beschäftigen sich die folgenden Unterabschnitte.

6.3.1. Strom-Spannungs-Kennlinie im Temperaturbereich unter 1 K

Zur Untersuchung des Temperatureinflusses auf die Ladungsträgertransporteigenschaften der Resonanztunneldiode wurden die Strom-Spannungs-Kennlinien in einem Temperaturbereich von 100 mK bis 1 K ohne angelegtes Magnetfeld \vec{B} gemessen. Eine ausführliche Analyse des thermischen Verhaltens der untersuchten RTD ermöglicht Abb. 6.6, die den Verlauf der ersten drei Stromstufen in der IV -Kennlinie im Temperaturbereich von 300 mK bis 1 K zeigt. Bei der Charakterisierung der Stromstufen, die bei hohen Vorspannungen V_{SD} entstehen, kann es zum Auftreten von Heizeffekten durch eine Umsetzung von elektrischer Energie in Joulesche Wärme bei hohen Stromdichten kommen. Diese Effekte können den Verlauf der IV -Kennlinien stark beeinflussen und zu einer ungenauen Interpretation der Temperaturmessungen führen. Aufgrund der obigen Argumente wurden hier nur die Stromstufen in Betracht gezogen, die nah bei $V_{SD} = 0$ liegen.

In Abb. 6.6 ist eine kontinuierliche Veränderung der Stromstufen (Abb. 6.6, a)) sowie des G_d -Maximums (Abb. 6.6, b)) samt Temperaturvariation deutlich zu sehen. Je höher die Proben temperatur ist, desto flacher und weniger ausgeprägt sind die Stromstufen bzw. die G_d -Peaks. Die Pfeile in der Abbildung 6.6, a), markieren entsprechende Spannungspositionen $V_p^{\pm n}$ der jeweiligen G_d -Maxima, wobei n für die Nummer einer jeweiligen Stromstufe steht. Anhand der Temperaturänderungen der Stromstufen ist es möglich, den Hebelfaktor α für die folgende Analyse der IV -Kennlinien zu berechnen. Dessen Bestimmung wird der nächste Unterabschnitt gewidmet.

6.3.2. Hebelfaktorbestimmung

Aus der thermischen Verbreiterung einer Stromstufe in der IV -Kennlinie bzw. eines G_d -Peaks kann ein sehr wichtiger Parameter für die Analyse der Transporteigenschaften einer Doppelbarrieren Resonanztunneldiode bestimmt werden, der Hebelfaktor α . Der Hebelfaktor wird in der eng-

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

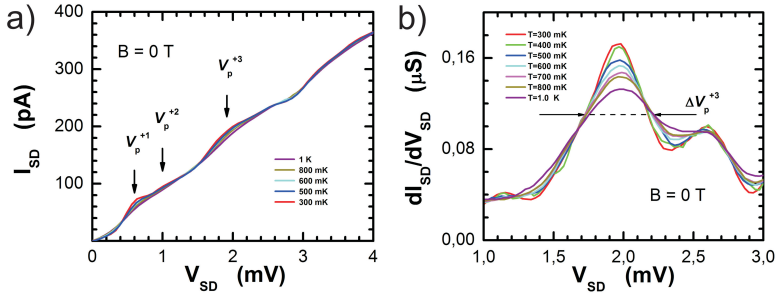


Abbildung 6.6.:

Temperaturverhalten der ersten drei Stromstufen in der IV-Kennlinie der Diode im Temperaturbereich von 300 mK bis 1 K. a) Strom-Spannungs-Kennlinie. Die Pfeile markieren entsprechende Spannungspositionen V_p^{+n} der jeweiligen Stromstufen (n bezeichnet die Nummer der Stufe), die der Maxima der differentiellen Leitfähigkeit $G_d = \frac{dI_{SD}}{dV_{SD}}$ entsprechen. b) Differentielle Leitfähigkeit der dritten Stromstufe; ΔV_p^{+3} bezeichnet die Halbwertsbreite des dritten G_d -Peaks.

lischsprachiger Fachliteratur *bias-to-energy conversion coefficient* genannt. Im Allgemeinen ist der Hebelfaktor vorspannungsabhängig und berücksichtigt den Beitrag der Tunnelbarrieren zum resultierenden Spannungsabfall über die Diode. Damit beschreibt α den Anteil der angelegten Vorspannung, der über einer Barriere zwischen Source und Quantentopf abfällt. Daher ist die Bestimmung des Hebelfaktors erforderlich, wenn ein gemessener Spannungsabfall an einer RTD in eine entsprechende Energie umgerechnet werden soll.

Falls in einer Doppelbarrieren-RTD die beiden Tunnelbarrieren identisch sind, ist die Energie eines diskreten Zustandes im Quantentopf, über den das resonante Tunneln der Ladungsträger stattfindet, in erster Näherung gleich der Hälfte der gemessenen Gesamtspannung [201]. In Wirklichkeit ist die Situation komplizierter, besonders wenn ein endlicher Anteil der Gesamtspannung an den RTD-Kontakten abfällt. Einen großen Einfluss auf die Spannungsabfall-Verteilung in einer RTD haben

außerdem vorhandene Ladungsfallen in den Tunnelbarrieren. Diese können die Ladungsträger einfangen und dadurch zu einer dauerhaften Lokalisierung zwingen, was folglich das Potential-Profil der RTD verzerren kann. Außerdem führt eine mögliche Akkumulierung der Ladungsträger im Quantentopf der RTD, die beim resonanten Tunneln auftreten kann, zu einer Abweichung des Verlaufs des Potential-Profiles von seiner im Idealfall strikt linearen Form.

Obwohl die Heterostruktur S1324 ihrem Aufbau nach ziemlich symmetrisch gewachsen ist, darf der Hebelfaktor der erforschten Diode trotzdem nicht einfach mit einem Wert von $\alpha = 0,5 \text{ meV}\cdot\text{mV}^{-1}$ angenommen werden, da die genannte Diode einen komplizierten Verlauf der Valenzbandkante besitzt (s. Abb. 6.1). Dieser weicht stark von einem typisch rechteckigen Potential-Profil (s. Abb. 2.1) einer unverspannten Doppelbarrierenstruktur ab. Daher muss α unbedingt aus den experimentell gewonnenen Daten bestimmt werden.

Es ist bekannt [202], dass in einem elektronischen System aus einer eingeschlossenen Region mit diskreten Energiezuständen und zwei an diese Region schwach gekoppelten Elektronenreservoirs die elektronischen Zustände in den Reservoirs im Gleichgewicht gemäß der Fermi-Dirac-Verteilungsfunktion (2.28) besetzt sind. Beim Anlegen einer Potentialdifferenz V an beide Reservoirs ist ein resonanter Stromfluss zwischen den Reservoirs über die eingeschlossene Region möglich.

Bei Messungen der Temperaturänderungen des Verlaufs der IV-Kennlinien von GaAs/AlGaAs-Doppelbarrieren RTD [203, 204] wurde festgestellt, dass sich die erste Stromstufe sehr gut mit der Fermi-Dirac-Verteilungsfunktion beschreiben lässt:

$$I(V) = I_0 \left[1 + \exp \left(\frac{-\alpha e(V - V_{th})}{k_B T_{eff}} \right) \right]^{-1}. \quad (6.1)$$

Dabei ist I_0 die Höhe der ersten Stromstufe, die als temperaturunabhängig angenommen wird. Der Hebelfaktor α ist in diesem Ausdruck eine einheitenlose Größe, e bezeichnet die Elektronenladung, V_{th} den Schwellenwert der ersten Stromstufe, T_{eff} gibt die effektive Elektronen-

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

temperatur im Source-Reservoir an. Diese Beobachtung sprach dafür, dass die in den Experimenten beobachtete temperaturbedingte Verbreiterung der Stromstufen durch eine thermische Verschmierung der Fermikante im Source-Reservoir der Tunneliode zustande gekommen ist.

In einem Experiment wird die Temperatur T typischerweise in unmittelbarer Nähe zur Probe gemessen. Es ist notwendig, eine effektive Elektronentemperatur T_{eff} in einem Source-Reservoir von der Umgebungstemperatur T zu unterscheiden, weil insbesondere bei extrem tiefen Temperaturen, bei denen die Ankopplung der Ladungsträger an das Kristallgitter gering ist, ist $T_{\text{eff}} \geq T$. Oft wird diese Ungleichung wegen eines nicht vernachlässigbaren Beitrags von Joulescher Wärme und/oder einer Injektion von „heissen“ Elektronen in das Source-Reservoir noch zusätzlich verstärkt. In Ref. [203] wurde gezeigt, dass die Abhängigkeit von T_{eff} von der gemessenen Umgebungstemperatur bei höheren Temperaturen zuerst einem linearen Verlauf $T_{\text{eff}} = T$ folgt. Bei tieferen Temperaturen beobachtet man stattdessen eine starke Abweichung der Funktion $T_{\text{eff}}(T)$ von ihrem bisherigen linearen Verlauf: eine Sättigung von $T_{\text{eff}}(T)$ findet bei $T \rightarrow 0$ statt. Diese Besonderheit des T_{eff} -Verhaltens wurde bei der Bestimmung des Hebelfaktors in dieser Arbeit dadurch berücksichtigt, dass das Quadrat der Halbwertsbreite $(\Delta V_p^{\pm n})^2$ der jeweiligen G_d -Maxima in Abhängigkeit vom Quadrat der Umgebungstemperatur T^2 statt der Abhängigkeit $\Delta V_p^{\pm n}(T)$ dargestellt wurden. Damit wurde der Einfluss des Sättigungsbereichs auf die Abhängigkeit $(\Delta V_p^{\pm n})^2(T^2)$ verringert.

Zur Berechnung des Hebelfaktors α der beschriebenen Diode wurde folgende Gleichung verwendet [205]:

$$\left(\alpha \Delta V_p^{\pm n}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \hbar \Gamma\right)^2 + (3,52 k_B T)^2. \quad (6.2)$$

Die Beziehung (6.2) beschreibt eine temperaturbedingte Verbreiterung der Halbwertsbreite $\Delta V_p^{\pm n}$ (auch als FWHM¹ bezeichnet) eines Peaks

¹(FWHM) Abkürzung für (engl.) Full Width at Half Maximum

der differentiellen Leitfähigkeit, wobei n die Nummer eines entsprechenden G_d -Peaks bezeichnet. Die beiden Terme auf der rechten Seite der Gleichung (6.2) berücksichtigen physikalische Effekte, die zur Verbreiterung $\Delta V_p^{\pm n}$ beitragen.

Der erste Term in (6.2) stellt die intrinsische Breite eines quantisierten Zustandes in einer zwischen zwei Tunnelbarrieren eingeschlossenen Region dar, in der es eine Vielzahl von diskreten Energiezuständen gibt. Das Symbol Γ bezeichnet eine Gesamttunnelrate $\Gamma = \Gamma_S + \Gamma_D$, wobei die Parameter Γ_S und Γ_D die von Transmissionskoeffizienten T_S und T_D abhängige Tunnelraten angeben. Die Transmissionskoeffizienten T_S und T_D beschreiben das Tunneln aus einem Source-Reservoir in einen diskreten Zustand im Quantentopf bzw. aus dem diskreten Zustand in ein Drain-Reservoir.

Der zweite Term in (6.2) repräsentiert eine thermische Verbreiterung der Fermi-Kante im Source-Reservoir. Die Größe dieser Verbreiterung lässt sich aus der Halbwertsbreite der ersten Ableitung der Fermi-Dirac-Verteilungsfunktion (2.28) ermitteln, die bei einer Temperatur T etwa $\text{FWHM} \approx 3,52 k_B T$ ergibt. Typischerweise ist der Beitrag des ersten Terms wesentlich kleiner als der vom zweiten und daher lässt er sich in meisten Fällen problemlos vernachlässigen.

Zur Bestimmung von α wurden Messdaten aus einem Temperaturbereich von etwa 300 mK bis ca. 1 K benutzt. Es wurde angenommen, dass in diesem Temperaturbereich eine Änderung der Umgebungstemperatur eine gleiche Änderung von T_{eff} hervorruft, und die Gleichung $T_{\text{eff}} = T$ gilt. Die obere Temperaturgrenze $T \approx 1$ K wurde aufgrund einer stark ausgeprägten Verbreiterung der Stromstufen in der IV-Kennlinie festgelegt (s. Abb. 6.6). Bei höheren Temperaturen nahm die Amplitude der G_d -Peaks oft so extrem ab, dass eine zuverlässige Halbwertsbreite-Ermittlung wesentlich erschwert wurde, was die Wahrscheinlichkeit einer fehlerhaften Bestimmung von α erhöhen könnte.

Wie bereits erwähnt, um α zu ermitteln, wurde das Quadrat der Halbwertsbreite $(\Delta V_p^{\pm n})^2$ in Abhängigkeit vom Quadrat der Umgebungstemperatur T^2 für einzelne G_d -Peaks der Diode aufgetragen. Ab-

Abbildung 6.7:

Quadrat der Halbwertsbreite $(\Delta V_p^{+1})^2$ (**dunkelrote Kreise**), $(\Delta V_p^{+3})^2$ (**rote Kreise**) und $(\Delta V_p^{-3})^2$ (**grüne Kreise**) in Abhängigkeit vom Quadrat der gemessenen Umgebungstemperatur T^2 . Aus den Steigungen der Fitlinien (unterbrochene Linien +1, +3 und -3) wurden anhand der Formel (6.2) Hebelfaktor-Werte der jeweiligen G_d -Maxima ermittelt.

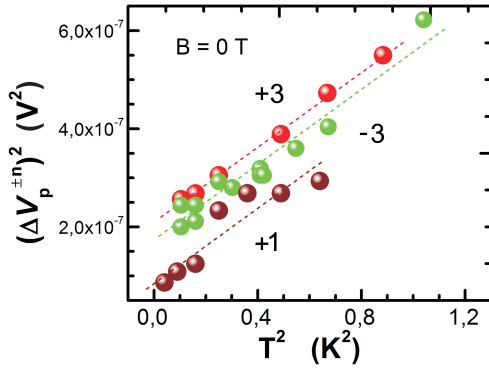


Abbildung 6.7 zeigt eine grafische Darstellung dieser experimentellen Abhängigkeit für Halbwertsbreiten der G_d -Maxima +1 (dunkelrote Kreise), +3 (rote Kreise) und -3 (grüne Kreise). Die Peak-Nummerierung entspricht derjenigen in Abb. 6.5. In der Abbildung 6.7 ist eindeutig zu sehen, dass die Abhängigkeit $(\Delta V_p^{\pm n})^2(T^2)$ für alle drei G_d -Peaks einen weitestgehend linearen Verlauf aufweist. Ein Fit der jeweiligen Messdaten ergibt drei fast parallele Geraden mit sehr ähnlichen Werten der Steigung (s. Abb. 6.7). Die Gerade +1 ergibt die Steigung $3,837 \cdot 10^{-7} V^2/K^2$ für Peak +1. Aus der Gerade +3 bekommt man die Steigung $3,805 \cdot 10^{-7} V^2/K^2$ für den entsprechenden Peak +3, und die Gerade -3 ergibt die Steigung $3,831 \cdot 10^{-7} V^2/K^2$ für den Peak -3.

Aus den bestimmten Steigungen wurden anhand des Ausdrucks (6.2) folgende Hebelfaktor-Werte ermittelt: $\alpha = 0,490 \text{ meV} \cdot \text{mV}^{-1}$ für den Peak +1, $\alpha = 0,492 \text{ meV} \cdot \text{mV}^{-1}$ für den Peak +3 und anschließend $\alpha = 0,491 \text{ meV} \cdot \text{mV}^{-1}$ für den Peak -3. Wie zu sehen ist, liegen die Hebelfaktor-Werte für die oben beschriebenen G_d -Maxima sehr nahe bei $\alpha = 0,5 \text{ meV} \cdot \text{mV}^{-1}$, was für eine Resonantztunneldiode mit zwei identischen Tunnelbarrieren auch zu erwarteten ist.

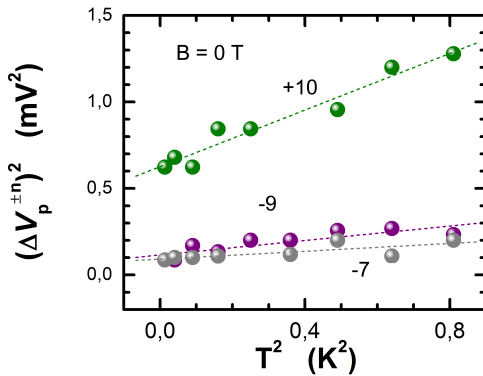


Abbildung 6.8:

Quadrat der Halbwertsbreite $(\Delta V_p^{-9})^2$ (lila Kreise), $(\Delta V_p^{-7})^2$ (graue Kreise) und $(\Delta V_p^{+10})^2$ (dunkelgrüne Kreise) in Abhängigkeit vom Quadrat der gemessenen Umgebungstemperatur T^2 . Aus der Steigungen der Fitlinien (unterbrochene Linien -9, -7, +10) wurden anhand des Ausdrucks (6.2) die jeweiligen α ermittelt.

Eine Berücksichtigung der Halbwertsbreite der G_d -Peaks, die bei höheren Vorspannungen V_{SD} auftreten, ergibt ganz andere Werte von α . In Abb. 6.8 sind die Messdaten für die G_d -Maxima -9 (lila Kreise), -7 (graue Kreise) und +10 (dunkelgrüne Kreise) auf die selbe Weise, wie die Messdaten für die früher betrachteten drei G_d -Peaks dargestellt.

Die dargestellten Fitlinien für Peaks -9, -7 und +10 weisen deutlich andere Steigungen auf. Diese Steigungen sind $2,089 \cdot 10^{-7} \text{ V}^2/\text{K}^2$ für Peak -9, $1,132 \cdot 10^{-7} \text{ V}^2/\text{K}^2$ für Peak -7 und $8,185 \cdot 10^{-7} \text{ V}^2/\text{K}^2$ für Peak +10. Die Verwendung dieser Steigungen im Ausdruck (6.2) ergibt Hebelfaktor-Werte, die für unsere Heterostruktur mit zwei symmetrischen Tunnelbarrieren und einem Quantentopf wenig wahrscheinlich sind: $\alpha \approx 0,664 \text{ meV} \cdot \text{mV}^{-1}$ für Peak -9, $\alpha \approx 0,903 \text{ meV} \cdot \text{mV}^{-1}$ für Peak -7 und $\alpha \approx 0,336 \text{ meV} \cdot \text{mV}^{-1}$ für Peak +10. Die erhaltenen Hebelfaktor-Werte unterscheiden sich ganz offensichtlich von α für die oben diskutierten Peaks +1, +3 und -3, die bei kleinen Vorspannungen auftreten. Dieser Unterschied zwischen den Hebelfaktor-Werten der beiden Peak-Gruppen kommt wahrscheinlich aufgrund der Entstehung der nicht vernachlässigbaren Heizeffekte zustande, die sich beim Fließen einer höheren Stromdichte bei größerer V_{SD} in der Probe entwickeln und damit einen spürbaren zusätzlichen Beitrag zur Verbreiterung der

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

Stromstufen leisten. Daher sind die Stromstufen bei hohen V_{SD} für eine zuverlässige Bestimmung von α nicht geeignet. Als Folge wird hier dann ein Mittelwert $\alpha = 0,491 \text{ meV}\cdot\text{mV}^{-1}$, der aus den zuvor bestimmten α für die Maxima +1, +3 und -3 berechnet wurde, für Umrechnungen eines Spannungsabfalls an der Diode in eine entsprechende Energie eingesetzt. Im nächsten Abschnitt 6.4 wird $\alpha = 0,491 \text{ meV}\cdot\text{mV}^{-1}$ für eine Analyse der Zeeman-Aufspaltung der G_d -Maxima in einem Magnetfeld \vec{B} verwendet.

6.4. Resonanztunnelndiode im Magnetfeld

Der nun folgende Abschnitt wird der Untersuchung des Einflusses eines äußeren statischen Magnetfeldes $B \leq 18 \text{ T}$ unterschiedlicher Orientierung auf die flachen Akzeptorzustände im Germanium-Quantentopf der betrachteten Resonanztunnelndiode gewidmet.

6.4.1. Senkrechtes Magnetfeld B_{\perp}

Die Anwendung eines magnetischen Feldes zur Erforschung der Elektronen- [61, 88] und Löcherdynamik [173, 206] in Doppelbarrieren Resonanztunnelndioden, durch die ein elektrischer Strom fließt, hat sich als eine sehr aufschlussreiche Untersuchungsmethode bewährt. Um dieses Messverfahren hier anwenden zu können, wurde die zu untersuchende Resonanztunnelndiode in einen Drehprobenstab eingebaut und in ein homogenes statisches Magnetfeld gebracht. Das Drehen der Diode im Magnetfeld \vec{B} ermöglicht es, die Winkeleinstellungen in einem Bereich von 0° bis 90° zwischen der Richtung des Magnetfeldes und den Grenzflächenebenen der Heterostruktur der Diode einzustellen. Ein **senkrechtes Magnetfeld B_{\perp}** wird hier als ein Feld definiert, dessen Richtung zur Grenzflächen- bzw. Wachstumsebene der Heterostruktur einen Winkel von 90° bildet. In diesem Fall sind die Richtungen des Feldes \vec{B}_{\perp} und des Stromes \vec{I}_{SD} durch die RTD parallel / antiparallel zueinander. Entsprechend bildet ein **paralleles Magnetfeld B_{\parallel}** einen

6.4. Resonanztunneliode im Magnetfeld

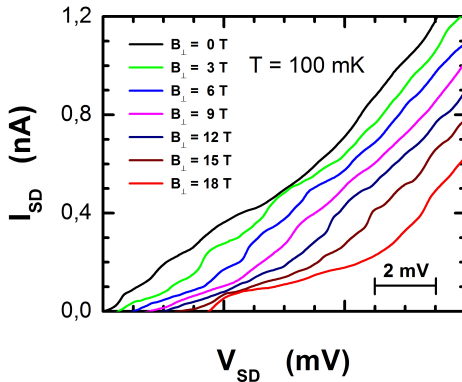


Abbildung 6.9:

Strom-Spannungs-Kennlinien der Resonanztunneliode in einem variierenden senkrechten Magnetfeld B_{\perp} bei der Probertemperatur $T = 100$ mK. Die Kurven sind zur Klarheit entlang der Spannungsachse verschoben. Die Veränderungen der Kennlinien bei einer Zunahme vom Magnetfeld B_{\perp} sind klar sichtbar.

Winkel von 0° zur Wachstumsebene. Dabei ist das Feld \vec{B}_{\parallel} senkrecht zu einem Strom \vec{I}_{SD} durch die Tunneliode gerichtet.

Das Anlegen eines variierenden Magnetfeldes B_{\perp} senkrecht zur Grenzfläche der Heterostruktur der Diode führt zu einer kontinuierlichen Veränderung ihrer IV-Kennlinien (s. Abb. 6.9), und als Folge zu einer Veränderung ihrer differentiellen Leitfähigkeit.

In Abb. 6.9 ist zu sehen, dass sich der Verlauf der Kennlinien in einem variierenden Magnetfeld stark ändert: die Stromstufen verschieben sich bei der Zunahme der Flussdichte B des Feldes. Das Verfolgen einer jeweiligen Stromstufe in der IV-Charakteristik bei Veränderung des Feldes ist kompliziert, da eine zuverlässige Zuordnung der Stromstufen aufgrund ihrer zunehmenden Überlappung erschwert ist. Eine Analyse der Änderungen der differentiellen Leitfähigkeit G_d kann dabei sehr hilfreich sein, um eine entsprechende Einwirkung des Magnetfeldes auf die Transporteigenschaften der Tunneliode auszuwerten.

Abbildung 6.10 präsentiert ein Graustufenbild der differentiellen Leitfähigkeit der untersuchten RTD, die einem senkrechten Magnetfeld B_{\perp} im Bereich von 0 bis 18 T ausgesetzt wurde [184]. Die Änderungen von G_d sind im Bild durch entsprechende Änderungen der Helligkeit der Grautöne dargestellt. Die dunklen Bereiche entsprechen einer niedri-

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

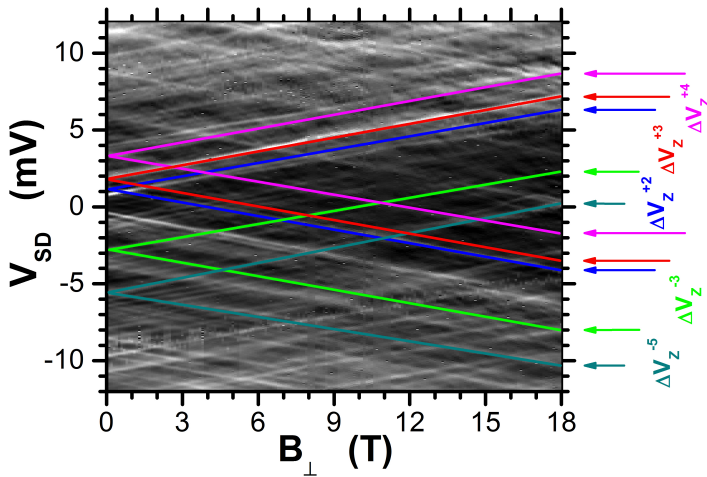


Abbildung 6.10.:

Graustufenbild der differentiellen Leitfähigkeit G_d der Si/Ge-Resonanztunnelodiode als Funktion der Vorspannung V_{SD} und des Magnetfeldes B_{\perp} [184]. Farbige Geraden deuten lineare Zeeman-Spinaufspaltung $\Delta V_Z^{\pm n}$ von einigen G_d -Peaks an, wobei n die Nummer eines jeweiligen G_d -Maximums bezeichnet.

gen differentiellen Leitfähigkeit. Bereiche hoher differentieller Leitfähigkeit G_d sind durch helle Grautöne gekennzeichnet.

Die G_d -Maxima in Abb. 6.10 stellen bei $B_{\perp} = 0$ eine Abfolge von hellen Punkten auf einem dunklen Hintergrund dar. Unter Einwirkung eines zunehmenden senkrechten Magnetfeldes ($0 < B_{\perp} \leq 18$ T) entwickeln sich die hellen Punkte in eine Vielzahl von auseinander laufenden hellen Linien. Diese Linien entstehen durch eine lineare Zeeman-Spinaufspaltung der einzelnen flachen nulldimensionalen Bor-Akzeptorzustände im Germanium-Quantentopf der Diode [184]. In der Abbildung deuten farbige Geraden die Aufspaltung $\Delta V_Z^{\pm n}$ von einigen G_d -Peaks an, wobei n die Nummer eines jeweiligen Peaks bezeichnet. Im nächsten Unterabschnitt wird die erwähnte Spinaufspaltung gemeinsam mit dem Landé-Faktor der Akzeptorzustände detailliert diskutiert.

6.4.2. Zeeman-Aufspaltung und g-Faktor

Im vorherigen Unterabschnitt 6.4.1 wurde der Einfluss eines senkrechten Magnetfeldes \mathbf{B}_\perp auf die Strom-Spannungs-Kennlinien und die differentielle Leitfähigkeit der untersuchten Resonanztunneliode präsentiert. Es wurde gezeigt, dass in einem zunehmenden Magnetfeld \mathbf{B}_\perp eine lineare Aufspaltung der Maxima der differentiellen Leitfähigkeit \mathbf{G}_d hervortritt (s. Abb. 6.10). Auf diese Aufspaltung wird jetzt im Folgenden eingegangen.

Ein Akzeptoratom in einer Halbleiterheterostruktur kann als eine wasserstoffartige Störstelle betrachtet werden [193]. Ein Magnetfeld $\vec{\mathbf{B}}$, dem ein wasserstoffartiges System ausgesetzt wird, ergibt als Folge seiner Einwirkung auf ein solches System den Zeeman-Effekt [189]. Wie im Unterabschnitt 6.1.2 beschrieben wurde, bleiben die Akzeptorzustände in einem Quantentopf bei $\mathbf{B} = 0$ zweifach entartet (Kramersche Dubletts), weil sowohl das Quantentopfpotential als auch die Verspannung die Entartung der Akzeptorzustände nur teilweise aufheben. Das Feld $\vec{\mathbf{B}}_\perp$, das entlang der Wachstumsrichtung der Heterostruktur (hier die Z-Achse) und somit parallel / antiparallel zu einem Strom durch die Diode gerichtet ist, hebt die zweifache Spinentartung der Akzeptorzustände auf. Infolgedessen spalten die Akzeptorzustände jeweils in zwei Unterniveaus auf. Der energetische Abstand zwischen den Unterniveaus im senkrechten Magnetfeld \mathbf{B}_\perp kann ähnlich wie Gl. (2.38) beschrieben werden:

$$\Delta E_Z = \mu_B g_{\text{eff}} B_\perp, \quad (6.3)$$

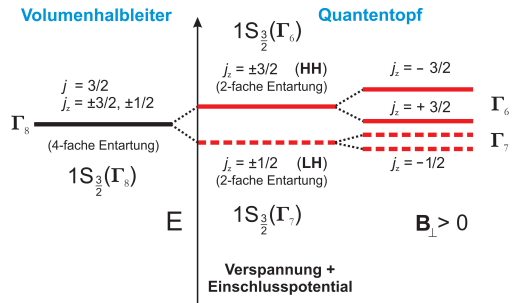
wobei g_{eff} der effektive Landé-Faktor ist, der die lineare Spinaufspaltung der Akzeptorniveaus widerspiegelt [189].

Im Fall der in dieser Arbeit untersuchten Tunneliode spiegelt sich die lineare Zeeman-Spinaufspaltung der Akzeptorzustände in einem variierenden senkrechten Magnetfeld \mathbf{B}_\perp durch eine Aufspaltung der \mathbf{G}_d -Maxima wider. Im Graustufenbild 6.10 lässt sich diese Aufspaltung am Verlauf der hellen geraden Linien erkennen, die die magnetfeldabhän-

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

Abbildung 6.11:

Termschema des Akzeptor-Grundzustandes $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_8)$ unter Einwirkung von Verspannung/Einschlusspotential und Magnetfeld B_{\perp} . Das Feld spaltet den Schwerloch-Akzeptorzustand $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_6)$ stärker als den Leichtloch-Akzeptorzustand $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_7)$ auf.



gigen Änderungen der differentiellen Leitfähigkeit aufweisen.

Das Magnetfeld B_{\perp} wirkt auf die Schwerloch- und Leichtloch-Akzeptorzustände nicht gleichermaßen ein. Zur Visualisierung des Einflusses des Magnetfeldes B_{\perp} auf die zweifach entarteten HH- und LH-Akzeptorzustände im Quantentopf einer Halbleiterheterostruktur ist ein Termschema in Abb. 6.11 dargestellt. Es ist zu sehen, dass der am höchsten liegende (oberhalb der Valenzbandoberkante) HH-Akzeptorzustand $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_6)$ durch das Feld stärker aufgespalten wird als der LH-Akzeptorzustand $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_7)$. Interessanterweise ist die Aufspaltung z. B. eines tiefer liegenden (d. h. näher zur Valenzbandoberkante) angeregten HH-Zustandes $2S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_6)$ (in der Abbildung 6.11 nicht angezeigt) viel kleiner als die Aufspaltung des höchsten HH-Akzeptorzustandes $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_6)$.

Da in dieser Arbeit zu vermuten ist, dass bei kleinen V_{SD} ein resonanter Tunneltransport der schweren Löcher über die angeregten LH-Akzeptorzustände im Ge-Quantentopf stattfindet, wird sich die nachfolgende Diskussion auf diese Zustände konzentrieren. Für die LH-Akzeptorzustände gilt das Gegenteil im Vergleich zu den HH-Akzeptorzuständen: das Feld B_{\perp} spaltet z. B. den angeregten LH-Akzeptorzustand $2S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_7)$ wesentlich stärker als den LH-Akzeptorzustand $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_7)$ auf [207].

Aus der linearen Aufspaltung der G_d -Maxima, die die untersuch-

te RTD im senkrechten Magnetfeld \mathbf{B}_\perp zeigt (s. Abb. 6.10, Unterabschnitt 6.4.1), ist es möglich, eine laterale Komponente des g -Faktors g^\parallel (das Feld $\vec{\mathbf{B}}$ ist in dieser Konfiguration entlang der Z -Symmetrieachse gerichtet) der Akzeptorzustände zu bestimmen. Dafür wird der Gradient der Peakaufspaltung $\frac{d\Delta V_Z^{\pm n}}{dB_\perp}$ benötigt, der sich aus der entsprechenden Verschiebung der G_d -Peaks in einem variierenden Magnetfeld \mathbf{B}_\perp bestimmen lässt.

In Abb. 6.10 ist die Zeeman-Aufspaltung der fünf besonders gut ausgeprägten G_d -Maxima durch farbige gerade Linien hervorgehoben. Bei $B_\perp = 18$ T und $T = 100$ mK weisen alle fünf Peaks nahezu gleich große Aufspaltungen $\Delta V_Z^{\pm n}$ auf: $\Delta V_Z^{+2} = 10,48$ mV, $\Delta V_Z^{+3} = 10,74$ mV, $\Delta V_Z^{+4} = 10,52$ mV, $\Delta V_Z^{-3} = 10,25$ mV und $\Delta V_Z^{-5} = 10,45$ mV. Da die Streuung der vorgestellten Werte klein ist, ist es möglich die magnetfeldabhängige Verschiebung eines beliebigen G_d -Maximums zur Abschätzung von $\frac{d\Delta V_Z^{\pm n}}{dB_\perp}$ zu nehmen.

Hier wird die lineare Zeeman-Aufspaltung des dritten G_d -Maximums (Peak -3 bei negativer Vorspannung V_{SD} , grüne Linien in Abb. 6.10) beispielhaft betrachtet. Abbildung 6.12 zeigt die Größe der Aufspaltung ΔV_Z^{-3} dieses Peaks in Abhängigkeit von der Flussdichte des äußeren Magnetfeldes B_\perp . Die Steigung der Fitlinie (grüne gestrichelte Gerade) ergibt den Gradienten der Aufspaltung $\frac{d\Delta V_Z^{-3}}{dB_\perp} = 0,568$ mV \cdot T $^{-1}$.

Wie bereits erwähnt, ist zu vermuten, dass die beobachteten Stromstufen bzw. G_d -Maxima dem resonanten Tunneln der schweren Löcher über angeregte LH-Akzeptorzustände im Quantentopf zu verdanken sind. Nun kann die Energie ΔE_Z der Zeeman-Aufspaltung der G_d -Peaks in einem senkrechten Magnetfeld \mathbf{B}_\perp analog zur Gleichung (6.3) durch die laterale Komponente des Landé-Faktors der LH-Akzeptorzustände g_{LH}^\parallel in folgender Form ausgedrückt werden:

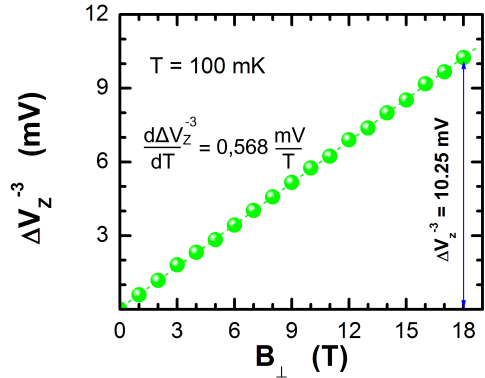
$$\Delta E_Z = \mu_B g_{LH}^\parallel B_\perp. \quad (6.4)$$

Da einer endlichen Änderung des Magnetfeldes dB_\perp eine endliche Änderung der Peak-Aufspaltung $d\Delta V_Z^{\pm n}$ entspricht, kann g_{LH}^\parallel aus

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

Abbildung 6.12:

Lineare Zeeman-Aufspaltung ΔV_Z^{-3} in Abhängigkeit vom senkrechten Magnetfeld $B_{\perp} \leq 18$ T für den dritten G_d -Peak in der negativen Vorspannung. Die Steigung der Fitlinie (**grüne gebrochene Gerade**) ergibt einen Gradienten der Aufspaltung $\frac{d\Delta V_Z^{-3}}{dB_{\perp}} = 0,568 \text{ mV}\cdot\text{T}^{-1}$.



dem Gradienten der Aufspaltung $\frac{d\Delta V_Z^{\pm n}}{dB_{\perp}}$ unter Berücksichtigung des Hebel factors α aus folgendem Ausdruck bestimmt werden:

$$g_{\text{LH}}^{\parallel} = \frac{\alpha}{\mu_B} \frac{d\Delta V_Z^{-3}}{dB_{\perp}}. \quad (6.5)$$

Das Einsetzen des Gradienten der Aufspaltung $\frac{d\Delta V_Z^{-3}}{dB_{\perp}} = 0,568 \text{ mV}\cdot\text{T}^{-1}$ und des Hebel factors $\alpha = 0,491 \text{ meV}\cdot\text{mV}^{-1}$ in den Ausdruck (6.5) ergibt die laterale Komponente des Landé-Faktors des angeregten LH-Akzeptorzustandes $g_{\text{LH}}^{\parallel} = 4,81$.

Es stellt sich allerdings die Frage, ob die oben genannte Vermutung bezüglich des Tunnelns über angeregte LH-Akzeptorzustände gerechtfertigt ist. Es ist bekannt [208–210], dass der g -Faktor der Grundzustände der flachen Akzeptorstellen der 3. Hauptgruppe vernachlässigbar klein ist. Demzufolge kann das resonante Tunneln über die Akzeptor-Grundzustände eine so starke Peakaufspaltung, wie die untersuchte RTD aufweist, nicht hervorrufen.

Untersuchungen der optischen Übergänge zwischen dem Akzeptor-Grundzustand und den angeregten Akzeptorzuständen in einem variierenden Magnetfeld haben deutlich größere g -Faktorwerte gezeigt [211]. Dies betraf insbesondere den g_{m_j} -Faktor für $m_j = \frac{1}{2}$ [212], der den

optischen Übergängen zwischen LH-Akzeptorzuständen entspricht. Es gab auch experimentelle Beobachtungen eines vergleichbar großen g -Faktors $g_{\text{LH}}^{\parallel} = \pm 4,82$ in Ref. [212] sowie $g_{\text{LH}}^{\parallel} = \pm 4,61$ in Ref. [213] für optische D -Übergänge zwischen dem Bor-Akzeptor-Grundzustand $1S_{\frac{3}{2}}(\Gamma_8)$ und dem angeregten $2P_{\frac{3}{2}}(\Gamma_8)$ -Zustand. Bei diesen Messungen wurde das Magnetfeld \mathbf{B}_{\parallel} parallel zur [111]-Achse ausgerichtet. Diese Ergebnisse stützen die Vermutung, dass es sich in dieser Arbeit um resonanten Tunneltransport durch angeregte LH-Akzeptorzustände im Quantentopf der untersuchten Tunneliode handelt.

Dennoch wurde in Untersuchungen an einer ähnlichen RTD in Ref. [183] eine laterale Komponente des g -Faktors der Akzeptorstörstellen von $g_{\text{LH}}^{\parallel} = 6,3$ bestimmt. Dieser Wert unterscheidet sich deutlich vom g -Faktor der oben beschriebenen Diode, obwohl die beiden Tunnelioden aus dem gleichen Ausgangsmaterial und durch ein gleiches Präparationsverfahren hergestellt wurden. Auf mögliche Ursachen des genannten Unterschieds von $g_{\text{LH}}^{\parallel}$ wird jetzt näher eingegangen.

Dabei sollte zur Kenntnis genommen werden, dass es einen offensichtlichen Unterschied in der Größe der betrachteten Dioden gibt. Die Ätzmaske zur Prozessierung der in dieser Arbeit untersuchten Diode betrug $2,2 \mu\text{m}$. Dementsprechend ist der effektive Diodendurchmesser etwa $D \approx 1,28 \mu\text{m}$. Die Tunneliode aus Ref. [183] wurde mit Hilfe einer $1,4 \mu\text{m}$ Ätzmaske hergestellt. Daher kann der effektive Durchmesser dieser Diode auf etwa $D \approx 0,81 \mu\text{m}$ abgeschätzt werden.

Es ist bekannt [214–216], dass in (Sub-)Mikrometer großen vertikalen Resonanztunnelioden, die aus verspannten Si/Ge-Heterostrukturen angefertigt sind, ein teilweiser Abbau der Verspannung stattfinden kann. In Ref. [217] wurde mit Hilfe der Tunnelspektroskopie ein Verspannungsabbau in den vertikalen Si/Ge-Mikrostrukturen bei Verringerung der Strukturgröße von $D \geq 1,0 \mu\text{m}$ auf bis zu $0,1 \mu\text{m}$ in der Größenordnung von ca. 30 % beobachtet. Daher ist auch in dieser Arbeit zu vermuten, dass aufgrund eines deutlichen Unterschieds in der lateralen Größe der verglichenen Dioden ihre Quantentöpfe unterschiedlich verspannt sind. Da der g -Faktor (und folglich die Zeeman-Aufspaltung) der fla-

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

chen Störstellen in Halbleitern eine deformationsabhängige physikalische Größe ist [50], können die Akzeptorzustände in den unterschiedlich verspannten Heterostrukturen verschiedene Werte des g -Faktors aufweisen. Im Weiteren wird nun abgeschätzt, wie groß der Verspannungsunterschied in Germanium-Schichten der diskutierten Si/Ge-Tunneldioden sein kann.

Der Ref. [217] zufolge spiegelt ein Spannungsabstand zwischen Resonanzen in den IV-Kennlinien von Si/Si_{1-x}Ge_x-RTD einen energetischen Abstand zwischen den HH₀-LH₀-Subbändern im Quantentopf der Dioden wider. Da dieser energetische Abstand verspannungsabhängig ist, kann der relative Verspannungsabbau bei einer Verringerung der Diodengröße aus einer konsistenten Änderung der Spannungsabstände zwischen den oben erwähnten Strompeaks bestimmt werden.

In der Strom-Spannungs-Kennlinie der untersuchten Tunneldiode sind die Stromplateaus, die dem resonanten Tunneln über die HH- und LH-Subbänder im Germanium-Quantentopf zugeordnet sind, bei positiven Vorspannungen $V_{SD} = +294$ mV und $+780$ mV, und bei negativen Vorspannungen $V_{SD} = -250$ mV und -985 mV zu beobachten. Der Betrag der Spannungsabstände zwischen den Stromplateaus beträgt dann bei der jeweiligen V_{SD} -Polarität 486 mV bzw. 735 mV.

Aus dem Spannungsabstand zwischen Stromplateaus ΔV_{pl} kann ein energetischer Abstand ΔE_{pl} zwischen Loch-Subbändern durch den Ausdruck $\Delta E_{pl} = \alpha \Delta V_{pl}$ berechnet werden. Dieser beträgt ca. 239 meV bei positiven und 361 meV bei negativen Vorspannungen V_{SD} .

In der Kennlinie der Tunneldiode aus Ref. [183] treten die Stromplateaus bei $V_{SD} = +306$ mV und $+777$ mV bzw. bei $V_{SD} = -310$ mV und -978 mV auf. Daraus ergeben sich energetische Abstände von etwa 235 meV für positive und 334 meV für negative V_{SD} .

Wie zu merken ist, kommt es zu einer leichten Verringerung der energetischen Abstände zwischen den Loch-Subbändern im Quantentopf der kleineren Tunneldiode im Vergleich mit der größeren Diode. Diese Verringerung ΔE entsteht durch einen teilweisen Abbau der Verspannung im Ge-Quantentopf der kleineren Diode und beträgt etwa 4 meV

bei positiven bzw. 27 meV bei negativen V_{SD} . Da die Größe der Verspannung in den Epitaxieschichten einer Heterostruktur von einer angelegten elektrischen Spannung unabhängig ist, wird hier ein Mittelwert $\overline{\Delta E} = 15,5 \text{ meV}$ aus den ΔE -Werten für positive und negative V_{SD} für die weitere Analyse benutzt.

Es wird hierbei angenommen, dass eine Änderung der verspannungsabhängigen Aufspaltung der Valenzbandkante $\Delta E_{HH} - \Delta E_{LH}$ eine gleiche Änderung eines energetischen Abstandes zwischen Subbänder im Quantentopf ΔE_{pl} hervorruft, wobei die Größen ΔE_{HH} und ΔE_{LH} aus den Ausdrücken (4.8), Abschnitt 4.4, zu bestimmen sind. Zusätzlich wird hier die Verspannung in den Epitaxieschichten der Dioden, die im Allgemeinen inhomogen ist, als ein Mittlerer Wert betrachtet. Nun kann ein relativer Abbau der Verspannung bei einer Verringerung der Diodengröße unter diesen Annahmen aus den Änderungen der Spannungsabstände zwischen den beobachteten Stromplateaus bestimmt werden.

Zur Berechnung der verspannungsbedingten Aufspaltung der Valenzbandkante in den Germanium-Quantentöpfen der betrachteten Tunnelioden wurde eine Methodik aus Ref. [130, 218] verwendet. Unter Berücksichtigung der erwähnten Annahmen wurde abgeschätzt, dass einer mittleren Verringerung des energetischen Abstandes zwischen den Loch-Subbändern im Quantentopf in Höhe von $\overline{\Delta E} = 15,5 \text{ meV}$, ein relativer Abbau der Verspannung in der Größenordnung von etwa 28 % entspricht. Dieser Wert liegt nahe zum experimentell beobachteten Verspannungsabbau (ca. 30 %) aus Ref. [217]. Nun wird darauf eingegangen, inwiefern die Verspannung in der Heterostruktur den g -Faktor der Akzeptorzustände verändern kann.

Theoretisch wurde der Einfluss von mechanischen Spannungen auf den g -Faktor des Akzeptorgrundzustandes im Ge-Volumenmaterial in Ref. [51] untersucht. Dabei wurde die Wirkung einer großen uniaxialen mechanischen Spannung betrachtet, bei der die Aufspaltungsenergie des Akzeptorzustandes die Ionisierungsenergie des Akzeptors überschreitet. Bei einer zunehmenden mechanischen Spannung tritt dann gemäß [51] eine Erhöhung des g -Faktors auf, wobei seine laterale Komponente g^{\parallel}

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

bis zu -7.8 und seine transversale Komponente g^\perp bis zu -15.6 steigen kann.

Wie bereits weiter oben erwähnt, haben frühere Experimente ergeben [210, 219], dass der g -Faktor der Grundzustände von flachen Akzeptorstörstellen der 3. Hauptgruppe vernachlässigbar klein ist. Diese Ergebnisse widersprechen den theoretischen Erwartungen der Ref. [51].

Der g -Faktor der angeregten Zustände kann hingegen große Werte aufweisen. Z.B. wurde für einige angeregte Bohr-Akzeptorzustände im Ge-Volumenmaterial ohne Wirkung einer mechanischen Spannung ein experimenteller g -Faktor in Höhe von etwa $-6,14$ gemessen [209, 211]. Dieser Wert (ohne Berücksichtigung des Vorzeichens) ist erstaunlich ähnlich zu dem beobachteten Wert $g = 6,3$ in Ref. [183] für die Akzeptorzustände in der RTD, mit der die hier untersuchte Tunnelodiode verglichen wird. Eine theoretische Abschätzung des g -Faktors für die betrachtete D -Linie im Spektrum der Bohr-Störstelle im Ge-Volumenhalbleiter hat für den angeregten Akzeptorzustand $g^\parallel \approx -6,92$ ergeben. Dieser Wert liegt nahe dem beobachteten g -Faktor in der hier betrachteten RTD.

Wie oben gezeigt wurde, findet ein teilweiser Abbau der Verspannung in den Epitaxieschichten der kleineren Tunnelodiode mit $g = 6,3$ statt. Dadurch werden einige Eigenschaften dieser Diode so verändert, dass sie sich den entsprechenden Eigenschaften des verspannungsfreien Volumenhalbleiters ähneln. Eine gute Übereinstimmung von Messwerten für den Volumenhalbleiter und diese Tunnelodiode mit relaxierten Epitaxieschichten spricht dafür.

Die Epitaxieschichten der hier untersuchten größeren Diode sind hingegen, wie weiter oben gezeigt, stärker verspannt. Dabei weist sie einen kleineren g -Faktor $g^\parallel = 4,81$ als der der kleineren Tunnelodiode auf ($g^\parallel = 6,3$). In Ref. [220] wurde ein kleinerer g -Faktor $g^\parallel \approx 4,46$ von schweren Löchern für einen der beobachteten Resonanzen im Photolumineszenzspektrum von verspannten $\text{Si}/\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Übergittern gemessen [220]. Basierend auf den dargestellten Ergebnissen kann hier nun die Schlussfolgerung ausgesprochen werden, dass gerade eine stärkere

Verspannung der Grund für einen kleineren g -Faktor, im Vergleich zu demjenigen der vorher diskutierten Diode, ist.

6.4.3. Winkelabhängigkeit des g -Faktors

Im vorherigen Unterabschnitt 6.4.2 wurde der Einfluss eines zu den Grenzflächen der Heterostruktur der Diode senkrechten Magnetfeldes B_{\perp} auf einen vertikalen Lochtransport durch die Diode untersucht. Aus einer linearen Aufspaltung der G_d -Maxima im Magnetfeld B_{\perp} wurde die laterale Komponente des Landé-Faktors g_{LH}^{\parallel} der angeregten LH-Akzeptorzustände im Quantentopf der Diode bestimmt. Dieser Unterabschnitt wird nun der Untersuchung der Winkelabhängigkeit der zuvor beschriebenen Zeeman-Aufspaltung gewidmet. Dafür wird die Orientierung des Feldes von ihrer ursprünglichen senkrechten zur parallelen Orientierung geändert.

Zur Untersuchung der Zeeman-Aufspaltung bei den dazwischen liegenden Winkeln ($0^{\circ} < \Theta_B < 90^{\circ}$) wurde die Probe im Magnetfeld schrittweise um einen kleinen Winkel gedreht. Dabei wurden die IV-Kennlinien der Diode bei jeder Winkeleinstellung in einem zunehmenden (mit einem Schritt von 0,1 T) Magnetfeld gemessen. Abbildung 6.13 stellt Messergebnisse für vier Drehwinkeleinstellungen ($\Theta_B = 90^{\circ}$, 50° , 25° und 0°) als Graustufenbilder dar. Für eine bessere Übersichtlichkeit der winkelabhängigen Änderungen ist die Aufspaltung ΔV_Z^{+3} des dritten Peaks in positiver V_{SD} -Polarität in der Abbildung mit roten Linien angedeutet (Spannungsposition des Peaks in der Kennlinie zeigt Abb. 6.5, Abschnitt 6.2).

Es ist ganz offensichtlich, dass die Aufspaltung der G_d -Maxima eine klare Winkelabhängigkeit aufweist: mit einer Verringerung des Winkels zwischen dem Magnetfeld \vec{B} und den Grenzflächen der Heterostruktur wird auch die Peak-Aufspaltung immer kleiner. In einem parallel zur den Grenzflächen ausgerichteten Magnetfeld B_{\parallel} (s. Abb. 6.13, **d**)) wandeln sich die zuvor auseinander laufenden hellen Geraden in eine Vielzahl von beinahe parallelen Linien, die die Peaks der differentiellen

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

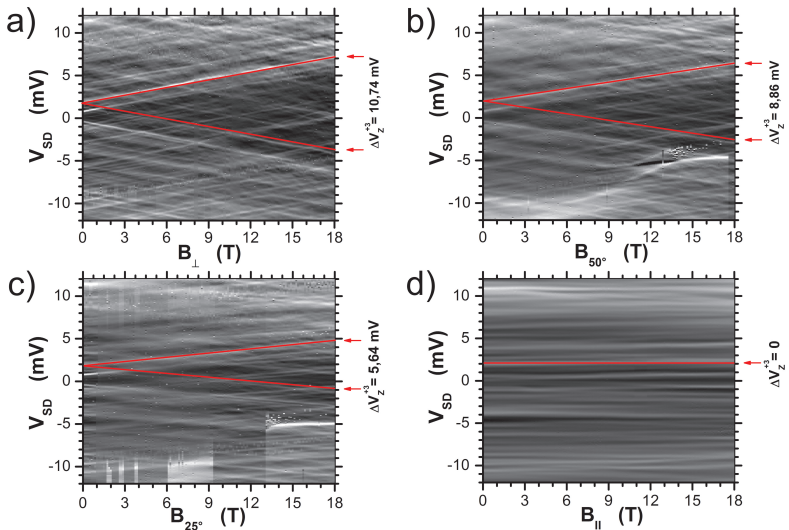


Abbildung 6.13.:

Graustufenbilder der differentiellen Leitfähigkeit der untersuchten Tunnel diode für vier Winkeleinstellungen der Magnetfeldorientierung. **a)** Der Winkel Θ_B zwischen \vec{B} und den Grenzflächen der Heterostruktur der Diode beträgt 90° ; **b)** $\Theta_B = 50^\circ$; **c)** $\Theta_B = 25^\circ$; **d)** $\Theta_B = 0^\circ$. Rote Linien deuten die lineare Zeeman-Aufspaltung ΔV_Z^{+3} des dritten G_d -Maximums in positiver V_{SD} -Polarität an (s. Abb. 6.5, Abschnitt 6.2).

Leitfähigkeit der Diode in einem zunehmenden Magnetfeld B_{\parallel} darstellen. Demzufolge weisen die Spannungspositionen der beobachteten G_d -Maxima bei $B_{\parallel} \leq 18 \text{ T}$ kaum eine Abhängigkeit von der Stärke des Magnetfeldes auf. Mit anderen Worten, eine klare lineare Aufspaltung der G_d -Maxima, die im senkrechten Magnetfeld B_{\perp} zu beobachten war, ist im parallelen Feld B_{\parallel} nicht mehr präsent. Damit unterscheidet sich die Einwirkung des Magnetfeldes B_{\parallel} entscheidend von derjenigen des Feldes B_{\perp} . In Abbildung 6.14 ist der Verlauf der Peaks der differentiellen Leitfähigkeit der untersuchten Diode unter Einwirkung vom Magnetfeld B_{\parallel} in einem größeren Maßstab dargestellt. Als Zuordnung

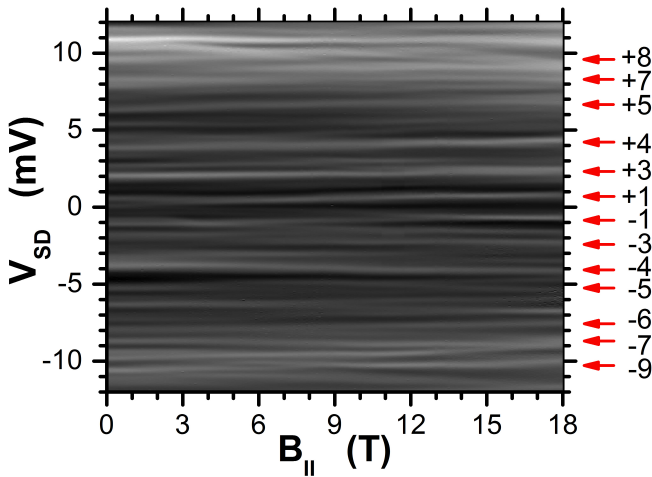


Abbildung 6.14.:

Graustufenbild der differentiellen Leitfähigkeit der untersuchten Resonanztunneliode als Funktion einer Vorspannung V_{SD} und eines Magnetfeldes $B_{||}$. Die Pfeile und Nummern deuten einige G_d -Maxima von Abb. 6.5 an.

sind einige helle Linien – die G_d -Maxima – mit Pfeilen markiert und durchnummeriert. Die Nummerierung entspricht der zuvor angenommenen Bezeichnung der Peaks in Abb. 6.5.

Abbildung 6.13 deutet darauf hin, dass der effektive g -Faktor der Leichtloch-Akzeptorzustände in der untersuchten Diode eine anisotrope physikalische Größe ist. Im Weiteren wird nun die Winkelabhängigkeit des effektiven g -Faktors diskutiert.

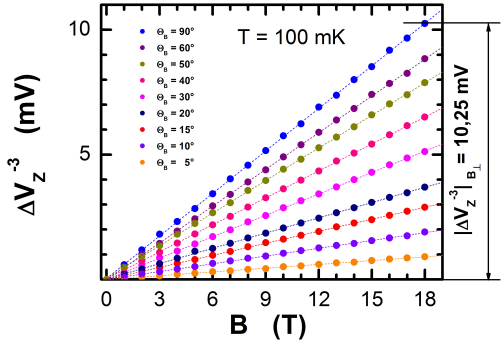
Für eine ausführliche Analyse der Winkelabhängigkeit des effektiven g -Faktors wurde die Aufspaltung $\Delta V_Z^{\pm n}$ einiger G_d -Maxima, die im gesamten Drehwinkelbereich gut zu verfolgen sind, in Abhängigkeit von der Magnetfeld-Flussdichte B aufgetragen. In Abbildung 6.15 ist eine solche Abhängigkeit für den dritten Peak in der negativen V_{SD} -Polarität beispielhaft dargestellt.

Für diesen G_d -Peak beträgt die Aufspaltung ΔV_Z^{-3} bei $B_{\perp} = 18$ T

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

Abbildung 6.15:

Größe der Zeeman-Aufspaltung ΔV_Z^{-3} des dritten Peaks in der negativen V_{SD} -Polarität in Abhängigkeit vom Winkel Θ_B zwischen Magnetfeld \vec{B} und den Grenzflächen der Heterostruktur der Tunneldiode. Die Proben temperatur beträgt 100 mK.



etwa 10,25 mV, die sich bei einem Übergang zum Magnetfeld $B_{||}$ kontinuierlich verringert.

In Experimenten an der RTD mit GaAs/AlGaAs-Quantentöpfen wurde festgestellt [221], dass ein äußeres Magnetfeld $B_{||}$, das entlang der Grenzflächen der RTD-Heterostruktur gerichtet ist, eine Spinaufspaltung ausschließlich der Leichtloch-Subbänder erzeugt. Die Schwerloch-Subbänder sind von der Wirkung des Feldes $B_{||}$ nahezu nicht betroffen [43]. In Ref. [222] wurde ein resonanter Lochtransport in AlAs/GaAs-Doppelbarrieren-Strukturen vom p-Typ in einem hohen parallelen Magnetfeld $B_{||} \leq 41$ T experimentell untersucht. Es wurde beobachtet, dass unter Einwirkung von $B_{||} \geq$ ca. 20 T eine Aufspaltung der Strompeaks in Strom-Spannungs-Kennlinien zu beobachten ist, die als „Spin“-Aufspaltung einiger Loch-Subbänder im Quantentopf interpretiert werden kann [223].

In den hier beschriebenen Experimenten, bei denen ein Magnetfeld $B_{||} \leq 18$ T angelegt wurde, ist keine eindeutige lineare Aufspaltung der G_D -Maxima zu erkennen (s. Abb. 6.14). Es ist zu vermuten, dass die im Experiment vorhandene Magnetfeldstärke nicht ausreichend war, um eine klare lineare Spinaufspaltung der LH-Akzeptorzustände beobachten zu können.

Es ist bekannt [50], dass in einem verspannten Halbleiter-Kristall der

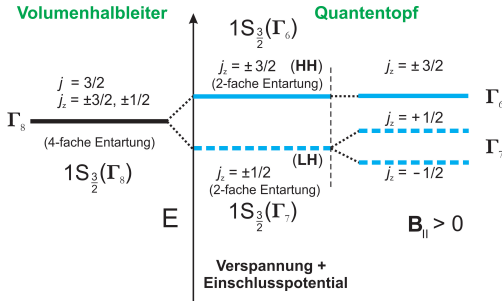


Abbildung 6.16:

Schematische Darstellung des Akzeptor-Grundzustandes $1S_{3/2}(\Gamma_8)$ unter Einwirkung von Verspannung/Einschlusspotential und eines Magnetfeldes $B_{||}$. Das Feld $B_{||}$ hebt nur die Spinentartung des LH-Akzeptorzustandes $1S_{3/2}(\Gamma_7)$ auf. Der HH-Akzeptorzustand $1S_{3/2}(\Gamma_6)$ ist von der Wirkung des Magnetfeldes nahezu nicht betroffen.

g -Faktor der aufgespaltenen Akzeptorzustände anisotrop und von der Richtung der Deformation abhängig ist. Bei der Deformationen entlang der [001]- und [111]-Richtungen hat der g -Faktor zwei Komponenten bezüglich der Richtung der Deformation. Da die hier diskutierten Akzeptorzustände sich in einem druckverspannten Quantentopf befinden, kann ihr effektiver g -Faktor in zwei Komponenten aufgeteilt werden.

Typischerweise hängt der g -Faktor vom gesamten Magnetfeld ab. In Ref. [224] wurde experimentell beobachtet, dass die von der Feldorientierung abhängigen Werte des effektiven g -Faktors der Löcher sehr gut mit folgender Formel gefittet werden können:

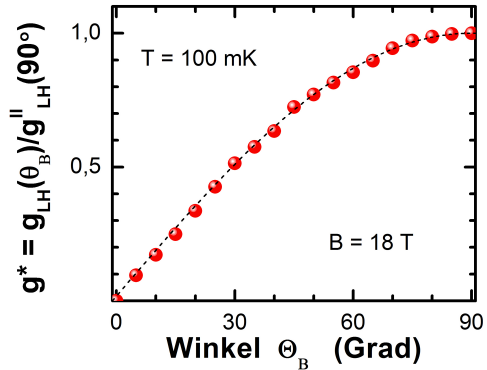
$$g^2 = (g^{\parallel} \cos\Theta_B)^2 + (g^{\perp} \sin\Theta_B)^2, \quad (6.6)$$

wobei Θ_B den Winkel zwischen der Richtung des Magnetfeldes und den Grenzflächen der Heterostruktur bezeichnet und g^{\parallel} , g^{\perp} die laterale bzw. transversale (senkrechte) Komponente des g -Faktors ist.

Um festzustellen, ob die Beziehung (6.6) auch die Winkelabhängigkeit des anisotropen g -Faktors der hier untersuchten Akzeptorzustände beschreibt, wurden für die G_d -Maxima +2, +4, -3 und -5, die in der Abbildung 6.10 durch farbige Linien angedeutet sind, jeweilige Gradienten

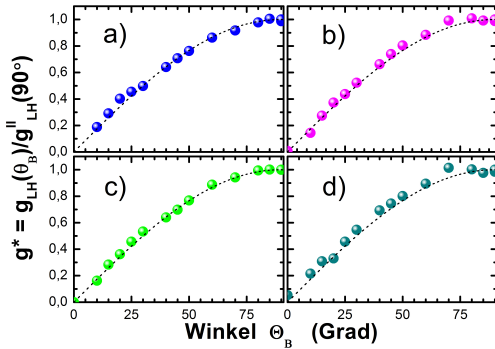
Abbildung 6.17:

Änderung des normierten effektiven g -Faktors g^* (rote Kreise) beim Drehen der Probe in einem Winkelbereich $0^\circ < \Theta_B < 90^\circ$ im Magnetfeld \mathbf{B} . Die Fitkurve (unterbrochene Kurve) wurde anhand des Ausdrucks (6.6) unter der Annahme erhalten, dass ausschließlich die \mathbf{B}_\perp -Komponente des Magnetfeldes die Zeeman-Aufspaltung der Akzeptorzustände bestimmt. Die Probentemperatur betrug 100 mK.



der Aufspaltung $\frac{d\Delta V_Z^{\pm n}}{d\Delta B_\perp}$ bei unterschiedlichen Winkeleinstellungen berechnet. Anhand des Ausdrucks (6.5) wurden entsprechende Werte des effektiven g -Faktors bestimmt. Danach wurden alle erhaltene Werte, die einem jeweiligen Peak angehören, auf einen diesem Peak korrespondierenden maximalen Wert $g_{\text{LH}}^{\parallel}(90^\circ)$ normiert. Anschließend wurde der normierte g -Faktor $g^* = g_{\text{LH}}^{\parallel}(\Theta_B)/g_{\text{LH}}^{\parallel}(90^\circ)$ in Abhängigkeit vom Drehwinkel Θ_B graphisch dargestellt.

In der Abbildung 6.17 ist beispielhaft die Abhängigkeit des normierten g -Faktors $g^* = g_{\text{LH}}^{\parallel}(\Theta_B)/g_{\text{LH}}^{\parallel}(90^\circ)$ vom Drehwinkel Θ_B für Peak +3 (s. Abb. 6.10) dargestellt [184]. Es ist zu vermuten, dass die Zeeman-Spinaufspaltung, die man durch eine Aufspaltung der G_d -Maxima beobachtet, ausschließlich durch die senkrechte Komponente des Magnetfeldes \mathbf{B}_\perp bestimmt wird. Die gestrichelte Kurve in der Abbildung 6.17 entspricht einem Fit anhand der Gleichung (6.6) unter Berücksichtigung der oben erwähnten Annahme. Es ist offensichtlich, dass die Kurve praktisch exakt dem Verlauf der experimentellen Messpunkte entspricht. Eine ähn-

**Abbildung 6.18:**

Winkelabhängigkeit des normierten effektiven g -Faktors g^* für G_d -Peaks +2 (a), +4 (b), -3 (c), und -5 (d) (farbige Kreise) in einem Winkelbereich $0^\circ < \Theta_B < 90^\circ$ bei $B = 18$ T, Proben­temperatur 100 mK. Die Fit-Kurven (unterbrochene Kurven) sind anhand des Ausdrucks (6.6) unter einer Annahme erhalten, dass ausschließlich B_\perp -Komponente des Magnetfeldes die Zeeman-Aufspaltung bestimmt.

liche Beobachtung der Spinaufspaltung für Löcher in GaInSb/GaSb verspannten Quantentöpfen, die ausschließlich durch die B_\perp -Komponente des Magnetfeldes bedingt ist, wurde in Ref. [225] berichtet.

Auch für die anderen G_d -Maxima beschreibt der Ausdruck (6.6) eine Winkelabhängigkeit ihres effektiven g -Faktors ziemlich gut, was in Abb. 6.18 zu sehen ist. Dies bestätigte, dass die Zeeman-Spinaufspaltung der Akzeptorzustände in der untersuchten Resonanztunneldiode ausschließlich durch Einwirkung der senkrechten Komponente B_\perp des Magnetfeldes zustande gekommen ist.

6.5. Zusammenfassung

Im vorgestellten Kapitel wurden Ergebnisse einer Untersuchung des resonanten Lochtransports in einer vertikalen Si/Ge-Doppelbarrieren Resonanztunneldiode mit einem Ge-Quantentopf der nominellen Dicke 4,5 ML bei Temperaturen im Bereich von 100 mK bis ca. 1 K präsentiert.

Die Transportmessungen haben ergeben, dass in den Strom-Spannungs-

6. Magnetotransport über 0D-Zustände im Ge Quantentopf

Kennlinien der Diode kleine Stromstufen bei Vorspannungen in der Größenordnung von ± 15 mV zu beobachten sind. Das Auftreten der Stromstufen ist dem resonanten Tunneln der schweren Löcher über einzelne diskrete (0D) angeregte Leichtloch-Akzeptorzustände zugeschrieben, die durch eine unabsichtliche Diffusion der Bohr-Atome in den Quantentopf der Diode dort entstanden sind. In einem senkrecht zur Grenzflächenebene der Heterostruktur der Diode ausgerichteten Magnetfeld \mathbf{B}_\perp ist eine lineare Aufspaltung der Maxima der differentiellen Leitfähigkeit zu beobachten, die die lineare Zeeman-Spinaufspaltung der erwähnten Akzeptorzustände widerspiegelt. Aus dieser Aufspaltung wurde die laterale Komponente des g -Faktors der angeregten Leichtloch-Akzeptorzustände bestimmt, die für das Magnetfeld \mathbf{B}_\perp etwa $g_{\text{LH}}^\parallel = 4,81$ beträgt. Dieser Wert ist kleiner als derjenige der Resonanztunneldiode in Ref. [183] ($g_{\text{LH}}^\parallel = 6,3$), was durch einen unterschiedlichen teilweisen Verspannungsabbau in den Quantentöpfen der beiden Dioden zustande kommt. Der effektive Landé-Faktor hat eine starke Anisotropie aufgewiesen. Bei einer Verringerung des Winkels zwischen der Richtung des Magnetfeldes und der Grenzflächenebene der Heterostruktur der Diode wurde die beobachtete Aufspaltung der G_d -Maxima immer kleiner (bis zum vollen Verschwinden in einem parallelen Magnetfeld \mathbf{B}_\parallel). Ein graphisch dargestellter Verlauf der Winkelabhängigkeit des g -Faktors für mehrere G_d -Maxima wies darauf hin, dass ausschließlich die senkrechte Komponente des Magnetfeldes \mathbf{B}_\perp die untersuchte Spinaufspaltung der Akzeptorzustände bestimmt.

7

Kapitel 7.

Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge Quantenpunkten

Dieses Kapitel beschreibt Ergebnisse einer Untersuchung einer Vielzahl von vertikalen Si/Ge-Doppelbarrieren-Resonanztunneldioden, die aus zwei Gruppen der Si/Ge-Heterostrukturen hergestellt wurden, nämlich mit einer glatten bzw. mit einer strukturierten Substratoberfläche. Eine Besonderheit der Letzteren ist, dass (i) sie jeweils eine Ge-Schicht von **räumlich geordneten**, selbstorganisiert gewachsenen Ge-Inseln (Ge-Quantenpunkten) beinhalten und dass (ii) die Strukturierung ihrer Substrate nicht gleich ist (s. dazu Abschnitt 5.2). Damit unterscheiden sich diese Tunneldioden ganz offensichtlich von der RTD aus dem vorherigen Kapitel 6.

Das Kapitel ist wie folgt aufgebaut. Zuerst werden Strom-Spannungskennlinien von drei Gruppen der Tunneldioden auf strukturierten Substraten im Abschnitt 7.1 betrachtet. Aus den genannten Gruppen wird jeweils eine RTD mit ähnlichen Abmessungen für weitere Untersuchungen ausgewählt. Ladungstransporteigenschaften dieser Dioden werden im Abschnitt 7.2 mit denjenigen anderer Tunneldioden verglichen, die

7. Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge Quantenpunkten

auf glatten Substraten gewachsen worden sind. Im Abschnitt 7.3 werden die drei ausgewählten Dioden miteinander verglichen. Anschließend wird Magnetotransport bei Magnetfeldern $B \leq 12$ T von zwei zueinander senkrechten Richtungen durch eine der Dioden mit abgeschiedenen 6,0 ML Germanium im Abschnitt 7.4 diskutiert.

7.1. JV-Kennlinien der Resonanztunneldioden auf strukturierten Substraten

Der Aufbau und die Einzelheiten zum Herstellungsverfahren der in diesem Kapitel untersuchten Tunneldioden sind in den Abschnitten 5.1, 5.2 und 5.4 beschrieben. Die Proben stellen eine Vielzahl der vertikalen Si/Ge-Doppelbarrieren-RTD dar, die sich voneinander hauptsächlich in der Dicke der Germaniumschicht sowie im Muster der Vertiefungen auf der Substratoberfläche, deren Form von einer EUV-Bestrahlungsdosis der Substrate abhängig ist, unterscheiden.

Für die Anfertigung der Resonanztunneldioden auf strukturierten Substraten wurden drei Si/Ge-Heterostrukturen verwendet, die jeweils eine Schicht von Ge-Quantenpunkten einbetten. Zur Bildung der Quantenpunkte (QP) wurde die folgende Menge von Germanium zur Abscheidung festgelegt: (i) 4,5 ML für Wafer S058, (ii) 5,3 ML für S023 und (iii) 6,0 ML für S050. Um mögliche Verwechslungen zu vermeiden, wird die Anzahl der abgeschiedenen Monolagen im Weiteren neben einer Bezeichnung einer entsprechenden Heterostruktur oder Tunneldiode in Klammern angegeben, z. B. als „RTD (4,5 ML Ge) mit Ge-Inseln“.

Wie bereits im Abschnitt 5.2 beschrieben, kommt es während der Abscheidung der Ge-Schicht beim Wachstum der Wafer dieser Gruppe zu einer Vermischung von Ge mit Si aus der unteren Tunnelbarriere. Als Folge formiert sich eine $Si_{1-x}Ge_x$ -Legierung mit einem ungleichmäßig verteilten Ge-Anteil im Volumen der Quantenpunkte. Aus diesem Grund müssten die untersuchten Ge-Quantenpunkte richtigerweise eigentlich als *Germanium-basierend* bezeichnet werden. Der Einfach-

7.1. JV-Kennlinien der Resonanztunneldioden auf strukturierten Substraten

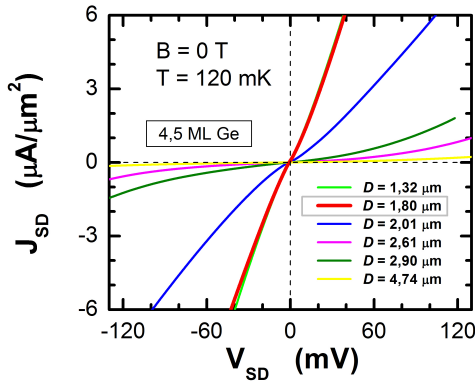


Abbildung 7.1:

JV-Kennlinien einer Gruppe von vertikalen Si/Ge-Doppelbarrieren-RTD (4,5 ML Ge) mit Ge-Quantenpunkten aus dem Wafer S058. Eine starke Variation der Kennlinien untereinander deutet auf eine Ungleichmäßigkeit der Stromverteilung über den Querschnitt der Dioden hin. Die Kennlinie einer Diode mit $D = 1,80\ \mu\text{m}$, die im Weiteren ausführlicher diskutiert wird, ist durch die rote Farbe hervorgehoben.

heit halber werden sie in diesem Kapitel jedoch künftig als *Germanium*-Quantenpunkte (oder Inseln) bezeichnet.

Aus jeder der oben erwähnten Heterostrukturen wurde eine Gruppe von Tunneldioden hergestellt, deren effektiver Durchmesser D im Bereich von einigen hundert nm bis $10\ \mu\text{m}$ lag.

Für einen korrekten Vergleich der Eigenschaften der Tunneldioden muss ein Einfluss der Diodengeometrie ausgeschlossen werden. Daher werden hier Stromdichten J_{SD} anstatt Stromstärken I_{SD} in Abhängigkeit von der Vorspannung V_{SD} analysiert. In Abb. 7.1 sind Stromdichte-Spannungs-Kennlinien (JV-Charakteristiken) einer Gruppe von Resonanztunneldioden mit Ge-Quantenpunkten bei $T = 120\text{ mK}$ und $B = 0\text{ T}$ dargestellt. Die Dioden sind aus dem Wafer S058 (4,5 ML Ge) hergestellt. In der weiteren Diskussion wird der Begriff „Quantenpunkte“ bezüglich einer Unterscheidung der Proben oft weggelassen, da es hauptsächlich um die Proben mit Quantenpunkten geht.

Wie in der Abbildung 7.1 zu sehen, variieren die Diodenkennlinien trotz einer Berücksichtigung der Diodengeometrie deutlich untereinander. Es ist ersichtlich, dass Dioden mit einem kleineren Durchmes-

7. Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge Quantenpunkten

ser typischerweise einen kleineren elektrischen Widerstand aufweisen. Vermutlich deutet diese Tatsache darauf hin, dass der Stromfluss über den Querschnitt der Dioden sehr ungleichmäßig verteilt ist. Zu diesem Verhalten könnte auch ein sehr komplizierter Verlauf der Heterogrenzen beitragen, der durch die Substratvorstrukturierung und Präsenz der Ge-Inseln bestimmt ist. Allerdings kann die Rolle der Grenzflächen an der beobachteten Variation im Verlauf der Kennlinien nicht ausdrücklich nachgewiesen werden. Vielmehr ist zu erwarten, dass die Oberflächenstruktur des Substrates und der darauf folgenden $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ - sowie Ge-Schicht pro Flächeneinheit des Querschnitts aller Dioden dieser Gruppe ziemlich ähnliche Eigenschaften besitzt, und somit den Ladungstransport durch alle RTD dieser Gruppe ähnlich beeinflussen wird.

In den JV -Charakteristiken in Abb. 7.1 lassen sich keine Strommaxima bzw. Stromplateaus (Stromstufen) identifizieren, die auf eine Beobachtung des resonanten Tunnelns im Ladungstransport durch die untersuchten Dioden hinweisen könnten. Allerdings ist bemerkenswert, dass die Kennlinien der Tunnelndioden mit $D = 1,32$ und $1,80 \mu\text{m}$ sehr nah beieinander verlaufen, was eine ziemlich gleiche Stromverteilung im effektiven Querschnitt der beiden Dioden vermuten lässt. Für eine weitergehende Analyse wird die Diode mit $D = 1,80 \mu\text{m}$ aus dieser Gruppe ausgewählt, deren $J_{SD}(V_{SD})$ in der Abbildung 7.1 in Rot hervorgehoben.

JV -Charakteristiken einer nächsten Gruppe von fünf Tunnelndioden mit Ge-Quantenpunkten, die aus der Heterostruktur S023 (5,3 ML Ge) hergestellt worden sind, veranschaulicht Abbildung 7.2. Es ist zu sehen, dass J_{SD} durch diese Dioden im Vergleich zu den bisher beschriebenen deutlich abgenommen hat, was eine bemerkenswerte Erhöhung des Widerstandes der Dioden bei einer Zunahme der Germaniumschichtdicke ergibt. Die dargestellten Kennlinien verlaufen sehr dicht beieinander, was für eine Ähnlichkeit der Stromverteilung im Querschnitt der Dioden spricht. Aus dieser Gruppe wird eine RTD mit einem effektiven Durchmesser $D = 1,74 \mu\text{m}$ für weitere Untersuchungen ausgewählt. Die Kennlinie dieser Tunnelndiode ist in der Abbildung 7.2 ähnlich, wie

7.1. JV-Kennlinien der Resonanztunneldioden auf strukturierten Substraten

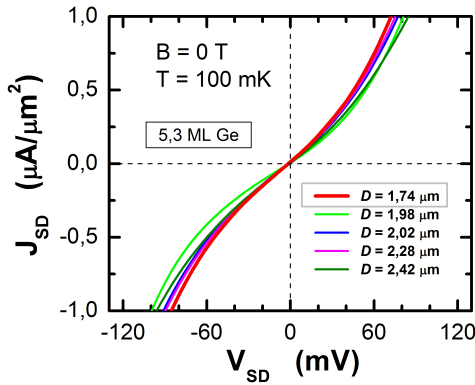


Abbildung 7.2:

JV-Kennlinien einer Gruppe von vertikalen Si/Ge-Doppelbarrieren-RTD mit Ge-Quantenpunkten aus dem Wafer S023 (5,3 ML Ge). Die Kennlinien verlaufen sehr dicht beieinander, was auf eine Gleichmäßigkeit der Stromverteilung über den Querschnitt der Dioden hinweist. Die Kennlinie einer Diode mit $D = 1,74\ \mu\text{m}$, die für einen späteren Vergleich mit Tunneldioden der anderen Gruppen ausgewählt wurde, ist in Rot dargestellt.

bei der Diode zuvor, in Rot dargestellt.

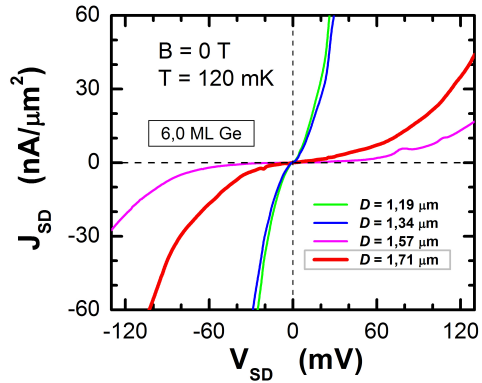
Eine letzte Gruppe von Resonanztunneldioden mit Quantenpunkten wurde aus dem Wafer S050 (6,0 ML Ge) angefertigt. Abb. 7.3 stellt JV-Charakteristiken von vier RTD dieser Gruppe bei $T = 120\text{ mK}$ und $B = 0\text{ T}$ dar. Es ist offensichtlich, dass eine weitere Erhöhung der Germaniumschichtdicke auf 6,0 ML eine weitere, ziemlich starke Verringerung der Stromdichte (d. h. eine weitere Zunahme des Widerstandes) hervorgerufen hat. Bemerkenswert ist es zudem, dass es auch in dieser Gruppe der Tunneldioden eine starke Variation der JV-Kennlinien untereinander trotz eines nur geringen Unterschieds im Diodendurchmesser zu beobachten ist. Ähnlich zu den Dioden der ersten Gruppe, liegt die Variation der Kennlinien möglicherweise an einer Ungleichmäßigkeit der Stromverteilung über den Querschnitt der Dioden.

Auch die Nichtlinearität der JV-Charakteristiken nimmt bei einer Zunahme der Ge-Schichtdicke zu. Während die Kennlinien der Dioden der ersten zwei Gruppen (4,5 und 5,3 ML Ge) einen monotonen Verlauf aufweisen, lassen sich einige Besonderheiten in den Kennlinien einzelner RTD der dritten Gruppe erkennen (s. Abb. 7.3, Dioden mit $D =$

7. Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge-Quantenpunkten

Abbildung 7.3:

JV-Kennlinien einer Gruppe von vertikalen Si/Ge-Doppelbarrieren-RTD mit Ge-Quantenpunkten aus dem Wafer S050 (6,0 ML Ge). Trotz eines geringen Unterschieds am Diodendurchmesser variieren ihre Kennlinien sehr deutlich untereinander. Die Kennlinie der Diode mit $D = 1,71 \mu\text{m}$, die für eine weitere Analyse ausgesucht wurde, ist durch die rote Farbe hervorgehoben.



1,57 und $1,71 \mu\text{m}$). Diese Besonderheiten sind durch einen resonanten Lochtransport zustande gekommen. In weiteren Abschnitten wird darauf näher eingegangen.

Um diesen Abschnitt zu vervollständigen, wird noch eine weitere Tunnelndiode (mit $D = 1,71 \mu\text{m}$) für eine weitere Analyse ausgewählt. Aus vier vorhandenen Dioden dieser Art eignet sich diese Diode am besten, da: (i) der Diodendurchmesser am besten zu den beiden vorher gewählten passt, (ii) ihre Strom-Spannungs-Kennlinie kleine Stromstrukturen (kleine Strompeaks) aufweist. Zwei weitere Dioden, jeweils mit einem Durchmesser von $1,19$ bzw. $1,34 \mu\text{m}$, deren Kennlinien dicht nebeneinander verlaufen (s. Abb. 7.3), sind für weitere Untersuchungen nicht geeignet, da sie wahrscheinlich kurzgeschlossen sind. Sie weisen einen zu niedrigen Widerstand auf und keine Stromstrukturen in den Kennlinien zeigen.

Damit stehen nun insgesamt drei RTD einer sehr ähnlichen Geometrie zum Vergleich ihrer Transporteigenschaften bereit. Allerdings ist in die Dioden jeweils eine Ge-Schicht unterschiedlicher Dicke mit Quantenpunkten einbettet. Dazu kommt noch, dass die Geometrie der Vertiefungen in Substraten aller drei RTD nicht gleich ist (s. Abschnitt 5.2).

7.2. RTD auf glatten und strukturierten Substraten im Vergleich

Im vorherigen Abschnitt 7.1 wurden JV -Charakteristiken von vertikalen Si/Ge-Doppelbarrieren-Resonanztunneldioden mit unterschiedlicher Dicke der Germaniumschicht diskutiert. Eine Besonderheit dieser Dioden besteht darin, dass Heterostrukturen für ihre Herstellung auf Si-Substraten mit einer strukturierten Oberfläche gewachsen worden sind. In diesem Abschnitt werden JV -Kennlinien der drei in Abschnitt 7.1 ausgewählten Dioden mit Kennlinien von anderen Tunneldioden verglichen, die im Gegensatz dazu auf glatten Si-Substraten gewachsen worden sind. Die Dicke ihrer Ge-Schicht ist hingegen vergleichbar mit der der Dioden aus Abschnitt 7.1.

Die Tunneldioden für diesen Vergleich wurden aus den Wafern S1324 (4,5 ML Ge), S1456 (5,0 ML Ge), und S1457 (6,5 ML Ge) prozessiert. Der erste Wafer (S1324) beinhaltet einen Germanium-Quantentopf. In den beiden anderen sind Ge-Inseln selbstorganisiert gewachsen. Einheiten zum Aufbau der Heterostrukturen der Dioden dieser Serie sind im Abschnitt 5.1 beschrieben.

Abbildung 7.4 zeigt JV -Kennlinien einer Gruppe von Tunneldioden aus dem Wafer S1324 (gepunktete Kurven) und einer Diode aus dem Wafer S058 (rote durchgezogene Kurve) bei $T = 120$ mK und $B = 0$ T. Wie eindeutig zu sehen ist, weist die RTD aus S058 einen wesentlich kleineren Gesamtwiderstand auf als die Dioden aus S1324.

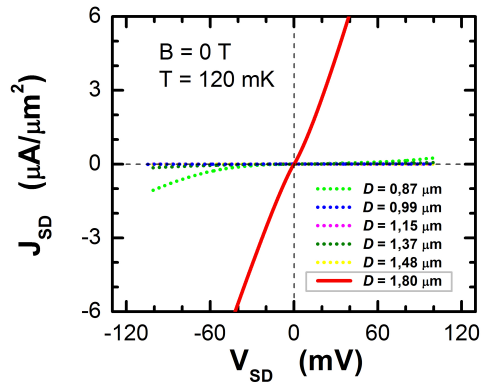
Es gibt viele Gemeinsamkeiten im Aufbau der beiden verwendeten Heterostrukturen. Beide betten eine Ge-Schicht gleicher Dicke ein (4,5 ML), obwohl die Ge-Schicht in S058 nicht exakt planar ist wie die von S1324, sondern 3D Ge-Inseln auf ihrer Oberfläche hat. Die Tunnelbarrieren in beiden Strukturen sind identisch (jeweils 5,0 nm) und grenzen an SiGe-Schichten.

Allerdings gibt es auch wichtige Unterschiede in den Eigenschaften der SiGe-Schichten in den betrachteten Heterostrukturen. In S1324 bleibt der Germanium-Anteil der SiGe-Legierung konstant, nämlich 30 % (d. h.

7. Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge Quantenpunkten

Abbildung 7.4:

JV-Kennlinien der Tunnel-dioden, die aus dem Wafer S1324 (Ge-Quantentopf von 4,5 ML, glattes Substrat, **gepunktete Kurven**) und aus dem Wafer S058 (4,5 ML Ge, strukturiertes Substrat, Ge-Quantenpunkte) hergestellt worden sind. Die Diode aus S058 ($D = 1,80 \mu\text{m}$, **rote Kurve**) zeigt einen deutlich kleineren Gesamtwiderstand als die Dioden aus S1324.



$\text{Si}_{0.7}\text{Ge}_{0.3}$ -Legierung). Zudem sind die $\text{Si}_{0.7}\text{Ge}_{0.3}$ -Schichten dieser Probe undotiert.

Der Ge-Anteil in der $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Legierung von S058 variiert stattdessen räumlich. Entscheidend ist aber, dass die $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Schichten in dieser Heterostruktur hoch dotiert sind ($N_B = 5,0 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$). Offensichtlich bedingt die letzte Tatsache eine wesentlich bessere Leitfähigkeit der Diode aus dem Wafer S058 im Vergleich zu denjenigen aus S1324. In der Abbildung 7.4 ist das deutlich zu sehen.

Es wird vermutet, dass hier eine hohe Dotierung der $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Schichten eine wesentlich stärkere Auswirkung auf den Gesamtwiderstand der Tunnel-diode hat als eine Strukturierung der Substratoberfläche. Typischerweise führt die Verwendung von Substraten mit einem komplizierten Oberflächenschnitt zu einer Zunahme des Gesamtwiderstands der Bauelemente aus solchen Heterostrukturen. Der Grund hierfür liegt darin, dass die Streuung von Ladungsträgern bei einem Transport über die Grenzflächen der Heterostruktur wegen eines komplexen Verlaufs der genannten Grenzflächen stark zunimmt.

Eine wichtige Rolle spielt dabei allerdings, wie die Vertiefungen im Substrat des Wafers S058 beim Wachstum der Ge-Schicht zuwach-

7.2. RTD auf glatten und strukturierten Substraten im Vergleich

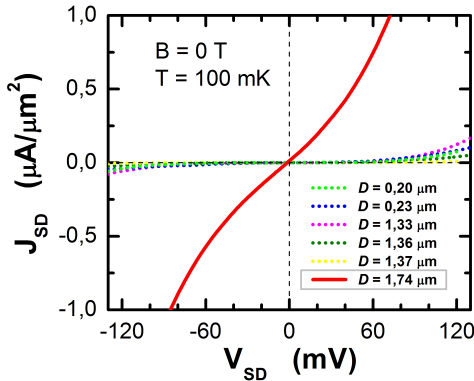


Abbildung 7.5:

JV-Kennlinien der Tunnel-dioden, die aus dem Wafer S1456 (5,0 ML Ge, glattes Substrat, Ge-Quantenpunkte, **gepunktete Kurven**) und dem Wafer S023 (5,3 ML Ge, strukturiertes Substrat, Ge-Quantenpunkte) hergestellt worden sind. Die Diode aus S023 ($D = 1,74 \mu\text{m}$, **rote Kurve**) weist einen deutlich kleineren Widerstand auf als die Dioden aus S1456.

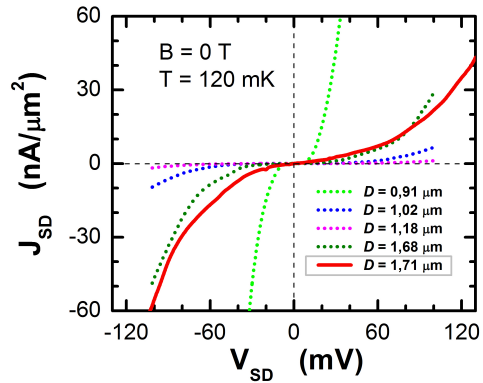
sen. Bei der Prozessierung des Wafers S058 führte die Bestrahlung des Substrats mit einer EUV-Dosis von 50 mW/cm^2 zur Entstehung von V-förmigen Vertiefungen wie diejenigen in Abb. 5.2, a), Abschnitt 5.2. Solche Vertiefungen können durch eine Abscheidung von 4,5 ML Ge komplett zugewachsen werden, wie dies in Abb. 5.4, a), Abschnitt 5.2 gezeigt ist. Dadurch wird eine Strukturierung des Substrats, die seine stromleitenden Eigenschaften verschlimmert, vermutlich ausgeglichen, was zu einer Verbesserung der erwähnten Transporteigenschaften beiträgt. Zugunsten dieser Überlegung sprechen die durchgeführten und oben dargestellten Transportmessungen, bei denen die Diode aus S058 ($D = 1,80 \mu\text{m}$, rote Kurve in Abb. 7.4) einen deutlich kleineren Gesamtwiderstand als die Dioden aus S1324 gezeigt hat.

Eine ähnliche Verhaltensweise bei $T = 100 \text{ mK}$ und $B = 0 \text{ T}$ weisen auch die Tunnel-dioden aus dem Wafer S1456 (5,0 ML Ge, glattes Substrat) und S023 (5,3 ML Ge, strukturiertes Substrat) auf, siehe dazu Abb. 7.5. Hier zeigt die RTD aus S023 (rote durchgezogene Kurve) auch einen deutlich kleineren Gesamtwiderstand als alle übrigen Dioden (gepunktete Kurven). Auch in diesem Fall unterscheiden sich die SiGe-Schichten der verwendeten Heterostrukturen in der Dotierung. In S1456 sind diese Epitaxieschichten undotiert. In S023 sind sie stattdessen, wie

7. Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge-Quantenpunkten

Abbildung 7.6:

JV-Kennlinien der Tunnelnennodien, die aus dem Wafer S1457 (6,5 ML Ge, glattes Substrat, Ge-Quantenpunkte) und dem Wafer S050 (6,0 ML Ge, strukturiertes Substrat, Ge-Quantenpunkte) hergestellt worden sind. Die Kennlinien der Dioden aus S1457 variieren stark untereinander (**gepunktete Kurven**). Die Kennlinie der Diode aus S050 ($D = 1,71 \mu\text{m}$, **rote Kurve**) zeigt einen ähnlichen Verlauf wie die Diode mit $D = 1,68 \mu\text{m}$ aus S1457.



im weiter oben diskutierten S058, hoch dotiert.

Hier wird auch vermutet, dass die Substratstrukturierung der Heterostruktur S023 einen starken Einfluss auf ihre Transporteigenschaften hat. Das Substrat dieser Heterostruktur wurde mit einer Bestrahlungsdosis von $40 \text{ mW}/\text{cm}^2$ prozessiert. Die Anwendung einer kleineren Bestrahlungsdosis führt typischerweise zur Entstehung von Vertiefungen mit einem kleineren Durchmesser. Solche Vertiefungen wachsen noch leichter und schneller mit einer Germaniumschicht zu als die der vorherigen Probe.

Daher sind die V-förmigen Vertiefungen im Substrat von S023 etwas kleiner und konnten noch schneller zugewachsen werden. Dadurch wurde die Substratstrukturierung auch hier ausgeglichen. Dies ist ein weiterer Grund (neben der hohen Dotierung der SiGe-Schichten), warum die Diode aus S023 ($D = 1,74 \mu\text{m}$, rote Kurve in Abb. 7.5) einen deutlich kleineren Gesamtwidestand aufweist als die Dioden aus S1456.

JV-Charakteristiken der dritten Gruppe der Tunnelnennodien (aus S1457)

7.2. RTD auf glatten und strukturierten Substraten im Vergleich

weisen bei $T = 120 \text{ mK}$ und $B = 0 \text{ T}$ eine deutliche Variation untereinander auf (s. Abb. 7.6, gepunktete Kurven). Hier lässt sich jedoch keine eindeutige Abhängigkeit des Diodenwiderstandes vom Diodendurchmesser bestimmen. Obwohl die meisten Dioden dieser Gruppe bei einer Zunahme des Durchmessers eine Zunahme in ihrem Gesamtwiderstand aufweisen, zeigt eine RTD mit $D = 1,68 \text{ }\mu\text{m}$ einen kleineren Widerstand als die übrigen Dioden mit einem kleineren Durchmesser. Allerdings ist es beachtenswert, dass Kennlinien von zwei Tunnelnioden mit beinahe gleichem Durchmesser ($D = 1,68 \text{ }\mu\text{m}$, glattes Substrat, und $1,71 \text{ }\mu\text{m}$, strukturiertes Substrat), die aus verschiedenen Heterostrukturen hergestellt wurden, einen sehr ähnlichen Verlauf zeigen.

Gemäß des Heterostrukturaufbaus der beiden zuletzt genannten Dioden sind ihre Ge-Schichten etwa gleich dick; auch ihre Tunnelbarrieren sind identisch. Die Substrate sowie die SiGe-Schichten weisen aber eindeutige Unterschiede auf (s. Abschnitte 5.1 und 5.2). Trotzdem verhalten sie sich im dargestellten V_{SD} -Bereich so, als hätten sie sehr ähnliche Transporteigenschaften. Die Ähnlichkeit der JV -Charakteristiken der betrachteten Tunnelnioden spricht offenbar dafür, dass sich die verschiedenen Beiträge zum Gesamtwiderstand der RTD, zum einen die hohe Dotierung der $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Schichten, zum anderen die besondere Substratstrukturierung bei der Diode mit $D = 1,71 \text{ }\mu\text{m}$ (rote durchgezogene Kurve in Abb. 7.6) gegenseitig aufgehoben haben. Als Folge bestimmen überwiegend die Tunnelbarrieren und die Ge-Schicht den Gesamtwiderstand der RTD, sodass sich diese Diode so verhält, als wäre sie aus einer Heterostruktur mit einem glatten Substrat hergestellt worden.

Basierend auf den vorgestellten Ergebnissen ist es möglich zu der Schlussfolgerung zu kommen, dass eine hohe Dotierung der $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Schichten einen wesentlich größeren Einfluss als die Substratstrukturierung auf die Transporteigenschaften der Wafer S058 bzw. S023 (4,5 bzw. 5,3 ML Ge, strukturierte Substrate) hat. Die Dotierung bewirkt einen deutlich kleineren Gesamtwiderstand der Tunnelnioden im Vergleich zum Widerstand der Dioden einer ähnlichen Geometrie und ei-

7. Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge Quantenpunkten

ner vergleichbaren Dicke der eingebetteten Ge-Schicht, die allerdings aus Heterostrukturen mit glatten Substraten hergestellt sind. Bei S050 (6,0 ML Ge, strukturiertes Substrat) gleichen sich die beiden erwähnten Beiträge soweit aus, dass die Transporteigenschaften einer RTD aus diesem Wafer sich denjenigen einer vergleichbar großen Diode aus dem Wafer S1457 (6,5 ML Ge, glattes Substrat) ähneln.

7.3. Vergleich der drei RTD auf den strukturierten Substraten

Im Abschnitt 7.1 wurde bereits gezeigt, dass Ladungstransporteigenschaften von Resonanztunneldioden mit strukturierter Substratoberfläche von der Dicke der Germaniumschicht und von der Strukturierung der Substrate stark abhängig sind. In diesem Abschnitt werden nun drei RTD mit Ge-Quantenpunkten betrachtet, die im Abschnitt 7.1 aus verschiedenen Gruppen von Tunneldioden für weitere Untersuchungen ausgewählt wurden.

Da der effektive Durchmesser D von allen drei Dioden etwa gleich ist, werden hier ihre IV -Charakteristiken und differentiellen Leitfähigkeit $G_d = \frac{dI_{SD}}{dV_{SD}}$ anstatt ihrer JV -Charakteristiken untersucht. Die Messungen wurden in einem Spannungsbereich $V_{SD} = \pm 120$ mV bei $T = 100 \dots 120$ mK und $B = 0$ T durchgeführt. Im Weiteren werden nun Kennlinien der Dioden diskutiert, die Abb. 7.7 darstellt.

Zuerst wird die RTD mit 4,5 ML Ge betrachtet (S058). Die IV -Charakteristik dieser Diode zeigt einen ziemlich symmetrischen, beinahe ohmschen Verlauf (s. Abb. 7.7, c)). Wie bereits weiter oben erwähnt, wurde das Substrat dieser Probe mit einer EUV-Dosis von 50 mW/cm² bestrahlt. Bei einer solchen Bestrahlungsdosis werden kegelförmige Vertiefungen auf der Substratoberfläche nach einem RIE-Ätzverfahren erzeugt (s. Abb. 5.2, a), Abschnitt 5.2). Eine darauf folgende Ge-Epitaxialschicht mit Quantenpunkten lässt diese komplett zuwachsen (s. Abb. 5.4, a), Abschnitt 5.2). Es ist zu beachten, dass sich Ge-Quantenpunkte nicht

7.3. Vergleich der drei RTD auf den strukturierten Substraten

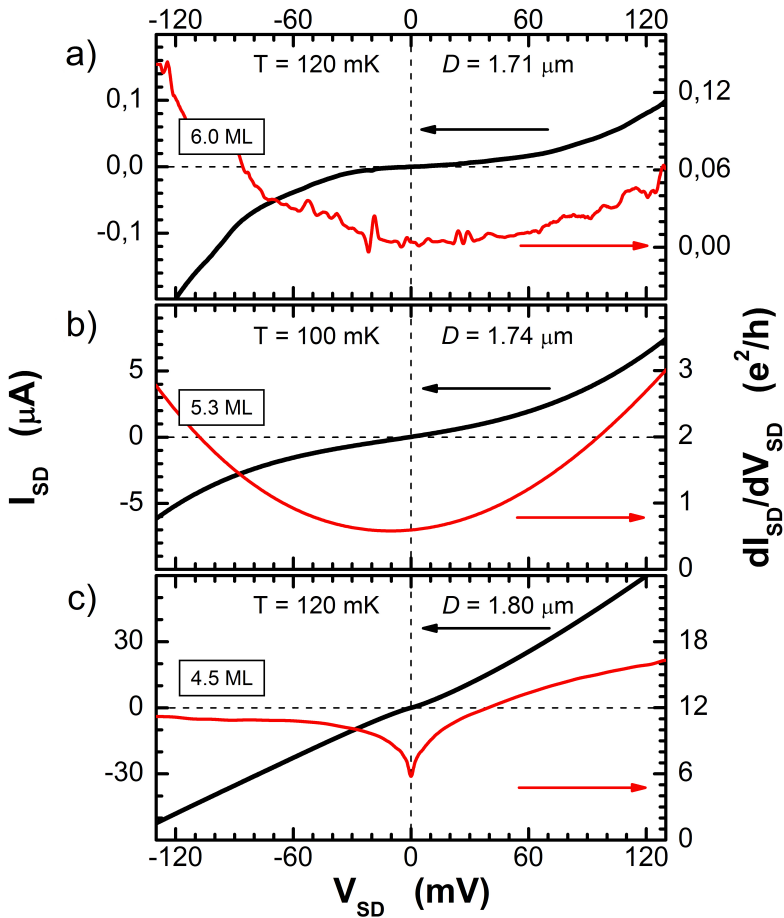


Abbildung 7.7.:

IV-Kennlinien (**schwarze Kurven**) und differentielle Leitfähigkeit $G_d = \frac{dI_{SD}}{dV_{SD}}$ (**rote Kurven**) von drei Resonanztunneldioden mit Ge-Quantenpunkten, zu deren Bildung jeweils a) 6,0; b) 5,3; und c) 4,5 ML Ge abgeschieden wurden. Der effektive Durchmesser D aller Dioden ist in etwa gleich.

7. Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge Quantenpunkten

nur oberhalb der Vertiefungen gebildet haben, sondern auch in Bereichen dazwischen. Durch das SFM-Bild der Testprobenoberfläche (Abb. 5.4, a)) lässt sich eine Dichte der Quantenpunkte von etwa $40 \text{ QP}/\mu\text{m}^2$ bestimmen. Demzufolge kann die Anzahl der Quantenpunkte im effektiven Querschnitt $\mathcal{F} = 2,545 \mu\text{m}^2$ der betrachteten Tunnelndiode auf etwa 100 abgeschätzt werden. Es ist bemerkenswert, dass sich sowohl in der Kennlinie als auch in der differentiellen Leitfähigkeit dieser RTD keine Anzeichen für das resonante Tunneln erkennen lassen.

Ein ähnliches Verhalten zeigt auch die IV -Kennlinie der Resonanztunnelndiode in Abb. 7.7, b) (S023, 5,3 ML Ge). Diese ist allerdings nicht ohmsch und nicht so symmetrisch geworden, wie die der vorherigen Diode. Auch der Strom I_{SD} durch diese RTD ist eindeutig kleiner geworden. Dennoch lassen sich auch in ihrer IV -Charakteristik keine Anzeichen für das resonante Tunneln beobachten. Das Substrat dieser Probe wurde nach einer Bestrahlung mit einer EUV-Dosis von $40 \text{ mW}/\text{cm}^2$ prozessiert. Daher gibt es keinen entscheidenden Unterschied zwischen der Geometrie der Vertiefungen im Substrat dieser RTD und jener der zuletzt besprochenen Diode. Da in dieser Probe die Ge-Schicht dicker ist, nimmt die durchschnittliche Größe der Ge-Quantenpunkte hier offenbar zu. Die Anzahl der QP pro Flächeneinheit ähnelt sich derjenigen im oben beschriebenen Fall.

Die IV -Charakteristik und insbesondere die differentielle Leitfähigkeit der RTD in Abb. 7.7, a) (S050, 6,0 ML Ge) zeigen schon ein deutlich komplexeres Verhalten als die der oben beschriebenen zwei Tunnelndioden. Bemerkenswert an dieser Abbildung ist, dass mehrere lokale G_D -Maxima im V_{SD} -Bereich von $\pm 50 \text{ mV}$ zu beobachten sind. Diese Peaks deuten auf die Anwesenheit von kleinen Stromstufen (Stromresonanzen) in der IV -Kennlinie hin. Die Stromstufen sind dem resonanten Tunneln der schweren Löcher über stark lokalisierte 0D-Lochzustände in Ge-Quantenpunkten und Si-Tunnelbarrieren zuzuordnen [226] und werden später diskutiert.

Entsprechend Abschnitt 5.2 wurde das Substrat des Wafers S050 mit einer höheren Dosis von EUV ($250 \text{ mW}/\text{cm}^2$) bestrahlt als diejenigen

7.3. Vergleich der drei RTD auf den strukturierten Substraten

des Wafers S058 bzw. S023. Als Folge sind große viereckige Vertiefungen anstatt kleinen kegelförmigen auf der Substratoberfläche entstanden (s. Abb. 5.2, b), Abschnitt 5.2), in deren Ecken sich insgesamt bis zu vier QP bilden können. Etwa 29 solcher viereckigen Vertiefungen sind im Querschnitt dieser RTD eingeschlossen, woraus sich die Anzahl der Quantenpunkte auf ungefähr 116 abschätzen lässt. Quantenpunkte, die in einer solchen Vertiefung nukleieren, können gemeinsam als eine *QP-Matrix* oder ein *QP-Molekül* betrachtet werden [147, 148].

Eine Erhöhung der Dicke der Ge-Schicht in der Heterostruktur dieser Diode auf 6,0 ML hat eine sehr deutliche Auswirkung auf die Stromstärke durch die Diode: im Vergleich zur RTD (4,5 ML Ge) hat sich der Strom I_{SD} durch die hier diskutierte Tunnel diode beispielsweise über zwei Zehnerpotenzen bei $V_{SD} = \pm 120$ mV verringert.

Somit hat eine Zunahme der Ge-Schichtdicke in den Heterostrukturen von den drei hier verglichenen Resonanztunnel dioden zu einer konsistenten, eindeutigen Vergrößerung ihres Gesamt widerstandes sowie einer daraus folgenden starken Transformation ihrer *IV*-Charakteristiken geführt.

Um den Abschnitt zu vervollständigen, wird hier nochmal unterstrichen, dass **keine** stark ausgeprägte Strompeaks in der *IV*-Charakteristik der hier diskutierten RTD zu beobachten sind, die üblicherweise beim Tunneln durch 2D-Subbänder einer zwischen Barrieren eingeschlossenen Halbleiterschicht auftreten [3, 163, 165, 203, 227]. Solche Strompeaks sind für RTD mit einem Quantentopf typisch [122, 166, 180, 228, 229]. Der Grund hierfür kann ein komplizierter Verlauf von strukturierten Grenzflächen der verwendeten Heterostrukturen sein. Dies führt unvermeidlich zu einer erhöhten Streuung der Ladungsträger beim Ladungstransport über die Heterogrenzen, die ihrerseits die Tunnel-Eigenschaften der RTD stark beeinflusst [230]. Auch eine mögliche unerwünschte Diffusion der Dotieratome aus den hoch dotierten $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Schichten in die Tunnelbarrieren aufgrund der Abwesenheit einer Spacer-Schicht kann zu einer Zerstörung der resonanten Tunneln-Charakteristiken beitragen [228].

7.4. Resonantes Tunneln über stark lokalisierte 0D-Zustände

Wie im vorherigen Abschnitt 7.3 erwähnt, treten im Vorspannungsbereich $V_{SD} = \pm 50$ mV in der IV-Charakteristik der Diode (6,0 ML Ge) mit Ge-Quantenpunkten kleine Stromstufen bzw. Strompeaks auf. Eine Vergrößerung der Kennlinie (schwarze Kurve) dieser Diode bei $T = 120$ mK und $B = 0$ T im oben genannten V_{SD} -Bereich stellt Abb. 7.8 dar. Die Strompeaks sind sowohl bei negativen als auch bei positiven Vorspannungen V_{SD} zu beobachten. In Abhängigkeit der differentiellen Leitfähigkeit G_d von der Vorspannung V_{SD} (rote Kurve) sind insgesamt sechs sich hervorhebende G_d -Maxima eindeutig erkennbar. Sie entsprechen den oben erwähnten Stromstufen und sind in der Abbildung 7.8 mit vertikalen Pfeilen bezeichnet.

Es ist bemerkenswert, dass die Stromstufen bei höheren Vorspannungen stärker ausgeprägt sind als diejenigen in der Nähe von $V_{SD} = 0$. Einige von ihnen zeigen Bereiche mit negativem differentiellen Widerstand (N-förmige Kennlinie), in denen Strom I_{SD} bei steigenden Vorspannungen V_{SD} sinkt, also ein typisches Merkmal des resonanten Tunnelns. Das Verhalten dieser Stromstufen und zugehörigen G_d -Maxima in einem variierenden Magnetfeld B werden nun im Weiteren diskutiert. Zuerst wird aber noch kurz auf das Valenzband der untersuchten Probe eingegangen.

Es ist bekannt [231, 232], dass verspannte Si/Ge-Heterostrukturen mit Ge-Inseln Heteroübergänge des Typs-II bilden [10, 130]. In solchen Halbleitersystemen werden lokalisierte Zustände für Elektronen und Löcher in selbstkonsistenten Potentialtöpfen auf gegenüberliegenden Seiten der Heterogrenze erzeugt. Dementsprechend schafft dann eine Bandanpassung an einer solchen Heterogrenze einen Potentialtopf im Volumen der Inseln ausschließlich für Löcher [233].

Die Heterostruktur S050 der betrachteten RTD wurde ähnlich der Tunnelodiode aus dem Kapitel 6 verspannt gewachsen. Daher sind das HH- und das LH-Band sowohl in der $Si_{1-x}Ge_x$ - als auch in der Ge-

7.4. Resonantes Tunneln über stark lokalisierte 0D-Zustände

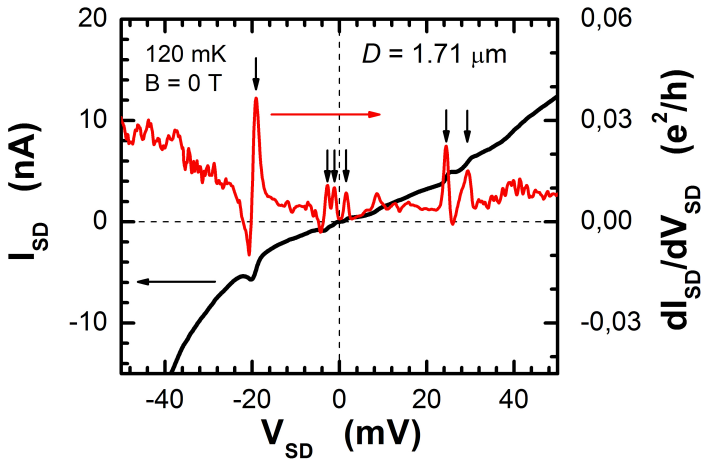


Abbildung 7.8.:

IV-Kennlinie (**schwarze Kurve**) und $G_d = \frac{dI_{SD}}{dV_{SD}}$ (**rote Kurve**) einer Resonanztunneldiode (6,0 ML Ge) mit Ge-Quantenpunkten und einem effektiven Durchmesser $D = 1,71 \mu\text{m}$ bei $T = 120 \text{ mK}$, $B = 0 \text{ T}$. Vertikale Pfeile markieren Maxima der differentielle Leitfähigkeit G_d , auf denen sich eine weitere Diskussion konzentrieren wird.

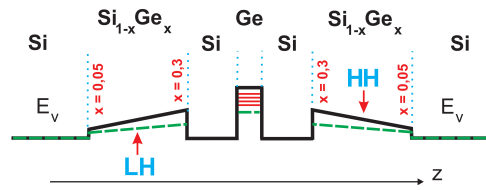
Schicht dieser Heterostruktur bei $k = 0$ durch Verspannung voneinander abgespalten [50] (s. das schematische Banddiagramm für diese Heterostruktur in Abb. 7.9). Dann wird es in dieser Arbeit insofern angenommen, dass ausschließlich HH-Band in $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Schicht (Source der Diode) bei $T \sim 100 \text{ mK}$ mit Löchern besetzt ist. Dementsprechend wird hier davon ausgegangen, dass aufgrund der oben erwähnten Valenzbandaufspaltung überwiegend schwere Löcher an einem Ladungstransport teilnehmen und somit zur Entstehung von Stromstufen in der IV-Kennlinie der RTD beitragen können.

Es ist bemerkenswert, dass die Anzahl der Strommaxima bzw. Stromstufen (und korrespondierender G_d -Maxima) in der IV-Charakteristik der diskutierten RTD gering ist (s. Abb. 7.8), obwohl in der betrachteten RTD etwa 100 QP eingebettet sind. Ein solches Verhalten der Probe

7. Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge Quantenpunkten

Abbildung 7.9:

Schematischer Verlauf der Valenzbandkante im Wafer S050. In $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Schichten spaltet sich die Valenzbandkante in das HH- und LH-Band. In der Ge-Schicht sind diskrete QP-Zustände durch rote Linien hervorgehoben.



weist darauf hin, dass das Tunneln der Löcher vermutlich nur über einige wenige Quantenpunkte stattfindet. Eine ähnliche Verhaltensweise wurde früher an Proben aus III-V-Heterostrukturen mit Quantenpunkten bei einem Elektronentransport beobachtet [234–236]. Der genaue Grund, warum nur einzelne Quantenpunkte „aktiv“ sind und zum resonanten Strom beitragen, ist unklar. In Ref. [175] erklären die Autoren ein solches Phänomen damit, dass es nur eine beschränkte Zahl der Leitkanäle [237] in der Source einer solchen Probe gibt, die die Ladungsträger von hoch dotierten Halbleiterschichten zu den undotierten Quantenpunkten bei kleinen Vorspannungen durch resonantes Tunneln übertragen können.

Für eine korrekte Umrechnung eines gemessenen Spannungsabfalls an der RTD in eine Energieskala ist eine Bestimmung des Hebelfaktors α erforderlich. Aus einer temperaturabhängigen Verbreiterung der kleinen Stromstufen bzw. G_D -Maxima wurden Hebelfaktorwerte für die oben erwähnten Stromstufen so bestimmt, wie es im Abschnitt 6.3.2 beschrieben wurde. Es stellte sich heraus, dass der Hebelfaktor für drei G_D -Peaks in der Nähe der Nullspannung etwa $\alpha = 0,49 \text{ meV} \cdot \text{mV}^{-1}$ beträgt. Für drei weitere G_D -Maxima, die bei höheren Vorspannungen erscheinen ($V_{SD} = \pm 15 \dots \pm 35 \text{ mV}$), wurden α -Werte in der Größenordnung von $0,15 \text{ meV} \cdot \text{mV}^{-1}$ berechnet, was einen deutlichen Unterschied zu den oben genannten G_D -Peaks aufweist. Dementsprechend können die sechs markierten G_D -Maxima anhand dieser Ergebnisse gemäß ihrer zugehörigen α in zwei Gruppen aufgeteilt und getrennt diskutiert werden.

G_D -Maxima in der Nähe der Nullspannung werden hier dem reso-

7.4. Resonantes Tunneln über stark lokalisierte 0D-Zustände

nanten Tunneln der schweren Löcher von Source in lokalisierte (dreidimensional eingeschränkte), diskrete 0D-Lochzustände der Ge-Inseln zugeordnet. Da der mittlere Abstand zwischen den Inseln in einer QP-Matrix der Probe etwa 117 nm beträgt, ist zu vermuten, dass das Tunneln ausschließlich über einzelne Inseln und nicht über die QP-Matrix als Ganze stattfindet.

Die Gruppe der G_d -Peaks bei höheren V_{SD} wird ihrerseits dem resonanten Tunneln über Störstellen zugeordnet, die außerhalb von der Ge-Schicht sich befinden, nämlich in den Si-Tunnelbarrieren. Im Folgenden werden zuerst die G_d -Peaks in der Nähe der $V_{SD} = 0$ diskutiert.

7.4.1. G_d -Maxima in der Nähe von $V_{SD} = 0$

Es wird angenommen [238], dass 0D-Zustände in einem Quantenpunkt dann vorhanden sind, wenn ein energetischer Abstand ΔE zwischen ihnen die thermische Energie $k_B T$ überschreitet. Ein diskreter Charakter der energetischen Lochzustände im Valenzband der selbstorganisiert gewachsenen Ge-Quantenpunkte wurde experimentell nachgewiesen und mithilfe diverser Untersuchungsmethoden erforscht [239–243]. Eine Variation der Gleichspannung ermöglicht eine resonante Anpassung des Fermi-Niveaus in Source an einzelne 0D-Zustände der Quantenpunkte. Bei $T = 120$ mK erscheinen drei klar sichtbaren G_d -Maxima bei Vorspannungen $V_{SD} = -2,78$ mV, $-1,19$ mV und $+1,4$ mV (s. Abb. 7.10). Jeder von diesen G_d -Peaks kommt erst dann zustande, wenn ein diskretes, freies Lochniveau im QP mit dem Fermi-Niveau in Source der Diode in Resonanz steht.

Nun kann die Breite der Stromstufen entlang der Spannungsachse bestimmt werden. Die Stromstufe bei $-2,78$ mV dehnt sich auf etwa 2,35 mV aus. Die Stromstufen bei $-1,19$ mV und $+1,4$ mV besitzen eine Breite von ungefähr 1,97 mV bzw. 2,47 mV. Die hier beobachteten Stromstufen sind deutlich schmaler als z.B. die der Probe mit einer Schicht von InAs Quantenpunkten (~ 10 mV) in Ref. [175]. Eine Bedeutung der Breite der Stromstufen besteht darin, dass sie eine energetische

7. Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge-Quantenpunkten

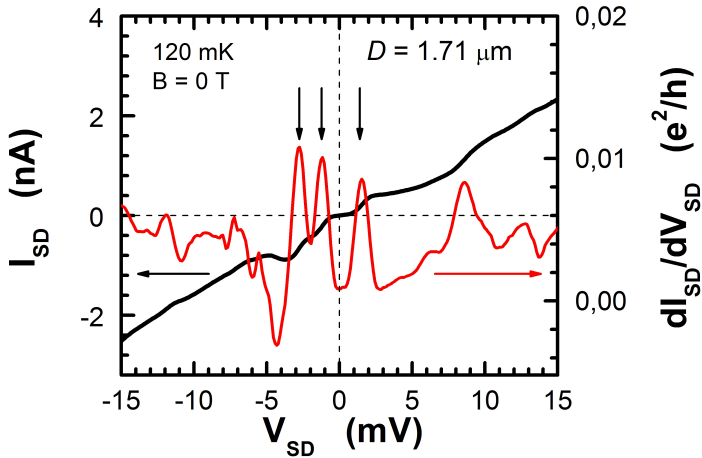


Abbildung 7.10.:

IV-Kennlinie (**schwarze Kurve**) und $G_d = \frac{dI_{SD}}{dV_{SD}}$ (**rote Kurve**) einer RTD (6,0 ML Ge) mit Ge-Quantenpunkten und einem effektiven Durchmesser $D = 1,71 \mu\text{m}$ bei $T = 120 \text{ mK}$, $B = 0 \text{ T}$. Vertikale Pfeile markieren G_d -Maxima, die durch das resonante HH-Tunneln über diskrete (0D) Lochzustände in Ge-Quantenpunkten entstehen.

Breite der Fermi-Verteilung der besetzten Lochzustände in Source widerspiegelt. Diese besetzten Zustände bilden vermutlich entsprechende Leitkanäle, aus denen Ladungsträger in diskrete, scharfe Energiezustände in Quantenpunkten resonant tunneln [175, 244, 245]. Es ist notwendig zu bemerken, dass Messungen in Ref. [175] bei einer deutlich höheren $T = 4,2 \text{ K}$ durchgeführt wurden als die hier diskutierten ($T = 120 \text{ mK}$). Da sich die Fermi-Kante mit zunehmender Temperatur verschmiert, erklärt dies, warum die hier beobachtete Stromstufen schmäler sind als die in Ref. [175], und bekräftigt die Aussage, dass gerade die energetische Breite der Löcherkanäle in Source die Breite der gemessenen Stromstufen bestimmt. Die Linienbreite der diskreten Quantenpunktniveaus ist ihrerseits wesentlich kleiner als die energetische Breite der Leitkanäle in Source [244].

7.4. Resonantes Tunneln über stark lokalisierte 0D-Zustände

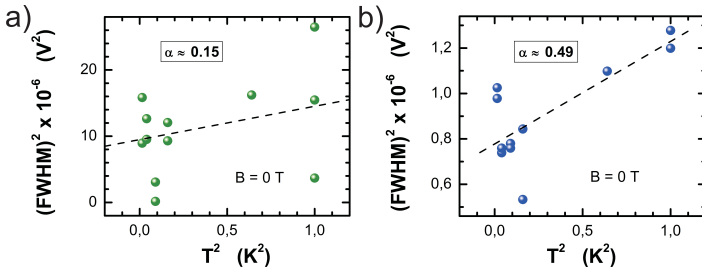


Abbildung 7.11.:

Quadrat der Halbwertsbreite (FWHM²) in Abhängigkeit vom Quadrat der gemessenen Umgebungstemperatur T^2 für: **a)** G_d -Maximum bei $-19,3 \text{ mV}$, **b)** G_d -Maximum bei $+1,4 \text{ mV}$. Aus der Steigung der Fitlinien (gestrichelte Linien) wurden anhand der Formel (6.2) die jeweiligen α ermittelt.

Außerdem bestimmt die intrinsische Breite des Zustandes, durch den das Tunneln stattfindet, die Breite der beobachteten Stromstufen. Diese Breite ist der erste Term in Gl. (6.2) und hängt von der Gesamttunnelrate Γ als $(\frac{1}{2} \hbar \Gamma)^2$ ab. Für die Bestimmung eines Unterschieds in Γ von zwei diskreten Zuständen, die sich als Strompeaks in der Kennlinie des Bauelements beobachten lassen, ist die Abhängigkeit des Quadrats der Halbwertsbreite der entsprechenden G_d -Maxima vom Quadrat der Proben temperatur T^2 , die für die Hebelfaktorbestimmung benutzt wird, sehr hilfreich.

Zwei solchen Abhängigkeiten für G_d -Maxima, die bei $-19,3$ bzw. $+1,4 \text{ mV}$ ($B = 0$) zu beobachten sind, stellt Abb. 7.11 dar. Die Gesamttunnelrate Γ ist der Länge eines Abschnitts proportional, der durch den Schnittpunkt der Fitlinie mit Achse der Halbwertsbreite definiert wird. Es ist ersichtlich (s. Abb. 7.11), dass die Fitlinie für das G_d -Maximum bei $-19,3 \text{ mV}$ die (FWHM^2) -Achse höher schneidet als diejenige des Maximums bei $+1,4 \text{ mV}$. Dementsprechend wird Γ für den Letzteren kleiner und folglich die Stromstufe schmäler, was auch die Messung bestätigt. Darauf wird allerdings später eingegangen.

Um die Vermutung zu bestätigen, dass die Stromstufen in der Nä-

7. Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge Quantenpunkten

he der Nullspannung durch das Tunneln über Quantenpunktzustände entstehen, wurde der Einfluss eines Magnetfeldes unterschiedlicher Orientierung auf den Tunnelstrom I_{SD} untersucht. Falls das Tunneln der Löcher über Quantenpunktniveaus stattfindet, sollten sich Magnetfelder \mathbf{B}_\perp und \mathbf{B}_\parallel auf die Stromstufen bzw. G_d -Maxima unterschiedlich auswirken. Der Grund hierfür liegt darin, dass QP in der betrachteten Probe des Hut-Cluster-Typs sind (s. Abb. 4.7, Abschnitt 4.5). Diese Quantenpunkte besitzen eine solche Geometrie, dass ihre laterale Ausdehnung (entlang der Heterogrenzen) ihre transversale (ihre Höhe) mehrfach übersteigt. Die Bewegungsfreiheit der Ladungsträger in selbstorganisiert gewachsenen Quantenpunkten ist in allen drei Raumrichtungen eingeschränkt, allerdings unterschiedlich stark. Durch die bereits erwähnte Besonderheit der Geometrie der Hut-Cluster ist die Stärke des Einschlusspotentials in laterale und transversale Richtungen unterschiedlich: die Beweglichkeit der Ladungsträger in die transversale Richtung ist stärker eingeschränkt als in die laterale Richtung [233]. Demzufolge kann aus unterschiedlichen Auswirkungen des Magnetfeldes auf den Tunnelstrom die entsprechende Stärke der Einschränkung¹ für laterale und transversale Richtungen abgeschätzt werden.

Dafür wurde die Probe einem homogenen statischen Magnetfeld $\mathbf{B} \leq 12$ T von zwei zueinander senkrechten Richtungen \mathbf{B}_\perp und \mathbf{B}_\parallel ausgesetzt. Hier bezeichnen die Symbole \perp bzw. \parallel ähnlich zu Kapitel 6, wie sich das Magnetfeld $\vec{\mathbf{B}}$ bezüglich der Grenzflächenebene der Heterostruktur der Tunnelodiode ausrichtet. Es wurde festgestellt, dass unter dem Einfluss eines variierenden Magnetfeldes beider Orientierungen sich alle drei diskutierten G_d -Peaks von ihrer ursprünglichen Position (bei $\mathbf{B} = 0$ T) verschieben. Das Feld hat dabei in etwa den gleichen Einfluss auf alle drei G_d -Maxima. Daher wird hier beispielhaft der Verlauf nur eines der bereits erwähnten G_d -Peaks betrachtet. Abbildung 7.12 zeigt eine magnetfeldabhängige Evolution eines G_d -Maximums, das ohne Magnetfeld bei $V_{SD} = +1,4$ mV zu beobachten ist. Dabei bezeichnen

¹Für *Einschränkung* wird hier synonym auch ein aus dem Englischen herkommender Begriff *Confinement* verwendet.

7.4. Resonantes Tunneln über stark lokalisierte 0D-Zustände

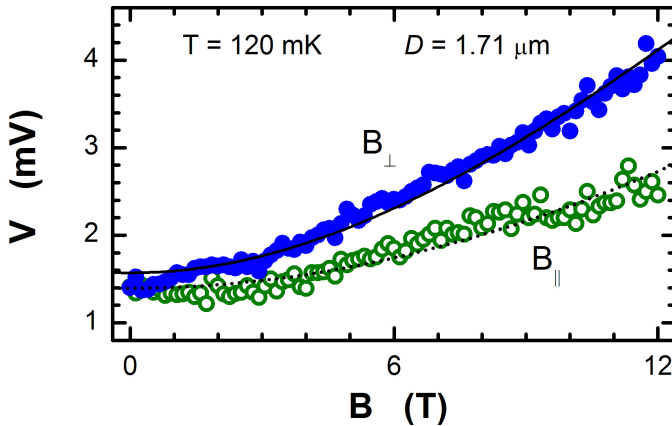


Abbildung 7.12.:

Änderung der Spannungsposition eines G_d -Peaks, der ohne Magnetfeld bei $V_{SD} = +1.4$ mV zu beobachten ist, unter Einwirkung von Magnetfeldern B_{\perp} (●) und B_{\parallel} (○). Durchgezogene bzw. gepunktete Kurven stellen einen Fit anhand der Gleichung (7.1) dar.

Symbole (●) bzw. (○) die Spannungspositionen des G_d -Peaks unter Einwirkung von Magnetfeldern B_{\perp} bzw. B_{\parallel} .

Für eine weitere Analyse werden hier folgende Vermutungen und Vereinfachungen angenommen:

- eine Vermischung [228] der Valenzbänder sowie Spineffekte beim Tunneln werden vernachlässigt;
- das Einschlusspotential der Quantenpunkte wird als parabolisch in allen Raumrichtungen angenommen;
- alle drei G_d -Peaks entsprechen dem Tunneln über den niedrigsten HH-Quantenpunktzustand (Grundzustand).

Demzufolge kann die Grundzustandsenergie $E(B)$ eines in einem QP lokalisierten Ladungsträgers, in dem er einer Einwirkung eines parabolischen Einschlusspotentials $V_0(\mathbf{r}) = m^* \omega_0 r^2 / 2$ sowie eines Magnetfeldes B ausgesetzt ist, in der folgenden einfachen Form ausgedrückt werden [226]:

7. Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge Quantenpunkten

$$E(\mathbf{B}) = E_0 + \sqrt{\frac{1}{4} (\hbar\omega_c)^2 + (\hbar\omega_0)^2}. \quad (7.1)$$

Hier bezeichnen E_0 die Energie des Ladungsträgers, m^* seine effektive Masse, r den radialen Abstand, $\omega_c = e \mathbf{B} / m^*$ die Zyklotronfrequenz und $\hbar\omega_0$ die Confinementenergie.

Experimentelle Werte für magnetfeldabhängige Grundzustandsenergien $E(\mathbf{B})$ der Quantenpunkte dieser Probe können nun aus den Spannungspositionen der entsprechenden G_d -Maxima unter Berücksichtigung von $\alpha = 0,49 \text{ meV}\cdot\text{mV}^{-1}$ bestimmt werden. Für den diskutierten G_d -Peak bei $V_{SD} = +1,4 \text{ mV}$ wird jetzt untersucht, ob Gl. (7.1) die experimentell beobachtete Abhängigkeit der G_d -Peakpositionen von \mathbf{B} (Abb. 7.12) beschreiben lässt.

Wie bereits im Abschnitt 5.2 erwähnt, wird hier der Germaniumanteil in der $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Legierung in der Größenordnung von $x = 0,5$ angenommen. Der Einfluss der Verspannung auf die effektive Masse der schweren Löcher m_{HH} wird hier vernachlässigt. Der Einfachheit halber wird m_{HH} als isotrop angenommen. Dementsprechend wurde die effektive Masse der schweren Löcher für die $\text{Si}_{0,5}\text{Ge}_{0,5}$ -Legierung in Höhe von $m_{HH} = 0,243 m_0$ bestimmt (s. Gl. (A.3) im Anhang A.2), wobei m_0 die Masse des freien Elektrons bezeichnet. Die $m_{HH} = m_{HH}^\perp$ wurde hier anhand der Luttinger-Parameter γ_1, γ_2 gemäß Gl. (3.5) berechnet.

Unter Anwendung von Ausdruck (7.1) wurden Fits für die experimentell aufgenommenen Spannungspositionen von den drei diskutierten G_d -Maxima in Abhängigkeit vom Magnetfeld \mathbf{B} gemacht. Die erhaltenen Fitkurven stimmten mit den experimentellen Daten sehr gut überein. In Abb. 7.12 sind diese Fits (durchgezogene und gepunktete Kurven) für das G_d -Maximum bei $V_{SD} = +1,4 \text{ mV}$ (Peakposition bei $\mathbf{B} = 0 \text{ T}$) dargestellt. Eine ähnliche Zunahme der Grundzustandsenergie der schweren Löcher in einem ansteigenden Magnetfeld wurde in Ref. [42] berichtet, in der Lochzustände in SiGe-Quantenscheiben des p-Typs theoretisch untersucht wurden.

Ein wichtiges Ergebnis der durchgeführten Fitprozedur bestand darin,

7.4. Resonantes Tunneln über stark lokalisierte 0D-Zustände

dass sie eine Abschätzung der Confinementenergie $\hbar\omega_0$ der Quantenpunkte ermöglichte. Für Fitkurven in Abb. 7.12 wurden die laterale Confinementenergie $\hbar\omega_0^{\parallel} \approx 2,64$ meV, die unter Einwirkung vom \mathbf{B}_{\perp} aufgezeigt wurde, sowie die transversale $\hbar\omega_0^{\perp} \approx 5,9$ meV (unter Einwirkung vom \mathbf{B}_{\parallel}) bestimmt [226]. Die Confinementenergie einer vergleichbaren Größenordnung ($\hbar\omega_1 \sim 8$ meV, $\hbar\omega_2 \sim 2,5$ meV) wurde in Ref. [246] für einen etwa 80×60 nm² großen elliptischförmigen vertikalen Si/Si_{1-x}Ge_x-Doppelbarrieren-Quantenpunkt berechnet. Allerdings enthielt dessen Heterostruktur keine selbstorganisiert gewachsene Inseln, sondern einen Quantentopf. Für die zwei anderen G_d -Maxima wurden ähnliche Werte der Confinementenergie berechnet.

Der hier beobachtete Unterschied von $\hbar\omega_0$ für zwei zueinander senkrechte Magnetfelder $\vec{\mathbf{B}}$ stimmt mit der Erwartung überein, dass eine laterale Einschränkung der Ladungsträger (entlang der QP-Basis) wegen der Besonderheiten der Quantenpunktgeometrie **schwächer** im Vergleich zu einer transversalen Einschränkung (in die QP-Wachstumsrichtung) sein soll. Als Folge weist sie eine **kleinere** Confinementenergie $\hbar\omega_0^{\parallel}$ auf.

7.4.2. G_d -Maxima bei höheren Vorspannungen

In diesem Unterabschnitt werden nun die übrigen Stromstufen und G_d -Maxima behandelt, die bei höheren Vorspannungen ($V_{SD} = \pm 15 \dots \pm 35$ mV) zu beobachten sind (s. Abb. 7.10). Ohne Magnetfeld erscheinen diese Peaks bei $V_{SD} = -19,3$ mV, $+24,4$ mV und $+29,4$ mV. Es ist zu vermuten, dass die genannten Stromstufen durch das resonante Tunneln von HH über Störstellenzustände in den Si-Tunnelbarrieren bestimmt sind [226], worauf nun näher eingegangen wird.

Unter der Einwirkung eines statischen, homogenen Magnetfeldes $\mathbf{B} \leq 12$ T zeigen auch diese Peaks ein feldabhängiges Verhalten, d. h. ihre Spannungsposition ändert sich ebenso in einem variierenden Magnetfeld \mathbf{B} . Allerdings weisen diese G_d -Maxima im Gegensatz zu den zuletzt diskutierten kein von der $\vec{\mathbf{B}}$ -Orientierung abhängiges Verhalten auf. Auf

7. Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge Quantenpunkten

diese Besonderheit des Peaksverhaltens wird aber erst später eingegangen.

Beim Betrachten von Abb. 7.10 fällt sofort auf, dass die drei diskutierten Stromstufen sowie ihre zugehörigen G_d -Maxima deutlich stärker ausgeprägt sind als diejenigen in der Nähe von $V_{SD} = 0$. In der Regel lässt sich eine IV-Charakteristik einer RTD mit ähnlichen Merkmalen genau dann beobachten, wenn das resonante Tunneln über sowohl HH- als auch LH-Zustände stattfindet. Bei einem solchen Lochtransport treten HH-Resonanzen typischerweise bei kleinen Vorspannungen auf. Daneben besitzen sie eine kleine Amplitude oder erscheinen sogar in Form von flachen Stromplateaus. Die LH-Resonanzen sind üblicherweise deutlich besser ausgeprägt als die Letztgenannten und erscheinen bei höheren V_{SD} [180, 181]. Um zu prüfen, ob es hier tatsächlich ausschließlich um einen HH-Transport geht und nicht um beide (HH und LH), wurde die Magnetotunnelspektroskopie bei einem variierenden, parallel zu den Heterogrenzen der RTD gerichteten Magnetfeld \vec{B}_{\parallel} verwendet (d. h. $\vec{B}_{\parallel} \perp \vec{I}_{SD}$).

Wie zuvor im Abschnitt 5.6 erklärt, führt das Anlegen eines variierenden Magnetfeldes B_{\parallel} zu einer Verschiebung der Spannungsposition der Stromstufen in der IV-Charakteristik einer RTD bzw. des Maximums ihrer differentiellen Leitfähigkeit. Diese Verschiebung ist B_{\parallel}^2 / m^* proportional [178, 180]. Sollte die IV-Kennlinie in Abb. 7.10 einen Lochtransport der beiden Typen aufweisen, sollte es zu voneinander abweichenden Steigungen einer Spannungsverschiebung ΔU in Abhängigkeit von B_{\parallel}^2 für HH- und LH-Transport aufgrund eines Unterschieds zwischen effektiven Massen m_{HH} und m_{LH} führen.

Abbildung 7.13 zeigt exemplarisch eine normierte Spannungsverschiebung ΔU von vier G_d -Maxima in Abhängigkeit von B_{\parallel}^2 . Die Maxima gehören zu verschiedenen Peakgruppen (zwei Peaks je Gruppe) und treten in der Kennlinie ohne Magnetfeld jeweils bei $V_{SD} = -19,3$ mV (◻) und $+29,4$ mV (◻) bzw. $-1,19$ mV (◉) und $+1,4$ mV (◉) auf. In der Abbildung ist deutlich zu sehen, dass alle Gruppen der zugehörigen experimentellen Punkte eine vergleichbare Steigung aufweisen. Daraus

7.4. Resonantes Tunneln über stark lokalisierte 0D-Zustände

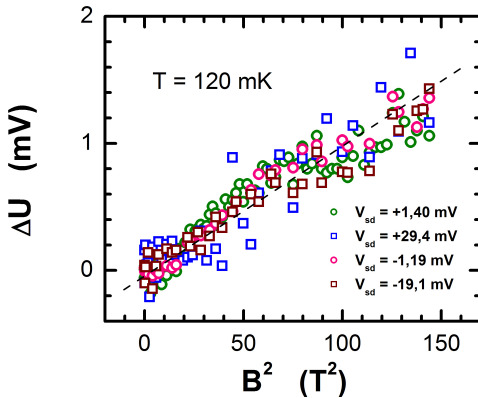


Abbildung 7.13:

Gemessene normierte Verschiebung ΔU von vier Maxima der differentiellen Leitfähigkeit in Abhängigkeit vom Magnetfeld B_{\parallel}^2 , das parallel zu Grenzflächen der Heterostruktur der RTD orientiert ist. V_{SD} gibt Vorspannungen, bei denen die Maxima in der IV -Kennlinie auftreten. Die Proben­temperatur beträgt 120 mK.

kann geschlussfolgert werden, dass die diskutierten Stromstufen durch das Tunneln von Löchern über die Lochzustände nur eines Types her­stammen, nämlich über die HH-Zustände.

Zusätzlich besitzt die IV -Charakteristik in Abb. 7.10 noch eine weitere Eigenschaft: die Stromstufen bei höheren Vorspannungen V_{SD} sind nicht nur stärker ausgeprägt, sondern auch breiter als die in der Nähe von $V_{SD} = 0$. Die Stromstufe, deren G_d -Maximum bei $V_{SD} = -19,3$ mV zu beobachten ist, ist in etwa 4,6 mV breit. Die Stromstufen bei $V_{SD} = +24,4$ mV und $+29,4$ mV sind jeweils ca. 4,56 mV bzw. 3,87 mV breit. Dementsprechend sind diese Stromstufen ungefähr doppelt so breit wie diejenigen nahe bei $V_{SD} = 0$. Vermutlich liegt der Grund dafür daran, dass, wie bereits im Abschnitt 7.4.1 beschrieben, entsprechen den Zuständen bei höheren V_{SD} größere Werte der Gesamt­tunnelrate Γ . Diese bestimmt ihrerseits eine größere intrinsische Breite der diskutierten Zustände, die sich in breiteren Stromstufen im Vergleich zu denjenigen nahe bei $V_{SD} = 0$ beobachten lassen.

Wie bereits am Anfang dieses Abschnitts bestimmt, beträgt der Hebel­faktor für die diskutierten drei Stromstufen etwa $\alpha = 0,15$ meV·mV⁻¹. Ein so kleiner Hebelfaktor deutet darauf hin, dass ein entsprechender Anteil der Gesamtspannung sehr wahrscheinlich nicht zwischen einer

7. Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge Quantenpunkten

Zuleitung und der Germaniumschicht der Diode abfällt, sondern zwischen einer Zuleitung und einer Si-Tunnelbarriere. Mit anderen Worten, sind die diskutierten Stromstufen nicht durch das Tunneln von HH über energetische Zustände in Ge-Quantenpunkten bestimmt, sondern über Zustände in den Tunnelbarrieren. Dies lässt sich folgendermaßen erklären.

Da die Heterostruktur S50, aus welcher die untersuchte RTD hergestellt wurde, keine undotierten Gebiete besitzt, die die hoch dotierte $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Bereiche von den undotierten Si-Tunnelbarrieren trennen, ist die Wahrscheinlichkeit einer Diffusion einzelner Dotieratome in die undotierten Schichten deutlich höher als im Fall einer Heterostruktur mit Spacer-Schichten. Deswegen wird hier eine unabsichtliche Bor-Diffusion in die Tunnelbarrieren vermutet, die zur Entstehung von diskreten Störstellenniveaus in den Barrieren führt, und somit eine Vielzahl von zusätzlichen Transportkanälen für die Löcher erzeugt. Dementsprechend ist es zu erwarten, dass Löcher, die über solche energetische Niveaus resonant tunneln, einer stärkeren Einschränkung ausgesetzt werden als diejenigen, die über energetische Zustände in den Quantenpunkten tunneln. In einem variierenden Magnetfeld sollte sich dann ein stärkeres Confinement an einem anderen Grad der Verschiebung der entsprechenden G_D -Maxima zeigen.

Abbildung 7.14 stellt die Auswirkung von Magnetfeldern B_{\perp} (■) und B_{\parallel} (□) auf die Spannungspositionen des G_D -Maximums dar, das bei $T = 120$ mK ohne Magnetfeld bei $V_{SD} = -19,3$ mV zu beobachten ist. Es ist deutlich zu erkennen, dass die experimentellen Daten eine eindeutige Feldabhängigkeit aufweisen. Allerdings lässt sich keine Abhängigkeit der Peakpositionen von der B -Orientierung feststellen. Dieses Ergebnis deutet auf ein stark symmetrisches Einschlusspotential hin.

Ein Fit anhand des Ausdrucks (7.1) unter der Annahme einer isotropen effektiven Masse m_{HH} ergibt eine Fitkurve (gepunktete Kurve in Abb. 7.14), die mit den experimentellen Daten gut übereinstimmt. Aus dem Fit folgt in etwa die gleiche Confinementenergie $\hbar\omega_0 \approx 21$ meV für beide Feldrichtungen, was als Folge eine deutlich größere Einschrän-

7.4. Resonantes Tunneln über stark lokalisierte 0D-Zustände

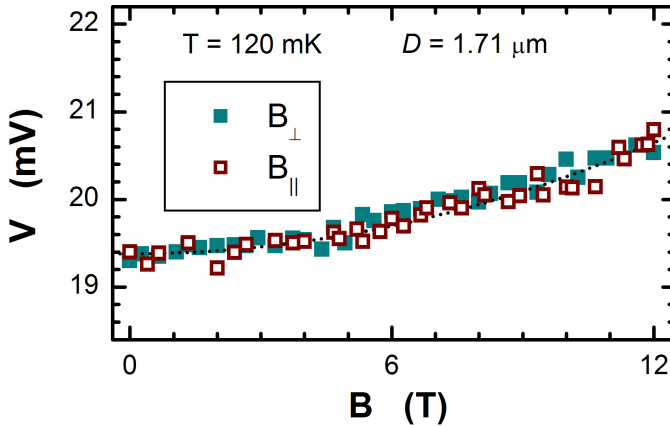


Abbildung 7.14.:

Änderung der Spannungsposition eines G_d -Peaks, der ohne Magnetfeld bei $V_{SD} = -19,3$ mV zu beobachten ist, unter Einwirkung von Magnetfeldern B_{\perp} (■) und B_{\parallel} (□). Gepunktete Kurve stellt einen Fit anhand der Gleichung (7.1) dar.

kung der tunnelnden Löcher bedeutet als im vorher beschriebenen Fall für die G_d -Maxima in der Nähe von $V_{SD} = 0$. Dieses Ergebnis unterstützt die Idee einer Zuordnung der G_d -Peaks bei höheren Vorspannungen V_{SD} zu resonantem Tunneln über Störstellenniveaus in Tunnelbarrieren. Da die Störstellen wesentlich kleinere räumliche Abmessungen als QP besitzen, sollten sie stärkere einschränkende Eigenschaften aufweisen als die Letztgenannten. Dies zeigt sich an einer kleineren Krümmung der Abhängigkeit $V(B)$ in Abb. 7.14 im Vergleich zu Krümmungen der Fitkurven in Abb. 7.12 sowie an einem größeren $\hbar\omega_0$ -Wert.

Man kann sich allerdings die Frage stellen, ob der Einsatz der isotropen effektiven Masse der schweren Löcher zur Abschätzung der Confinementenergie in dieser Probe zulässig ist. In Tunnelstrukturen mit einem Quantentopf wurde das Verhalten der effektiven Masse der Löcher m^* sehr intensiv erforscht. Sie hat sich als eine anisotrope Größe erwiesen [181, 247]. Das Verhalten der effektiven Masse m^* in verspannten

7. Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge Quantenpunkten

Si/Ge-Heterostrukturen mit Quantenpunkten wurde bisher hingegen nicht so ausführlich untersucht.

Angenommen, die effektive Lochmasse ist anisotrop. Dann ergibt Gl. (3.6) die laterale effektive Masse der schweren Löcher $m_{HH}^{\parallel} = 0,141 m_0$ (s. Formel (A.4), Anhang A.2). Ein Fit der experimentellen Abhängigkeit der Spannungspositionen des G_d -Maximums in Abb. 7.12 von B unter Berücksichtigung der oben berechneten anisotropen effektiven Masse ($m_{HH}^{\perp} = 0,243 m_0$, $m_{HH}^{\parallel} = 0,141 m_0$) ergibt eine dreimal größere laterale Confinementenergie $\hbar\omega_0^{\parallel}$ als die in der Heterostruktur Wachstumsrichtung (d. h. $\hbar\omega_0^{\parallel} \approx 3 \hbar\omega_0^{\perp}$). Ein solches Ergebnis würde bedeuten, dass Löcher stärker in der Ebene der Basis der Quantenpunkte lokalisiert sind als in die Wachstumsrichtung. Erstens, würde dies der Geometrie der Quantenpunkte vom Hut-Cluster-Typ widersprechen, da diese eine wesentlich größere Ausdehnung der Quantenpunkte in der Ebene ihrer Basis aufweist als in die Wachstumsrichtung (s. Abb. 4.7) und dadurch die Ladungsträger stärker in die Wachstumsrichtung lokalisiert. Außerdem wurde ein solches Verhältnis zwischen den beiden Confinementenergien in unseren Experimenten nicht bestätigt. Wir beobachten eine eindeutig stärkere Krümmung der Abhängigkeit der Spannungspositionen des G_d -Maximums von B_{\perp} in Abb. 7.12 als von B_{\parallel} . Dies deutet auf ein schwächeres Confinement in B_{\perp} hin, das dem lateralen (d. h. in der Basisebene) Confinement entspricht. Dadurch wird der Ansatz der isotropen effektiven Masse der schweren Löcher für die weiter oben beschriebene Analyse hier als zulässig betrachtet.

7.5. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden Ladungstransporteigenschaften von sechs Gruppen der vertikalen Si/Ge-Doppelbarrieren-Resonanztunneldioden untersucht und miteinander verglichen. Si/Ge-Heterostrukturen, aus denen die Tunneldioden hergestellt worden sind, wurden entweder auf glatten oder auf vorstrukturierten Substraten gewachsen. Alle Strukturen besit-

zen identische Silizium-Tunnelbarrieren, unterscheiden sich allerdings in einer Ge-Schicht, die zwischen den Barrieren eingebettet ist.

Es stellte sich heraus, dass Tunnelnioden mit Ge-Quantenpunkten auf strukturierten Substraten, zu deren Bildung 4,5 bzw. 5,3 ML Ge abgeschieden wurden, deutlich bessere stromleitende Eigenschaften aufweisen als diejenigen mit einem vergleichbaren Querschnitt und einer etwa gleich dicken Ge-Schicht, die allerdings auf nicht strukturierten Substraten gewachsen sind. Bessere stromleitende Eigenschaften dieser RTD sind vermutlich einer hohen Dotierung der $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Kontaktschichten ihrer Heterostrukturen zurückzuführen, an die die Tunnelbarrieren unmittelbar angrenzen (ohne eine undotierte Spacer-Schicht dazwischen). Als Folge übersteigt der Beitrag der Dotierung zur Verminderung des Gesamtwiderstands dieser Strukturen den Beitrag der Substratstrukturierung zur Zunahme des Gesamtwiderstands. Im Fall einer Heterostruktur auf einem strukturierten Substrat, mit abgeschiedenen 6,0 ML Ge gleichen sich die beiden erwähnten Beiträge soweit aus, dass sich die Transporteigenschaften einer RTD aus dieser Struktur denjenigen einer vergleichbar großen Diode aus einer Heterostruktur mit glattem Substrat und 6,5 ML Ge ähneln.

Eine Untersuchung der Transporteigenschaften von drei Resonanztunnelnioden gleicher Geometrie auf strukturierten Substraten, mit jeweils einer Schicht von Ge-Quantenpunkten, die bei der Abscheidung von 4,5 bzw. 5,3 oder 6,0 ML Ge nukleierten, hat ergeben, dass nur die IV-Charakteristik der RTD mit 6,0 ML Ge einige kleine Stromstufen bzw. Strompeaks in einem Vorspannungsbereich $V_{SD} = \pm 50 \text{ mV}$ aufweist. Basierend auf Hebelfaktorwerten $\alpha = 0,49$ bzw. $0,15 \text{ meV}\cdot\text{mV}^{-1}$, die aus einer Temperaturabhängigkeit der Maxima der differentiellen Leitfähigkeit bestimmt wurden, können die oben erwähnten Stromstufen in zwei Gruppen aufgeteilt werden. Eine Gruppe von drei Stromstufen, die in der unmittelbaren Nähe zu $V_{SD} = 0$ auftreten, resultiert aus dem resonanten Tunneln der schweren Löcher über diskrete HH-Lochzustände, die in Ge-Quantenpunkten lokalisiert sind. Die andere Gruppe von weiteren drei Stromstufen, die bei etwas höheren Vorspan-

7. Resonantes Tunneln über 0D-Zustände in Ge Quantenpunkten

nungen $V_{SD} = \pm 15 \dots \pm 35$ mV zu beobachten ist, wurde dem resonanten Tunneln über diskrete Störstellenzustände in Tunnelbarrieren zugeordnet. Diese Stromstufen weisen in einem homogenen, statischen Magnetfeld ein von der Feldstärke abhängiges Verhalten auf. Allerdings zeigen nur die Stromstufen bei kleinen Vorspannungen V_{SD} eine Abhängigkeit ihrer Position von der Feldorientierung, was mit der besonderen Geometrie der Quantenpunkte und, als Folge, mit unterschiedlichen einschränkenden Eigenschaften der Quantenpunkte entlang ihres Basis und Wachstumsrichtung übereinstimmt. Eine Unabhängigkeit der Spannungspositionen der Stromstufen bzw. der G_d -Maxima, die bei den höheren Vorspannungen auftreten, von der Feldorientierung deutet hingegen auf ein symmetrisches Einschlusspotential der Störstellen hin. Mit einigen Annahmen und Vereinfachungen wurden die einschränkenden Eigenschaften (Confinementenergie $\hbar\omega_0$) sowohl von Quantenpunkten als auch von Störstellen aus den experimentellen Abhängigkeiten der Spannungspositionen der zugehörigen Maxima der differentiellen Leitfähigkeit abgeschätzt. Wie aus einem eindeutigen Unterschied in den räumlichen Abmessungen zu erwarten ist, weisen die Störstellen ein merklich stärkeres Confinement auf als die Quantenpunkte.

8

Kapitel 8.

Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

Im Mittelpunkt dieses Kapitels stehen die Messungen des elektronischen Tunneltransports durch Gate-gesteuerte vertikale kreisförmige Quantenpunkte, die aus den weiter oben (im Abschnitt 5.3) beschriebenen (Al, In) GaAs-Doppelbarrieren-Heterostrukturen VL1007 und ML7No1 hergestellt wurden. Als Erstes wird hier der Verlauf der Leitungsbandkante in der Heterostruktur VL1007 im Abschnitt 8.1 behandelt. Die Strom-Spannungs-Kennlinien eines vertikalen Quantenpunkts aus dieser Heterostruktur bei niedrigen Temperaturen werden im Abschnitt 8.2 beschrieben. Im Abschnitt 8.3 wird auf den Magnetotransport durch den oben genannten Quantenpunkt bei positiven Vorspannungen V_{SD} eingegangen. Der Magnetotransport bei negativen V_{SD} ist das Thema des Abschnitts 8.4. Im letzten Abschnitt 8.5 wird das Magnetotunneln in vertikalen Quantenpunkten zwischen zwei symmetrischen Barrieren diskutiert, die aus der (Al, In) GaAs-Doppelbarrieren-Heterostruktur ML7No1 angefertigt wurden.

8.1. Bandstruktur des Wafers VL1007

In Abb. 8.1 ist eine Computer-Simulation der Leitungsbandkante der Heterostruktur VL1007 dargestellt. Der Bandverlauf sowie die energetischen Positionen von zwei quantisierten Zuständen im Quantentopf wurden mithilfe eines selbst-konsistenten 1D Poisson Solvers [248] anhand von Parametern der Heterostruktur berechnet. Die Simulation berücksichtigt allerdings kein laterales Confinement, das für Halbleiterstrukturen, deren Größe im Submikrometerbereich liegt, typisch ist [249].

Wie in der Abbildung zu sehen ist, liegt die Leitungsbandkante im $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ -Quantentopf (Bereich „QT“ im Bild) im Gegensatz zu Heterostrukturen mit einem GaAs-Quantentopf energetisch tiefer als das Fermi-Niveau der Zuleitungen (grüne gestrichelte Linie). Diese Besonderheit des Bandverlaufs ist dem Indium im Material des Quantentopfes zu verdanken. Es wurde gezeigt [25, 28], dass in $\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ -Quantentöpfen diverser Doppelbarrieren-Tunnelstrukturen eine eindeutige Senkung der Leitungsbandkante unter das Fermi-Niveau $E_F(z)$ in den Zuleitungen stattfindet, wobei z eine Raumkoordinate angibt. Die Zugabe von In zu GaAs kann auch die Rauigkeit der Grenzflächen während des Wachstums von $\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ -Epitaxieschichten auf den GaAs-Substraten deutlich erhöhen. Dies kann zu einer zunehmenden Streuung der Ladungsträger in den oben erwähnten Epitaxieschichten führen [90].

Als Folge der Senkung der energetischen Position der Leitungsbandkante im $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ -Quantentopf von VL1007 kommt es zu einer entsprechenden Senkung der energetischen Position von quantisierten quasi-gebundenen Zuständen im Quantentopf gegenüber der Leitungsbandkante in den Zuleitungen [17]. Wie aus Abb. 8.1 ersichtlich ist, befindet sich der niedrigste quasi-gebundene Zustand (Grundzustand) im Quantentopf bei $E_0^v = -8,25 \text{ meV}$, d. h. deutlich unter dem Fermi-Niveau der Zuleitungen $E_F(z)$.

Um ein Gleichgewicht in einem Ladungssystem, das aus Zuleitungen und einem Quantentopf besteht, bei $V_{SD} = 0$ herzustellen, wird ein Teil

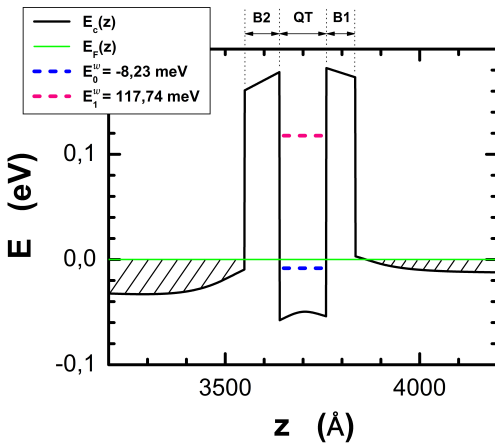


Abbildung 8.1:

Computersimulierter Verlauf der Leitungsbandante sowie berechnete energetische Positionen von quantisierten Zuständen E_0^w und E_1^w im $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ -Quantentopf (QT) der Heterostruktur VL1007. B1, B2 bezeichnen $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ -Tunnelbarrieren (9 nm bzw. 7,5 nm dick). Die Simulation wurde mithilfe vom 1D Poisson Solver [248] durchgeführt.

der Elektronen der Zuleitungen freie Energiezustände im Quantentopf so hoch wie möglich besetzen, allerdings so, dass sich alle nun besetzten Zustände trotzdem unter dem Fermi-Niveau der Zuleitungen befinden werden [250, 251]. Dementsprechend wird der Schwellwert V_{th} der Vorspannung für vertikale Nanostrukturen, die aus dem Wafer VL1007 hergestellt werden, gleich Null, da die oben erwähnten Energiezustände im Quantentopf schon bei $V_{SD} = 0$ in Resonanz mit Energieniveaus in der Source-Zuleitung sind [252, 253]. Dies wird Ladungstransport durch diese Nanostrukturen bei kleinsten Vorspannungen hervorrufen und dadurch die Untersuchungen im linearen Transportregime, d. h. bei sehr kleinen V_{SD} , ermöglichen [251].

Der angeregte Zustand im Quantentopf E_1^w befindet sich gemäß der Simulation bei 117,74 meV. Daher wird vermutet, dass zwei Stromresonanzen, die sich durch das resonante Tunneln von Elektronen durch die quasi-gebundenen Quantentopf-Zustände ergeben, in den IV -Charakteristiken von vertikalen kreisförmigen Quantenpunkten aus dieser Heterostruktur beobachtet werden können.

8.2. IV-Charakteristiken eines vertikalen Quantenpunkts aus VL1007

In diesem Abschnitt werden Strom-Spannungs-Charakteristiken eines kreisförmigen vertikalen Gate-gesteuerten Quantenpunkts mit einem nominalen Durchmesser von etwa 500 nm diskutiert. Dieses Halbleiterbauteil wurde aus der (Al,In)GaAs-Doppelbarrieren-Heterostruktur VL1007 (s. Abschnitt 5.3) angefertigt. Sein schematischer Aufbau ist in Abb. 5.6, Abschnitt 5.3 dargestellt.

Der eigentliche Quantenpunkt bildet sich im dreidimensional eingeschränkten – durch das laterale (seitens der Geometrie) und das transversale (seitens der Tunnelbarrieren) Confinement – $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ -Quantentopf des Bauteils. Ein solcher Quasi0D-Quantentopf kann als eine „Quantenbox“ oder ein „Quantenpunkt“ betrachtet [74] und als eine Scheibe modelliert werden, wie dies bereits im Unterabschnitt 2.2.3 beschrieben wurde. Dennoch wird das gesamte Device in diesem Kapitel der Einfachheit halber als ein vertikaler Quantenpunkt bezeichnet.

Die erwähnten Kennlinien zeigt Abb. 8.2. Die Messungen wurden in einem statischen, homogenen Magnetfeld \mathbf{B} bei Vorspannungen $V_{SD} = \pm 1,0$ V, bei einer Proben temperatur $T = 15$ mK und einer Gate-Spannung $V_G = 0$ durchgeführt. Das Feld $\vec{\mathbf{B}}$ wurde senkrecht zu den Heterogrenzflächen des Quantenpunkts ausgerichtet und in einem Flussdichtebereich von 0 bis 18 T variiert.

Die Gate-Spannung V_G wurde auf null eingestellt um zu vermeiden, dass die Messergebnisse durch einen erhöhten Leckstrom zwischen dem Seiten-Gate-Kontakt und den anderen Kontakten des Bauelements bei $V_G > 0$ beeinflusst werden.

Wie in Abb. 8.2, a), b) zu sehen ist, weisen die IV-Charakteristiken im betrachteten V_{SD} -Bereich für beide Spannungspolaritäten zwei stark ausgeprägte Strommaxima (Resonanzen) auf. In der Abbildung sind diese Resonanzen mit Pfeilen angedeutet. Es ist ersichtlich, dass es einen deutlichen Unterschied in den Spannungspositionen und Amplituden der Resonanzen bei positiven und bei negativen V_{SD} gibt. Der Grund

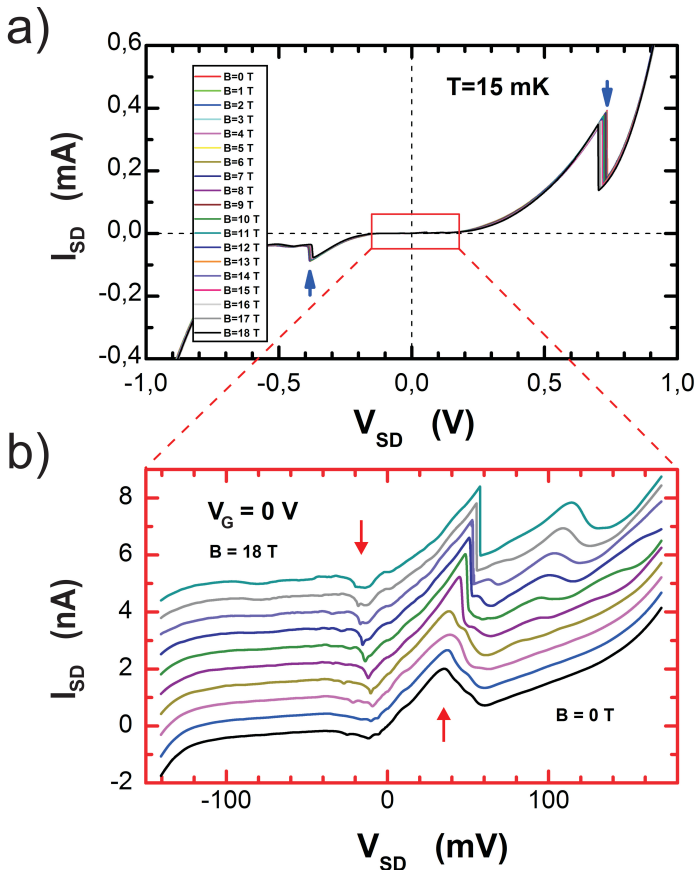


Abbildung 8.2.:

IV-Kennlinien eines vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts aus dem Wafer VL1007 bei einer Gate-Spannung $V_G = 0$ V, $T = 15$ mK und $B \leq 18$ T ($\vec{B} \parallel \vec{I}$). **a)** $V_{SD} = \pm 1,0$ V. Blaue Pfeile bezeichnen die Stromresonanzen, die durch das resonante Tunneln von Elektronen vom Source- zum Drain-Kontakt durch den angeregten Zustand E_1^w im Quantenpotf entstehen. **b)** eine detaillierte Darstellung von Kennlinien im V_{SD} -Bereich in der Nähe der Hauptresonanz (rote Pfeile), die beim Tunneln durch den Grundzustand im Quantenpotf E_0^w entsteht. Die Kennlinien sind im Bild mit einer Schrittweite von 2 T von $B = 0$ T (die unterste Kurve) bis $B = 18$ T (die oberste Kurve) dargestellt und für die Klarheit entlang der Stromachse nach oben verschoben.

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

hierfür liegt an einer unterschiedlichen Dicke der Tunnelbarrieren. Dabei gilt für die Definition „eine positive Vorspannung“ eine solche äußere Gleichspannung, die mit ihrem negativen Potential an die Substrat-Seite des vertikalen Quantenpunkts (d. h. an den Rückseitenkontakt) und mit dem positiven Potential an den Vorderseitenkontakt angeschlossen wird. Dementsprechend findet ein Elektronentransport bei den positiven V_{SD} so statt, dass die Elektronen vom Substrat zum Vorderseitenkontakt zuerst über die dünnere (7,5 nm) Source-Barriere, dann über die dickere (9,0 nm) Drain-Barriere tunneln (s. der Aufbau des Wafers VL1007 in Abb. 5.5). Typischerweise besitzt eine dickere Tunnelbarriere einen kleineren Transmissionskoeffizient T als eine dünnere. Aufgrund dessen werden Elektronen, die aus dem Source-Kontakt in den Quantentopf durch die dünnere Barriere tunneln, gehindert, den Quantentopf zu verlassen und in den Drain-Kontakt weiter zu tunneln. Dies führt, erstens, zum Aufbau einer Raumladung im Quantentopf [68] und, zweitens, zum Auftreten von entsprechenden Strommaxima bei höheren Vorspannungen als bei der entgegengesetzten Polarität von V_{SD} .

Bei positiven V_{SD} und $B = 0$ ist das erste Strommaximum (Strompeak), das durch das resonante Tunneln von Elektronen über den Grundzustand E_0^w im Quantentopf zustande kommt, bei $V_{SD} = 35,25$ mV zu beobachten (s. Abb. 8.2, b), schwarze Kurve). Auf die Spannungsposition des Strommaximums zeigt der rechte rote Pfeil in der Abbildung. Im Hinblick auf den QP-Durchmesser von etwa 500 nm wurde die Stromdichte der ersten Resonanz (im Weiteren als Hauptresonanz bezeichnet) in Höhe von $0,255$ A/cm² berechnet. Das PTVCR¹ beträgt für diese Resonanz ca. 2,77. Dieser Wert ist deutlich kleiner als das PTVCR von typischen großflächigen Doppelbarrieren-RTD aus den n -dotierten AlGaAs/GaAs-Heterostrukturen (z. B. bis etwa 22 bei 77 K in Ref. [254]). Auch an (Al, In)GaAs-Doppelbarrieren-Tunnelstrukturen wurden sehr hohe PTVCR-Werte (bis zu 35 bei 77 K) experimentell beobachtet [255]. Dennoch wurden auch kleine PTVCR-Werte an GaAs/(AlGa)As-RTD mit drei Kontakten (Gate-gesteuerte-RTD) ge-

¹ (PTVCR) Abkürzung für (engl.) **P**ea**k T**o **V**al**l**e**y C**ur**re**n**t R**ati**o**

messen [21]. Das letztere Phänomen erklären die Autoren durch einen ungleichmäßigen Spannungsabfall an den Tunnelbarrieren. Dessen Verteilung hängt von einer komplizierten Form von Äquipotentiallinien in der Nähe der Tunnelbarrieren ab. Das relativ niedrige PTVCR der Hauptresonanz des untersuchten QP kann allerdings darauf hinweisen, dass es hier eine erhöhte Streuung von Elektronen an den Grenzflächen der Heterostruktur gibt [88].

Der I_{SD} -Peak beim resonanten Tunneln von Elektronen über den angeregten Zustand im Quantentopf tritt bei $T = 15$ mK und $B = 0$ in der positiven Vorspannung bei $V_{SD} = 735$ mV auf (s. Abb. 8.2, a), rechter blauer Pfeil). Diese Resonanz entspricht einer Stromdichte von ≈ 50 A/cm² und weist ein PTVCR = 2,16 auf.

Für negative V_{SD} und $B = 0$ sind die Strommaxima bei $V_{SD} = -11,85$ mV (der Grundzustand) und bei $V_{SD} = -383$ mV (der angeregte Zustand) zu beobachten. Die erwähnten Resonanzen weisen folgende PTVCR-Werte auf: 2,54 für den ersten und 2,29 für den zweiten I_{SD} -Peak.

Schon in der IV -Kennlinie bei $B = 0$ in Abb. 8.2, b) ist ersichtlich, dass die beiden Hauptresonanzen, insbesondere aber die für negative V_{SD} , leicht gewellt sind: es treten lokale, unterschiedlich stark ausgeprägten Erhöhungen des Stroms I_{SD} (Stromstufen, kleine Strompeaks) bei einigen V_{SD} -Werten auf. In einem zunehmenden senkrechten Magnetfeld B_{\perp} entwickeln sich manche von diesen Stromstufen in gut sichtbare zusätzliche I_{SD} -Peaks, deren Spannungsposition sich als magnetfeldabhängig erweist. Auf einer Analyse des Verhaltens der oben erwähnten kleinen Strommaxima in einem Magnetfeld $\vec{B} \parallel \vec{I}$ wird der Schwerpunkt einer weiteren Diskussion liegen. Diesem Thema werden die nächsten Abschnitte dieser Arbeit gewidmet.

8.3. Magnetotransport bei positiven V_{SD}

Da sich herausstellte, dass sich die Strom-Spannungs-Kennlinien des untersuchten Quantenpunkts bezüglich der Polarität der angelegten Vor-

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

spannung als sehr asymmetrisch erweisen (s. Abb. 8.2), wird ihr Verhalten bei V_{SD} mit unterschiedlichem Vorzeichen getrennt betrachtet. Als Erstes werden die IV -Kennlinien bei $V_{SD} \geq 0$ diskutiert.

8.3.1. Strompeaks in der IV -Charakteristik

Ohne einem äußeren Magnetfeld \mathbf{B} können sechs zusätzlichen Strompeaks (neben der Hauptresonanz) bei positiven Vorspannungen beobachtet werden: bei 8,34 mV, 44,73 mV, 52,5 mV, 68,63 mV, 80,1 mV und 102,8 mV [256]. Die meisten davon befinden sich im NDR- sowie im Talstrom-Bereich. Einer der Strompeaks (bei $V_{SD} = 8,34$ mV) tritt hingegen unterhalb der Hauptresonanz auf.

Es ist bekannt [72, 87, 90, 91, 257–259], dass sich diverse Streumechanismen beim Ladungstransport in vertikalen Doppelbarrieren-Tunnelstrukturen durch Strommaxima im Talstrom-Bereich der Strom-Spannungskennlinien beobachten lassen. Um eine Zuordnung der auftretenden Strommaxima zu bestimmten Streumechanismen zu erleichtern, ist es sehr hilfreich, die Probe einer Einwirkung von äußeren Störungen zu unterziehen.

Es wurde bereits beschrieben (s. Abschnitt 5.6), dass sich die Magnetotunnelspektroskopie für die Untersuchungen von Energiezuständen in verschiedenen Tunnelstrukturen gut eignet. Dieses Messverfahren wurde auch hier für die Untersuchung von Streumechanismen verwendet, die den Elektronentransport im betrachteten vertikalen QP beeinflussen.

Wie sich herausstellte (s. Abb. 8.2), variieren sowohl die Spannungspositionen als auch die Form der Strompeaks in der IV -Charakteristik des untersuchten Quantenpunkts unter der Einwirkung eines äußeren Magnetfeldes \mathbf{B}_\perp , das senkrecht zur Grenzflächenebene des Quantenpunkts ausgerichtet wurde. Eine Abhängigkeit der Spannungspositionen der erwähnten Strompeaks von der magnetischen Flussdichte \mathbf{B} ist in der Abbildung 8.3, **b)** dargestellt. Zusätzlich sind die Kennlinien des Quantenpunkts bei der Probertemperatur $T = 15$ mK und beim Magnetfeld $\mathbf{B} = 18$ T sowie 0 T in der Abbildung 8.3, **a)** bzw. **c)** gezeigt.

8.3. Magnetotransport bei positiven V_{SD}

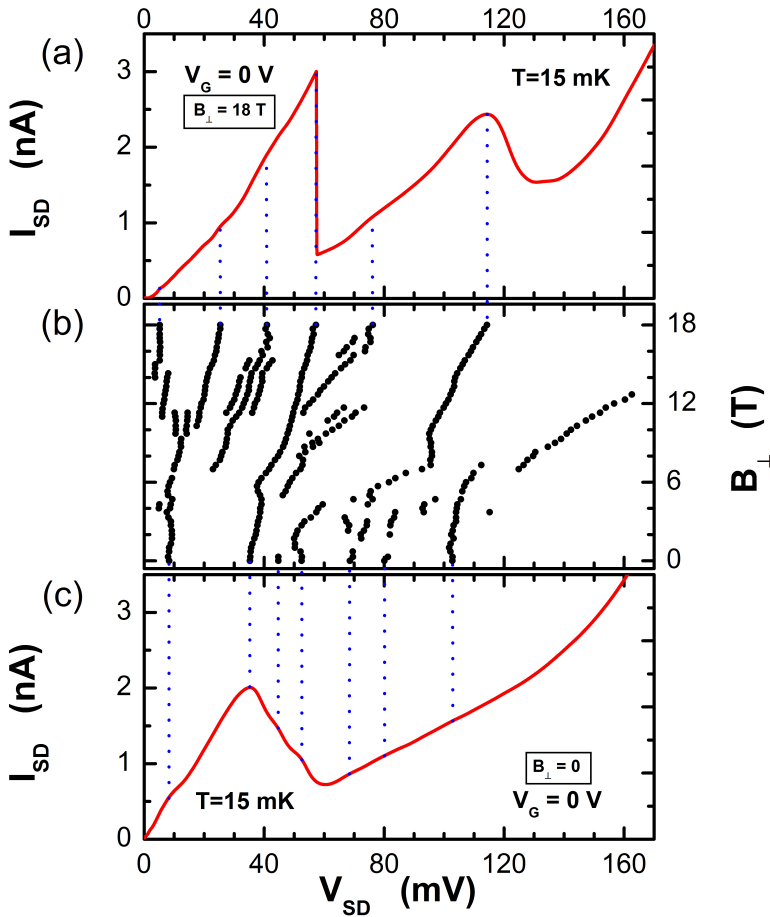


Abbildung 8.3.:

a) Strom-Spannungs-Charakteristik des untersuchten vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts für positive V_{SD} bei $T = 15$ mK und $B_{\perp} = 18$ T, b) Änderung der Spannungspositionen (\bullet) von beobachteten Strompeaks in der IV -Charakteristik des Quantenpunkts unter der Variation eines äußeren senkrechten Magnetfeldes B_{\perp} , c) IV -Kennlinie des Quantenpunkts bei $B_{\perp} = 0$.

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

In Abb. 8.3, b) ist zu sehen, dass das variierende Magnetfeld B_{\perp} die Spannungspositionen der Strompeaks verschiebt. Unter der Einwirkung des Feldes entwickeln sich die meisten der Strommaxima in eine Vielzahl von Linien unterschiedlicher Steigung, die eine Zuordnung dieser Maxima zu den bestimmten Tunnelmechanismen wesentlich erleichtern.

Wie bereits im Abschnitt 2.5 beschrieben, kann sowohl das phononenunterstützte als auch das streuung-unterstützte Tunneln neben dem resonanten Tunneln bei einem vertikalen Elektronentransport durch Halbleiterbauelemente aus Doppelbarrieren-Heterostrukturen beobachtet werden. Diese zusätzlichen Tunnelprozesse lassen sich in den IV-Charakteristiken eines solchen Bauelements als sekundäre Strompeaks und schwach ausgeprägte Stromstufen beobachten. Hier wird vermutet, dass die meisten der beobachteten Strompeaks in der Kennlinie des untersuchten Quantenpunkts durch die erwähnten zusätzlichen Tunnelmechanismen zustande kommen.

Basierend auf dieser Vermutung, können die in Abb. 8.3, b) beobachteten Spannungspositionen der Strommaxima in zwei Gruppen aufgeteilt werden. Die erste davon veranschaulicht Abb. 8.4.

Es ist ersichtlich, dass sich einige Linien aus schwarzen Punkten (\bullet), die die Spannungspositionen der erwähnten Strommaxima darstellen, bei ihrer Näherung durch Geraden E_0 bis E_6 in einem Punkt $V_{SD} = 8,34$ mV schneiden, also dort, wo der erste Strompeak (bei $B = 0$) zu beobachten ist. Es ist bemerkenswert, dass dieser Strompeak unterhalb der Hauptresonanz ($V_{SD} = 35,25$ mV) auftritt. Offensichtlich ist auch, dass diese durch die Symbole (\bullet) hervorgehobene Gruppe der Strommaxima die Ähnlichkeit zu einem sog. *Landau-Fächer-Muster* (engl. „*Landau fan pattern*“) aufweist.

Ähnliche Merkmale wurden in den Strom-Spannungs-Kennlinien von (AlGa)As / GaAs-Resonanztunneldioden bei Untersuchungen des Magnetotransports beobachtet [88, 259]. Allerdings befanden sich Strompeaks im Gegensatz zu den hier diskutierten bei höheren Vorspannungen als die Hauptresonanz. Der Schnittpunkt der Linien, die die Spannungspositionen der beobachteten Strommaxima in einem variierenden

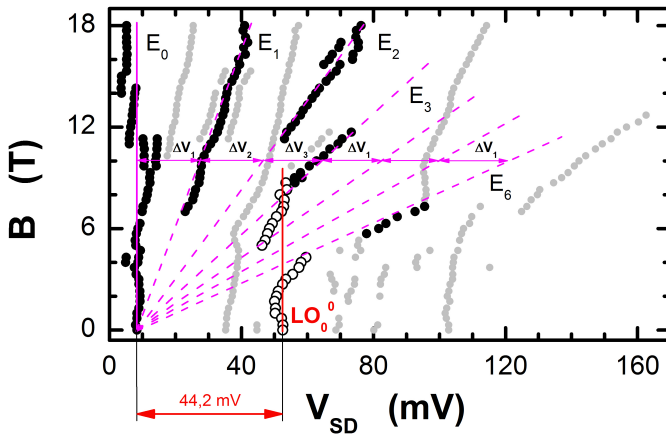


Abbildung 8.4.:

Spannungspositionen der ersten Gruppe von Strompeaks in der Kennlinie des vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts in Abhängigkeit vom Magnetfeld B_{\perp} bei positiven V_{SD} . Die Linien, die die experimentellen Punkte (\bullet) bilden (E_0 bis E_6) stellen einen Landau-Fächer dar. Die Punkte (\circ) bezeichnen einen sehr schwachen sekundären Strompeak LO_0^0 , der sich durch das phononenunterstützte Tunneln ergibt. $\Delta V_1 = 19,02$ mV, $\Delta V_2 = 18,84$ mV und $\Delta V_3 = 18,17$ mV bezeichnen die Spannungsabstände zwischen den Linien des Landau-Fächers bei $B = 10$ T.

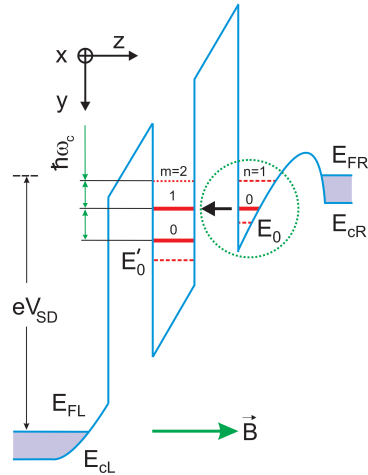
äußeren Magnetfeld B_{\perp} approximieren, lag unmittelbar bei V_{SD} der Hauptresonanz.

Der Ref. [88, 259] zufolge liegt der Ursprung der beobachteten Merkmale am nicht-resonanten Tunneln von Elektronen aus einem n -ten Landau-Niveau im Source-Kontakt in ein $(n+1)$ -tes Landau-Niveau im Quantentopf. Dieses Tunneln, das durch elastische oder quasi-elastische Streumechanismen unterstützt wird, zeigt das schematische Diagramm in Abb. 8.5, wobei n eine nicht-negative ganze Zahl bezeichnet. Wie im Abschnitt 2.5 beschrieben, ermöglichen folgende Streuprozesse die Tunnelübergänge: (i) Streuung von Elektronen an ionisierten Störstellen oder an Grenzflächen der Heterostruktur, die durch die Rauigkeit der

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

Abbildung 8.5:

Schematische Darstellung des nicht-resonanten, streuung-unterstützten Tunnels zwischen dem Landau-Niveau $n = 0$ in der Akkumulierungsschicht und $m = 1$ im Quantentopf. D. h. ohne Erhaltung des Landau-Indexes, für $l = m - n = 1$. In der Akkumulierungsschicht ist nur das Niveau mit dem Landau-Index $n = 0$ bei tiefen Temperaturen durch die schweren Löcher besetzt.



Grenzflächen hervorgerufen wird (elastische Streuung), (ii) Streuung an akustischen Phononen (quasi-elastische Streuung) [72]. Auch in dieser Arbeit wird vermutet, dass das Auftreten der zuletzt diskutierten Gruppe der Maxima in enger Verbindung mit elastischer (oder quasi-elastischer) Streuung der Elektronen beim Tunneln zwischen Landau-Niveaus der Akkumulierungsschicht und des Quantentopfs steht.

8.3.2. Landau-Fächer-Muster

Wie bereits erwähnt, stellt der 3D eingeschränkte $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ -Quantentopf der untersuchten Probe einen Quantenpunkt dar. Der Aufbau der Probe und ihre Größe erlauben es, auch ihren Quantentopf als einen an die Zuleitungen gekoppelten quasi-gebundenen QP zu betrachten [17]. In der letztgenannten Referenz wurden die Ergebnisse einer Untersuchung des Elektronenransports durch Proben mit einem dreidimensional eingeschränkten Quantentopf berichtet. Diese Proben stellten eine Gruppe von vertikalen Halbleiter-Nanostrukturen dar, deren nominaler Durchmesser im Bereich von 100 nm bis 250 nm liegt. Die Proben wurden aus einer (Al, In)GaAs-Doppelbarrieren-Heterostruktur

hergestellt und aufgrund ihrer Abmessungen als 0D betrachtet. In den IV-Kennlinien dieser Proben war eine feine Struktur von Strompeaks anstatt einer typischen Stromresonanz von großflächigen Tunnelnioden zu beobachten, die die Autoren einem Spektrum von diskreten (0D) quasi-gebundenen Zuständen im QP zugeordnet haben.

Eine Theorie dieses Effekts wurde in Ref. [260] veröffentlicht. Diese sieht allerdings vor, dass solche Strompeaks erst dann zu beobachten sind, wenn das laterale Einschlusspotential in unterschiedlichen Bereichen der Probe verschieden ist. Allein ein diskreter Charakter von Energiezuständen solcher Nanostrukturen für die Entstehung einer feinen Peakstruktur hat sich als nicht ausreichend erwiesen.

Eine Transformation von Strom-Spannungs-Kennlinien bei einer Verminderung der Dimensionalität von AlGaAs / GaAs-Doppelbarrieren-RTD durch eine Implantation wurde auch in Ref. [261] berichtet. Die Kennlinien dieser Strukturen weisen zusätzliche kleine Strompeaks sowohl im NDR- als auch im Talstrom-Bereich auf, die sich durch das resonante Tunneln von Elektronen über die 1D- bzw. 0D-Zustände in den eingeschränkten Quantentöpfen der Tunnelnioden ergeben. Diese Energiezustände befinden sich in den eingeschränkten Quantentöpfen von Tunnelnioden und überlagern sich mit dem Grundzustand des Quantentopfs. Auch diverse Raumladungseffekte können zur Entstehung von solchen Strompeak-Strukturen beitragen [203, 262–264].

Eine interessante Beobachtung bei den Untersuchungen des Magnetotransports zwischen den Landau-Niveaus der Source-Zuleitung und den 0D-Zuständen im Quantentopf von GaAs / AlGaAs-Doppelbarrieren-Tunnelnioden beschreibt Ref. [265]. Das Besondere im beschriebenen Magnetotunneln ist, dass die Landau-Niveaus der Source-Zuleitung aus den 0D- bzw. 1D-Zuständen bestehen. Diese niederdimensionalen Zustände bilden sich sowohl aus den 2D-Elektronen der Akkumulierungsschicht als auch aus den 3D-Elektronen von weiter liegenden Gebieten (betrachtet bezüglich der Grenzfläche zwischen dem Source-Kontakt und einer entsprechenden Tunnelbarriere) der Source-Zuleitung. Die Amplitude des Tunnelstroms ist durch die Übergänge zwischen den

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

0D-Zuständen im Source-Kontakt und im Quantentopf vor allem durch eine große Überlappung ihrer Wellenfunktionen bestimmt.

Die Submikrometergröße des hier untersuchten Quantenpunkts erlaubt zu vermuten, dass sowohl das laterale Confinement als auch die Raumladungseffekte die Ladungstransporteigenschaften des diskutierten QP beeinflussen. Die Ladungstransporteigenschaften von so kleinen Halbleiterbauteilen sind sehr empfindlich auf Schwankungen des Einschlusspotentials sowie des elektrostatischen Potentials und von Raumladungseffekten und der Coulomb-Blockade abhängig [266].

Basierend auf der Einwirkung der bisher erwähnten Effekte auf die Transporteigenschaften von Halbleiternanostrukturen kann der Ursprung der Strommaxima in Abb. 8.4 nun diskutiert werden. Hier wird davon ausgegangen, dass zur Entstehung des niedrigsten Energiezustandes im Quantentopf des untersuchten Bauteils eine Überlagerung von Confinement- sowie Raumladungseffekten beiträgt. Dieser Zustand lässt sich durch einen schwachen Strompeak bei $V_{SD} = 8,34$ mV (bei $B = 0$) beobachten. Hier wird vermutet, dass die lateralen Einschlusspotentiale in der Source-Zuleitung und im Quantentopf des Quantenpunkts unterschiedlich sind. Die Tunnelübergänge von Elektronen aus lateral eingeschränkten Zuständen in der Source-Zuleitung, die unterhalb vom Fermi-Niveau in dieser Zuleitung liegen, in die Energiezustände im Quantentopf können eine Vielzahl von Strompeaks in der Kennlinie erzeugen [17, 267]. Es wird noch vermutet, dass dadurch, dass die Elektronenkonzentration in der Akkumulierungsschicht niedrig ist, nur das niedrigste Landau-Niveau im Quantentopf (mit $n = 0$) mit Elektronen gefüllt ist. Daher findet das Tunneln ausschließlich aus diesem Landau-Niveau in der Akkumulierungsschicht statt. Allerdings sind Tunnelübergänge in die Landau-Niveaus mit Landau-Indizes $m \geq 0$ im Quantentopf zulässig (s. Abb. 8.5).

Ein zunehmendes Magnetfeld B_{\perp} quantisiert den oben erwähnten Zustand zu Landau-Niveaus ähnlich wie in Ref. [265] beschrieben. Der Landau-Fächer (Geraden E_0 bis E_6 in Abb. 8.4) bestätigt das.

Im variierenden senkrechten Magnetfeld $B_{\perp} \leq 18$ T weist der

schwache Strompeak, den die Gerade E_0 approximiert, einen sehr schwachen Einfluss des Magnetfeldes B_{\perp} auf. Dies erlaubt zu vermuten, dass dieser Peak durch das resonante Tunneln zwischen niedrigsten Landau-Niveaus in der Akkumulierungsschicht und im Quantentopf zustande kommt. Für diese Landau-Niveaus wird die Bedingung $l = m - n = 0$ erfüllt. Das sind die Tunnelübergänge zwischen dem Landau-Niveau mit Index $n = 0$ in der Akkumulierungsschicht und dem Landau-Niveau mit $m = 0$ im Quantentopf, d. h. die Übergänge mit der Erhaltung des Landau-Indexes.

Die übrigen Linien des Landau-Fächers (Geraden E_1 bis E_6 in Abb. 8.4) werden durch das streuung-unterstützte Tunneln (elastische und quasi-elastische Streuung) zwischen den Landau-Niveaus in der Akkumulierungsschicht und im Quantentopf bei $m - n \neq 0$ hervorgerufen. Mit anderen Worten sind das die Inter-Landau-Niveau-Übergänge ohne Erhaltung des Landau-Indexes.

8.3.3. Effektive Elektronenmasse

Früher wurde für die Doppelbarrieren-RTD gezeigt [72, 88], dass ein Spannungsabstand $\Delta V(B)$ zwischen zwei benachbarten Linien E_n und E_{n+1} eines Landau-Fächers einem energetischen Abstand zwischen den entsprechenden Landau-Niveaus des Source-Kontakts und des Quantentopfs entspricht:

$$e \Delta V(B) = \hbar \omega_c = \frac{\hbar e B}{m^*}. \quad (8.1)$$

Dieser Spannungsabstand ermöglicht eine ziemlich genaue Bestimmung einer Potentialdifferenz zwischen dem Source-Kontakt und dem Quantentopf [88]. Da die Zuleitungen der Heterostruktur hoch dotiert sind und dadurch der Drain-Kontakt als entartet betrachtet wird, kann der Spannungsabfall an der Drain-Seite des Quantenpunkts in dieser Diskussion vernachlässigt werden [89]. Gemäß des Ausdrucks (8.1) kann die effektive Elektronenmasse m^* aus den gemessenen $\Delta V(B)$ bestimmt

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

werden. Im Weiteren wird eine Abschätzung von m^* aus den Linien des Landau-Fächers in Abb. 8.4 durchgeführt.

Aus den Spannungspositionen der gut sichtbaren Geraden E_0 bis E_3 in Abb. 8.4 wurden folgende Spannungsdifferenzen $\Delta V(\mathbf{B})$ bei $\mathbf{B} = 10 \text{ T}$ ermittelt: $\Delta V_1 = 19,02 \text{ mV}$ für die Spannungsdifferenz zwischen E_0 und E_1 , $\Delta V_2 = 18,84 \text{ mV}$ für die Linien E_1 und E_2 , und $\Delta V_3 = 18,17 \text{ mV}$ für die Spannungsdifferenz zwischen E_2 und E_3 . Anhand der Formel (8.1) haben sich folgende Werte der effektiven Elektronenmasse ergeben: $m_1^* = 0,061 m_0$ aus ΔV_1 , $m_2^* = 0,061 m_0$ aus ΔV_2 und $m_3^* = 0,063 m_0$ aus ΔV_3 .

Diese Werte für m^* sind in guter Übereinstimmung mit $m^* = 0,063 m_0$ für den nicht-verspannten $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ -Halbleiter (s. Tabelle 3.3). Dieses Ergebnis deutet auch darauf hin, dass der größte Teil der Gesamtspannung gerade zwischen dem Source-Kontakt und dem Quantentopf abfällt.

Aus der Abbildung 8.4 ersieht man, dass sich die Linien E_0 bis E_3 gut einem Landau-Fächer-Muster zuordnen lassen. Um festzustellen, ob sich noch andere Gruppen der Maxima diesem Landau-Fächer angehören, wurden noch weitere Linien (E_4 bis E_6) durchgezogen. Als Abstand dazwischen wurde die Spannungsdifferenz ΔV_1 verwendet. Wie in der Abbildung zu sehen ist, stimmt noch eine kleine Gruppe der durch (●) hervorgehobenen experimentellen Punkte mit der Linie E_6 gut überein.

Wie bereits erwähnt und im Abschnitt 2.5 beschrieben, ermöglicht die quasi-elastische bzw. elastische Streuung von Elektronen beim Tunneln durch die Grenzflächen der Heterostruktur die Beobachtung eines solchen Landau-Fächers. In diesem Zusammenhang stellt sich allerdings die Frage, ob solche elastische Streuprozesse in der untersuchten Probe in einem ausreichenden Maß vorhanden sein können. Wie im Abschnitt 8.1 erklärt, kann gerade Indium im Material des Quantentopfs die Ursache für eine starke Streuung im beschriebenen Halbleiterbauelement sein, da seine Präsenz die Rauigkeit der Grenzflächen wesentlich erhöht. Ihrerseits verschlechtert eine erhöhte Rauigkeit von Grenzflächen die Transporteigenschaften und bestimmt folglich eine stärkere

Streuung von Elektronen. Damit wird die Voraussetzung für die Beobachtung vom streuung-unterstützten Tunneln in der untersuchten Probe erfüllt.

Basierend auf diesen Überlegungen wird hier zu der Schlussfolgerung gekommen, dass die diskutierte Gruppe von Strompeaks (Linien E_0 bis E_3 und E_6 in Abb. 8.4) in der IV-Kennlinie des untersuchten Quantenpunkts dem durch elastische Streuung unterstützten Tunneln ohne Änderung (Linie E_0) und bei Änderung des Landau-Indexes $\Delta n = 1, 2, 3$ und 6 (übrige Linien) entspricht.

8.3.4. Phononenunterstütztes Tunneln

Noch ein Strompeak ist in der Abb. 8.4 zu sehen, der durch die offene Kreise (\circ) in der Abbildung hervorgehoben ist. Bei $\mathbf{B} = 0$ tritt er bei $V_{SD} = 52,5$ mV auf. Die Spannungsdifferenz ΔV zwischen diesem Peak und E_0 beträgt bei $\mathbf{B} = 0$ etwa 44,2 mV. Hier wird davon ausgegangen, dass der betrachtete Strompeak einem durch das phononenunterstützte Tunneln verursachten Elektronentransport zugeordnet werden kann.

Wie im Abschnitt 2.5 bereits beschrieben, können auch inelastische Streuprozesse das Tunneln in vertikalen Nanostrukturen unterstützen. Z.B. Elektronen in den Source-Zuleitungen können an die resonante Zustände in den Quantentöpfen durch Ausstrahlung von longitudinalen optischen Phononen (LO-Phononen) koppeln [86, 268–270]. Es wird angenommen [86, 269, 271, 272], dass die optische Phononen in GaAs/AlAs-Heterostrukturen sowohl im Quantentopf (sog. *confined optische Moden*) als auch in der Nähe einer Halbleitergrenzfläche (sog. *Grenzflächenphononen*) lokalisiert werden können. Da eine beliebige Heterostruktur aus mindestens zwei Halbleitermaterialien besteht, können mehrere Typen von LO-Phononen in derselben Heterostruktur gleichzeitig vorhanden sein [86, 87, 114]. Daher ist zu erwarten, dass sich sowohl die *confined-LO-Phononen* als auch die *Grenzflächen-LO-Phononen* vom GaAs-, AlAs- und vom InAs-Typ in der (Al, In)GaAs-Heterostruktur VL1007 beobachten lassen werden. Die Energien der

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

LO-Phononen der erwähnten Typen sind für die Materialien des Wafers VL1007 in der Tabelle 3.3 aufgelistet.

Gemäß der Tabelle beträgt die Energie von LO-Phononen des AlAs-Typs im $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ etwa 44,72 meV. Dieser Wert liegt sehr nahe zu $E = e \Delta V = 44,2$ meV, wobei ΔV die Spannungsdifferenz zwischen den Positionen der diskutierten Strommaxima und dem durch RT bezeichneten Strompeak bei $B = 0$ angibt. Die gute Übereinstimmung beider Energiewerte spricht zugunsten der zuvor gemachten Vermutung, dass der bei $V_{SD} = 52,5$ mV beobachtete Strompeak vom nicht-resonanten, phononenunterstützten Tunneln von Elektronen mit Ausstrahlung eines Grenzflächen-LO-Phonons des AlAs-Typs hervorgerufen wird. Daher wird dieses Strommaximum im Bild durch „ LO_0^0 “ bezeichnet.

Basierend auf der oben beschriebenen Vorgehensweise, werden die restlichen Strommaxima, die bei $V_{SD} \geq 0$ auftreten, im Weiteren analysiert. Diese Maxima stellt Abb. 8.6 dar. Vor allem fällt eine Gruppe von Punkten sofort ins Auge, die durch RT bezeichnet sind. Diese Gruppe stellt die Spannungspositionen eines stark ausgeprägten Strompeaks in der Kennlinie des Devices dar, dessen Entstehung durch das resonante Tunneln von Elektronen über den Grundzustand E_0^w des Quantentopfs hervorgerufen wird. Es ist bemerkenswert, dass diese Resonanz von einem senkrechten Verlauf (bezüglich der Spannungsachse) abweicht und eine Steigung aufweist. Der Grund dafür liegt wahrscheinlich an einem Magnetwiderstand der ohmschen Kontakte der Probe [88, 259].

Der nächste Strompeak in der Abbildung 8.6 tritt bei der Vorspannung $V_{SD} = 68,63$ mV auf. Die Spannungsdifferenz zwischen diesem Strompeak und dem RT -Peak beträgt 33,4 mV. Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die LO-Phononen des GaAs-Typs im $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ eine Energie von 34,89 meV besitzen (s. Tabelle 3.3), wird dieser Strompeak dem phononenunterstützten Tunneln von Elektronen mit Ausstrahlung von Grenzflächen-LO-Phononen des GaAs-Typs in der Tunnelbarriere zugeordnet.

Die Linie der Punkte LO_1^1 bildet vermutlich zusammen mit der Linie

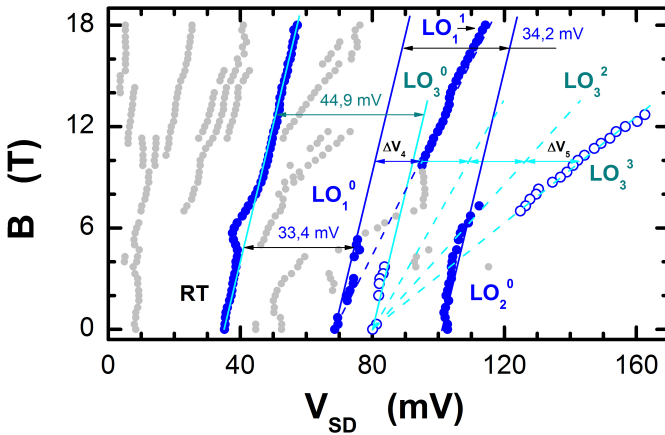


Abbildung 8.6.:

Spannungspositionen der zweiten Gruppe von Strompeaks in der Kennlinie des vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts in Abhängigkeit vom Magnetfeld B_{\perp} bei positiven V_{SD} . Experimentelle Punkte **RT** stellen den Verlauf der Hauptresonanz dar. Linien LO_1^0 bis LO_3^3 bezeichnen die Spannungspositionen von denjenigen Strompeaks, die durch das phononenunterstützte Tunneln zwischen den Landau-Niveaus in der Akkumulierungsschicht des Source-Kontakts und im Quantentopf sowohl ohne als auch mit Änderung des Landau-Indexes entstehen. $\Delta V_4 = 13,74$ mV und $\Delta V_5 = 16,92$ mV bezeichnen die Spannungsdifferenzen zwischen den Linien des Landau-Fächers bei $B = 10$ T. Weitere Einzelheiten zum Bild sind im Text zu finden.

LO_1^0 einen Landau-Fächer. Diese Linie stellt die Inter-Landau-Niveau-Übergänge zwischen dem Landau-Niveau mit $n = 0$ in der Akkumulierungsschicht des Source-Kontakts und dem Landau-Niveau mit $m = 1$ des Quantentopfs dar, bei denen die Energiedifferenz zwischen beiden Landau-Niveaus durch Gl. (2.47) beschrieben wird. Die effektive Elektronenmasse m^* , die aus der Spannungsdifferenz $\Delta V_4 = 13,74$ mV bestimmt wurde, beträgt etwa $0,084 m_0$. Dieser Wert stimmt mit dem in der Tabelle 3.3 aufgelisteten Wert $m^* = 0,0853 m_0$ für $Al_{0.22}Ga_{0.78}As$ gut überein. Eine so gute Übereinstimmung von beiden

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

effektiven Massen spricht dafür, dass das Material der $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ -Source-Barriere in der Beobachtung der oben beschriebenen Gruppe aus den Linien LO_1^0 und LO_1^1 eine wichtige Rolle spielt. Dies spricht ebenfalls für die Zuordnung dieser Gruppe dem nicht-resonanten Tunneln durch die Unterstützung von LO-Phononen des GaAs-Typs, die in der $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ -Schicht in der Nähe der Grenzfläche zum Quantentopf lokalisiert sind (Grenzflächenphononen).

Ein anderer Strompeak, dessen Verlauf im Magnetfeld die Gruppe der Punkte LO_2^0 in der Abbildung 8.6 bezeichnet, tritt bei $V_{\text{SD}} = 102,8 \text{ mV}$ auf (bei $\mathbf{B} = 0$). Die Spannungsdifferenz ΔV zwischen den Punkten dieser Gruppe und der LO_1^0 beträgt bei $\mathbf{B} = 0$ etwa $34,2 \text{ mV}$. Dementsprechend beträgt die Energiedifferenz zwischen den beiden Gruppen etwa $34,2 \text{ meV}$. Dieser Energiewert ähnelt auch der Energie eines GaAs-LO-Phonons im $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$. Da ein energetischer Abstand zwischen der RT -Linie und der LO_2^0 -Linie etwa der Energie von zwei LO-Phononen des GaAs-Typs entspricht, wird dieser Strompeak den Tunnelübergängen mit Ausstrahlung von zwei Grenzflächen-LO-Phononen des bereit erwähnten GaAs-Typs zugeordnet. Die weiteren Strommaxima, die zusammen mit LO_2^0 einen Landau-Fächer bilden könnten, wurden hier nicht beobachtet.

Der letzte Strompeak in Abb. 8.6 – die Linie LO_3^0 – entsteht bei $V_{\text{SD}} = 80,1 \text{ mV}$ (bei $\mathbf{B} = 0$). Die Spannungsdifferenz zwischen LO_3^0 und der Linie der Hauptresonanz RT ergibt ΔV von etwa $44,9 \text{ mV}$. Eine solche Spannungsdifferenz entspricht der Energie von $44,9 \text{ meV}$. Dieser Wert stimmt mit der Energie $E = 44,72 \text{ meV}$ eines LO-Phonons vom AlAs-Typ in $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ überein. Eine so gute Übereinstimmung erlaubt die Gruppe LO_3^0 einem Elektronentransport durch das phononenunterstützte Tunneln von Elektronen zwischen den Landau-Niveaus mit Erhaltung des Landau-Indizes zuzuordnen. Dabei werden die Grenzflächenphononen vom AlAs-Typ in der $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ -Tunnelbarriere ausgestrahlt.

Auch die Gruppe der Punkte LO_3^3 lässt sich an die Gruppe LO_3^0 koppeln, da sie einen gemeinsamen Schnittpunkt besitzen. Dies erlaubt

zu vermuten, dass beide Linien Teile eines Landau-Fächers sind. Wenn die beiden Gruppen als Ausgangspunkt für die Bestimmung der effektiven Elektronenmasse genommen werden, lassen sich noch zwei Linien des Landau-Fächers vermuten, denen eine Spannungsdifferenz ΔV_5 von 16,92 mV bei $B = 10$ T zugewiesen werden kann. Eine solche Spannungsdifferenz ergibt eine effektive Elektronenmasse m^* von etwa $0,068 m_0$. Dieser Wert liegt deutlich näher an m^* in GaAs ($m^* = 0,067 m_0$) als an m^* in $In_{0.1}Ga_{0.9}As$ ($m^* = 0,063 m_0$) oder m^* in $Al_{0.22}Ga_{0.78}As$ ($m^* = 0,0853 m_0$). Allerdings ist auch dieser m^* -Wert nicht widersprüchlich.

Zusammenfassend lässt sich an dieser Stelle die Schlussfolgerung aussprechen, dass sich sowohl elastische als auch inelastische Tunnelübergänge neben den resonanten Tunnelprozessen in der Strom-Spannungs-Charakteristik der untersuchten Probe bei positiven V_{SD} beobachten lassen. Die Anwendung eines senkrechten Magnetfeldes B_{\perp} ermöglichte, die Tunnelübergänge zwischen Landau-Niveaus in der Akkumulierungsschicht und im Quantentopf zu untersuchen und den Übergängen ohne Änderung und mit der Änderung des Landau-Indexes zuzuordnen. Es wurden Strompeaks beobachtet, die sich dem phononenunterstützten Tunneln mit Ausstrahlung von Grenzflächen-LO-Phononen des GaAs-Typs in $Al_{0.22}Ga_{0.78}As$ zuordnen ließen (sowohl Ein-Phonon-Prozess als auch Zwei-Phononen-Prozesse). Auch die Strompeaks, die sich den Grenzflächen-LO-Phononen des AlAs-Typs zuordnen lassen, wurden beobachtet. Aus der Tatsache, dass keine confined LO-Phononen bei positiven Vorspannungen beobachtet werden können, lässt sich vermuten, dass die Streuung von Elektronen an Halbleitergrenzflächen eine starke Rolle in dieser Probe spielt. Zugunsten dieser Vermutung spricht auch die Beobachtung von Landau-Niveau-Übergängen ohne Erhaltung von Landau-Indizes.

Da der untersuchte vertikale kreisförmige Quantenpunkt asymmetrische Tunnelbarrieren besitzt, ist es zu erwarten, dass in der negativen Polarität das Verhalten der Kennlinie anders wird. Daher wird der nächste Abschnitt 8.4 den Untersuchungen der Einwirkung vom senkrechten

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

Magnetfeld B_{\perp} auf die Strommaxima bei $V_{SD} \leq 0$ gewidmet.

8.4. Magnetotransport bei negativen V_{SD}

Nun fängt der Elektronentransport vom Vorderseitenkontakt an, da das negative Potential an diesen Probenkontakt angeschlossen wird. Dieser Kontakt dient dabei als Source. Der Ladungstransport durch die Probe findet in diesem Fall folgendermaßen statt. Die Elektronen passieren die dickere Tunnelbarriere Richtung Quantentopf, und dann – im Gegensatz zu positiven V_{SD} – verlassen sie **ungehindert** den Quantentopf über die dünnere Barriere. Als Folge findet kaum eine Elektronenakkumulierung im Quantentopf statt, daher befindet sich die Hauptresonanz bei einer wesentlich kleineren V_{SD} als die bei positiven Vorspannungen (s. Abb. 8.2, b)). Außerdem sind erstaunlich viele Strompeaks bei negativer V_{SD} -Polarität zu beobachten. Im Weiteren wird nun darauf eingegangen.

Die Abbildung 8.3, a) stellt eine IV-Kennlinie der diskutierten Probe bei negativen Vorspannungen dar. Die Proben temperatur beträgt 15 mK, $B_{\perp} = 18$ T. Es ist ersichtlich, dass die Kennlinie einen komplizierten Verlauf aufweist. Ein äußeres senkrechtes Magnetfeld B_{\perp} lässt mehrere Strommaxima (Strompeaks) in der Kennlinie beobachten. Sogar das Maximum der Hauptresonanz ist mit mehreren kleinen Strompeaks überlagert, die das Aussehen dieses Strompeaks stark verändern. Die magnetfeldabhängige Veränderungen der Spannungspositionen der beobachteten Strommaxima sind in Abb. 8.3, b) für die Magnetfelder im Bereich $0 \leq B_{\perp} \leq 18$ T aufgetragen. Es ist offensichtlich, dass eine Änderung der V_{SD} -Polarität eine starke Einwirkung auf die Ladungstransporteigenschaften der Probe erzielt hat. Anhand der im vorherigen Abschnitt 8.3 vorgestellten Vorgehensweise werden im Weiteren auch die bei negativen Vorspannungen aufgetretenen Strompeaks den bestimmten Ladungstransportmechanismen zugeordnet. Dafür werden die Spannungspositionen der Strommaxima in mehrere Gruppen aufgeteilt und nacheinander behandelt. Es wird auch versucht, die Gemeinsam-

8.4. Magnetotransport bei negativen V_{SD}

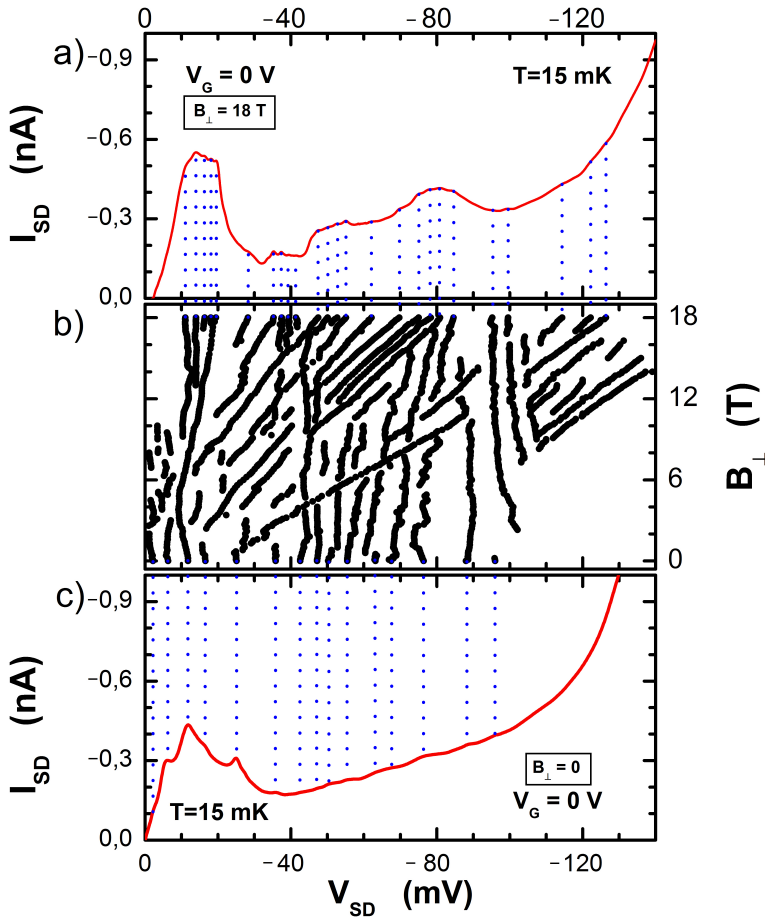


Abbildung 8.7.:

a) Strom-Spannungs-Charakteristik des untersuchten vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts für die negativen V_{SD} bei $T = 15$ mK und $B_{\perp} = 18$ T. b) Änderung von Spannungspositionen der beobachteten Strommaxima (●) in der IV-Charakteristik des Quantenpunkts unter der Variation eines äußeren senkrechten Magnetfeldes B_{\perp} . c) IV-Kennlinie des Quantenpunkts bei $B_{\perp} = 0$.

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

keiten zwischen den beobachteten Peakgruppen bei den positiven und negativen V_{SD} herauszufinden und darzustellen.

Die erste Gruppe der Strompeaks ist in Abb. 8.8 gezeigt. Es ist zu vermuten, dass diese Gruppe diejenigen Peaks darstellt, deren Verhalten in Abhängigkeit von B_{\perp} für positive V_{SD} in Abb. 8.4 illustriert ist. Allerdings gibt es nun große Veränderungen. In Abb. 8.4 – bei $V_{SD} \geq 0$ – gibt es einen Landau-Fächer (Linien E_0 bis E_6) und einen zusätzlichen Strompeak durch das phononenunterstützte Tunneln mit Ausstrahlung eines Grenzflächen-LO-Phonons vom AIAs-Typ (LO_0^0). Bei den negativen Vorspannungen (s. Abb. 8.8) können vermutlich drei Landau-Fächer den durch (•) hervorgehobenen Strommaxima zugeordnet werden. Auf diese wird nun eingegangen.

Der Ursprungspunkt vom ersten Landau-Fächer für die negativen Vorspannungen liegt bei $V_{SD} = -6,36$ mV ($B = 0$). Bei den positiven Vorspannungen liegt der Ursprungspunkt eines entsprechenden Landau-Fächers bei $V_{SD} = 8,34$ mV. Offensichtlich findet eine geringe Verschiebung dieses Punkts beim Wechsel der Polarität statt. Die Spannungsdifferenz zwischen den Linien des ersten Landau-Fächers beträgt $\Delta V_2 = 18,84$ mV, die eine erstaunlich gute Übereinstimmung mit dem Ergebnis für $V_{SD} \geq 0$ aufweist und damit für die Richtigkeit der Zuordnung von Linien dieses Landau-Fächers spricht. Aus dieser Spannungsdifferenz ergibt sich die effektive Elektronenmasse $m^* = 0,061 m_0$. Dieser Wert wurde bereits im Unterabschnitt 8.3.4 diskutiert. Ähnlich wie für positive V_{SD} wird hier vermutet, dass der oben erwähnte Landau-Fächer durch das Tunneln von Elektronen zwischen Landau-Niveaus in der Akkumulierungsschicht und im Quantentopf bei einer elastischen Streuung der am Tunneln beteiligten Elektronen zustande kommt.

Zwei weitere Landau-Fächer in Abb. 8.8, deren experimentell beobachtete Linien LO_4^0 und LO_5^0 besonders gut ausgeprägt sind, treten bei positiven V_{SD} nicht auf (s. Abb. 8.4). Hingegen konnte hier kein Strompeak festgestellt werden, der sich durch das phononenunterstützte Tunneln mit Ausstrahlung von LO-Phononen vom AIAs-Typ ergibt und der

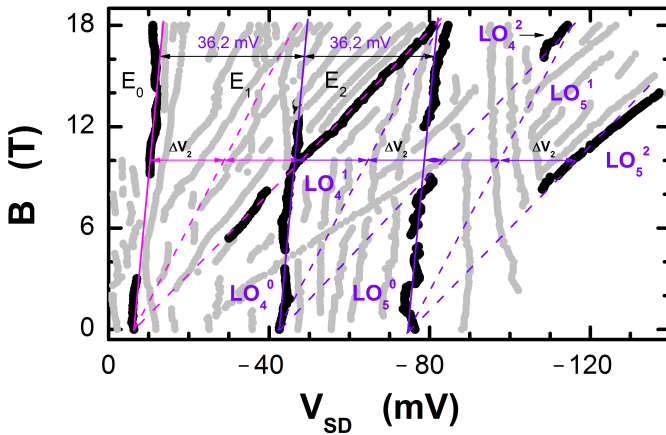


Abbildung 8.8.:

Spannungspositionen der ersten Gruppe der Strompeaks in der Kennlinie des vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts in Abhängigkeit vom Magnetfeld B_{\perp} bei negativen V_{SD} . Es sind drei Landau-Fächer zu vermuten, die diese Gruppe bildet. Die Linien E_0 , E_2 ergeben sich aus den Tunnelübergängen zwischen den Landau-Niveaus in der Akkumulierungsschicht und im Quantentopf, die durch elastische Streuung unterstützt sind. Die Linien LO_4^0 bis LO_4^2 bzw. LO_5^0 bis LO_5^2 sind durch das phononenunterstützte Tunneln entstanden (Ein-Phonon- bzw. Zwei-Phononen-Prozesse). $\Delta V_2 = 18,84 \text{ mV}$ bezeichnet die Spannungsdifferenz zwischen den Linien entsprechender Landau-Fächer bei $B = 10 \text{ T}$.

in Abb. 8.4 durch die Linie LO_0^0 bezeichnet ist.

Die Linien LO_4^1, LO_4^2 bzw. LO_5^1, LO_5^2 der oben erwähnten Landau-Fächer wurden anhand der Annahme erhalten, dass die entsprechenden Spannungsabstände zwischen den jeweiligen Landau-Fächer-Linien dem Abstand zwischen den Linien E_0, E_1 und E_2 gleich sind, nämlich $\Delta V_2 = 18,84 \text{ mV}$. Ein Landau-Fächer, dem die Linien LO_4^0 bis LO_4^2 angehören, hat seinen Ursprungspunkt bei $V_{SD} = -42,58 \text{ mV}$ (bei $B = 0$). Es ist ersichtlich, dass die Linie LO_4^0 dieses Landau-Fächers und die Linie E_0 ziemlich parallel verlaufen. Der Spannungsabstand zwischen den beiden erwähnten Linien beträgt ca. $36,2 \text{ mV}$. Umgerechnet in

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

eine Energie – anhand ähnlicher Überlegungen wie im vorherigen Abschnitt 8.3 – ergibt diese Spannungsdifferenz fast exakt die Energie eines LO-Phonons vom GaAs-Typ in $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$, die etwa 36 meV beträgt (s. Tabelle 3.3). Dies erlaubt zu vermuten, dass die Linie LO_4^0 durch nicht-resonantes Tunneln bei der Ausstrahlung von confined LO-Phononen des GaAs-Typs in $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ zustande kommt.

Auch der Spannungsabstand zwischen der Linie LO_4^0 dieses Landau-Fächers und LO_5^0 des dritten beträgt etwa 36,2 mV. Diese Ergebnisse mitsamt einem ziemlich parallelen Verlauf von experimentellen Linien E_2 und LO_5^2 lassen vermuten, dass die beiden Landau-Fächer – aus den Linien LO_4^0 bis LO_4^2 bzw. aus den Linien LO_5^0 bis LO_5^2 – durch das nicht-resonante, phononenunterstützte Tunneln zwischen den Landau-Niveaus mit Indizes $n = 0, 1, \text{ und } 2$ in der Akkumulierungsschicht und Landau-Niveaus mit gleichen Indizes im Quantentopf stammt. Es wird noch einmal betont, dass solche Übergänge bei positiven V_{SD} in dieser Probe nicht beobachtet wurden.

Die nächste Gruppe der Strompeaks ist in Abb. 8.9 dargestellt. Bei positiven V_{SD} ist diese Gruppe in Abb. 8.6 gezeigt. Es ist sofort ersichtlich, dass vor allem eine starke Verschiebung von Positionen aller Peakgruppen beim Polaritätswechsel erfolgte. Die Hauptresonanz RT erhebt sich nun bei $V_{\text{SD}} = -11,8$ mV. Auch die Steigung einer Linie, die den magnetfeldabhängigen Verlauf der Hauptresonanz approximiert, hat sich geändert: sie ist steiler geworden. Entsprechend steiler verlaufen die Linien LO_1^0 , LO_2^0 und LO_3^0 bei negativen V_{SD} . Diese Linien sind dem nicht-resonanten, phononenunterstützten Tunneln zwischen den Landau-Niveaus in der Akkumulierungsschicht und dem Quantentopf ohne Änderung der Landau-Indizes $l = m - n = 0$ zugeordnet.

Der Spannungsabstand zwischen den Linien RT und LO_1^0 ist etwas größer geworden (34,8 mV statt 33,4 mV bei positiven V_{SD}). Der Spannungsabstand zwischen RT und LO_3^0 hat sich hingegen leicht verringert und beträgt nun etwa 43,7 statt 44,9 mV. Allerdings sind die Abweichungen klein, daher gilt die weiter oben beschriebene Zuordnung dieser Linien für positive V_{SD} auch für die negative.

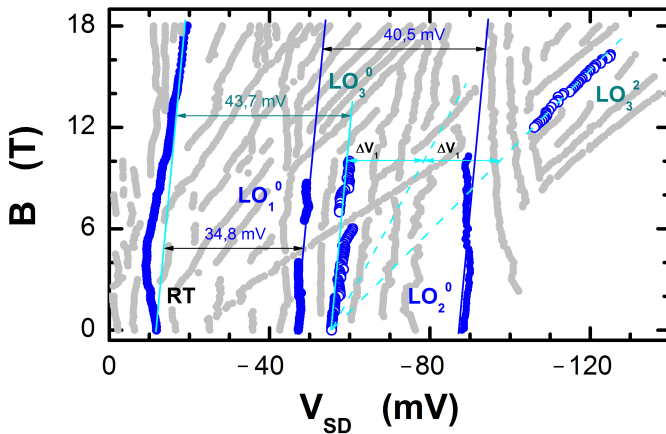


Abbildung 8.9.:

Spannungspositionen der zweiten Gruppe von Strompeaks in der Kennlinie des vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts in Abhängigkeit vom Magnetfeld B_{\perp} bei negativen V_{SD} . Die experimentellen Punkte **RT** stellen den Verlauf der Hauptresonanz dar. Die Linien LO_1^0 bis LO_3^0 bezeichnen die Positionen der Strommaxima, die sich durch das phononenunterstützte Tunneln zwischen den Landau-Niveaus in der Akkumulierungsschicht des Source-Kontakts und im Quantentopf sowohl ohne als auch mit einer Änderung der Landau-Indizes ergeben. $\Delta V_1 = 19,02$ mV bezeichnet die Spannungsunterschied zwischen den Linien eines entsprechenden Landau-Fächers bei $B = 10$ T.

Die Spannungsunterschied zwischen **RT** und LO_2^0 ist allerdings deutlich größer geworden und beträgt nun ca. 75,3 mV statt 67,6 mV bei $V_{SD} > 0$. Umgerechnet in die Energie ergibt diese Spannungsunterschied eine größere Energie (75,3 meV) als die Energie von zwei ausgestrahlten LO-Phononen vom GaAs-Typ sowohl im $Al_{0,22}Ga_{0,78}As$ (69,78 meV) als auch im $In_{0,1}Ga_{0,9}As$ (72 meV). Trotzdem erlauben die Ähnlichkeit des gesamten Punktmusters in den Abbildungen 8.6 und 8.9 zu vermuten, dass die Punkte LO_2^0 ein Zwei-Phononen-Prozess darstellen, bei dem zwei Grenzflächenphononen des GaAs-Typs in der $Al_{0,22}Ga_{0,78}As$ -Tunnelbarriere ausgestrahlt werden.

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

Keine der beobachteten Strommaxima in Abb. 8.9 konnte einer Linie zugeordnet werden, die bei positiven V_{SD} durch LO_1^1 in Abb. 8.6 bezeichnet ist.

Beim Betrachten des Strompeaks LO_3^0 , der durch das phononenunterstützte Tunneln mit Ausstrahlung von Grenzflächen-LO-Phononen des AlAs-Typs entsteht, konnte nur eine experimentell beobachtete Peakgruppe LO_3^2 diesem Peak zugeordnet werden. Bei positiven V_{SD} stattdessen ist die andere Linie, nämlich LO_3^3 zu sehen (s. Abb. 8.6). Auch die Spannungsdifferenz $\Delta V_1 = 18,84$ mV, die für eine gedachte Struktur eines Landau-Fächers aus den Linien LO_3^0 und LO_3^2 in Abb. 8.9 nötig wird, ist anders als bei positiven V_{SD} ($\Delta V_5 = 16,92$ mV in 8.6). Allerdings unterscheiden sich diese Werte nicht besonders stark voneinander, was für eine Gemeinsamkeit des Ursprungs der beiden beobachteten Strompeaks sowohl bei positiven als auch bei negativen V_{SD} spricht.

Es können noch weitere Gruppen von Strompeaks bei $V_{SD} \leq 0$ identifiziert werden, die bei positiven Vorspannungen nicht zu beobachten sind. Eine davon stellt Abb. 8.10 dar. Das erste der Strommaxima, die in der Abbildung durch die Symbole (●) hervorgehoben sind, tritt bei $V_{SD} = 16,6$ mV auf. Es sind nur wenige experimentelle Punkte dieses Maximums bei kleinen B eindeutig zu sehen. Möglicherweise liegt der Grund dafür darin, dass dieser Strompeak ursprünglich sehr schwach ausgeprägt ist und sich bei höheren Magnetfeldern mit anderen Strompeaks überlagert, was folglich zu seiner Unterdrückung führt. Hier wird vermutet, dass dieser Peak von einer ähnlichen Natur ist wie das Strommaximum E_0 in Abb. 8.4. Dies bedeutet, dass dieser Strompeak einem energetischen Zustand im dreidimensional eingeschränkten Quantenpotopf der untersuchten Probe zugeordnet ist, der durch Raumladungssowie Confinementeffekte entstanden ist [262, 264].

Eine Linie von experimentellen Punkten, die in Abb. 8.10 durch E_4' bezeichnet ist, schneidet den Ursprungspunkt des diskutierten Strompeaks E_0' bei $B_{\perp} = 0$. Dies erlaubt zu vermuten, dass die Linien E_0' und E_4' die Bestandteile eines Landau-Fächers sind. Basierend auf dieser Annahme wurden die restliche Linien des Fächers unter Berücksichtigung einer

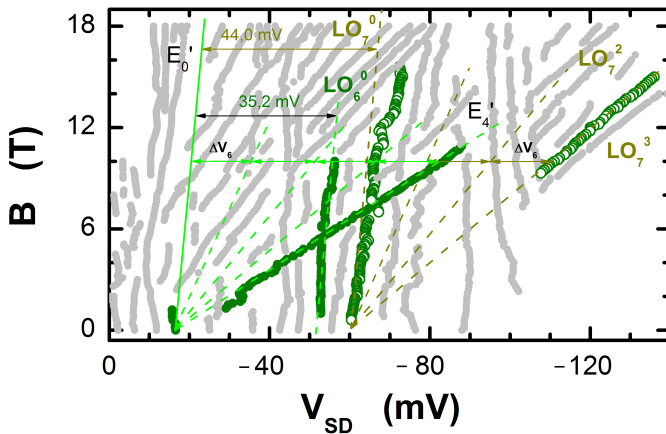


Abbildung 8.10.:

Dritte Gruppe der Strommaxima in der Kennlinie des vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts in Abhängigkeit vom Magnetfeld B_{\perp} bei negativen V_{SD} . Eine Serie von experimentellen Punkten (\bullet) E'_0 und E'_4 mit gleichnamigen Geraden stellen einen Landau-Fächer dar, der vom durch die elastische Streuung unterstützten Tunneln zwischen den Landau-Niveaus der Akkumulierungsschicht und des Quantentopfs entsteht. Die Serie der Punkte LO_6^0 (\bullet), LO_7^0 bis LO_7^3 (\circ) bezeichnet die Positionen der Strompeaks, die sich durch das phononenunterstützte Tunneln sowohl ohne als auch mit einer Änderung der Landau-Indizes ergeben. $\Delta V_6 = 15,26 \text{ mV}$ bezeichnet die Spannungsdifferenz zwischen den Linien eines entsprechenden Landau-Fächers bei $B = 10 \text{ T}$.

Spannungsdifferenz $\Delta V_6 = 15,26 \text{ mV}$ erhalten. Aus ΔV_6 wurde die effektive Elektronenmasse m^* von etwa $0,076 m_0$ berechnet. Wie man sieht, liegt dieser Wert zwischen m^* in $Al_{0.22}Ga_{0.78}As$ ($0,0853 m_0$) und $In_{0.1}Ga_{0.9}As$ ($0,06 m_0$) und lässt sich daher schwer der effektiven Elektronenmasse in einem bestimmten Material der Heterostruktur eindeutig zuordnen.

Eine Serie von experimentellen Punkten (\bullet), die durch die Gerade LO_6^0 approximiert ist, befindet sich in einem Spannungsabstand von etwa $35,2 \text{ mV}$ von der Linie E'_0 . Dies erlaubt, diese Linie dem phononenunter-



8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

stützten Tunneln von Elektronen mit Ausstrahlung eines Grenzflächenphonons vom GaAs-Typ im $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ zuzuordnen. Es konnten keine weiteren Strompeaks beobachtet werden, die mit dieser Linie einen gemeinsamen Schnittpunkt besitzen.

In Abb. 8.10 ist noch eine Gruppe von experimentellen Punkten (○) zu sehen. Basierend auf den oben erwähnten Vermutungen, wurden diese Punkte auch einem Landau-Fächer zugeordnet. Allerdings entsprechen die Linien dieses Landau-Fächers den Tunnelübergängen zwischen Landau-Niveaus mit Ausstrahlung von Grenzflächen-LO-Phononen des AlAs-Typs, da die Spannungsdifferenz zwischen den Linien E'_0 und LO_6^0 etwa 44,0 mV beträgt. Die daraus folgende Energiedifferenz von 44 meV stimmt sehr gut mit der Energie eines LO-Phonons des AlAs-Typs im $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ (44,72 meV) überein (s. Tabelle 3.3).

Die letzte Gruppe von Strompeaks, deren Zuordnung zu bestimmten Tunnelmechanismen im Weiteren diskutiert wird, ist in Abb. 8.11 dargestellt. Diese Gruppe besteht aus einer schwach ausgeprägten Serie E''_0 (●) bei $V_{\text{SD}} = -25,1$ mV und zwei Linien (○), die durch die Geraden LO_8^0 und LO_8^2 approximiert sind.

Der Strompeak E''_0 ist ab einer Flussdichte $B_{\perp} \approx 3$ T nicht mehr verfolgbar. Ähnlich wie für den Strompeak E'_0 bei $V_{\text{SD}} = -16,6$ mV liegt ein möglicher Grund für die Beobachtbarkeit des diskutierten Strompeaks nur in einem kleinen Magnetfeldbereich daran, dass dieser Strompeak ursprünglich sehr schwach ausgeprägt ist und sich bei höheren Magnetfeldern mit anderen Maxima überlagert, was folglich zu seiner Unterdrückung führt. Hier wird vermutet, dass dieser Strompeak auch von gleicher Natur ist wie der Peak E_0 in Abb. 8.4. Dementsprechend wird auch dieser Strompeak einem Energiezustand im dreidimensional eingeschränkten Quantentopf der untersuchten Probe zugeordnet, der durch Raumladungs- sowie Confinementeffekte entstanden ist [262, 264].

Die Gruppe von experimentellen Punkten (○), die durch die Geraden LO_8^0 und LO_8^2 hervorgehoben ist, bildet offensichtlich einen Landau-Fächer. Die Linie LO_8^0 befindet sich auf einem Spannungsabstand von etwa 43,5 mV von der Linie E''_0 . Die daraus folgende Energiedifferenz

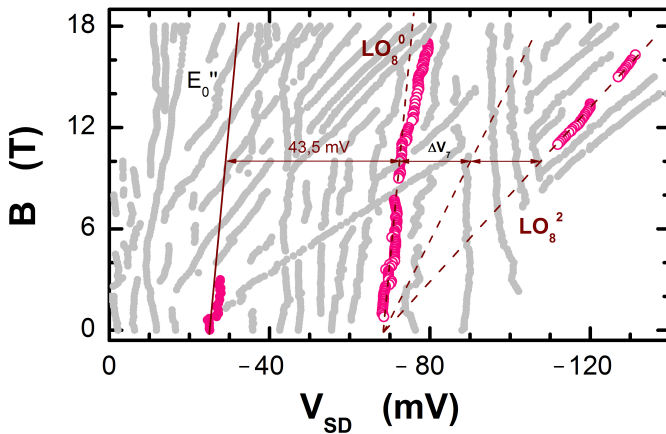


Abbildung 8.11.:

Vierte Gruppe von Strompeaks in der Kennlinie des vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts in Abhängigkeit vom Magnetfeld B_{\perp} bei negativen V_{SD} . Eine Serie von Punkten (●) E_0'' entsteht durch elastische Streuung unterstütztes Tunneln zwischen einem Landau-Niveau mit $n = 0$ in der Akkumulierungsschicht und $m = 0$ im Quantentopf. Die Serie der Punkte (○), die durch die Geraden LO_8^0 und LO_8^2 bezeichnet sind, zeigen die Positionen der Strommaxima, die sich durch das phononenunterstützte Tunneln sowohl ohne als auch mit einer Änderung der Landau-Indizes ergeben. $\Delta V_7 = 17,7$ mV bezeichnet die Spannungsdifferenz zwischen den Linien eines entsprechenden Landau-Fächers bei $B = 10$ T.

von 43,5 meV ist sehr ähnlich zur Energie eines LO-Phonons des AIIAs-Typs im $Al_{0,22}Ga_{0,78}As$ ($E = 44,72$ meV, s. Tabelle 3.3). Dies erlaubt auch diese Gruppe der Strommaxima dem phononenunterstützten Tunneln mit Ausstrahlung von LO-Phononen des AIIAs-Typs zuzuordnen. Unter der Annahme, dass eine Spannungsdifferenz $\Delta V_7 = 17,7$ mV die Linien des Landau-Fächers trennt, wurde die effektive Elektronenmasse m^* von etwa $0,065 m_0$ berechnet, was ziemlich gut mit $m^* = 0,063 m_0$ im $In_{0,1}Ga_{0,9}As$ übereinstimmt.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass in den Strom-Spannung-Kennlinien des untersuchten vertikalen Quantenpunkts, der aus einer

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

V_{SD} -Polarität	AlGaAs*, AlAs-Typ	AlGaAs*, GaAs-Typ	InGaAs*, GaAs-Typ
Positive V_{SD}	LO_0^0 LO_3^0 bis LO_3^3	LO_1^0, LO_1^1 LO_2^0	
Negative V_{SD}	LO_3^0 bis LO_3^2 LO_7^0 bis LO_7^3 LO_8^0 bis LO_8^2	LO_1^0 LO_2^0 LO_6^0	LO_4^0 bis LO_4^2 LO_5^0 bis LO_5^2
Phononenenergie (meV)	$\approx 44,7$	$\approx 34,9$	≈ 36

Tabelle 8.1.:

Zuordnung von beobachteten Strompeaks, die durch das phononenunterstützte Tunneln in den **IV**-Charakteristiken des vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts mit asymmetrischen Barrieren auftreten. Dabei werden LO-Phononen bestimmter Typen ausgestrahlt. In der Tabelle sind $Al_{0,22}Ga_{0,78}As$ als AlGaAs* und $In_{0,1}Ga_{0,9}As$ als InGaAs* bezeichnet.

Doppelbarrieren-Heterostruktur mit asymmetrischen Tunnelbarrieren angefertigt wurde, mehrere kleinen Strompeaks zu beobachten sind. Dabei unterscheidet sich der Verlauf der Strom-Spannungs-Kennlinien bei den unterschiedlichen Polaritäten der Vorspannung sehr stark, was mit einer Asymmetrie der Tunnelbarrieren konsistent ist. Die beobachteten Strommaxima wurden diversen Tunnelmechanismen zugeordnet, darunter dem streuung-unterstützten und dem phononenunterstützten Tunneln von Elektronen zwischen den Landau-Niveaus in der Akkumulationsschicht der Source-Zuleitung und im Quantentopf sowohl mit als

8.5. Ein Quantenpunkt zwischen symmetrischen Barrieren

auch ohne Erhaltung der Landau-Indizes. Bei der Zuordnung der Strommaxima bestimmten Tunnelmechanismen wurden die Tunnelübergänge mit Ausstrahlung von Grenzflächenphononen sowohl vom AlAs-Typ als auch vom GaAs-Typ in $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ für die beiden V_{SD} -Polaritäten identifiziert. Die confined LO-Phononen des GaAs-Typs wurden nur bei negativen V_{SD} beobachtet. Vermutlich spielt dabei die Asymmetrie der Tunnelbarrieren der Heterostruktur VL1007 eine entscheidende Rolle. Bei negativen Vorspannungen findet kein Aufbau von Raumladung statt, da die Elektronen ungehindert den Quantentopf verlassen können: sie tunneln zuerst durch die dickere Barriere und dann verlassen den Quantentopfbereich durch die dünnere. Daher unterscheidet sich der Ladungstransport merklich in beiden V_{SD} -Polaritäten, was sich insbesondere in stark unterscheidenden Mustern in der Verteilung der Strommaxima in Abhängigkeit vom Magnetfeld zeigt.

Die bei den hier beschriebenen Untersuchungen beobachteten Strommaxima, die sich durch die Ausstrahlung von bestimmten LO-Phononen beobachten lassen, sind in Tabelle 8.1 aufgelistet.

Allerdings stellt sich dabei die Frage, wie sich ein vertikaler Quantenpunkt einer ähnlichen Geometrie mit zwei symmetrischen Tunnelbarrieren unter gleichen Bedingungen verhalten wird. Der Beantwortung dieser Frage wird der nächste Abschnitt 8.5 dieser Arbeit gewidmet.

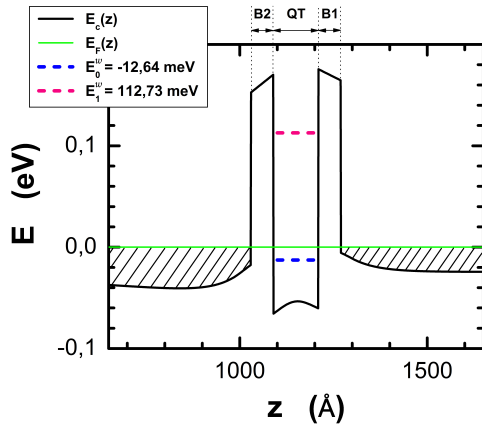
8.5. Ein Quantenpunkt zwischen symmetrischen Barrieren

In den bisherigen Abschnitten dieses Kapitels wurde das Magnetotunneln in einem vertikalen kreisförmigen Quantenpunkt diskutiert, der zwischen zwei asymmetrischen Tunnelbarrieren eingeschlossen ist. In diesem Abschnitt wird auf ähnliche vertikale Gate-gesteuerte Quantenpunkte eingegangen, die sich allerdings nun zwischen zwei symmetrischen Barrieren befinden. Diese Proben wurden aus der (Al, In) GaAs-Doppelbarrieren-Heterostruktur ML7No1 angefertigt, deren Aufbau im

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

Abbildung 8.12:

Computersimulierter Verlauf der Leitungsbandkante sowie die berechneten energetischen Positionen von quantisierten Zuständen E_0^w und E_1^w im $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ -Quantentopf (QT) der $(\text{Al}, \text{In})\text{GaAs}$ -Heterostruktur ML7No1. B1, B2 bezeichnen die jeweils 6 nm dicken $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ -Tunnelbarrieren. Die Simulation wurde mithilfe eines 1D Poisson Solvers [248] durchgeführt.



Abschnitt 5.3 beschrieben wurde. Das Besondere in dieser Heterostruktur ist, dass alle Epitaxieschichten des aktiven Bereichs – der Quantentopf, die Tunnelbarrieren und die Spacer-Schichten – aus den gleichen Halbleitermaterialien gewachsen sind wie die der bereits diskutierten Heterostruktur VL1007. Auch die Dicke der Quantentöpfe ist in beiden Heterostrukturen identisch (12 nm). Allerdings unterscheiden sie sich in der Dicke der Tunnelbarrieren und der Spacer-Schichten. Diese Tatsache erlaubt zu erwarten, dass die Transporteigenschaften der Quantenpunkte aus dieser Heterostruktur von denjenigen der zuvor diskutierten Probe abweichen. Im Weiteren wird untersucht, inwiefern diese Erwartung sich erfüllt.

8.5.1. Bandstruktur des Wafers ML7No1

Die Abbildung 8.12 stellt eine Computer-Simulation der Leitungsbandkante der Heterostruktur ML7No1 dar. Im aktiven Bereich ist diese Heterostruktur sehr ähnlich der zuvor diskutierten Heterostruktur VL1007. Daher wird hier auf eine ausführliche Beschreibung der Funktionalität einzelner Schichten der Struktur verzichtet, weil darüber schon im Ab-

8.5. Ein Quantenpunkt zwischen symmetrischen Barrieren

schnitt 8.1 diskutiert wurde.

Der Bandverlauf sowie energetische Positionen von zwei quantisierten Zuständen im Quantentopf wurden mithilfe des selbst-konsistenten 1D Poisson Solvers [248] anhand von Parametern der Heterostruktur berechnet. Die Simulation berücksichtigt allerdings kein laterales Confinement.

Der am niedrigsten liegende quasi-gebundene Zustand im Quantentopf der ML7No1 befindet sich bei $E_0^w = -12,64$ meV, d.h. etwas tiefer als in der Heterostruktur VL1007. Der angeregte Zustand E_1^w liegt gemäß der Simulation bei 112,73 meV, also auch etwas tiefer als im vorherigen Fall. Allerdings ist der Unterschied in den energetischen Positionen von quantisierten Zuständen in den verglichenen Heterostrukturen nicht sehr groß. Daher ist zu erwarten, dass die Resonanzpositionen in den Kennlinien der Quantenpunkte aus der Heterostruktur ML7No1 ähnlich denjenigen vom Quantenpunkt aus dem Wafer VL1007 sind.

8.5.2. Vier vertikalen Quantenpunkte im Vergleich

Für die in diesem Unterabschnitt diskutierten Untersuchungen standen vier Gate-gesteuerte vertikale Quantenpunkte zur Verfügung. Zwei davon haben einen gleichen nominalen Durchmesser von 550 nm. Zwei anderen besitzen jeweils einen Durchmesser von 450 nm bzw. 750 nm. Da das Ziel der Untersuchungen ein Vergleich der Spannungspositionen von Strompeaks in der Strom-Spannungs-Kennlinien der Quantenpunkte war, wird sich die Diskussion in diesem Unterabschnitt auf dieses Thema konzentrieren. Der Verlauf der Kennlinien wird daher außer Betracht gelassen.

Die Abbildung 8.13 stellt die Spannungspositionen von beobachteten Strompeaks (Strommaxima) in den IV-Charakteristiken der vier untersuchten vertikalen QP in Abhängigkeit von einem statischen, homogenen, senkrecht zu den Grenzflächen der Heterostruktur der Dioden ausgerichteten Magnetfeld B dar. Es ist ersichtlich, dass es mehrere Gruppen von Strompeaks in beiden V_{SD} -Polaritäten gibt. In einem variierenden

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

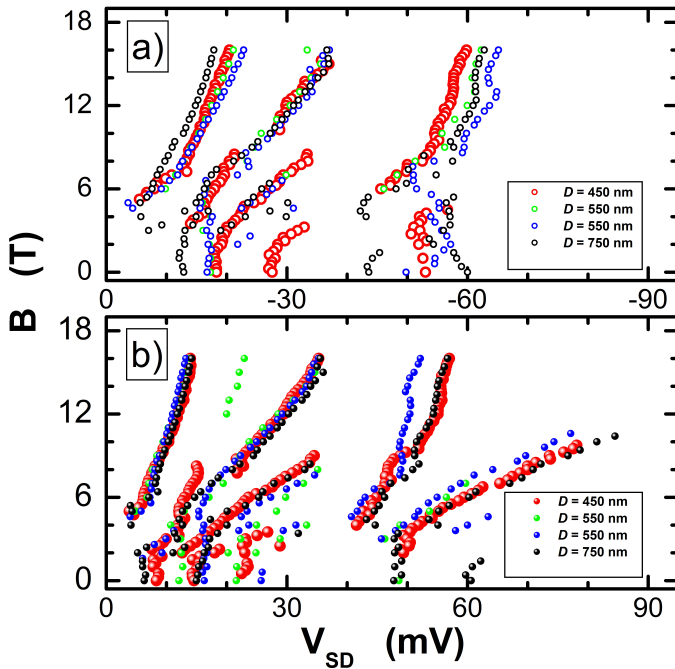


Abbildung 8.13.:

Spannungswerte von Strompeaks in den IV -Kennlinien von vier vertikalen Quantenpunkten unterschiedlicher Durchmesser in Abhängigkeit von einem senkrecht zu den Grenzflächen der Heterostruktur ausgerichteten Magnetfeld B : a) für negative Vorspannungen V_{SD} , b) für positive V_{SD} . Die Probentemperatur beträgt 100 mK.

Magnetfeld B zeigen die meisten der Strompeaks einen linearen Verlauf. Wie man ersieht, weisen alle vier Quantenpunkte ein sehr ähnliches Muster der Verteilung von experimentellen Punkten auf. Daher kann ein beliebiger QP aus dieser Gruppe für die weiteren Untersuchungen genommen werden. Hier wird der QP mit einem nominalen Durchmesser D von 450 nm ausgewählt, da sein Durchmesser sehr ähnlich dem Durchmesser des weiter oben diskutierten QP zwischen

8.5. Ein Quantenpunkt zwischen symmetrischen Barrieren

zwei asymmetrischen Barrieren ist und außerdem weist dieser QP die meisten Strompeaks in seiner Kennlinie auf.

Da die Quantenpunkte dieser Gruppe außer mit einem Source- und Drain-Kontakt auch mit einem Seiten-Gate-Kontakt versehen sind, wird der Einfluss einer negativen Spannung, die den Gate-Kontakt steuert, auf die Spannungspositionen der diskutierten Strommaxima im nächsten Unterabschnitt 8.5.3 untersucht.

8.5.3. Einfluss der Gate-Spannung

Abb. 8.14 zeigt die Gate-spannungsabhängigen Positionen der Strompeaks in der IV-Charakteristik des vertikalen QP mit $D = 450$ nm in einem senkrechten Magnetfeld B .

Eine negative Gleichspannung am Seiten-Gate-Kontakt des vertikalen QP „quetscht“ seinen effektiven Durchmesser, da die tunnelnden Elektronen durch die Wirkung des elektrischen Feldes weg von den Rändern des QP zu seiner Symmetrieachse verdrängt werden. Damit wird nur ein Teil des Querschnitts des QP für den Elektronentransport zur Verfügung stehen. Je höher die angelegte negative Gate-Spannung wird, um so schmaler wird der Transportkanal für die Elektronen. Es ist ersichtlich, dass eine negative Gate-Spannung in Höhe von -3 V und -5 V eine leichte Verschiebung des Punkte-Musters hervorruft, insbesondere in der negativen Vorspannung. Ein solches Verhalten ist mit einer Verringerung des effektiven QP-Durchmessers konsistent, da die tunnelnde Elektronen nun eine höhere Energie benötigen, um die abstoßende Kraft des entgegenwirkenden elektrischen Felds im Querschnitt der Probe zu überwinden.

8.5.4. Das Tunneln bei positiven Vorspannungen

Nun wird das Verhalten von beobachteten Strompeaks in den IV-Kennlinien des diskutierten QP unter Einwirkung eines variierenden senkrechten Magnetfeldes $B_{\perp} \leq 16$ T bei positiven Vorspannungen ($0 \leq V_{SD} \leq 95$ mV) untersucht. Die Abbildung 8.15 stellt folgende

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

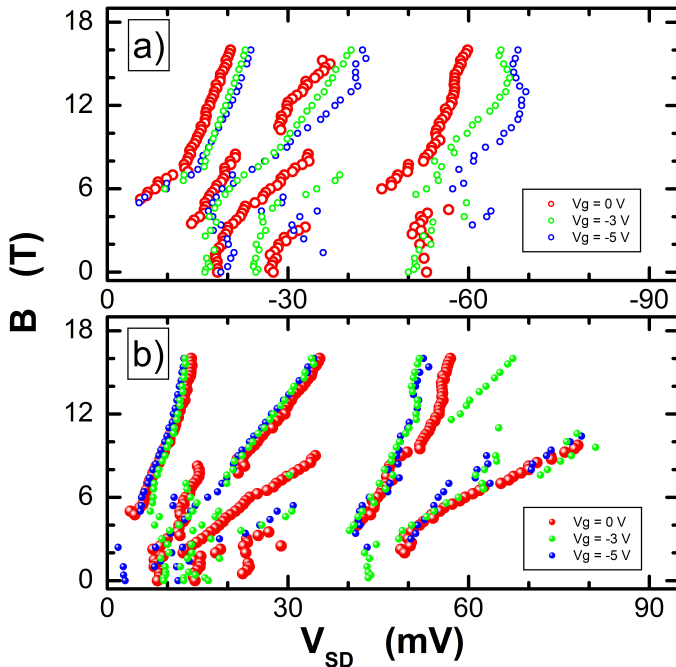


Abbildung 8.14.:

Spannungslagen von Strompeaks in den IV -Kennlinien eines vertikalen Quantenpunkts ($D = 450$ nm) in Abhängigkeit von einer Seiten-Gate-Spannung V_G und vom senkrechten Magnetfeld B : a) für die negativen Vorspannungen V_{SD} , b) für die positiven V_{SD} . Die Probentemperatur beträgt dabei 100 mK.

experimental erworbene Ergebnisse dar: a) die IV -Kennlinie des untersuchten Quantenpunkts aus der Heterostruktur ML7No1 bei $B_{\perp} = 16$ T, b) die Spannungslagen der beobachteten Strompeaks, c) die Kennlinie bei $V_{SD} = 0$ T. Die Probentemperatur betrug bei der Messung 100 mK.

Ein Vergleich der dargestellten Kennlinien mit entsprechenden IV -Charakteristiken des vertikalen Quantenpunkts (s. Abb. 8.3), der aus

8.5. Ein Quantenpunkt zwischen symmetrischen Barrieren

der Heterostruktur VL1007 mit unterschiedlich dicken Tunnelbarrieren angefertigt wurde, zeigt, dass der Verlauf der Kennlinien der Proben im Bereich der Hauptresonanz sehr unterschiedlich ist. Die Hauptresonanz des Quantenpunkts zwischen zwei symmetrischen Tunnelbarrieren ist nicht so scharf sowohl bei $B_{\perp} = 16 \text{ T}$ als auch bei $B_{\perp} = 0 \text{ T}$. Der Grund für diese Unterschiedlichkeit liegt vermutlich an der verschiedenen Dicke der Source-Barriere in beiden Proben (6,0 nm hier und 7,5 bzw. 9 nm für den QP in Abb. 8.3). Im Letzteren bildet sich zusätzlich eine Raumladung, die die Transporteigenschaften dieses QP stark beeinflusst.

Dabei unterscheiden sich auch die Spannungspositionen der Hauptresonanzen. Diese Beobachtungen bestätigen die durchgeführten Computersimulationen des Verlaufes der Leitungsbandkante für beide Heterostrukturen (s. dazu Abb. 8.1 und 8.12), da gemäß diesen Simulationen der Grundzustand im Quantentopf der Heterostruktur ML7No1 energetisch tiefer liegt (bei $-12,63 \text{ meV}$) als im Quantentopf von VL1007 ($-8,23 \text{ meV}$). Dementsprechend erreicht dieses Niveau die Leitungsbandkante in der Source-Zuleitung bei kleineren Vorspannungen als der Grundzustand im Quantentopf von VL1007.

Auch die Linienmuster, die die Strompeaks von beiden Quantenpunkten unter Einwirkung vom variierenden B_{\perp} bilden, sehen unterschiedlich aus (s. Abb. 8.3, b) und 8.15, b)). Allerdings können auch einige Gemeinsamkeiten in beiden Linienmustern erkannt werden. Im Weiteren wird darüber diskutiert, welchen Transportmechanismen die beobachteten Strompeaks in der IV-Kennlinie des untersuchten QP aus der Heterostruktur mit zwei symmetrischen Tunnelbarrieren zugeordnet werden können.

8.5.5. Strompeaks bei positiven Vorspannungen

Für eine Zuordnung von beobachteten Strompeaks wird hier eine ähnliche Vorgehensweise verwendet, wie für die Beschreibung von Messergebnissen für den vertikalen Quantenpunkt aus dem Wafer VL1007

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

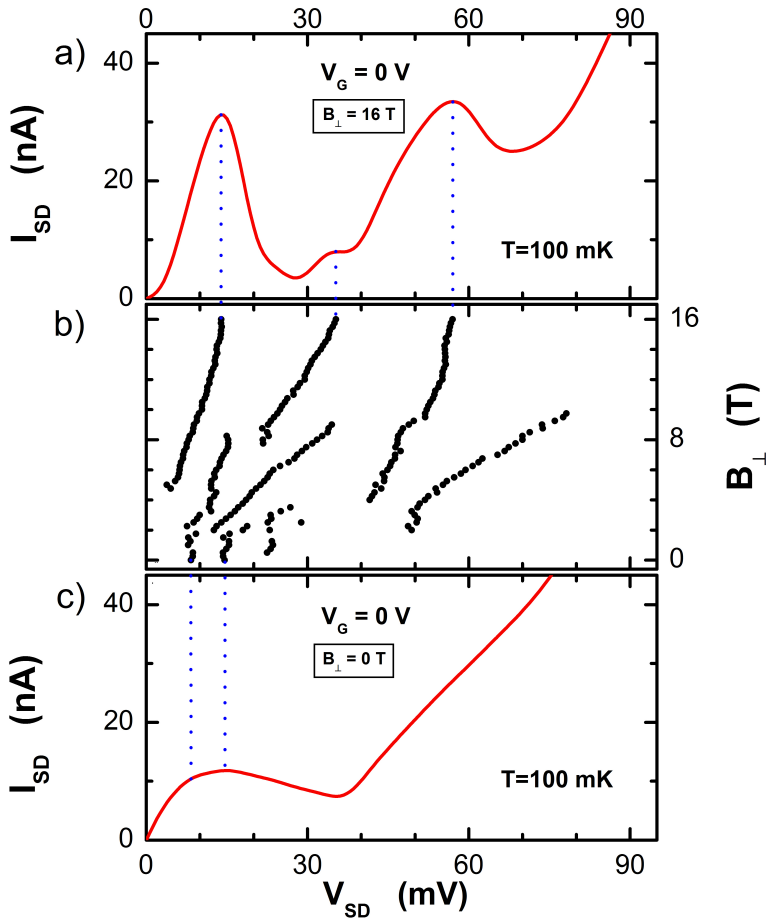


Abbildung 8.15.:

a) IV-Charakteristik des untersuchten vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts mit $D = 450$ nm bei positiven V_{SD} . Die Probentemperatur $T = 100$ mK, $B_{\perp} = 16$ T, b) die Spannungspositionen (●) von beobachteten Strompeaks in der IV-Charakteristik des Quantenpunkts bei der Variation vom Magnetfeld B_{\perp} , c) IV-Kennlinie bei $B_{\perp} = 0$.

8.5. Ein Quantenpunkt zwischen symmetrischen Barrieren

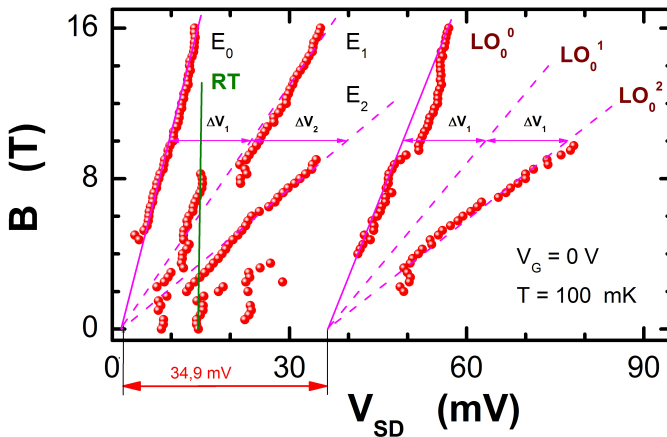


Abbildung 8.16.:

Spannungspositionen von Strompeaks in der IV -Kennlinie des vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts aus dem Wafer ML7No1 in Abhängigkeit vom Magnetfeld B_{\perp} bei positiven V_{SD} . Die Linie **RT** deutet den Verlauf der Hauptresonanz an. Die Linien E_0 bis E_2 stellen den ersten Landau-Fächer dar. Den zweiten Landau-Fächer bilden die Linien LO_0^0 bis LO_0^2 . $\Delta V_1 = 13,9$ mV und $\Delta V_2 = 16,2$ mV bezeichnen die Spannungsdifferenzen zwischen den Linien eines entsprechenden Landau-Fächers bei $B = 10$ T. Die Gate-Spannung $V_G = 0$, die Proben temperatur beträgt 100 mK. Die weiteren Einzelheiten zum Bild sind im Text zu finden.

eingesetzt wurde. Die Spannungspositionen der diskutierten Peaks in einem variierenden senkrechten Magnetfeld B stellt Abb. 8.16 dar.

Es ist eindeutig zu sehen, dass die meisten der experimentellen Punkte (\bullet) im Magnetfeld einen linearen Verlauf aufweisen. In diesem Verlauf können zwei Landau-Fächer erkannt werden. Einen bilden die Punkte, die durch die Linien E_0 bis E_2 bezeichnet sind. Der andere besteht aus den Linien LO_0^0 bis LO_0^2 . Noch eine Gruppe von Punkten kann hervorgehoben werden. Diese Gruppe ist in der Abbildung durch die Gerade **RT** veranschaulicht.

Da auch der Wafer ML7No1 ähnlich wie VL1007 zwei Spacer-

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

Schichten beinhaltet, die den Doppelbarrieren-Bereich der Probe einbetten, bilden sich in den Spacern unter einer angelegten Vorspannung eine Akkumulierungs- bzw. eine Verarmungsschicht. Die Landau-Quantisierung von Energiezuständen in einer Akkumulierungsschicht unter Einwirkung eines senkrechten Magnetfelds wurde schon weiter oben diskutiert. Dies erlaubt zu vermuten, dass sich die Gruppe von Strommaxima RT durch das resonante Tunneln von Elektronen zwischen dem niedrigstem Landau-Niveau (Landau-Index $n = 0$) in der Akkumulierungsschicht und demjenigen Niveau im Quantentopf ergibt, das in den großflächigen Tunnelndioden aus den Doppelbarrieren-Heterostrukturen dem Grundzustand entspricht.

Ähnlich wie der Landau-Fächer aus den Linien E_0 bis E_6 in der Abbildung 8.4 wird der Landau-Fächer aus den gleichnamigen Linien in Abb. 8.16 dem durch elastische (quasi-elastische) Streuung unterstützten Tunneln zwischen Landau-Niveaus in der Akkumulierungsschicht und im dreidimensional eingeschränkten Quantentopf des Bauteils zugeordnet. Die Linie E_0 entspricht dem Tunneln mit Erhaltung des Landau-Indexes (Bedingung $l = n - m = 0$). Die übrigen Linien dieser Gruppe entsprechen den Inter-Landau-Niveau-Übergängen, d. h. ohne Erhaltung der Landau-Indizes. Die Linien E_1 bzw. E_2 entsprechen den Tunnelübergängen mit $l = 1$ bzw. $l = 2$. Aus den Spannungsdifferenzen zwischen den Linien dieses Landau-Fächers $\Delta V_1 = 13,9$ mV bzw. $\Delta V_2 = 16,2$ mV wurden ähnlich wie für den vorher diskutierten QP aus VL1007 die effektive Elektronenmasse m_* von $0,083 m_0$ bzw. von $0,071 m_0$ bestimmt. Diese Werte liegen zwischen den Werten für die effektive Elektronenmasse in $\text{In}_{0,1}\text{Ga}_{0,9}\text{As}$ und $\text{Al}_{0,22}\text{Ga}_{0,78}\text{As}$, allerdings näher an $\text{Al}_{0,22}\text{Ga}_{0,78}\text{As}$. Es ist bemerkenswert, dass dies im Gegensatz zu der vorher diskutierten Probe ist, für die die effektive Masse m_* , die aus den Spannungsdifferenzen eines ähnlichen Landau-Fächers bestimmt wurde, fast exakt der m_* in $\text{In}_{0,1}\text{Ga}_{0,9}\text{As}$ gleich war. Das kann darauf hindeuten, dass die elastische Streuung von Elektronen an den Grenzflächen von den $\text{Al}_{0,22}\text{Ga}_{0,78}\text{As}$ -Barrieren und nicht vom $\text{In}_{0,1}\text{Ga}_{0,9}\text{As}$ -Quantentopf beim streuung-unterstützten Tunneln

8.5. Ein Quantenpunkt zwischen symmetrischen Barrieren

in der gerade diskutierten Probe eine entscheidende Rolle spielt.

Beim Betrachten des zweiten Landau-Fächers in Abb. 8.16 ersieht man, dass die Linie LO_0^0 parallel der E_0 verläuft. Das gleiche betrifft auch die Paare von Linien LO_0^1 und E_1 bzw. LO_0^2 und E_0 . Die Spannungsdifferenz zwischen den beiden Landau-Fächern beträgt 34,9 mV. Aus dieser Spannungsdifferenz ergibt sich eine Energiedifferenz von 34,9 meV, die ziemlich ähnlich der Energie eines LO-Phonons des GaAs-Typs in $Al_{0.22}Ga_{0.78}As$ ist. Diese beiden Ergebnisse erlauben es, die Linien des Landau-Fächers LO_0^0 bis LO_0^2 dem phononenunterstützten Tunneln zwischen entsprechenden Landau-Niveaus der Akkumulierungsschicht und des Quantentopfs mit Ausstrahlung eines Grenzflächen-LO-Phonons zuzuordnen.

Wenn z.B. durch die Wirkung einer angelegten Vorspannung die Energiedifferenz zwischen dem Landau-Niveau mit dem Index $n = 0$ in der Akkumulierungsschicht des Quantenpunktes und dem Landau-Niveau mit dem Index $m = 0$ in seinem 3D eingeschränkten Quantentopf der Energie des LO-Phonons gleich wird, können die Elektronen vom n -Niveau an das m -Niveau durch die Ausstrahlung eines LO-Phonons koppeln und dadurch in den Quantentopf tunneln. Der gleiche Mechanismus gilt auch für die übrigen Linien dieses Landau-Fächers, allerdings ohne Erhaltung des Landau-Indizes.

Abschließend kann hier noch einmal betont werden, dass sich hier sowohl das durch die elastische (quasi-elastische) Streuung unterstützte Tunneln als auch durch LO-Phononen unterstützte Tunneln im Elektronentransport erkennen ließ. In den nächsten Unterabschnitten wird nun der Transport bei negativen Vorspannungen untersucht.

8.5.6. Das Tunneln bei negativen Vorspannungen

Die IV-Charakteristiken des gegenwärtig diskutierten vertikalen Quantenpunktes aus der Heterostruktur ML7No1, die zwei symmetrische Tunnelbarrieren hat, sind bei negativen Vorspannungen V_{SD} in Abb. 8.17 dargestellt. Im Bereich α) des Bildes befindet sich die Kennlinie für B_{\perp}

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

= 16 T, im Bereich c) für $B_{\perp} = 0$ T

Wie es für eine Probe mit zwei symmetrischen Tunnelbarrieren zu erwarten ist, unterscheidet sich der Verlauf der IV -Charakteristik für die positiven und negativen V_{SD} -Polaritäten wenig. Es gibt einen kleinen Unterschied in der Form der Hauptresonanz bei $B = 0$. Auch ihre Position unterscheidet sich nur leicht ($V_{SD} \approx 15$ mV bzw. $V_{SD} \approx -18$ mV).

Deutlich mehr Unterschiede sind im Auftreten von Strompeaks in den Kennlinien zu sehen (s. Abb. 8.15, b) und 8.17 b)). Allerdings auch hier erwartet man mehr Gemeinsamkeiten als Unterschiede. Daher wird der letzte Unterabschnitt dieses Kapitels einer Analyse des Linienmusters gewidmet, das die oben erwähnten Strompeaks bei negativen Vorspannungen V_{SD} in einem variierenden senkrechten Magnetfeld bilden.

8.5.7. Strompeaks bei negativen Vorspannungen

Eine Zuordnung der Spannungspositionen der diskutierten Strompeaks zu bestimmten Gruppen stellt Abb. 8.18 dar. Als Grundlage diene die Zuordnung von Strompeaks bei positiven V_{SD} , die die Abbildung 8.16 zeigt.

In der Abbildung sind nun nicht zwei wie in Abb. 8.16 für die positiven V_{SD} , sondern drei Landau-Fächer zu sehen. Den ersten Landau-Fächer, den die Linien E_0 bis E_2 bilden, ist auch bei den positiven V_{SD} sehr gut zu sehen. In Abb. 8.16 ist dieser Landau-Fächer durch die gleichnamigen Linien E_0 bis E_2 bezeichnet. Allerdings hat sich die Spannungsdifferenz zwischen den Linien E_0 bis E_1 bei den negativen V_{SD} leicht verringert (s. ΔV_3 in Abb. 8.18). Sie beträgt nun etwa 12 mV. Die effektive Elektronenmasse, die aus dieser Spannungsdifferenz bestimmt wurde, beträgt $0,096 m_0$. Dieser Wert weicht merklich vom m^* -Wert ab, der aus den gleichen Linien bei den positiven V_{SD} abgeschätzt wurde ($m^* = 0,083 m_0$). Allerdings ist auch dieser Wert nicht widersprüchlich. Die Spannungsdifferenz ΔV_1 zwischen den Linien E_1 und E_2 dieses Landau-Fächers stimmt mit derjenigen bei den positiven V_{SD} überein.

8.5. Ein Quantenpunkt zwischen symmetrischen Barrieren

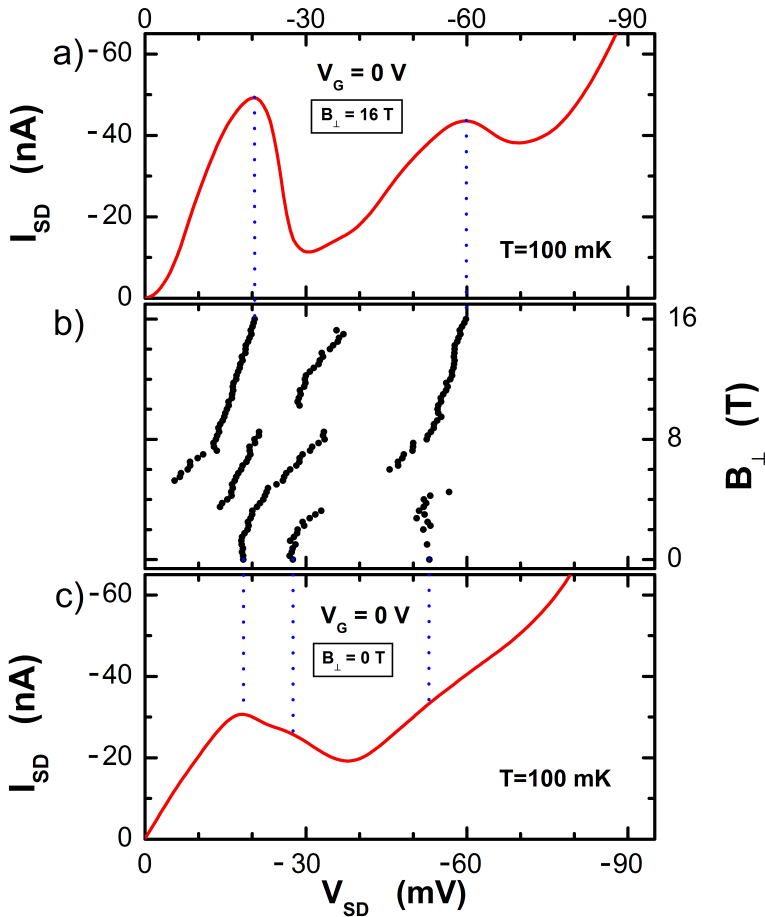


Abbildung 8.17.:

a) IV-Charakteristik des untersuchten vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts mit dem nominalen Durchmesser von 450 nm für die negativen V_{SD} . $T = 100$ mK, $B_{\perp} = 16$ T, b) Änderung der Spannungspositionen (\bullet) von beobachteten Strompeaks unter der Variation eines äußeren senkrechten Magnetfeldes B_{\perp} . c) IV-Kennlinie des Quantenpunkts bei $B_{\perp} = 0$.

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

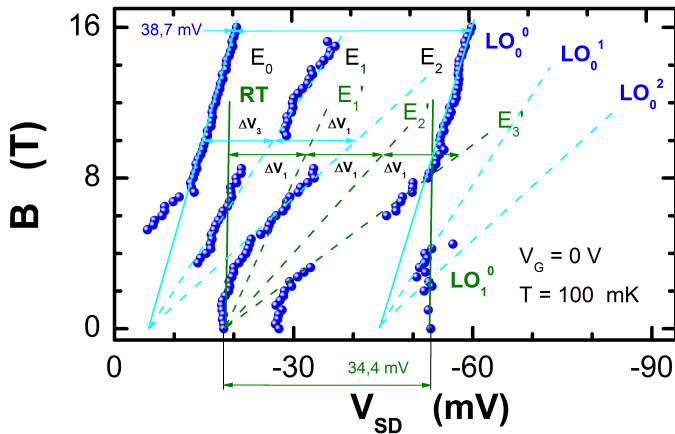


Abbildung 8.18.:

Spannungspositionen von Strompeaks in der Kennlinie des diskutierten vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts in Abhängigkeit vom Magnetfeld B_{\perp} bei negativen V_{SD} . Die Strompeaks, deren Spannungspositionen durch die Linie **RT** bezeichnet sind, entsprechen der Hauptresonanz. Die Linien E_0 bis E_2 bilden den ersten Landau-Fächer. Der zweite Landau-Fächer besteht aus den Linien LO_0^0 bis LO_0^2 . Den dritten Landau-Fächer bilden die Linien E'_0 bis E'_3 . $\Delta V_1 = 13,9$ mV und $\Delta V_3 = 12,0$ mV bezeichnen die Spannungsdifferenzen zwischen den Linien des jeweiligen Landau-Fächers bei $B = 10$ T. Die Gate-Spannung $V_G = 0$, die Probentemperatur $T = 100$ mK. Die weiteren Einzelheiten zum Bild sind im Text zu finden.

Der zweite Landau-Fächer bei $V_{SD} \leq 0$, der in Abb. 8.18 aus Linien LO_0^0 bis LO_0^2 besteht, lässt sich nur vermuten, da nur die Linie LO_0^0 dieses Fächers sichtbar ist. Ähnlich, wie bei den positiven V_{SD} , beruht dieser Landau-Fächer auf dem durch die LO-Phononen unterstützten Tunneln zwischen entsprechenden Landau-Niveaus in der Akkumulierungsschicht der Source-Zuleitung und des Quantentopfs. Allerdings beträgt nun die Spannungsdifferenz zwischen den Ursprungspunkten von beiden ersten Landau-Fächern 38,7 mV (bei $V_{SD} \geq 0$ war das 34,9 mV). Die Energiedifferenz von 38,7 meV, die der oben erwähnten

Spannungsdifferenz entspricht, weicht zwar mehr von der Energie eines LO-Phonons vom GaAs-Typ in $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ (34,89 meV) ab, als es bei den positiven V_{SD} beobachtet wurde, ist allerdings nicht widersprüchlich. Die weiteren Einzelheiten zu diesem Landau-Fächer wurden im vorherigen Unterabschnitt 8.5.5 diskutiert.

Was bei den negativen V_{SD} allerdings bemerkenswert ist, dass sich hier im Gegensatz zu positiven Vorspannungen noch ein Landau-Fächer vermuten lässt. Dieser ist in Abb. 8.18 durch die Linien E'_0 bis E'_3 hervorgehoben. Dieser Landau-Fächer kreuzt sich mit den zuerst beschriebenen Landau-Fächern (Linien E_0 bis E_2). Die Linien dieses Landau-Fächers entstehen durch das streuung-unterstützte Tunneln zwischen Landau-Niveaus in der Akkumulierungsschicht und im Quantentopf ohne Erhaltung des Landau-Indizes, d. h. bei $n \neq m$.

Noch eine Gruppe von experimentellen Punkten lässt sich an den letzten Landau-Fächer koppeln. Diese Gruppe ist in der Abbildung 8.18 durch die Linie LO_1^0 bezeichnet. Die Spannungsdifferenz zwischen dieser Linie und der Hauptresonanz RT , die das Kernstück vom zuletzt besprochenen Landau-Fächer ist, beträgt 34,4 mV. Aus dieser Spannungsdifferenz ergibt sich die Energiedifferenz von 34,4 meV, die fast exakt der Energie vom LO-Phonon des GaAs-Typs im $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ entspricht. Dieses Ergebnis spricht für eine Zuordnung der Punkte LO_1^0 dem phononenunterstützten Tunneln, bei dem der Elektronentransport dann stattfindet, wenn die Energiedifferenz zwischen dem Landau-Niveau mit dem Index $n = 0$ in der Akkumulierungsschicht und dem Landau-Niveau mit $m = 0$ im Quantentopf der Energie des Grenzflächen-LO-Phonons des GaAs-Typs in $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ gleich wird.

8.6. Zusammenfassung

Das vorgestellte Kapitel beschrieb Ergebnisse einer Untersuchung des Magnetotunnelns in Gate-gesteuerten vertikalen kreisförmigen Quantenpunkten von zwei Typen, die aus zwei ähnlichen (Al, In) GaAs-Doppelbarrieren-Heterostrukturen angefertigt wurden. Bei dem erstem Typ han-

8. Elektronischer Transport in vertikalen Quantenpunkten

delt es sich um einen Quantenpunkt, dessen Heterostruktur zwei unterschiedlich dicke Tunnelbarrieren einschließt. Die Heterostruktur der Quantenpunkte des zweiten Typs hat zwei symmetrische Barrieren.

Die Untersuchungen des Magnetotransports durch die Quantenpunkte von beiden Typen haben ergeben, dass sie viele Gemeinsamkeiten aufweisen. In beiden erwähnten Nanostrukturen wurde das resonante Tunneln durch diejenigen quantisierte Zustände beobachtet (Hauptresonanz), die in großflächigen Doppelbarrieren-Tunneldioden den 2D-Subbändern des Quantentopfs entsprechen. Ein laterales Confinement infolge einer Submikrometer-Geometrie der untersuchten vertikalen kreisförmigen Quantenpunkte führt zur Entstehung einer Vielzahl von zusätzlichen 0D-Niveaus im nun dreidimensional eingeschränkten Quantentopf der Quantenpunkte. Diese überlagern sich mit der Hauptresonanz und lassen sich durch lokale, unterschiedlich stark ausgeprägte Strompeaks (Strommaxima) in den IV-Charakteristiken der diskutierten Bauelemente beobachten.

Die Anwendung eines statischen, homogenen Magnetfeldes hat ermöglicht, die oben erwähnten Strompeaks bestimmten Tunnelmechanismen zuzuordnen. Es wurde festgestellt, dass in Quantenpunkten von beiden Typen neben dem besprochenen resonanten Tunneln sowohl das durch die elastische (quasi-elastische) Streuung unterstützte Tunneln als auch durch die longitudinale optische Phononen unterstützte Tunneln zum Gesamttransport beitragen.

Es sind einige Landau-Fächer in der magnetfeldabhängigen Verteilung von Strompeaks zu erkennen. Dieses Ergebnis deutet darauf hin, dass eine zusätzliche Quantisierung von Energieniveaus sowohl in den Akkumulierungsschichten der untersuchten Proben als auch in ihren Quantentöpfen im Magnetfeld stattfindet.

Beim Betrachten vom Quantenpunkt aus der Heterostruktur VL1007 (asymmetrische Tunnelbarrieren) fällt ein sehr starker Unterschied im Verlauf der IV-Charakteristik bei positiven und negativen Vorspannungen auf. Dieser Unterschied ist auf die Asymmetrie der Tunnelbarrieren der Heterostruktur zurückzuführen. Die Kennlinie des Quantenpunkts

mit asymmetrischen Tunnelbarrieren weist bei negativen Vorspannungen erstaunlich viele Strommaxima auf, deren Zuordnung bestimmten Tunnelmechanismen vorgeschlagen wurde.

Es wurde eine Gruppe von Quantenpunkten mit symmetrischen Tunnelbarrieren untersucht, deren effektiver Durchmesser D im Bereich zwischen 450 nm und 750 nm liegt. Es wurde festgestellt, dass alle untersuchten Quantenpunkte dieser Gruppe fast gleiche Abhängigkeiten der Strompeaks in einem senkrechten Magnetfeld aufweisen. Die Untersuchung des Einflusses einer negativen Gate-Spannung V_G auf die Spannungspositionen der Strommaxima in der Kennlinie eines vertikalen Quantenpunkts mit $D = 450$ nm ließ eine leichte Verschiebung der Strompeaks zu höheren Vorspannungen bei $V_G \leq 0$ beobachten, was mit einer Verminderung des leitenden Querschnitts der Probe durch das negative elektostatische Potential konsistent ist. Der erwähnte Quantenpunkt weist eine ziemlich symmetrische IV -Charakteristik auf, die durch die Ähnlichkeit beider Tunnelbarrieren bestimmt ist. Ein ziemlich ähnliches Muster der Spannungspositionen von beobachteten Strompeaks in einem variierenden Magnetfeld B_{\perp} ist ein Merkmal dieser Probe für beide Polaritäten der angelegten Vorspannung. In der Kennlinie dieses Quantenpunkts wurden Grenzflächenphononen des GaAs-Typs in $Al_{0.22}Ga_{0.78}As$ beobachtet. Dieses Ergebnis spricht dafür, dass die Rauigkeit der Grenzfläche zwischen der $Al_{0.22}Ga_{0.78}As$ -Tunnelbarriere und dem $In_{0.1}Ga_{0.9}As$ -Quantentopf der Heterostruktur dieser Probe eine entscheidende Rolle in der Beobachtung der oben erwähnten LO-Phononen spielt.

9

Kapitel 9.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden die Ladungstransporteigenschaften verschiedener vertikaler Halbleiterbauelemente unter Anwendung von Magnetotunnelspektroskopie bei tiefen Temperaturen experimentell untersucht. Diese Bauelemente hatten zwei bzw. drei elektrische Kontakte und wurden mithilfe von Elektronenstrahlolithographie aus einer Vielzahl von Si/Ge- sowie (Al, In) GaAs-Doppelbarrieren-Heterostrukturen hergestellt, die mittels der Molekularstrahlepitaxie gewachsen worden sind.

Die Transportmessungen an einer vertikalen Si/Ge-Doppelbarrieren Resonanztunneldiode mit einem Ge-Quantentopf der nominellen Dicke 4,5 ML haben ergeben, dass kleine Stromstufen in den Strom-Spannungs-Kennlinien der Diode zu beobachten sind. Diese Stromstufen sind dem resonanten Tunneln von schweren Löchern durch einzelne diskrete (0D) angeregte Leichtloch-Akzeptorzustände im Quantentopf der Diode zuzuordnen. In einem senkrecht zur Grenzflächenebene der Heterostruktur der Diode ausgerichteten Magnetfeld \mathbf{B}_\perp ist eine starke lineare Aufspaltung der Maxima der differentiellen Leitfähigkeit zu beobachten. Diese spiegelt die lineare Zeeman-Spinaufspaltung der erwähnten Akzeptorzustände wider.

Aus der Aufspaltung der Maxima der differentiellen Leitfähigkeit wurde die laterale Komponente des effektiven Landé-Faktors $g_{\perp LH}^{\parallel}$ der Ak-

9. Zusammenfassung

zeptorzustände bestimmt. Dieser Wert war kleiner als die laterale Komponente des g -Faktors einer anderen Resonanztunneldiode, die einen kleineren nominellen Durchmesser hatte, aber aus der gleichen Heterostruktur prozessiert wurde. Dieser Unterschied wurde durch einen teilweisen Abbau der Verspannung in den Epitaxieschichten der kleineren Diode erklärt.

Der effektive g -Faktor wies eine starke Anisotropie in verschiedenen Magnetfeldrichtungen auf. Es wurde gezeigt, dass ausschließlich die senkrechte Komponente des Magnetfeldes B_{\perp} in Bezug zu Grenzflächenebene die Spinaufspaltung der Akzeptorzustände bestimmt. Mit Verminderung von B_{\perp} durch das Drehen der Probe im Magnetfeld hat sich auch die Aufspaltung der Maxima der differentiellen Leitfähigkeit verringert.

Des Weiteren wurden Strom-Spannungs-Kennlinien anderer Si/Ge-Doppelbarrieren-Resonanztunneldioden untersucht und miteinander verglichen. Die Heterostrukturen dieser Dioden sind sowohl auf glatten als auch auf vorstrukturierten Substraten gewachsen worden. Alle verwendeten Heterostrukturen besitzen identische Si-Tunnelbarrieren, unterscheiden sich allerdings in der Dicke der Ge-Schicht, die zwischen den Barrieren eingebettet ist.

Es stellte sich heraus, dass Tunneldioden auf den strukturierten Substraten mit abgedichteten 4,5 bzw. 5,3 ML Ge deutlich bessere stromleitende Eigenschaften aufweisen als diejenigen, die auf nicht strukturierten Substraten gewachsen sind, aber einen vergleichbaren Querschnitt und eine etwa gleich dicke Ge-Schicht haben. Die bessere stromleitenden Eigenschaften der Dioden mit strukturierten Substraten lassen sich auf eine höhere Dotierung der $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Kontaktschichten ihrer Heterostrukturen zurückführen. Auch die Tatsache, dass die geätzten, räumlich geordneten Vertiefungen auf der Substratoberfläche dieser Dioden in diesen Proben vom Germanium komplett zugewachsen sind, trägt zur Verbesserung ihrer stromleitenden Eigenschaften im Vergleich zu weiter diskutierten Proben bei. In diesen Tunneldioden übersteigt der Beitrag der Dotierung zum Gesamtwiderstand den Beitrag zum Gesamtwiderstand,

der durch Substratstrukturierung hervorgerufen wird.

Die Untersuchung von Resonanztunneldioden, die aus einer Heterostruktur auf dem strukturierten Substrat und 6,0 ML Ge hergestellt wurden, ergab einen Ausgleich von beiden oben erwähnten Beiträgen. Als Folge ähneln sich die Transporteigenschaften einer Tunneldiode aus dieser Heterostruktur denjenigen einer vergleichbar großen Diode, die aus einer Si/Ge-Heterostruktur auf einem glatten Substrat und 6,5 ML Ge gewachsen wurde.

In den Strom-Spannungs-Kennlinien einer der zuletzt besprochenen Resonanztunneldioden mit 6,0 ML Ge wurde eine Abfolge kleiner Stromstufen beobachtet, die in zwei Gruppen aufgeteilt wurde. Eine Gruppe von drei Stromstufen, die bei niedrigen Spannungen auftreten, wurde dem resonanten Tunneln von schweren Löchern durch nulldimensionale HH-Lochzustände in Ge-Quantenpunkten zugeordnet. Dies ist dadurch zu erkennen, dass in zwei senkrecht zueinander ausgerichteten Magnetfeldern die Spannungspositionen der Maxima der differentiellen Leitfähigkeit dieser Stromstufen ein orientierungsabhängiges Verhalten zeigt. Dies ist auf das Confinement der Quantenpunkte zurückzuführen, das in der Ebene ihrer Basis und in der senkrechten Richtung unterschiedlich stark ist.

Eine weitere Gruppe von drei Stromstufen war bei etwas höheren Vorspannungen zu beobachten. Diese Stromstufen zeigten kein von der Feldorientierung abhängiges Verhalten im Magnetfeld und wiesen einen kleinen Hebefaktor auf. Die Unabhängigkeit der Spannungspositionen der Maxima der differentiellen Leitfähigkeit dieser Stromstufen von der Feldorientierung wies auf einen symmetrischen Charakter des Einschlusspotentials hin, dem die Ladungsträger ausgesetzt sind. Außerdem wurde die Heterostruktur ohne Spacer-Schichten gewachsen. Dadurch können Bohr-Dotieratome aus den hoch dotierten $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Zuleitungen in die Tunnelbarrieren diffundieren. Dies alles erlaubte die diskutierten Stromstufen dem resonanten Tunneln von schweren Löchern über die diskreten Störstellenzustände in Tunnelbarrieren zuzuordnen.

9. Zusammenfassung

Für beide Gruppen von Resonanzen wurde die Confinementenergie mithilfe eines vereinfachten Modells bestimmt. Die Störstellen weisen, wie erwartet, eine deutlich größere Confinementenergie auf als die Quantenpunkte.

Zum Schluss wurde der Elektronentransport durch Gate-gesteuerte vertikale kreisförmige Quantenpunkte von zwei Typen diskutiert, die aus zwei ähnlichen (Al, In) GaAs-Doppelbarrieren-Heterostrukturen angefertigt wurden. Bei dem ersten Typ handelte es sich um einen Quantenpunkt, dessen Heterostruktur zwei unterschiedlich dicke Tunnelbarrieren enthält. Die Heterostruktur der Quantenpunkte des zweiten Typs hatte zwei symmetrische Barrieren.

Die Untersuchungen des Magnetotransports durch die Quantenpunkte von beiden Typen haben ergeben, dass sie viele Gemeinsamkeiten aufweisen. Durch eine geometrische Einschränkung des lateralen Confinements ließen sich zusätzliche nulldimensionalen Zustände erzeugen. Diese überlagern sich mit der Hauptresonanz und lassen sich durch die unterschiedlich stark ausgeprägten Strompeaks in den Strom-Spannungs-Charakteristiken der diskutierten Quantenpunkte beobachten.

Die Anwendung eines statischen, homogenen Magnetfeldes hat die Zuordnung der oben erwähnten Strompeaks bestimmten Tunnelmechanismen ermöglicht. Es wurde festgestellt, dass in vertikalen kreisförmigen Quantenpunkten von beiden Typen neben dem resonanten Tunneln noch zusätzlichen Tunnelmechanismen auftreten. Der eine Tunnelmechanismus wird durch die elastische (quasi-elastische) Streuung von Elektronen an ionisierten Störstellen und Grenzflächen der Heterostruktur ermöglicht. Dadurch ist ein Tunneln zwischen Landau-Niveaus mit und ohne Erhaltung der Landau-Indizes zu beobachten. Der zweite Tunnelmechanismus wird durch die longitudinalen optischen Phononen ermöglicht.

Es sind einige Landau-Fächer in der magnetfeldabhängigen Verteilung der kleinen Stromstufen zu erkennen. Dieses Ergebnis deutet darauf hin, dass eine zusätzliche Quantisierung von Energieniveaus sowohl in den Akkumulierungsschichten der untersuchten Proben als auch in

ihren Quantentöpfen im Magnetfeld stattfindet.

Der Quantenpunkt aus der Heterostruktur mit asymmetrischen Tunnelbarrieren wies einen sehr starken Unterschied im Verlauf der Strom-Spannungs-Charakteristik bei positiven und negativen Spannungen auf. Dieser Unterschied ist mit der vorhandenen Asymmetrie der Tunnelbarrieren der Heterostruktur völlig konsistent.

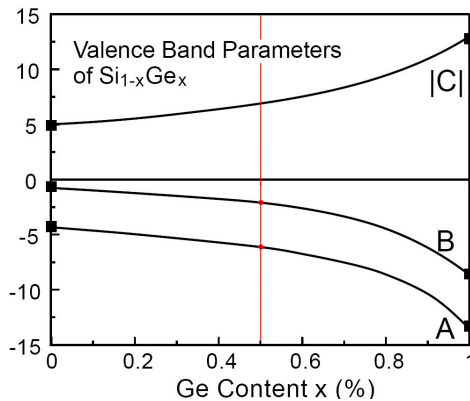
Die Untersuchung des Einflusses einer negativen Gate-Spannung auf die Spannungspositionen der Resonanzen in der Kennlinie eines vertikalen kreisförmigen Quantenpunkts mit symmetrischen Tunnelbarrieren hat nur eine leichte Verschiebung der kleinen Stromstufen zu höheren Spannungen zur Folge. Dieser Quantenpunkt weist eine nahe zu symmetrische Strom-Spannung-Charakteristik auf, die durch die Ähnlichkeit beider Tunnelbarrieren bestimmt ist. Ein ähnliches Muster der Spannungspositionen von beobachteten Resonanzen in einem variierenden Magnetfeld \mathbf{B}_\perp ist ein Merkmal dieser Probe für beide Polaritäten der angelegten Spannung.

Aus den in dieser Arbeit dargestellten experimentellen Ergebnissen wird ersichtlich, dass sich ein breites Spektrum diverser Tunnelprozesse im Ladungsträgertransport durch diskrete Zustände beobachten lässt. Diese Zustände wurden in bestimmten Bereichen der untersuchten Proben durch ein dreidimensionales räumliches Confinement erzeugt. Die beobachteten Tunnelmechanismen bestätigen eine Vielzahl möglicher dynamischer Prozesse, die in niederdimensionalen Halbleiterbauelementen auftreten können.

A

Anhang A.

Anhang

A.1. Valenzbandkonstanten für $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ **Abbildung A.1.:**

Valenzbandkonstanten A , B und C als eine Funktion vom Ge-Anteil in $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ -Legierung. Das Bild ist entnommen aus [273].

Für die $\text{Si}_{0.5}\text{Ge}_{0.5}$ -Legierung wurden folgende Valenzbandkonstanten aus Abb. A.1 ermittelt: $A = -6,104$ und $B = -1,989$.

Die effektive Lochmasse sowohl in der lateralen als auch in der transversalen Bewegungsrichtung kann anhand der Formeln (3.6, 3.5) durch die Luttinger-Parameter γ_1 und γ_2 bestimmt werden. Die Letzteren können ihrerseits durch die oben aufgelisteten Valenzbandkonstanten A und B dargestellt werden. Ihren Zusammenhang beschreiben die Formeln (3.3). Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass in den Formeln (3.3) die Valenzbandparameter in Einheiten von $(\frac{\hbar^2}{2m_0})$ gegeben sind, können die Luttinger-Parameter γ_1, γ_2 für die $\text{Si}_{0.5}\text{Ge}_{0.5}$ -Legierung berechnet werden:

$$\gamma_1 = -A \approx 6,104, \quad (\text{A.1})$$

$$\gamma_2 = \frac{-B}{2} \approx 0,9945. \quad (\text{A.2})$$

A.2. Effektive Masse der schweren Löcher für $\text{Si}_{0.5}\text{Ge}_{0.5}$

Gemäß Gl. (3.5, 3.6) wird die effektive Masse der schweren Löcher in der transversalen bzw. lateralen Richtung m_{HH}^\perp bzw. m_{HH}^\parallel in $\text{Si}_{0.5}\text{Ge}_{0.5}$ folgende Werte besitzen:

$$m_{\text{HH}}^\perp = \frac{m_0}{\gamma_1 - 2\gamma_2} \approx 0,243 m_0 \quad (\text{A.3})$$

$$m_{\text{HH}}^\parallel = \frac{m_0}{\gamma_1 + \gamma_2} \approx 0,141 m_0. \quad (\text{A.4})$$

Literaturverzeichnis

- [1] L. Esaki und R. Tsu, *Superlattice and negative conductivity in semiconductors*, IBM Research Note RC (1969). 22
- [2] L. Esaki und R. Tsu, *Superlattice and negative conductivity in semiconductors*, IBM J. Res. Develop. **14**, 61 (1970). 22
- [3] L. L. Chang, L. Esaki und R. Tsu, *Resonant tunneling in semiconductor double barriers*, Appl. Phys. Lett. **24**, 593 (1974). 22, 48, 125, 185
- [4] W. Shockley, U.S. Patent 2569347, issued 25 September 1951. 22
- [5] S. C. Jain, in *Germanium-Silicon Strained Layers and Heterostructures, Advances in Electronics and Electron Physics*, Herausgeber: P. W. Hawkes und B. Kazan (Academic Press, Inc., 1994). 22, 75, 81, 92
- [6] F. C. Frank und J. H. van der Merwe, *One-Dimensional Dislocations. I. Static Theory. II. Misfitting Monolayers and Oriented Overgrowth*, Proc. R. Soc. London, Ser. A **198**, 205 (1949). 22, 82
- [7] E. Kasper und H.-J. Herzog, *Elastic strain and misfit dislocation density in $\text{Si}_{0.92}\text{Ge}_{0.08}$ films on silicon substrates*, Thin Solid Films **44**, 357 (1977). 22
- [8] M. Alonso und E. J. Finn, *Quantenphysik*, 2. überarbeitete Auflage (Addison-Wesley (Deutschland) GmbH, 1988). 28, 32
- [9] W. Demtröder, *Experimentalphysik 3* (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005). 28, 30, 31, 33

- [10] E. Kasper und D. J. Paul, in *Silicon Quantum Integrated Circuits, NanoScience and Technology*, Herausgeber: P. Avouris, B. Bhushan, K. von Klitzing, H. Sakaki und R. Wiesendanger (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005). 33, 34, 35, 81, 91, 186
- [11] C. Kittel, *Einführung in die Festkörperphysik*, 14. Auflage (Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, 2006). 35, 38, 39, 66, 71, 72
- [12] C. Schüller, in *Inelastic Light Scattering of Semiconductor Nanostructures*, Band 219 aus *Springer Tracts in Modern Physics*, Herausgeber: G. Höhler (Springer, 2006). 36, 37, 39, 40, 42
- [13] P. A. Maksym und T. Chakraborty, *Quantum dots in a magnetic field: Role of electron-electron interactions*, Phys. Rev. Lett. **65**, 108 (1990). 41
- [14] M. A. Kastner, *Artificial Atoms*, Physics Today **46**, 24 (1993). 41
- [15] T. Chakraborty, *Quantum dots: a survey of the properties of artificial atoms* (Elsevier Science Ltd, 1999). 41
- [16] M. A. Reed, *Vertical electronic transport in novel semiconductor hetero-junction structures*, Superlatt. Microstruct. **4**, 741 (1988). 41, 125
- [17] M. A. Reed, J. N. Randall, R. J. Aggarwal, R. J. Matyi, T. M. Moore und A. E. Wetsel, *Observation of discrete electronic states in a zero-dimensional semiconductor nanostructure*, Phys. Rev. Lett. **60**, 535 (1988). 41, 125, 204, 214, 216
- [18] Y.-W. Mo, D. E. Savage, B. S. Swartzentruber und M. G. Lagally, *Kinetic pathway in Stranski-Krastanov growth of Ge on Si(001)*, Phys. Rev. Lett. **65**, 1020 (1990). 41, 86
- [19] D. J. Eaglesham und M. Cerullo, *Dislocation-free Stranski-Krastanov growth of Ge on Si(100)*, Phys. Rev. Lett. **64**, 1943 (1990). 41, 86, 93

- [20] F. Hofmann, T. Heinzel, D. A. Wharam, J. P. Kotthaus, G. Böhm, W. Klein, G. Tränkle und G. Weimann, *Single electron switching in a parallel quantum dot*, Phys. Rev. B **51**, 13872 (1995). 41
- [21] M. W. Dellow, P. H. Beton, P. C. Main, T. J. Foster, L. Eaves, A. F. Jezierski, W. Kool, M. Henini, S. P. Beaumont und C. D. W. Wilkinson, *Assymetry in the $I(V)$ characteristics of a gated resonant tunneling diode*, Semicond. Sci. Technol. **7**, B442 (1992). 41, 209
- [22] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, J. S. Weiner, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin und K. W. West, *N -electron ground state energies of a quantum dot in magnetic field*, Phys. Rev. Lett. **71**, 613 (1993).
- [23] S. Tarucha, D. G. Austing und T. Honda, *Resonant tunneling single electron transistors*, Superlatt. Microstruct. **18**, 121 (1995).
- [24] D. G. Austing, T. Honda und S. Tarucha, *A new design for submicron double-barrier resonant tunnelling transistors*, Semicond. Sci. Technol. **11**, 388 (1996). 116
- [25] S. Tarucha, D. G. Austing, T. Honda, R. J. van der Hage und L. P. Kouwenhoven, *Shell Filling and Spin Effects in a Few Electron Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **77**, 3613 (1996). 41, 204
- [26] K. Kash, A. Scherer, J. M. Worlock, H. G. Craighead und M. C. Tamargo, *Optical spectroscopy of ultrasmall structures etched from quantum wells*, Appl. Phys. Lett. **49**, 1043 (1986). 41
- [27] U. Merkt, *Far-infrared spectroscopy of quantum dots*, Physica B: Condensed Matter **189**, 165 (1993). 41
- [28] S. Tarucha, D. G. Austing, T. Honda, R. van der Hage und L. P. Kouwenhoven, *Atomic-Like Properties of Semiconductor Quantum Dots*, Jpn. J. Appl. Phys. **36**, 3917 (1997). 115, 204

- [29] S. Bednarek, B. Szafran und J. Adamowski, *Theoretical description of electronic properties of vertical gated quantum dots*, Phys. Rev. B **64**, 195303 (2001). 115
- [30] S. Bednarek, B. Szafran, K. Lis und J. Adamowski, *Modeling of electronic properties of electrostatic quantum dots*, Phys. Rev. B **68**, 155333 (2003). 41
- [31] S. E. Laux, D. J. Frank und F. Stern, *Quasi-one-dimensional electron states in a split-gate GaAs/AlGaAs heterostructure*, Surface Science **196**, 101 (1988). 42
- [32] C. Sikorski und U. Merkt, *Spectroscopy of electronic states in InSb quantum dots*, Phys. Rev. Lett. **62**, 2164 (1989). 42
- [33] G. Vastola, R. Gatti, A. Marzegalli, F. Montalenti und L. Miglio, in *Self-Assembled Quantum Dots*, Band 1 aus *Lecture Notes in Nano-scale Science and Technology*, Herausgeber: Z. M. Wang (Springer Science+Business Media, LLC, 2008), Kap. 14. Detailed Analysis of the Shape-dependent Deformation Field in 3D Ge Islands on Si(001), Seiten 421–438. 42
- [34] J. L. Liu, W. G. Wu, A. Balandin, G. L. Jin und K. L. Wang, *Intersubband absorption in boron-doped multiple Ge quantum dots*, Appl. Phys. Lett. **74**, 185 (1999). 42
- [35] J. L. Liu, W. G. Wu, Y. S. Tang, K. L. Wang, T. Radetic und R. Gronsky, *Raman scattering and infrared absorption in multiple boron-doped Ge dots*, J. Vac. Sci. Technol. A **17**, 1420 (1999). 42
- [36] P. Y. Yu und M. Cardona, *Fundamentals of semiconductors* (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1996). 43
- [37] V. Fock, *Bemerkung zur Quantelung des harmonischen Oszillators im Magnetfeld*, Z. Phys. **47**, 446 (1928). 44

- [38] C. G. Darwin, *The diamagnetism of the free electron*, Proc. Cambridge Philos. Soc. **27**, 86 (1930). 44
- [39] T. Heinzel, *Mesoscopic Electronics in Solid State Nanostructures*, 2. (Wiley-VCH Verlag GmbH, 2007). 45
- [40] J. M. Luttinger und W. Kohn, *Motion of Electrons and Holes in Perturbed Periodic Fields*, Phys. Rev. **97**, 869 (1955). 46
- [41] J. M. Luttinger, *Quantum Theory of Cyclotron Resonance in Semiconductors: General Theory*, Phys. Rev. **102**, 1030 (1956). 46, 73
- [42] L. G. C. Rego, P. Hawrylak, J. A. Brum und A. Wojs, *Interacting valence holes in p-type SiGe quantum disks in a magnetic field*, Phys. Rev. B **55**, 15694 (1997). 46, 194
- [43] A. A. Kiselev, K. W. Kim und E. Yablonovitch, *In-plane light-hole g factor in strained cubic heterostructures*, Phys. Rev. B **64**, 125303 (2001). 47, 166
- [44] L. M. Roth, B. Lax und S. Zwerdling, *Theory of Optical Magneto-Absorption Effects in Semiconductors*, Phys. Rev. **114**, 90 (1959). 47
- [45] H. Kosaka, A. A. Kiselev, F. A. Baron, K. W. Kim und E. Yablonovitch, *Electron g factor engineering in III-V semiconductors for quantum communications*, Electronics Letters **37**, 464 (2001). 47
- [46] C. E. Pryor und M. E. Flatté, *Landé g Factors and Orbital Momentum Quenching in Semiconductor Quantum Dots*, Phys. Rev. Lett. **96**, 026804 (2006). 47
- [47] E. L. Ivchenko und A. A. Kiselev, *Electronic g-factor in quantum wells and superlattices*, Fiz. Techn. Popupro. (Sov. Phys. Semicond.) **26**, 1471 (1992). 47
- [48] M. J. Snelling, G. P. Flinn, A. S. Plaut, R. T. Harley, A. C. Tropper, R. Eccleston und C. C. Phillips, *Magnetic g factor of electrons in*

- $GaAs / Al_xGa_{1-x}As$ quantum wells, Phys. Rev. B **44**, 11345 (1991).
47
- [49] R. M. Hannak, M. Oestreich, A. P. Heberle, W. W. Rühle und K. Köhler, *Electron g factor in quantum wells determined by spin quantum beats*, Solid State Commun. **93**, 313 (1995). 47
- [50] G. L. Bir und G. E. Pikus, *Symmetry and Strain-Induced Effects in Semiconductors* (Nauka, Moskau, 1972; Wiley, New-York, 1974).
48, 136, 160, 166, 187
- [51] K. Suzuki, M. Okazaki und H. Hasegawa, *Effective-Mass Theoretical Approach to Optical and Microwave Phenomena in Semiconductors I. Zeeman Effect of Acceptors in Si and Ge*, J. Phys. Soc. Jpn. **19**, 930 (1964). 48, 140, 161, 162
- [52] S. Y. Lin, H. P. Wei, D. C. Tsui, J. F. Klem und S. J. Allen, *Extreme g-factor anisotropy induced by strain*, Phys. Rev. B **43**, 12110 (1991).
48
- [53] C. B. Duke, in *Tunneling in solids, Solid State Physics: Advances in Research and Applications*, Herausgeber: F. Seitz, D. Turnbull und H. Ehrenreich (Academic Press, Inc., 1969). 48
- [54] L. Solymar, *Superconductive tunnelling and applications* (Chapman & Hall Ltd., London, 1972). 48
- [55] R. Tsu und L. Esaki, *Tunneling in a finite superlattice*, Appl. Phys. Lett. **22**, 562 (1973). 48
- [56] D. Mowbray, in *Nanoscale Science and Technology*, Herausgeber: R. W. Kelsall, I. W. Hamley und M. Geoghegan (John Wiley & Sons, Ltd, 2005), Kap. 3. Inorganic semiconductor nanostructures, Seiten 130–203. 51
- [57] H. Mizuta und T. Tanoue, in *The physics and applications of resonant tunneling diodes, Cambridge Studies in Semiconductor Physics and*

- Microelectronic Engineering*: 2, Herausgeber: H. Ahmed, M. Pepper und A. Broers (Cambridge University Press, 1995). 52, 54, 55, 57, 58, 59
- [58] S. Luryi, in *Heterojunction Band Discontinuities: Physics and Device Applications*, Herausgeber: F. Capasso und G. Margaritondo (Elsevier Science Publishers B. V., 1987), Kap. 12. Hot-electron injection and resonant-tunneling heterojunction devices, Seiten 489–564. 53, 56
- [59] S. Luryi, *Coherent versus incoherent resonant tunneling and implications for fast devices*, *Superlatt. Microstruct.* **5**, 375 (1989). 53
- [60] V. J. Goldman, D. C. Tsui und J. E. Cunningham, *Observation of Intrinsic Bistability in Resonant-Tunneling Structures*, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 1256 (1987). 54
- [61] V. J. Goldman, D. C. Tsui und J. E. Cunningham, *Resonant tunneling in magnetic field: Evidence for space-charge buildup*, *Phys. Rev. B* **35**, 9387 (1987). 57, 58, 62, 152
- [62] F. W. Sheard und G. A. Toombs, *Space-charge buildup and bistability in resonant-tunneling double-barrier structures*, *Appl. Phys. Lett.* **52**, 1228 (1988).
- [63] H. Yoshimura, J. N. Schulman und H. Sakaki, *Charge Accumulation in a Double-Barrier Resonant-Tunneling Structure Studied by Photoluminescence and Photoluminescence-Excitation Spectroscopy*, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2422 (1990).
- [64] M. L. F. Lerch, D. J. Fisher, A. D. Martin, C. Zhang und L. Eaves, *Charge accumulation over a region of electrical multistability in a double barrier structure*, *Surface Science* **361–362**, 226 (1996). 54
- [65] S. Luryi, *Frequency limit of double-barrier resonant-tunneling oscillators*, *Appl. Phys. Lett.* **47**, 490 (1985). 55

- [66] V. J. Goldman, D. C. Tsui und J. E. Cunningham, *Breakdown of Coherence in Resonant Tunneling Through Double-Barrier Heterostructure*, *Solid-State Electronics* **31**, 731 (1988). 57, 58
- [67] T. Weil und B. Vinter, *Equivalence between resonant tunneling and sequential tunneling in double-barrier diodes*, *Appl. Phys. Lett.* **50**, 1281 (1987). 57, 61
- [68] M. L. Leadbeater, E. S. Alves, F. W. Sheard, L. Eaves, M. Henini, O. H. Hughes und G. A. Toombs, *Observation of space-charge build-up and thermalisation in an asymmetric double-barrier resonant tunnelling structure*, *J. Phys. Condens. Matter* **1**, 10605 (1989). 57, 208
- [69] M. Tsuchiya, H. Sakaki und J. Yoshino, *Room Temperature Observation of Differential Negative Resistance in an AlAs/GaAs/AlAs Resonant Tunneling Diode*, *Jpn. J. Appl. Phys.* **24**, L466 (1985). 57
- [70] T. J. Shewchuk, J. M. Gering, P. C. Chapin, P. D. Coleman, W. Kopp, C. K. Peng und H. Morkoç, *Stable and unstable current-voltage measurements of a resonant tunneling heterostructure oscillator*, *Appl. Phys. Lett.* **47**, 986 (1985). 57
- [71] C. J. Goodings, H. Mizuta und J. R. A. Cleaver, *Electrical studies of charge build-up and phonon-assisted tunneling in double-barrier materials with very thick spacer layers*, *J. Appl. Phys.* **75**, 2291 (1994). 57, 59
- [72] M. L. Leadbeater, E. S. Alves, L. Eaves, M. Henini, O. H. Hughes, A. C. Celeste und J. C. Portal, *Resonant and non-resonant processes in double barrier structures*, *Superlatt. Microstruct.* **6**, 63 (1989). 58, 210, 214, 217
- [73] J. S. Wu, C. Y. Chang, C. P. Lee, K. H. Chang, D. G. Liu und D. C. Liou, *Resonant tunneling of electrons from quantized levels in the accumulation layer of double-barrier heterostructures*, *Appl. Phys. Lett.* **57**, 2311 (1990). 58

- [74] H. C. Liu und G. C. Aers, *Resonant tunneling through one-, two-, and three-dimensionally confined quantum wells*, J. Appl. Phys. **65**, 4908 (1989). 59, 206
- [75] F. Chevoir und B. Vinter, *Scattering-assisted tunneling in double-barrier diodes: Scattering rates and valley current*, Phys. Rev. B **47**, 7260 (1993). 61
- [76] A. D. Stone und P. A. Lee, *Effect of Inelastic Processes on Resonant Tunneling in One Dimension*, Phys. Rev. Lett. **54**, 1196 (1985). 61
- [77] M. Jonson und A. Grincwajg, *Effect of inelastic scattering on resonant and sequential tunneling in double barrier heterostructures*, Appl. Phys. Lett. **51**, 1729 (1987). 61
- [78] N. S. Wingreen, K. W. Jacobsen und J. W. Wilkins, *Inelastic scattering in resonant tunneling*, Phys. Rev. B **40**, 11834 (1989). 61
- [79] M. Jonson, *Quantum-mechanical resonant tunneling in the presence of a boson field*, Phys. Rev. B **39**, 5924 (1989).
- [80] W. Cai, T. F. Zheng, P. Hu, B. Yudanin und M. Lax, *Model of phonon-associated electron tunneling through a semiconductor double barrier*, Phys. Rev. Lett. **63**, 418 (1989).
- [81] G. Y. Wu und T. C. McGill, *Effects of barrier phonons on the tunneling current in a double-barrier structure*, Phys. Rev. B **40**, 9969 (1989). 61
- [82] H. C. Liu und D. D. Coon, *Interface/roughness and island effects on tunneling in quantum wells*, J. Appl. Phys. **64**, 6785 (1988). 61
- [83] J. Leo und A. H. MacDonald, *Disorder-assisted tunneling through a double-barrier structure*, Phys. Rev. Lett. **64**, 817 (1990). 61
- [84] H. A. Fertig, S. He und S. Das Sarma, *Elastic-scattering effects on resonant tunneling in double-barrier quantum-well structures*, Phys. Rev. B **41**, 3596 (1990). 61

- [85] B. Gu, C. Coluzza, M. Mangiantini und A. Frova, *Scattering effects on resonant tunneling in double-barrier heterostructures*, J. Appl. Phys. **65**, 3510 (1989). 61
- [86] P. J. Turley, C. R. Wallis, S. W. Teitsworth, W. Li und P. K. Bhattacharya, *Tunneling measurements of symmetric-interface phonons in GaAs / AlAs double-barrier structures*, Phys. Rev. B **47**, 12640 (1993). 61, 219
- [87] V. J. Goldman, D. C. Tsui und J. E. Cunningham, *Evidence for LO-phonon-emission-assisted tunneling in double-barrier heterostructures*, Phys. Rev. B **36**, 7635 (1987). 210, 219
- [88] M. L. Leadbeater, E. S. Alves, L. Eaves, M. Henini, O. H. Hughes, A. Celeste, J. C. Portal, G. Hill und M. A. Pate, *Magnetic field studies of elastic scattering and optic-phonon emission in resonant-tunneling devices*, Phys. Rev. B **39**, 3438 (1989). 63, 64, 152, 209, 212, 213, 217, 220
- [89] C. H. Yang, M. J. Yang und Y. C. Kao, *Magnetotunneling spectroscopy in a double-barrier heterostructure: Observation of incoherent resonant-tunneling processes*, Phys. Rev. B **40**, 6272 (1989). 217
- [90] H. Yoo, S. M. Goodnick, J. R. Arthur und M. A. Reed, *Phonon assisted tunneling in lattice-matched and pseudomorphic resonant tunneling diodes*, J. Vac. Sci. Technol. B **8**, 370 (1990). 204, 210
- [91] J. G. Chen, C. H. Yang, M. J. Yang und R. A. Wilson, *Observation of two-dimensional resonant magnetopolarons and phonon-assisted resonant tunneling in double-barrier heterostructures*, Phys. Rev. B **43**, 4531 (1991), date are similar to our data. 61, 210
- [92] F. J. Schottman, *Silicon*, Report of U.S. Bureau of Mines 1 (1979). 66
- [93] D. J. Paul, *Si / SiGe heterostructures: from material and physics to devices and circuits*, Semicond. Sci. Technol. **19**, R75 (2004). 66, 94

- [94] W. Eitel, *The physical chemistry of the silicates* (Chicago, Ill. : Univ. of Chicago Press, 1954). 66
- [95] S. M. Sze, *Physics of semiconductor devices*, 2nd edition (John Wiley & Sons, Inc., 1981). 66
- [96] *Springer Handbook of Electronic and Photonic Materials*, Herausgeber: S. Kasap und P. Capper (Springer Science+Business Media, Inc., 2006). 67, 68
- [97] J. M. Ziman, *Principle of the theory of solids* (Cambridge University Press, 1964). 67
- [98] Y. M. Galperin, *Introduction to Modern Solid State Physics* (FYS 448), Das Dokument ist im Internet unter <http://folk.uio.no/yurig/fys448/f448pdf.pdf> verfügbar. 67
- [99] L. Brillouin, *Wave propagation in periodic structures: electric filters and crystal lattices*, 2. ed., with corr. and add. (Dover Publications, Inc., New York, NY, 1953). 67
- [100] R. A. Smith, *Semiconductors*, 2nd edition (Cambridge University Press, 1978). 68, 71, 73
- [101] Si, Ge, C (Diamond), GaAs, GaP, GaSb, InAs, InP, InSb, Band 1 aus *Handbook series on semiconductor parameters*, Herausgeber: M. Levinshtein, S. Rumyantsev und M. Shur (World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1996). 69, 70, 72, 74
- [102] G. Dresselhaus, A. F. Kip und C. Kittel, *Cyclotron Resonance of Electrons and Holes in Silicon and Germanium Crystals*, *Phys. Rev.* **98**, 368 (1955). 69, 72
- [103] A. Dargys und J. Kundrotas, *Handbook on physical properties of Ge, Si, GaAs and InP* (Science and Encyclopedia Publishers, Vilnius, Lithuania, 1994). 72

- [104] *Strained silicon heterostructures: materials and devices*, Herausgeber: C. K. edited by Maiti, N. B. Chakrabarti und S. K. Ray (The Institution of Electrical Engineers, London, 2001). 72, 73, 92
- [105] M. Grundmann, *The Physics of Semiconductors* (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006). 73
- [106] A. Baldereschi und N. O. Lipari, *Spherical Model of Shallow Acceptor States in Semiconductors*, Phys. Rev. B **8**, 2697 (1973). 75
- [107] *Properties of advanced semiconductor materials: GaN, AlN, InN, BN, SiC, SiGe*, Herausgeber: M. Levinshtein, S. Rumyantsev und M. Shur (John Wiley & Sons, Inc., 2001). 75, 76
- [108] E. Kasper, A. Schuh, G. Banu, B. Holländer und H. Kibbel, *Test of Vegard's law in thin epitaxial SiGe layers*, J. Cryst. Growth **157**, 68 (1995). 75
- [109] *Germanium Silicon: Physics and Materials*, Band 56 aus *Semiconductors and Semimetals*, Herausgeber: R. Hull und J. C. Bean (Academic Press, Inc., 1999). 75, 89, 90, 91
- [110] S. Adachi, *GaAs, AlAs, and $Al_xGa_{1-x}As$: Material parameters for use in research and device applications*, J. Appl. Phys. **58**, R1 (1985). 77
- [111] M. Jaffe und J. Singh, *Band structure and charge control studies of n- and p-type pseudomorphic modulation-doped field-effect transistors*, J. Appl. Phys. **65**, 329 (1989).
- [112] *Properties of Aluminium Gallium Arsenide*, Herausgeber: S. Adachi (INSPEC, the Institution of Electrical Engineers, London, United Kingdom, 1993).
- [113] *Ternary and Quaternary III-V Compounds*, Band 2 aus *Handbook series on semiconductor parameters*, Herausgeber: M. Levinshtein, S. Ru-

- myantsev und M. Shur (World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1999). 82
- [114] V. Aninkevičius, A. Matulionis und I. Matulionienė, *Hot-phonon lifetime in a modulation-doped AlInAs / GaInAs / AlInAs/InP*, *Semicond. Sci. Technol.* **20**, 109 (2005). 77, 219
- [115] *Heterostructures and Quantum Devices*, Herausgeber: N. G. Einspruch und W. R. Frensley (Academic Press, Inc., 1994). 81
- [116] E. Bauer und J. H. van der Merwe, *Structure and growth of crystalline superlattices: From monolayer to superlattice*, *Phys. Rev. B* **33**, 3657 (1986). 82, 84
- [117] M. Volmer und A. Weber, *Keimbildung in übersättigten Gebilden*, *Z. Phys. Chem.* **119**, 277 (1926). 82
- [118] I. N. Stranski und L. Krastanow, *Zur Theorie der orientierten Ausscheidung von Ionenkristallen aufeinander*, *Monatshefte für Chemie/ Chemical Monthly* **71**, 351 (1937). 83
- [119] *Self-Organized Nanoscale Materials, Nanostructure Science and Technology*, Herausgeber: M. Adachi und D. J. Lockwood (Springer Science+Business Media, Inc., 2006). 83
- [120] E. Bauer, *Phänomenologische Theorie der Kristallabscheidung an Oberflächen*, *Z. Kristallogr.* **110**, 372 (1958). 84
- [121] C. Ratsch und A. Zangwill, *Equilibrium theory of the Stranski-Krastanov epitaxial morphology*, *Surface Science* **293**, 123 (1993). 86
- [122] P. W. Lukey, J. Caro, L. J. Geerligs, K. Werner und S. Rade-laar, *Fabrication of submicron Si / SiGe double barrier resonant tunneling structures*, *Microelectronic Engineering* **27**, 87 (1995). 86, 185

- [123] M. Razeghi, *Fundamentals of solid state engineering*, 2nd Edition (Springer Science+Business Media, Inc., 2006). 87, 88
- [124] U. K. Mishra und J. Singh, *Semiconductor Device Physics and Design* (Springer, 2008). 89
- [125] R. People, J. C. Bean und D. V. Lang, *Modulation doping in Ge(x)Si(1-x)/Si strained layer heterostructures: Effects of alloy layer thickness, doping setback, and cladding layer dopant concentration*, J. Vac. Sci. Technol. A **3**, 846 (1985). 90
- [126] M. J. Beck, A. van de Walle und M. Asta, *Surface energetics and structure of the Ge wetting layer on Si(100)*, Phys. Rev. B **70**, 205337 (2004). 92
- [127] U. Denker, *Transport in selbstorganisierten Silizium / Germanium-Strukturen*, Diplomarbeit, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, Institut für Festkörperphysik, Abteilung Nanostrukturen, 1999. 93, 102, 103, 104, 118, 135
- [128] S. C. Jain und M. Willander, in *Silicon-Germanium Strained Layers and Heterostructures*, Band 74 aus *Semiconductors and Semimetals*, Herausgeber: R. K. Willardson und E. R. Weber (Academic Press, Inc., 2003). 93
- [129] C. G. Van de Walle, in *Properties of strained and relaxed silicon germanium*, Herausgeber: E. Kasper (INSPEC, the Institution of Electrical Engineers, London, United Kingdom, 1995), Kap. 4.2 Strain effects on the valence-band structure of SiGe, Seiten 94–98. 94
- [130] C. G. Van de Walle und R. M. Martin, *Theoretical calculations of heterojunction discontinuities in the Si / Ge system*, Phys. Rev. B **34**, 5621 (1986). 95, 161, 186
- [131] F. H. Pollak und M. Cardona, *Piezo-Electroreflectance in Ge, GaAs, and Si*, Phys. Rev. **172**, 816 (1968). 95

- [132] C. G. Van de Walle, in *Properties of strained and relaxed silicon germanium*, Herausgeber: E. Kasper (INSPEC, the Institution of Electrical Engineers, London, United Kingdom, 1995), Kap. 4.3 Strain effects on the conductance-band structure of SiGe, Seiten 99–102. 96
- [133] M. Kästner und B. Voigtländer, *Kinetically Self-Limiting Growth of Ge Islands on Si(001)*, Phys. Rev. Lett. **82**, 2745 (1999). 97
- [134] C. Teichert, *Self-organization of nanostructures in semiconductor heteroepitaxy*, Physics Reports **365**, 335 (2002). 97
- [135] C. Lamberti, *The use of synchrotron radiation techniques in the characterization of strained semiconductor heterostructures and thin films*, Surface Science Reports **53**, 1 (2004). 98
- [136] J. Stangl, V. Holý und G. Bauer, *Structural properties of self-organized semiconductor nanostructures*, Rev. Mod. Phys. **76**, 725 (2004). 98, 105
- [137] Y. Wakayama, L. V. Sokolov, N. Zakharov, P. Werner und U. Gösele, *Precise control of size and density of self-assembled Ge dot on Si(100) by carbon-induced strain-engineering*, Applied Surface Science **216**, 419 (2003). 99
- [138] J. L. Liu, S. Tong und K. L. Wang, in *Handbook of Semiconductor Nanostructures and Nanodevices*, Band 1, Quantum Dots, Nanowires, and Self-Assemblies aus *Nanotechnology Book Series*, Herausgeber: A. A. Balandin und K. L. Wang (American Scientific Publishers, 2006), Kap. 1. Self-Assembled Germanium Quantum Dots on Silicon and Their Optoelectronic Devices, Seiten 1–32. 99
- [139] A. I. Yakimov, A. V. Dvurechenskii und A. I. Nikiforov, in *Handbook of Semiconductor Nanostructures and Nanodevices*, Band 1, Quantum Dots, Nanowires, and Self-Assemblies aus *Nanotechnology Book Series*, Herausgeber: A. A. Balandin und K. L. Wang

- (American Scientific Publishers, 2006), Kap. 2. Germanium Self-Assembled Quantum Dots on Silicon: Growth, Electronic Transport, Optical Phenomena, and Devices, Seiten 34–102. 99
- [140] J. A. Floro, E. Chason, M. B. Sinclair, L. B. Freund und G. A. Lucadamo, *Dynamic self-organization of strained islands during SiGe epitaxial growth*, Appl. Phys. Lett. **73**, 951 (1998). 105
- [141] Y. Suda, S. Kaechi, D. Kitayama und T. Yoshizawa, *Artificially size- and position-controlled Ge dot formation using patterned Si*, Thin Solid Films **464–465**, 190 (2004). 105
- [142] A. Karmous, A. Cuenat, A. Ronda, I. Berbezier, S. Atha und R. Hull, *Ge dot organization on Si substrates patterned by focused ion beam*, Appl. Phys. Lett. **85**, 6401 (2004). 105
- [143] C. Priester, in *Quantum Dots: Fundamentals, Applications, and Frontiers*, Band 190 aus *Nato Science Series, Series II: Mathematics, Physics and Chemistry*, Herausgeber: B. A. Joyce, P. C. Kelires, A. G. Maumovets und D. D. Vvedensky (Springer, 2005), Seiten 145–156. 105
- [144] Z. Zhong, A. Halilovic, M. Mühlberger, F. Schäffler und G. Bauer, *Ge island formation on stripe-patterned Si(001) substrates*, Appl. Phys. Lett. **82**, 445 (2003). 105
- [145] Z. Zhong, O. G. Schmidt und G. Bauer, *Increase of island density via formation of secondary ordered islands on pit-patterned Si(001) substrates*, Appl. Phys. Lett. **87**, 133111 (2005).
- [146] J. J. Zhang, M. Stoffel, A. Rastelli, O. G. Schmidt, V. Jovanovic, L. K. Nanver und G. Bauer, *SiGe growth on patterned Si(001) substrates: Surface evolution and evidence of modified island coarsening*, Appl. Phys. Lett. **91**, 173111 (2007). 105

- [147] C. Dais, H. H. Solak, Y. Ekinci, E. Müller, H. Sigg und D. Grützmacher, *Ge quantum dot molecules and crystals: Preparation and properties*, Surface Science **601**, 2787 (2007). 105, 106, 185
- [148] C. Dais, H. H. Solak, E. Müller und D. Grützmacher, *Impact of template variations on shape and arrangement of Si/Ge quantum dot arrays*, Appl. Phys. Lett. **92**, 143102 (2008). 105, 106, 107, 108, 185
- [149] D. Grützmacher, T. Fromherz, C. Dais, J. Stangl, E. Müller, Y. Ekinci, H. H. Solak, H. Sigg, R. T. Lechner, E. Wintersberger, S. Birner, V. Holý und G. Bauer, *Three-dimensional Si/Ge Quantum Dot Crystal*, Nano Lett. **7**, 3150 (2007). 106
- [150] C. Dais, *Templated Self-Assembly of SiGe Quantum Dots*, Dissertation, RWTH Aachen University, 2009. 106, 110
- [151] O. Kirfel, E. Müller, D. Grützmacher, K. Kern, A. Hesse, J. Stangl, H. y. V. und B. G., *Shape and composition change of Ge dots due to Si capping*, Applied Surface Science **224**, 139 (2004). 109, 112
- [152] G. Patriarche, I. Sagnes, P. Boucaud, V. Le Thanh, D. Bouchier, C. Hernandez, Y. Campidelli und D. Bensahel, *Strain and composition of capped Ge/Si self-assembled quantum dots grown by chemical vapor deposition*, Appl. Phys. Lett. **77**, 370 (2000). 109, 112
- [153] M. T. Currie, T. A. Samavedam, T. A. Lango, C. W. Leity und E. A. Fitzgerald, *Controlling threading dislocation densities in Ge on Si using graded SiGe layers and chemical-mechanical polishing*, Appl. Phys. Lett. **72**, 1718 (1998). 111
- [154] J. E. Ayers, *Heteroepitaxy of semiconductors: theory, growth, and characterization* (CRC Press, Taylor & Francis Group, 2007). 111
- [155] F. Boscherini, G. Capellini, L. Di Gaspare, M. De Seta, F. Rosei, A. Sgarlata, N. Motta und S. Mobilio, *Ge-Si intermixing in Ge quantum dots on Si*, Thin Solid Films **380**, 173 (2000). 112

- [156] M. Larsson, A. Elfving, W.-X. Ni, G. V. Hansson und P. O. Holtz, *Growth-temperature-dependent band alignment in Si/Ge quantum dots from photoluminescence spectroscopy*, Phys. Rev. B **73**, 195319 (2006). 112
- [157] T. Kita, D. Chiba, Y. Ohno und H. Ohno, *(In,Ga)As gated-vertical quantum dot with an Al₂O₃ insulator*, Appl. Phys. Lett. **90**, 062102 (2007). 117, 118
- [158] T. Kita (unpublished). 118
- [159] *The Physics and Fabrication of Microstructures*, Herausgeber: M. J. Kelly und C. Weisbuch (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1986). 118
- [160] M. Köhler, *Nanotechnologie* (Wiley-VCH Verlag GmbH, 2001). 119, 120, 121
- [161] K.-M. Haendel, *Transport in selbstorganisierten Silizium / Germanium-Nanostrukturen*, Dissertation, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, Institut für Festkörperphysik, Abteilung Nanostrukturen, 2005. 118, 131, 132, 133, 134, 135, 142
- [162] C. Enss und S. Hunklinger, *Tiefemperaturphysik* (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000). 124
- [163] M. A. Reed, *Excited state resonant tunneling in GaAs – Al_xGa_{1-x}As double barrier heterostructures*, Superlatt. Microstruct. **2**, 65 (1986). 125, 185
- [164] J. Söderström, T. G. Andersson und J. Westin, *Resonant tunneling in double barrier structures with GaAs and (InGa)As quantum wells*, Superlatt. Microstruct. **3**, 283 (1987).
- [165] H. C. Liu, D. Landheer, M. Buchanan und D. C. Houghton, *Resonant tunneling in Si/Si_{1-x}Ge_x double-barrier structures*, Appl. Phys. Lett. **52**, 1809 (1988). 185

- [166] S. S. Rhee, J. S. Park, R. P. G. Karunasiri, Q. Ye und K. L. Wang, *Resonant tunneling through a Si/Ge_xSi_{1-x}/Si heterostructure on a GeSi buffer layer*, Appl. Phys. Lett. **53**, 204 (1988). 185
- [167] N. Blanc, P. Guèret, R. Germann und H. Rothuizen, *Vertical transport and tunnelling through squeezable quantum dots*, Physica B **189**, 135 (1993). 125
- [168] S. Tarucha, Z. Tokura und Y. Hirayama, *Resonant tunneling of three-dimensional electrons into degenerate zero-dimensional levels*, Phys. Rev. B **44**, 13815 (1991). 125
- [169] G. Faini, A. Ramdane, D. Mailly, F. Mollot und H. Launois, *Resonant tunnelling in 0-D and 1-D double barrier systems*, Microelectronic Engineering **17**, 517 (1992).
- [170] J.-W. Sakai, P. C. Main, P. H. Beton, N. La Scala, A. K. Geim, L. Eaves und M. Henini, *Zero-dimensional states in macroscopic resonant tunneling devices*, Appl. Phys. Lett. **64**, 2563 (1994). 125
- [171] B. Su, V. J. Goldman, M. Santos und M. Shayegan, *Resonant tunneling in submicron double-barrier heterostructures*, Appl. Phys. Lett. **58**, 747 (1991). 125
- [172] R. K. Hayden, D. K. Maude, L. Eaves, E. C. Valadares, M. Henini, F. W. Sheard, O. H. Hughes, J. C. Portal und L. Cury, *Probing the hole dispersion curves of a quantum well using resonant magnetotunneling spectroscopy*, Phys. Rev. Lett. **66**, 1749 (1991). 125
- [173] L. Eaves, R. K. Hayden, M. L. Leadbeater, D. K. Maude, E. C. Valadares, M. Henini, F. W. Sheard, O. H. Hughes, J. C. Portal und L. Cury, *Resonant magnetotunnelling spectroscopy: a direct probe of the complicated dispersion curves and negative mass behaviour of holes confined in a quantum well*, Surface Science **263**, 199 (1992). 152

- [174] T. Schmidt, M. Tewordt, R. J. Haug, K. von Klitzing, A. Förster und H. Lüth, *Single-electron-tunneling spectroscopy of asymmetric laterally confined double-barrier heterostructures*, *Solid-State Electronics* **40**, 15 (1996).
- [175] E. E. Vdovin, A. Levin, A. Patanè, L. Eaves, P. C. Main, Y. N. Khanin, Y. V. Dubrovskii, M. Henini und G. Hill, *Imaging the Electron Wave Function in Self-Assembled Quantum Dots*, *Science* **290**, 122 (2000). 188, 189, 190
- [176] R. J. A. Hill, A. Patanè, P. C. Main, L. Eaves, B. Gustafson, M. Henini, S. Tarucha und D. G. Austing, *Magnetotunneling spectroscopy of an individual quantum dot in a gated tunnel diode*, *Appl. Phys. Lett.* **79**, 3275 (2001). 125
- [177] L. Eaves, K. W. H. Stevens und F. W. Sheard, in *The Physics and Fabrication of Microstructures and Microdevices*, Herausgeber: M. J. Kelly und C. Weisbuch (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1986), Seiten 343–350. 126
- [178] K. L. Wang, R. P. Karunasiri, J. Park, S. S. Rhee und C. H. Chern, *Resonant tunneling of variously strained Si/Ge_xSi_{1-x}/Si heterostructures*, *Superlatt. Microstruct.* **5**, 201 (1989). 126, 196
- [179] S. S. Rhee, R. P. G. Kunalshiri, C. H. Chern, J. S. Park und K. L. Wang, *Si/Ge_xSi_{1-x}/Si resonant tunneling diode doped by thermal boron source*, *J. Vac. Sci. Technol. B* **7**, 327 (1989).
- [180] U. Gennser, V. P. Kesan, S. S. Iyer, T. J. Bucelot und E. S. Yang, *Resonant tunneling of holes through silicon barriers*, *J. Vac. Sci. Technol. B* **8**, 210 (1990). 135, 185, 196
- [181] G. Schuberth, G. Abstreiter, E. Gornik, F. Schäffler und J. F. Luy, *Resonant tunneling of holes in Si/Si_xGe_{1-x} quantum-well structures*, *Phys. Rev. B* **43**, 2280 (1991). 126, 196, 199

- [182] S. Ben Amor, K. P. Martin, J. J. L. Rascol, R. J. Higgins, R. C. Potter, A. A. Lakhani und H. Hier, *Magnetotransport studies of charge accumulation in an AlInAs/GaInAs tunneling structure*, Appl. Phys. Lett. **54**, 1908 (1989). 126
- [183] K.-M. Haendel, R. Winkler, U. Denker, O. G. Schmidt und R. J. Haug, *Giant Anisotropy of Zeeman Splitting of Quantum Confined Acceptors in Si/Ge*, Phys. Rev. Lett. **96**, 086403 (2006). 131, 132, 133, 136, 142, 159, 160, 162, 170
- [184] O. B. Agafonov, K.-M. Haendel, R. Winkler, U. Denker, O. G. Schmidt und R. J. Haug, *AIP Conference Proceedings* (American Institute of Physics, 2007), Band 893, Seiten 1369–1370. 132, 133, 153, 154, 168
- [185] S. Fraizzoli und A. Pasquarello, *Infrared transitions between shallow acceptor states in GaAs – Ga_{1-x}Al_xAs quantum wells*, Phys. Rev. B **44**, 1118 (1991). 136
- [186] J. J. Harris, J. B. Clegg, R. B. Beall, J. Castagnè, K. Woodbridge und C. Roberts, *Delta-doping of GaAs and Al_{0.33}Ga_{0.67}As with Sn, Si and Be: a comparative study*, Journal of Crystal Growth **111**, 239 (1991). 136
- [187] W. Kohn und D. Schechter, *Theory of Acceptor Levels in Germanium*, Phys. Rev. **99**, 1903 (1955). 136
- [188] D. Schechter, *Theory of shallow acceptor states in Si and Ge*, J. Phys. Chem. Solids **23**, 237 (1962). 136
- [189] P. O. Holtz und Q. X. Zhao, *Impurities Confined in Quantum Structures*, Band 77 aus *Springer Series in Material Science* (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004). 137, 139, 141, 155
- [190] W. T. Masselink, Y.-C. Chang und H. Morkoç, *Binding energies of acceptors in GaAs – Al_xGa_{1-x}As quantum wells*, Phys. Rev. B **28**, 7373 (1983). 137

- [191] W. T. Masselink, Y.-C. Chang und H. Morkoç, *Acceptor spectra of $Al_xGa_{1-x}As$ – GaAs quantum wells in external fields: Electric, magnetic, and uniaxial stress*, Phys. Rev. B **32**, 5190 (1985).
- [192] A. Pasquarello, L. C. Andreani und R. Buczko, *Binding energies of excited shallow acceptor states in GaAs / $Ga_{1-x}Al_xAs$ quantum wells*, Phys. Rev. B **40**, 5602 (1989). 137
- [193] G. Bastard, *Wave mechanics applied to semiconductor heterostructures* (Les Editions de Physique, 1988). 138, 155
- [194] Q. X. Zhao und M. Willander, *Theoretical investigation of shallow acceptors confined in Si / $Si_{1-x}Ge_x$ quantum well structures*, J. Appl. Phys. **86**, 5624 (1999). 138, 139, 141
- [195] V. Y. Aleshkin, B. A. Andreev, V. I. Gavrilenko, I. V. Erofeeva, D. V. Kozlov und O. A. Kuznetsov, *Shallow acceptors in strained Ge / $Ge_{1-x}Si_x$ heterostructures with quantum wells*, Semiconductors **34**, 563 (2000). 138
- [196] V. Y. Aleshkin, V. I. Gavrilenko und D. V. Kozlov, *Shallow acceptors in Si / SiGe quantum well heterostructures*, phys. stat. sol. (c) **0**, 687– (2003). 138
- [197] V. Y. Aleshkin, B. A. Andreev, V. I. Gavrilenko, I. V. Erofeeva, D. V. Kozlov und O. A. Kuznetsov, *Resonant acceptor states in Ge / $Ge_{1-x}Si_x$ MQW heterostructures*, Nanotechnology **11**, 348 (2000). 138
- [198] W. T. Masselink, Y.-C. Chang und H. Morkoç, *Binding energies of acceptors in GaAs – $Al_xGa_{1-x}As$ quantum wells*, J. Vac. Sci. Technol. B **2**, 376 (1984). 139
- [199] G. L. Bir, E. I. Butikov und G. E. Pikus, *Spin and combined resonance on acceptor centres in Ge and Si type crystals - I. Paramagnetic resonance in strained and unstrained crystals*, J. Phys. Chem. Solids **24**, 1467 (1963). 140

- [200] R. L. Jones und P. Fisher, *Excitation spectra of group III impurities in germanium*, J. Phys. Chem. Solids **26**, 1125 (1965). 140
- [201] E. E. Mendez, in *Physics and Applications of Quantum Wells and Superlattices*, Band 170 aus NATO ASI Series: Physics, Herausgeber: E. E. Mendez und K. von Klitzing (Plenum Press, New York, 1987), Seiten 159–188. 146
- [202] C. W. J. Beenakker, *Theory of Coulomb-blockade oscillations in the conductance of a quantum dot*, Phys. Rev. B **44**, 1646 (1991). 147
- [203] B. Su, V. J. Goldman und J. E. Cunningham, *Single-electron tunneling in nanometer-scale double-barrier heterostructure devices*, Phys. Rev. B **46**, 7644 (1992). 147, 148, 185, 215
- [204] M. R. Deshpande, J. W. Sleight, M. A. Reed, R. G. Wheeler und R. J. Matyi, *Zeeman splitting of single semiconductor impurities in resonant tunneling heterostructures*, Superlatt. Microstruct. **20**, 513 (1996). 147
- [205] I. Hapke-Wurst, *Resonanter Magnetotransport durch selbstorganisierte InAs Quantenpunkte*, Dissertation, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, Institut für Festkörperphysik, Abteilung Nanostrukturen, 2002. 148
- [206] J. Liu, A. Zaslavsky, C. D. Akyüz, B. R. Perkins und L. B. Freund, *Magnetotunneling spectroscopic probe of quantization due to inhomogeneous strain in a Si/SiGe vertical quantum dot*, Phys. Rev. B **62**, R7731 (2000). 152
- [207] Q. X. Zhao, P. O. Holtz, A. Pasquarello, B. Monemar, A. C. Ferreira, M. Sundaram, J. L. Merz und A. C. Gossard, *Magnetic properties of the S-like bound hole states in GaAs/Al_xGa_{1-x}As quantum wells*, Phys. Rev. B **1994**, 10794 (49). 156

- [208] P. J. Lin-Chung und R. F. Wallis, *Zeeman perturbations on shallow acceptor states in germanium*, J. Phys. Chem. Solids **30**, 1453 (1969). 158
- [209] H. P. Soepangkat, P. Fischer und S. Rodriguez, *g-factors of boron in germanium*, Physics Letters A **39**, 379 (1972). 162
- [210] H. Tokumoto und T. Ishiguro, *Magnetoacoustic resonance attenuation in Ga-doped Ge*, Phys. Rev. B **15**, 2099 (1977). 158, 162
- [211] H. P. Soepangkat und P. Fisher, *Transverse Zeeman Effect of the Excitation Spectra of Boron and Thallium Impurities in Germanium*, Phys. Rev. B **8**, 870 (1973). 158, 162
- [212] J. Broeckx, P. Clauws, K. Van den Steen und J. Vennik, *Zeeman effect in the excitation spectra of shallow acceptors in germanium: experimental*, J. Phys. C.: Solid State Phys. **12**, 4061 (1979). 158, 159
- [213] G. Jungwirth und W. Prettl, *Zeeman splitting of excited Boron states in p-Ge*, Internat. J. of Infrared and Millimeter Waves **10**, 1033 (1989). 159
- [214] A. A. Darhuber, T. Grill, J. Stangl, G. Bauer, D. J. Lockwood, J.-P. Noël, P. D. Wang und C. M. Sotomayor Torres, *Elastic relaxation of dry-etched Si/SiGe quantum dots*, Phys. Rev. B **58**, 4825 (1998). 159
- [215] C. D. Akyüz, A. Zaslavsky, L. B. Freund, D. A. Syphers und T. O. Sedgwick, *Inhomogeneous strain in individual quantum dots probed by transport measurements*, Appl. Phys. Lett. **72**, 1739 (1998).
- [216] P. W. Lukey, J. Caro, T. Zijlstra, E. van der Drift und S. Radelaar, *Observation of strain-relaxation-induced size effects in p-type Si/SiGe resonant-tunneling diodes*, Phys. Rev. B **57**, 7132 (1998). 159

- [217] A. Zaslavsky, K. R. Milkove, Y. H. Lee, B. Ferland und T. O. Sedgwick, *Strain relaxation in silicon-germanium microstructures observed by resonant tunneling spectroscopy*, Appl. Phys. Lett. **67**, 3921 (1995). 159, 160, 161
- [218] C. G. Van de Walle, *Band lineups and deformation potentials in the model-solid theory*, Phys. Rev. B **39**, 1871 (1989). 161
- [219] C. A. Freeth, P. Fisher und P. E. Simmonds, *g-Factors of group III impurities in germanium by Piezo-Zeeman spectroscopy*, Solid State Commun. **60**, 175 (1986). 162
- [220] E. Glaser, J. M. Trombetta, T. A. Kennedy, S. M. Prokes, O. J. Glembocki, K. L. Wang und C. H. Chern, *Detection of magnetic resonance on photoluminescence from a Si/Si_{1-x}Ge_x strained-layer superlattice*, Phys. Rev. Lett. **65**, 1247 (1990). 162
- [221] A. Fasolino, G. Platero, M. Potemski, J. C. Maan, K. Ploog und G. Weimann, *Interband magneto-optics in GaAs/AlGaAs quantum wells in a parallel field*, Surface Science **267**, 509 (1992). 166
- [222] R. K. Hayden, T. Takamasu, D. K. Maude, E. C. Valadares, L. Eaves, U. Ekenberg, N. Miura, M. Henini, J. C. Portal, G. Hill und M. A. Pate, *High-magnetic-field studies of hole energy dispersion, cubic anisotropy and space charge build-up in the quantum well of p-type resonant tunnelling devices*, Semicond. Sci. Technol. **7**, B413 (1992). 166
- [223] G. Goldoni und A. Fasolino, *Hole states in quantum wells under high in-plane magnetic fields: Implications for resonant magnetotunneling spectroscopy*, Phys. Rev. B **48**, 4948 (1993). 166
- [224] G. Feher, J. C. Hensel und E. A. Gere, *Paramagnetic Resonance Absorption from Acceptors in Silicon*, Phys. Rev. Lett. **5**, 309 (1960). 167

- [225] R. W. Martin, R. J. Nicholas, G. J. Rees, S. K. Haywood, N. J. Mason und P. J. Walker, *Two-dimensional spin confinement in strained-layer quantum wells*, Phys. Rev. B **42**, 9237 (1990). 169
- [226] O. B. Agafonov, C. Dais, D. Grützmacher und R. J. Haug, *Quantum confinement effects in Si/Ge heterostructures with spatially ordered arrays of self-assembled quantum dots*, Appl. Phys. Lett. **96**, 222107 (2010). 184, 193, 195
- [227] J. S. Wu, C. Z. Chang, C. P. Lee, K. H. Chang und D. G. Liu, *Electrical characteristics of double-barrier resonant tunneling structures with different electrode doping concentrations*, Solid-State Electronics **34**, 403 (1991). 185
- [228] A. Zaslavsky, D. A. Grützmacher, Y. H. Lee, W. Ziegler und T. O. Sedgwick, *Selective growth of Si/SiGe resonant tunneling diodes by atmospheric pressure chemical vapor deposition*, Appl. Phys. Lett. **61**, 2872 (1992). 185, 193
- [229] G. Dehlinger, U. Gennser, D. Grützmacher, T. Ihn, E. Müller und K. Ensslin, *Investigation of the emitter structure in SiGe/Si resonant tunneling structures*, Thin Solid Films **369**, 390 (2000). 185
- [230] T. G. van de Roer, J. J. M. Kwaspen, H. Joosten, H. Noteborn, D. Lenstra und M. Henini, *Influence of scattering on the I-V characteristics of double-barrier resonant-tunneling diodes*, Physica B **175**, 301 (1991). 185
- [231] A. I. Yakimov, A. V. Dvurechenskii, A. I. Nikiforov, O. P. Pchelyakov und A. V. Nenashev, *Evidence for a negative interband photoconductivity in arrays of Ge/Si type-II quantum dots*, Phys. Rev. B **62**, R16283 (2000). 186
- [232] A. V. Dvurechenskii und A. I. Yakimov, *Type-II Ge/Si Quantum Dots*, Semiconductors **35**, 1095 (2001). 186

- [233] A. V. Dvurechenskii und A. I. Yakimov, *Quantum dot Ge/Si heterostructures*, *Physics —Uspekhi* **44**, 1304 (2001). 186, 192
- [234] I. E. Itskevich, T. Ihn, A. Thornton, M. Henini, T. J. Foster, P. Moriarty, A. Nogaret, P. H. Beton, L. Eaves und P. C. Main, *Resonant magnetotunneling through individual self-assembled InAs quantum dots*, *Phys. Rev. B* **54**, 16401 (1996). 188
- [235] I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, H. W. Schumacher, R. J. Haug, K. Pierz und F. J. Ahlers, *Size determination of InAs quantum dots using magnetotunnelling experiments*, *Semicond. Sci. Technol.* **14**, L41 (1999).
- [236] D. G. Austing, S. S. Tarucha, P. C. Main, M. Henini, S. T. Stoddart und L. Eaves, *Multiple gated InAs dot ensembles*, *Appl. Phys. Lett.* **75**, 671 (1999). 188
- [237] M. Tewordt, L. Martín-Moreno, V. J. Law, M. J. Kelly, R. Newbury, M. Pepper, D. A. Ritchie, J. E. F. Frost und G. A. C. Jones, *Resonant tunneling in an $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ quantum dot as a function of magnetic field*, *Phys. Rev. B* **46**, 3948 (1992). 188
- [238] T. H. Oosterkamp, L. P. Kouwenhoven, A. E. A. Koolen, N. C. van der Vaart und C. J. P. M. Harmans, *Photon-assisted tunnelling through a quantum dot*, *Semicond. Sci. Technol.* **11**, 1512 (1996). 189
- [239] S. K. Zhang, H. J. Zhu, F. Lu, Z. M. Jiang und X. Wang, *Coulomb Charging Effect in Self-Assembled Ge Quantum Dots Studied by Admittance Spectroscopy*, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3340 (1998). 189
- [240] K. Schmalz, I. N. Yassievich, P. Schittenhelm und G. Abstreiter, *Space-charge spectroscopy of self-assembled Ge-rich dots on Si grown by MBE*, *Phys. Rev. B* **60**, 1792 (1999).
- [241] C. Miesner, T. Asperger, K. Brunner und G. Abstreiter, *Capacitance-voltage and admittance spectroscopy of self-assembled Ge islands in Si*, *Appl. Phys. Lett.* **77**, 2704 (2000).

- [242] K. Brunner, M. Herbst, D. Bougeard, C. Miesner, T. Asperger, C. Schramm und G. Abstreiter, *Ge quantum dots in Si: self-assembly, stacking and level spectroscopy*, Physica E **13**, 1018 (2002).
- [243] A. I. Yakimov, A. V. Dvurechenskii, V. A. Volodin, M. D. Efremov, A. I. Nikiforov, G. Y. Mikhalyov, E. I. Gatskevich und G. D. Ivlev, *Effect of pulsed laser action on hole-energy spectrum of Ge/Si self-assembled quantum dots*, Phys. Rev. B **72**, 115318 (2005). 189
- [244] A. K. Geim, P. C. Main, N. La Scala, L. Eaves, T. J. Foster, P. H. Beton, J. W. Sakai, F. W. Sheard, M. Henini, G. Hill und M. A. Pate, *Fermi-edge singularity in resonant tunneling*, Phys. Rev. Lett. **72**, 2061 (1994). 190
- [245] P. C. Main, T. J. Foster, P. McDonnell, L. Eaves, M. J. Gompertz, N. Mori, J. W. Sakai, M. Henini und G. Hill, *Conductance fluctuations in a double-barrier resonant tunneling device*, Phys. Rev. B **62**, 16721 (2000). 190
- [246] G. Wang, D. T. Tambe, A. Zaslavsky und V. B. Shenoy, *Quantum confinement induced by strain relaxation in an elliptical double-barrier Si/Si_xGe_{1-x} resonant tunneling quantum dot*, Phys. Rev. B **73**, 115319 (2006). 195
- [247] R. People, *Indirect band gap of coherently strained Ge_xSi_{1-x} bulk alloys on <001> silicon substrates*, Phys. Rev. B **32**, 1405 (1985). 199
- [248] G. Snider, 1D Poisson/Schrödinger Band Diagram Calculator, ein freigegebenes kostenloses Simulationsprogramm, das von der Web-Page des Autors <http://www.nd.edu/gsnider/> heruntergeladen werden kann. 204, 205, 236, 237
- [249] D. G. Austing, T. Honda, Y. Tokura und S. Tarucha, *Sub-Micron Vertical AlGaAs/GaAs Resonant Tunneling Single Electron Transistor*, Jpn. J. Appl. Phys. **34**, 1320 (1995). 204

- [250] D. G. Austing, T. Honda und S. Tarucha, *GaAs / AlGaAs / InGaAs Vertical Triple Barrier Single Electron Transistors*, Jpn. J. Appl. Phys. **36**, 1667 (1997). 205
- [251] L. P. Kouwenhoven, D. G. Austing und S. Tarucha, *Few-electron quantum dots*, Rep. Prog. Phys. **64**, 701 (2001). 205
- [252] W. I. E. Tagg, M. S. Skolnick, M. T. Emery, A. W. Higgs und C. R. Whitehouse, *Optical spectroscopy of a double-barrier resonant-tunneling structure containing a narrow-gap, strained-layer, quantum-well region*, Phys. Rev. B **46**, 1505 (1992). 205
- [253] W. I. E. Tagg, C. R. H. White, M. S. Skolnick, L. Eaves, M. T. Emery und C. R. Whitehouse, *Elastic and inelastic tunneling in a strained-layer double-barrier resonant-tunneling structure*, Phys. Rev. B **48**, 4487 (1993). 205
- [254] C. I. Huang, M. J. Paulus, C. A. Bozada, S. C. Dudley, K. R. Evans, C. E. Stutz, R. L. Jones und M. E. Cheney, *AlGaAs / GaAs double barrier diodes with high peak-to-valley current ratio*, Appl. Phys. Lett. **51**, 121 (1987). 208
- [255] T. Inata, S. Muto, Y. Nakata, S. Sasa, T. Fujii und S. Hiyamizu, *A Pseudomorphic $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ / AlAs Resonant Tunneling Barrier with a Peak-to-Valley Current Ratio of 14 at Room Temperature*, Jpn. J. Appl. Phys. **26**, L1332 (1987). 208
- [256] O. B. Agafonov, T. Kita, H. Ohno und R. J. Haug, *Fine structure in magnetospectrum of vertical quantum dot*, Physica E **40**, 1630 (2008). 210
- [257] A. Celeste, L. A. Cury, J. C. Portal, M. Allovon, D. K. Maude, L. Eaves, M. Davies, M. Heath und M. Maldonado, *AlAs and InAs mode LO phonon emission assisted tunneling in (InGa)As / (AlIn)As double barrier structures*, Solid-State Electronics **32**, 1191 (1989). 210

- [258] Y. G. Gobato, F. Chevoir, J. M. Berroir, P. Bois, Y. Guldner, J. Nagle, J. P. Vieren und B. Vinter, *Magnetotunneling analysis of the scattering processes in a double-barrier structure with a two-dimensional emitter*, Phys. Rev. B **43**, 4843 (1991).
- [259] R. E. Pritchard, P. C. Harness, L. Cury, J. C. Portal, B. Khamsehpor, W. S. Truscott und K. E. Singer, *Investigation of resonant tunneling from miniband emitter states in double barrier structures based on (AlGa)As/GaAs using high magnetic fields*, Semicond. Sci. Technol. **6**, 626 (1991). 210, 212, 213, 220
- [260] G. W. Bryant, *Resonant tunneling in zero-dimensional nanostructures*, Phys. Rev. B **39**, 3145 (1989). 215
- [261] S. Tarucha, Y. Hirayama, T. Saku und T. Kimura, *Resonant tunneling through one- and zero-dimensional states constricted by $Al_xGa_{1-x}As/GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ heterojunctions and high-resistance regions induced by focused Ga ion-beam implantation*, Phys. Rev. B **41**, 5459 (1990). 215
- [262] M. Tewordt, L. Martín-Moreno, J. T. Nicholls, M. Pepper, M. J. Kelly, V. J. Law, D. A. Ritchie, J. E. F. Frost und G. A. C. Jones, *Single-electron tunneling and Coulomb charging effects in asymmetric double-barrier resonant-tunneling diodes*, Phys. Rev. B **45**, 14407 (1992). 215, 230, 232
- [263] B. Su, V. J. Goldman und J. E. Cunningham, *Observation of Single-Electron Charging in Double-Barrier Heterostructures*, Science **255**, 313 (1992).
- [264] S. Tarucha, T. Honda, T. Saku und Y. Tokura, *Charging effects in small-area modulation-doped double-barrier heterostructures*, Surface Science **305**, 547 (1994). 215, 230, 232
- [265] N. Kamata, K. Yamada, N. Miura und L. Eaves, *Quantum-limit behavior of magneto-tunneling in an AlGaAs/GaAs/AlGaAs double-*

- barrier structure under high magnetic fields up to 40 T, *Physica B* **184**, 250 (1993). 215, 216
- [266] P. H. Beton, L. Eaves und P. C. Main, *Quantum Confinement in Laterally Squeezed Resonant Tunneling Devices*, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2995 (1992). 216
- [267] S. Tarucha und Y. Hirayama, *Magnetotunneling in a coupled two-dimensional–one-dimensional electron system*, *Phys. Rev. B* **43**, 9373 (1991). 216
- [268] F. Chevoir und B. Vinter, *Calculation of phonon-assisted tunneling and valley current in a double-barrier diode*, *Appl. Phys. Lett.* **55**, 1859 (1989). 219
- [269] P. J. Turley und S. W. Teitsworth, *Phonon-assisted tunneling due to localized modes in double-barrier structures*, *Phys. Rev. B* **44**, 8181 (1991). 219
- [270] P. J. Turley und S. W. Teitsworth, *Effects of localized phonon modes on magnetotunneling spectra in double-barrier structures*, *Phys. Rev. B* **44**, 12959 (1991). 219
- [271] P. J. Turley und S. W. Teitsworth, *Theory of localized phonon modes and their effects on electron tunneling in double-barrier structures*, *J. Appl. Phys.* **72**, 2356 (1992). 219
- [272] P. J. Turley, C. R. Wallis und S. W. Teitsworth, *Selection rule for localized phonon emission in GaAs/AlAs double-barrier structures*, *J. Appl. Phys.* **78**, 6104 (1995). 219
- [273] F. Schäffler, *High-mobility Si and Ge structures*, *Semicond. Sci. Technol.* **12**, 1515 (1997). 259

Publikationen¹

Teile dieser Arbeit sind in folgenden Veröffentlichungen erschienen:

- *Quantum confinement effects in Si/Ge heterostructures with spatially ordered arrays of self-assembled quantum dots*,
O. B. Agafonov, C. Dais, D. Grützmacher, R. J. Haug,
Applied Physics Letters **96**, 222107 (2010)
- *Fine structure in magnetospectrum of vertical quantum dot*,
O. B. Agafonov, T. Kita, H. Ohno, R. J. Haug,
Physica E **40**, 1630 (2008)
- *Zeeman Splitting of Zero-Dimensional Heavy-Hole States in a Strongly Strained Ge Quantum Well*,
O. B. Agafonov, K.-M. Händel, R. Winkler, U. Denker, O. G. Schmidt,
R. J. Haug,
AIP Conference Proceedings **893**, 1369 (2007)

Weitere Publikationen:

- *Resonance phenomena in phase-slip centers*,
A. B. Agafonov, I. V. Zolocheskii, V. M. Dmitriev,
Low Temperature Physics **27**, 628 (2001)
- *Observation of enhancement of superconductivity by an external electro-magnetic field and of rf phase-slip lines in wide tin films*,
A. B. Agafonov, I. V. Zolocheskii, E. V. Khristenko, V. M. Dmitriev,
Low Temperature Physics **27**, 686 (2001)

¹ Synonym wurde neben dem Vorname „Alexei“ (auf Russisch) in einigen Veröffentlichungen die Schreibweise „Oleksiy“ (auf Ukrainisch) benutzt

-
- *Superconducting thin film with PSCs and SNS in external microwave field,*
O. B. Agafonov, G. E. Churilov, D. A. Dikin, V. M. Dmitriev,
Trends in Advanced Materials and Processes published in Materials Science Forum (Mat. Sci. Forum) by Transtec Publications, Zurich, **352**, Part I, 23 (2000)
 - *Electrical properties of phase-slip center and artificial SNS structure in the presence of different relaxation mechanisms of quasiparticles,*
O. B. Agafonov, G. E. Churilov, D. A. Dikin, V. M. Dmitriev,
Physica C **341–348**, Part 3, 1951 (2000)
 - *Influence of supercurrent on nonequilibrium quasiparticles scattering in phase-slip centers,*
O. B. Agafonov, G. E. Churilov, D. A. Dikin, V. M. Dmitriev,
Proceedings of the First Regional Conference on Magnetic and Superconducting Materials (MSM-99), Volume A, 393, (World Scientific, 2000), September 27–30, 1999, Tehran, Iran
 - *Influence of elastic scattering mechanism of nonequilibrium quasiparticle on the properties of phase-slip centers,*
Agafonov A. B., Dikin D. A., Dmitriev V. M., Churilov G. E.,
Proceedings of the 31st Symposium on Low Temperature Physics (in Russian), 240, December 2–3, 1998, Moscow, Russia
 - *Influence of mechanisms of nonequilibrium quasiparticle scattering on the properties of phase-slip centers,*
G. E. Churilov, A. B. Agafonov, D. A. Dikin, V. M. Dmitriev,
Low Temperature Physics **24**, 555 (1998)
 - *Behavior of Tl(2212)-Normal Metal Point Contacts under Microwave Irradiation,*
A. B. Agafonov, V. M. Dmitriev, A. L. Solovjov,
Journal of Superconductivity **11**, 9 (1998)

-
- *Intrinsic resonance properties of thin superconducting film in non-Josephson oscillation regime,*
A. B. Agafonov, G. E. Churilov, D. A. Dikin, V. M. Dmitriev,
Czechoslovak Journal of Physics **46**, Suppl. S2, 625 (1996)
 - *Behavior of ScN and ScS contacts under microwave irradiation,*
A. B. Agafonov, D. A. Dikin, A. L. Solovjov, V. M. Dmitriev,
Proceedings of the 10th Anniversary HTS Workshop on Physics,
Materials & Applications, 314 (World Scientific, Singapore, 1996)
 - *Resonance of low frequency collective plasma oscillations in phase slip centers,*
A. B. Agafonov, D. A. Dikin, V. M. Dmitriev, G. E. Churilov,
Proceedings of the 5th International Symposium „Nonhomogeneous Electron States“ (in Russian), 98, September 12–14, 1995, Novosibirsk, Russia
 - *New registration principle of the low-power electromagnetic waves by superconducting film in nonequilibrium state,*
G. E. Churilov, A. B. Agafonov, D. A. Dikin, V. M. Dmitriev,
The Electrochemical Society Proceedings **95-9**, 136, (The Electrochemical Soc. Inc, 10 South Main St., Pennington, N.J., 1995)
 - *Low frequency plasma oscillations in phase slip centers,*
A. B. Agafonov, D. A. Dikin, V. M. Dmitriev, G. E. Churilov,
Proceedings of the 30th Symposium on Low Temperature Physics (in Russian), Part 1, 5, September 6–8, 1994, Dubna, Russia
 - *Low frequency resonance properties of phase-slip centers,*
O. B. Agafonov, G. E. Churilov, D. A. Dikin, V. M. Dmitriev,
Physica C **235–240**, 1975 (1994)
 - *Low-frequency plasma oscillations excited by phase-slip centers in the non-Josephson generation regime,*
G. E. Churilov, D. A. Dikin, A. B. Agafonov, V. M. Dmitriev,

U. Zimmermann, K. Keck,
Sov. J. Low Temp. Phys. **20**, 689 (1994)

- *Nonequilibrium properties of HTSC under microwave irradiation*,
A. L. Solov'yev, V. M. Dmitriev, A. B. Agafonov,
Electronic properties of High- T_c superconductors - Springer Series
in Solid State Sciences **113**, 99 (Springer-Verlag, 1993)
- *Detection of Andreev reflection contribution to nonlinear IVC response
of HTSC-normal metal point contacts to external microwave radiation*,
V. M. Dmitriev, A. L. Solov'ov, A. B. Agafonov,
Physica C **185–189**, 1895 (1991)
- *Observation of non-Josephson nonlinear response of a high- T_c superconductor-
normal metal point contact to external microwave radiation*,
V. M. Dmitriev, A. L. Solov'ev, A. I. Dmitrenko, A. B. Agafonov,
Sov. J. Low Temp. Phys. **17**, 727 (1994)
- *Fluctuation conductivity and two characteristic lengths in HTSC*,
A. L. Solov'ev, A. I. Dmitrenko, O. R. Prikhod'ko, A. B. Agafonov,
Proceedings of the third German-Soviet Bilateral Seminar on High-
Temperature Superconductivity, 104, October 8–12, 1990, Karls-
ruhe, Germany
- *Influence of microwave irradiation on weak fluctuations in HTSC*,
A. L. Solov'ev, A. I. Dmitrenko, A. B. Agafonov, L. A. Ischenko,
Proceedings of the 21st Regional conference of young researchers
on science and technology (in Russian), 23 (Institute for Low Tem-
perature Physics and Engineering, Kharkov, USSR, 1990)

Danksagung

Nun ist es so weit . . . Nun ist die Zeit kommen, meine Dankbarkeit Allen jenen auszusprechen, die mich auf dem Weg zum Ziel unterstützt haben. Allen jenen, ohne deren Beteiligung und Mitwirkung in diesem oder jenem Maß die Anfertigung dieser Dissertation vielleicht überhaupt nicht möglich gewesen wäre, oder ich hätte es viel schwieriger gehabt.

Ich danke vor allem Prof. Dr. Rolf J. Haug für die einzigartige Möglichkeit, mich als Wissenschaftler in seiner Gruppe weiter zu entwickeln, für ein äußerst interessantes Forschungsthema und seine hervorragende Betreuung meiner Arbeit.

Prof. Dr. Michael Oestreich für seine freundliche Bereitschaft, das Korreferat zu übernehmen.

Prof. Hideo Ohno und Mr. Tomohiro Kita für eine effiziente, angenehme Zusammenarbeit und sehr interessante Proben, die ich untersuchen durfte.

Prof. Dr. Detlev Grützmacher und Dr. Christian Dais für die hergestellten Heterostrukturen, die Vielzahl interessanter Ideen und die fruchtbaren Diskussionen bei der Vorbereitung der gemeinsamen Veröffentlichung.

Bei allen Mitarbeitern der Abteilung Nanostrukturen und vielen Studierenden der Fakultät, dessen Praktika ich viele Semestern betreuen durfte und dabei auch selbst Vieles erlernt habe, möchte ich mich bedanken. Einen besonderen Dank spreche ich zudem aus:

Unseren schönen Damen aus dem Sekretariat und dem technischen Bereich Yvonne Griep, Klara Wernecke, Adriana Hadzibrahimovic, Louise Niemeyer und Finja Hansen für die hervorragende Lösung organisatorischer Fragen.

Dr. Gennadiy Sukhodub, dessen Engagement meine Einarbeitung und die Herstellung meiner ersten Proben wesentlich beschleunigte.

Dr. Kai-Martin Haendel für seine effiziente, umfangreiche Einführung in die Technologie und Messtechnik, für die wertvollen Hinweise und die meisten Heterostrukturen für meine Proben.

Dr. Annelene Dethlefsen und Dr. Alexander Mühle, deren Fachwissen über die Kryomesssysteme für mich unersetzlich war.

Werkstatt-Experten Herrn Hartmut Lehmann und insbesondere Herrn Manfred Marquardt sowie unserem Ingenieur Ronny Hüther für eine äußerst schnelle Behebung von auftretenden technischen Problemen.

Meinen ehemaligen und aktuellen Bürokollegen für eine gute Zusammenarbeit und ein angenehmes, positives Arbeitsklima: Dawid Kupidura, Curro Luque, Lena Schmid, Philipp Mirovsky, Henning Kaufer, Bogdan Popescu, Nandhavel Sethubalasubramanian, Cay Kalmbach, Aida Hodaei, meinem Diplomand Qamar Ahmad, dessen Arbeit ich betreuen durfte, und insbesondere Jörg Michael Meyer für seine außerordentliche Hilfsbereitschaft bei der Lösung beliebiger Fragen.

Dr. Christian Fricke, Dr. Thomas Lüdtko und Dr. Niels Maire für ihr unermüdliches Korrekturlesen.

Dr. Patrick Barthold, Fabian Berski, Lina Bockhorn, Tammo Böntgen, Dr. Shijian Chen, Dr. Stefani Döhrmann, Dr. Peter Eldridge, Lukas Fricke, Oliver Gerberding, Alexander Heine, Priv.-Doz. Dr. Frank Hohls, Hauke Horn, Prof. Dr. Daniel Hägele, Dr. Jens Hübner, Sergej Kunz, Dr. Jens Könemann, Dr. Georg Müller, Ingmar Neumann, Stefan Oertel, Dr. Stefan Pfalz, Theo Ridder, Dr. Maximilian C. Rogge, Dr. Michael Römer, Hennrik Schmidt, Dmitri Smirnov, Daniel Tutuc, Niels Ubbelohde und Prof. Dr. Roland Winkler für eine gute Zeit in der Abteilung, auf Tagungen und im Allgemeinen.

Meinen ersten Betreuern in der Wissenschaft Dr. Andrey L. Solovjov, Dr. Georgiy E. Churilov† und Prof. Dr. Vitaly M. Dmitriev†.

Und schlussendlich meinen Eltern und meiner Familie, ohne deren Unterstützung, Glauben und Geduld hätte diese Arbeit kaum entstehen können.

Lebenslauf

von Alexei B. Agafonov, geboren am 22. April 1963 in Charkow, Ukraine

- 1970 – 1978 Besuch der Allgemeinbildenden
Schule Nr. 43 in Charkow
- 1978 – 1982 Ausbildung zum Funktechniker an
Funktechnischer Fachschule Charkow
- 1982 – 1984 Grundwehrdienst in den Streitkräften der UdSSR
- 1984 – 1985 Techniker der Mess-, Regelungs- und
Automatisierungstechnik in der Parfümerie und
Kosmetikfabrik Charkow
- 1985 – 1990 Studium an der Staatlichen Universität A. M. Gorkii
in Charkow, Fakultät für Radiophysik und Elektronik
Diplomarbeit am B. Verkin Institut für
Tiefemperaturphysik und -technik, Charkow:
*„Untersuchung zum Einfluss von Fluktuationen
auf den resistiven Übergang von
Hochtemperatursupraleitern“*
- Juni 1990 Abschluss: Diplom
- 1990 – 2001 Ingenieur (bis 1994) und Wissenschaftler am
B. Verkin Institut für Tiefemperaturphysik
und -technik, Abteilung Supraleitung

-
- Juli 2001 Ausreise nach Deutschland
- 2002 – 2003 Physiker im Bereich Forschung und Entwicklung,
Fractal AG, Standorte Quedlinburg und Staßfurt
- 2003 – 2004 Physiker im F & E-Bereich,
IST – Ionen Strahl Technologie – GmbH, Quedlinburg
- seit Juni 2005 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am
Institut für Festkörperphysik der
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover,
Abteilung Nanostrukturen,
Gruppe von Prof. Dr. Rolf J. Haug