

# Resonante Spindynamik in Bose-Einstein-Kondensaten

---

Von der Fakultät für Mathematik und Physik der  
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover

zur Erlangung des Grades

**Doktor der Naturwissenschaften**  
**- Dr. rer. nat. -**

genehmigte Dissertation von

Dipl.-Phys. Oliver Topić,  
geboren am 01.04.1979 in Hannover

2010

Referent: Prof. Dr. Jan Arlt  
Korreferent: Prof. Dr. Hans Bachor

Tag der Promotion: 20. 11. 2009

## ZUSAMMENFASSUNG

Seit 1995 das erste Bose-Einstein-Kondensat in einem Gas aus Alkali-Atomen erzeugt wurde, dient es als Modell für andere Quantensysteme und zur Untersuchung grundlegender quantenmechanischer Prinzipien. Als 1998 das erste Bose-Einstein-Kondensat in eine optische Falle geladen werden konnte, erweiterten sich die Möglichkeiten dieser Untersuchungen um den Freiheitsgrad der Spinausrichtung. Durch Stöße innerhalb des Bose-Einstein-Kondensats können sich in diesem Fall die Spins der Atome ändern. Die Untersuchung der daraus entstehenden Dynamik und des Grundzustands waren von entscheidender Bedeutung für das Verständnis von Systemen mit Spinfreiheitsgrad. Durch die Entdeckung metastabiler Zustände und Spinwellen, die Untersuchung der Kohärenz der Stoßprozesse und die Beobachtung von Spindomänen konnte dieses Verständnis in den folgenden Jahren weiter vertieft werden.

Im Rahmen der vorliegenden Dissertation wurde die Spindynamik eines Bose-Einstein-Kondensats im Hyperfeinzustand  $F=2$  untersucht. Es konnte zum ersten Mal mehrere Resonanzen in der Dynamik in Abhängigkeit des Magnetfeldes beobachtet und erklärt werden. Ausgangspunkt für die Untersuchungen war ein  $^{87}\text{Rb}$  Bose-Einstein-Kondensat im Zustand  $|F = 2, m_F = 0\rangle$ . Unter Beibehaltung des Gesamtspins des Systems können Stöße zu einer dynamischen Besetzung der Zustände  $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$  führen. Die Beobachtung von mehreren Resonanzen, hervorgerufen durch den Einfluss des Fallenpotentials<sup>1</sup> konnte im Rahmen des Bogoliubov-Modells umfassend erklärt werden. Die Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie zeigt das neu erlangte Verständnis auf diesem Gebiet.

Außerdem konnten anhand dieser Dynamik erstmalig parametrisch verstärkte Vakuumfluktuationen in einem atomaren System eindeutig nachgewiesen werden. Dazu wurde der Frage nach dem Ausgangspunkt der Dynamik<sup>2</sup> nachgegangen. Als maßgeblichen Startprozess für die Resonanzen wurden keimbildende Atome identifiziert, die schon vor Beginn der eigentlichen Dynamik eine Besetzung in den betreffenden Zuständen erzeugen. Es konnte gezeigt werden, dass die resonante Dynamik bei niedrigem Magnetfeld hauptsächlich durch klassisch erzeugte Atome ausgelöst wird. Auf die Spindynamikresonanzen bei hohem Feld haben diese Atome keinen Einfluss. Erstmals konnte experimentell so belegt werden, dass die dort auftretende Dynamik nur durch Vakuumfluktuationen gestartet und dann parametrisch weiterverstärkt wird.

Die Beobachtung der Resonanzen und im Speziellen die parametrische Verstärkung der Vakuumfluktuationen können einen neuen Weg für die Quantenoptik mit ultrakalten Atomen aufzeigen.

**Schlagerworte:** Bose-Einstein-Kondensat, Spindynamik, Vakuumfluktuationen

---

<sup>1</sup>C. Klempt et al., PRL, 103(19):195302, (2009)

<sup>2</sup>C. Klempt et al., arXiv:0907.3413v1 (2009)



## ABSTRACT

Since in 1995 the first Bose-Einstein condensate in dilute Alkali gases was achieved, it was used as a model for quantum systems and for fundamental research on various aspects of quantum physics. When in 1998 the first Bose-Einstein condensate was loaded into an optical dipole trap the amount of possible research topics was increased by an extra degree of freedom, the spin. Keeping the total spin constant, spin mixing can happen due to collisions between two atoms. Research on this dynamics and the observation of the ground state of the system gave great insight into the fundamental concepts of spin systems. The following observations of spin domains, metastable states and spin waves as well as experiments, which proved the coherence of the collisions increased this knowledge even further.

In the present thesis the spin dynamics of a Bose-Einstein condensate in the hyperfine state  $F=2$  was examined<sup>3</sup>. For the first time a multi-resonant behavior of this magnetic field dependent dynamics was observed. Starting point for the experiments was a  $^{87}\text{Rb}$  Bose-Einstein condensate in the state  $|F = 2, m_F = 0\rangle$ . In this case spin changing collisions of the atoms are possible. They lead to a dynamical occupation of the  $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$  states. The observation of more than one resonance is due to the influence of the trapping potential. Position and height of the resonances could be explained by a Bogoliubov model. The great overlap between experimental results and theory shows the high level of understanding which was achieved.

With this knowledge it was possible to observe vacuum fluctuation in an atomic system. For this reason, the initializing process of the dynamics was studied<sup>4</sup>. Seed atoms, occupying the final state before the dynamics, have been identified as the initializing parameter for the spin dynamics. It was shown, that a resonance at low magnetic field is mainly influenced by classically produced seed atoms. In contrast, these atoms do not influence the resonance at high magnetic fields. For the first time it was experimentally demonstrated, that this dynamics is triggered solely by vacuum fluctuations and that the spin dynamics serves as a parametric amplifier for these fluctuations.

The observation of the resonances and especially the parametric amplification of the vacuum fluctuations may pave a way for new quantum optics experiments with ultracold atoms.

**key words:** Bose-Einstein condensate, spin dynamic, vacuum fluctuations

---

<sup>3</sup>C. Klempt et al., PRL, 103(19):195302, (2009)

<sup>4</sup>C. Klempt et al., arXiv:0907.3413v1 (2009)



# INHALTSVERZEICHNIS

---

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Überblick und theoretische Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Experimente mit ultrakalten Spinor-Gasen . . . . .	5
2.1.1	Bisheriger Experimente mit Spinor-Gasen . . . . .	5
2.1.2	Einordnung der vorgestellten Ergebnisse . . . . .	14
2.2	Theoretische Grundlagen . . . . .	15
2.2.1	Stabilität von Spinor-Gasen . . . . .	15
2.2.2	Der Hamiltonoperator . . . . .	18
2.2.3	Stabilitätsbedingung für ein homogenes BEC . . . . .	21
2.2.4	Stabilitätsbedingung für ein BEC im Kastenpotential . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Aufbau und Präparation</b>	<b>27</b>
3.1	Eine kurze Einführung in den experimentellen Aufbau . . . . .	27
3.2	Die gekreuzte Dipolfalle . . . . .	30
3.3	Rubidium im Magnetfeld . . . . .	34
3.3.1	Linearer und quadratischer Zeeman-Effekt . . . . .	34
3.3.2	Erzeugung des Magnetfelds . . . . .	36
3.3.3	Eichung und Güte der Magnetfelder . . . . .	37
3.4	Manipulation und Charakterisierung der Spinzustände . . . . .	41
3.4.1	Zustandspräparation . . . . .	41
3.4.2	Manipulation der Zustände . . . . .	45
3.4.3	Reinigungspuls . . . . .	51
3.4.4	Lebensdauermessungen . . . . .	52
3.5	Detektion von Spinor-Gasen . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Spinresonanzen</b>	<b>61</b>
4.1	Spindynamik im harmonischen Potential . . . . .	61
4.2	Untersuchungen zu Spindynamikresonanzen . . . . .	64
4.2.1	Ablauf und Auswertung der Messung . . . . .	64

---

4.2.2	Beobachtung von Resonanzen . . . . .	66
4.2.3	Dichteabhängigkeit der Resonanzposition . . . . .	71
4.2.4	Vergleich mit numerischer Simulation . . . . .	72
<b>5</b>	<b>Parametrische Verstärkung von Vakuumfluktuationen</b>	<b>75</b>
5.1	Ursprung der Resonanzen . . . . .	76
5.1.1	Einfluss klassischer Atome . . . . .	77
5.1.2	Zeitentwicklung durch klassischen Seed und Vakuumfluktuationen . . . . .	79
5.1.3	Numerische Simulation des Transfers . . . . .	82
5.2	Nachweis von Vakuumfluktuationen . . . . .	84
5.2.1	Erzeugung eines kontrollierbaren klassischen Seeds . . . . .	84
5.2.2	Experimenteller Nachweis von Vakuumfluktuation . . . . .	86
<b>6</b>	<b>Ausblick</b>	<b>91</b>
6.1	Dipolare Wechselwirkung . . . . .	91
6.2	Angeregte Kondensate . . . . .	94
6.3	Perspektiven für zukünftige Experimente . . . . .	96
<b>A</b>	<b>Licht-Atom-Wechselwirkung</b>	<b>101</b>

# EINLEITUNG

**Science is like sex, sometimes something useful comes out but that is not the reason we are doing it!** (*Richard Feynman*)

Die Welt der Quantenmechanik spielt in der täglichen Erfahrung zunächst keine Rolle. Die meisten Phänomene in der Umwelt sind auf den ersten Blick rein klassischer Natur und können durch die Newtonschen Axiome erklärt werden. Im Jahre 1874, als der junge Planck sein Studium beginnen wollte, wurde ihm daher von Philipp von Jolly geraten ein anderes Gebiet zu wählen, da er die Physik für ein abschließend erforschtes Gebiet hielt, in der nur noch Feinheiten zu erforschen, große Durchbrüche aber nicht mehr zu erwarten wären. Eine Meinung die von vielen Physikern dieser Zeit geteilt wurde. Planck hielt sich nicht an diesen Rat und begründete mit seiner Arbeit [1] unsere heutige Sicht der Quanten.

Die Welt der Quanten ist bis heute den meisten Menschen fremd und unbekannt, wogegen die Physik auf allen Gebieten ihre Gesetzmäßigkeiten erforscht und nutzt. Die Anwendungen finden mittlerweile Einzug in jeden Haushalt. So sind z.B. der Laser [2], der in jedem CD-Player Verwendung findet, aber auch Festplatten, basierend auf den Riesen-Magnet-Widerstandseffekt [3, 4], Produkte der Quantenmechanik.

An dem Licht des Lasers werden die Effekte der Quantenphysik besonders deutlich. Erscheinungen wie die Interferenz lassen sich nur durch den Wellencharakter von Licht erklären, die Beobachtung des photoelektrischen Effekts oder aber die Detektion einzelner Photonen zeigen den Teilchencharakter des Lichts. Genau dieser Dualismus zwischen Teilchen- und Wellencharakter lässt sich nur quantenmechanisch erklären. Auch massebehaftete Teilchen unterliegen diesem Dualismus. Unter normalen Umständen werden die daraus entstehenden Konsequenzen aber durch das „klassische“, thermische Rauschen und Dekohärenz verdeckt.

Bereits als die Quantenmechanik noch nicht vollständig bekannt war, entwickelte Bose eine Theorie zur Statistik der Schwarzkörperstrahlung [5]. Einstein, der die Arbeit von Bose begutachtete und übersetzte, erkannte das Potential dieser Beschreibung. Er erweiterte sie auf massebehaftete Teilchen [6, 7] und konnte so die heute als Bose-Einstein-Kondensat bekannte Phase voraussagen. Erst 14 Jahre nachdem Fermi 1926 die komplementäre Fermi-Dirac-Statistik veröffentlicht hatte [8], konnten die beiden unterschiedlichen Ansätze von Pauli dem unterschiedlichen Spin der Teilchen zugeordnet werden [9]. So konnte die heute bekannte Einteilung aller Teilchen in Bosonen (ganzzahliger Spin) und Fermionen (halbzahliger Spin) vorgenommen werden.

70 Jahre nach der Vorhersage des Bose-Einstein-Kondensats konnte dieser Phasenübergang nahezu zeitgleich in dünnen Wolken aus den drei Alkali-Metallen Rubidium [10, 11], Natrium [12, 13], und Lithium [14] direkt beobachtet werden. Um diesen Zustand zu erreichen, wurden die Atome zunächst mit dem damals neu entwickelten Verfahren der Laser-Kühlung [15, 16, 17] vorgekühlt und anschließend in einer magnetischen Falle gehalten. So vorgekühlt und gefangen konnten diese Ensembles mittels eines evaporativen Verfahrens weiter bis zum Phasenübergang gekühlt werden. Das Erreichen der Quantenentartung bei Fermionen folgte der Bose-Einstein-Kondensation mit vier Jahren [18] Verspätung.

Grundlegende quantenmechanische Eigenschaften der Atome konnten bereits mit den ersten Versuchen an Bose-Einstein-Kondensaten nachgewiesen werden. So konnten z.B. Interferenzeffekte zwischen zwei Kondensaten beobachtet werden [19]. Noch heute ist dies einer der beeindruckendsten Beweise für die Wellennatur der Materie [20].

Die hohe Kontrollierbarkeit aller Parameter sorgt dafür, dass diese sogenannten Quantengase als Modell für die unterschiedlichsten Effekte dienen können. Durch das zusätzliche Einstrahlen einer stehenden optischen Welle kann z.B. die Gitterstruktur von Festkörpern simuliert werden. In der Festkörperphysik vorausgesagte Effekte wie zum Beispiel der Zustand des Mott-Isolators [21] und der Anderson-Lokalisierung [22, 23, 24] konnten so vermessen und die Theorie dazu bestätigt werden. Ein weiteres beeindruckendes Beispiel für das Modellsystem Quantengase sind die Untersuchungen zur Suprafluidität. Hier konnte die Bildung von Cooper-Paaren [25] in ultrakalten Fermigasen beobachtet werden, die mit theoretischen Vorhersagen übereinstimmt [26].

Auch Magnetismus gehört zu den Phänomenen, die mit Bose-Einstein-Kondensaten untersucht werden können. Welche magnetischen Eigenschaften ein Material aufweist, hängt davon ab, wie der Spin der Atome sich in diesem ausrichtet. Richten sich die Spins eher parallel zueinander aus, spricht man von Ferromagnetismus, richten sich die Spins eher antiparallel zueinander aus, ist die Rede von Antifer-

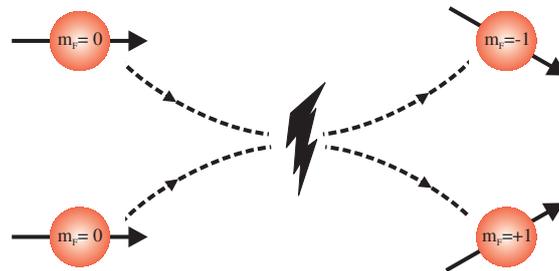


Abbildung 1.1: Spinändernde Stöße [31]

romagnetismus. Wie sich ein Material aber verhält, ist von der Wechselwirkung der Spins abhängig. Magnetismus ist auch heute noch Gegenstand aktueller Untersuchungen, wie man z.B. an der Verleihung des Physik-Nobelpreises 2007 an Albert Fert [3] und Peter Grünberg [4] für die Entdeckung des Riesen-Magnet-Widerstandseffekt ersehen kann.

Bose-Einstein-Kondensate mit frei drehbarem Spin, sogenannte Spinor-Kondensate, sind ein ideales Modell, um fundamentale Theorien zum Magnetismus zu überprüfen und weiterzuentwickeln. Ein BEC in einer harmonischen Magnetfalle bietet sich allerdings nur bedingt für solche Untersuchungen an, da in einer solchen Falle der Spinfreiheitsgrad stark eingeschränkt ist, weil nur Atome mit einer bestimmten Spinausrichtung magnetisch fangbar sind.

Trotz der Einschränkungen in einer Magnetfalle konnten in der Gruppe von Cornell beeindruckende Ergebnisse in einem Quasi-Zweiniveausystem erzielt werden [27, 28]. Der Durchbruch auf dem Gebiet gelang jedoch durch das Umladen eines Bose-Einstein-Kondensats in eine optische Dipolfalle [29]. In einer Dipolfalle werden die Atome nicht mehr von einem magnetischen Potential, sondern durch die Kopplung an das elektromagnetische Feld gehalten. Damit erfahren die Atome unabhängig von ihrer Spinausrichtung das gleiche Potential. In der ersten Veröffentlichung zu Spinor-Gasen [30] wurde das magnetische Verhalten der Spins von Natrium-Atomen durch die Beobachtung der Spindynamik untersucht. Die Spindynamik beschreibt spinändernde Stöße zwischen zwei Atomen unter Beibehaltung des Gesamtspin (vgl. Abbildung 1.1). Durch diese kohärenten Stöße kann es zu einer Mischung der Spinzustände und z.B. zur Bildung von Spindomänen und Spinwellen kommen.

In ersten Untersuchungen konnte so sowohl die Frage nach dem magnetischen Grundzustand für Natrium als auch für Rubidium geklärt werden. Jedoch wurde bei diesen und allen folgenden Experimenten der Einfluss der Falle vernachlässigt. In dieser Arbeit wird gezeigt, dass die Falle das System stark beeinflusst und sogar

zu einem resonanten Verhalten der Dynamik führt. Das Auftreten mehrerer solcher Resonanzen bei unterschiedlichen Magnetfeldern ist ein Effekt, der nur durch ein hier vorgestelltes Bogoliubov-Modell erklärt wird.

Die hier beschriebenen Untersuchungen an diesen Resonanzen führten zusätzlich zur Beobachtung eines ganz anderen grundlegenden Phänomens der Quantenmechanik, den Vakuumfluktuationen. Vakuumfluktuationen beschreiben die kurzzeitige, spontane Entstehung von Teilchen - Antiteilchen-Paaren. Durch sie werden wesentliche Vorgänge in der Physik erklärt, wie z.B. die spontane Emission. Am Ende dieser Arbeit steht der eindeutige Nachweis solcher Vakuumfluktuationen durch die parametrische Verstärkung in einem Spinor-Bose-Einstein-Kondensat.

### **Gliederung der vorliegenden Dissertation**

- In Kapitel 2 wird ein Überblick über die Experimente mit Spinor-Bose-Einstein-Kondensaten gegeben. In den darauf folgenden theoretischen Grundlagen wird zunächst eine anschauliche Sichtweise auf die Spinor-Gase vorgestellt bevor der Hamiltonoperator eingeführt wird. Die grundsätzliche Herangehensweise zur Lösung des Systems und grundsätzliche Erkenntnisse zur Spindynamik werden hier anhand einfacher Modelle gezeigt.
- Im dritten Kapitel wird der Aufbau des Experiments beschrieben. Dabei liegt der Schwerpunkt auf den technischen Neuerungen und Verfahren, die speziell zur Beobachtung von Spinor-Gasen und deren Dynamik implementiert wurden. Dazu gehören der Aufbau einer stabilen gekreuzten Dipolfalle, die Kontrolle über das homogene Magnetfeld, die Kontrolle über die Spinausrichtung der Atomwolken und deren Detektion.
- Das vierte Kapitel beschreibt den ersten Teil der experimentellen Ergebnisse. Zunächst wird der Weg zur theoretischen Beschreibung des Systems skizziert. In dem darauf folgenden Teil wird die Messung der Spindynamikresonanzen beschrieben und mit dem theoretischen Modell verglichen.
- Im fünften Kapitel wird der Einfluss einer kleinen Anzahl von Keimatomen auf die Dynamik untersucht. Sowohl auf theoretischer als auch auf experimenteller Seite wird zwischen klassischen Keimatomen und Vakuumfluktuationen unterschieden. Es wird gezeigt, dass mit Hilfe von Spinor-Bose-Einstein-Kondensaten Vakuumfluktuationen durch einen parametrischen Verstärkungsprozess sichtbar gemacht werden können.
- Im letzten Kapitel wird ein Ausblick auf künftige Experimente gegeben. Es werden zwei Experimente vorgestellt, für die bereits erste Ergebnisse vorliegen. Es wird aber auch ein Weg für zukünftige Experimente mit Squeezing und Verschränkung aufgezeigt.

---

# ÜBERBLICK UND THEORETISCHE GRUNDLAGEN

In diesem Kapitel wird ein Überblick über das experimentelle Gebiet der Spinor-Gase gegeben, um eine Einordnung der erreichten Ergebnisse zu erleichtern. Im Anschluss daran werden grundlegende theoretische Konzepte und vereinfachte Modelle vorgestellt, die eine analytische Beschreibung der in den folgenden Kapiteln vorgestellten Ergebnisse ermöglichen.

## 2.1 Experimente mit ultrakalten Spinor-Gasen

Seit der ersten Erzeugung eines BEC mit Spinfreiheitsgrad [30] erfreut sich das Gebiet der Spinor-Gase eines großen Interesses auf theoretischer (siehe z.B. [32, 33, 34, 35, 36]) und auf experimenteller Seite. Im Folgenden werden die bis heute erreichten experimentellen Ergebnisse eingeordnet. Am Ende des Abschnitts wird eine Abgrenzung zu den in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnissen vorgenommen.

### 2.1.1 Bisheriger Experimente mit Spinor-Gasen

Untersuchungen an Spinor-Gasen beschränken sich bis heute auf die beiden bosonischen Elemente  $^{87}\text{Rb}$  und  $^{23}\text{Na}$ . In  $^{23}\text{Na}$  Kondensaten wurde nur der energetisch tiefste Hyperfeinzustand  $|F = 1\rangle$  untersucht, da im Gegensatz zu  $^{87}\text{Rb}$  die Lebensdauer für Atome im energetisch höher liegende Zustand  $|F = 2\rangle$  stark durch Zweikörperverluste begrenzt ist. Eine destruktive Interferenz unterschiedlicher Verlustkanäle sorgt bei  $^{87}\text{Rb}$  dafür, dass die Lebensdauer zwar auch hier durch Zweikörperverluste begrenzt ist, aber ausreicht, um schnelle Spindynamikprozesse zu untersuchen. Interessant ist nicht nur der Umstand, dass es sich bei  $|F = 1\rangle$  um ein Drei-Niveau- und bei  $|F = 2\rangle$  um ein Fünf-Niveausystem handelt, sondern auch

die Tatsache, dass sich die Vorhersage für den Grundzustand des Systems unterscheidet. Für  $^{87}\text{Rb}$  im  $|F = 1\rangle$  Zustand ergibt sich, basierend auf Messungen der Streulängen, ein ferromagnetischer Grundzustand. Für  $^{87}\text{Rb}$  in  $|F = 2\rangle$  und  $^{23}\text{Na}$  in  $|F = 1\rangle$  ergibt sich hingegen ein antiferromagnetischer<sup>1</sup> Grundzustand [37, 38, 39].

Messungen, die hauptsächlich den Grundzustand der Spinor-Kondensate bestimmen, wurden in [30, 40, 41, 42, 43, 44, 45] veröffentlicht. Spätere Experimente beschäftigten sich hauptsächlich mit dem kohärenten Verhalten der Spindynamik in der Dipolfalle [46, 47, 45, 48] oder im optischen Gitter [49, 50, 51, 52]. Die thermischen Effekte auf die Dynamik werden in [53, 54] untersucht. In [30, 40, 55, 56, 57] wurde die Bildung von Spindomänen beobachtet und charakterisiert. Den Einfluss der dipolaren Wechselwirkung auf diese Domänen sind in [58, 59] behandelt worden. In [60] wird die Instabilität von metastabilen Spinkonfigurationen untersucht. Der Einfluss von Vakuumfluktuationen wird hier angedeutet.

Im Folgenden werden die durchgeführten Ergebnisse detaillierter beschrieben. Die Einordnung der Veröffentlichungen in die oben genannten Gebiete trägt den vielfältigen Ergebnissen in den einzelnen Veröffentlichungen nicht immer Rechnung, und kann daher nur als Orientierungshilfe dienen.

### Bestimmung des Grundzustands und Beobachtung von metastabilen Zuständen

Die ersten Untersuchungen an Spinor-Gasen beschäftigten sich mit dem magnetischen Grundzustand, der den energetisch niedrigsten und damit favorisierten Zustand des atomaren Ensembles beschreibt. In einem Spin=1 Kondensat kann es energetisch vorteilhaft sein, dass sich die Atome parallel (ferromagnetisch) oder antiparallel (antiferromagnetisch) anordnen. Für ein Spin=2 Kondensat kann sich zusätzlich noch die zyklische Phase ausbilden, in der sich der Spin dreieckförmig anordnet. In welcher Konstellation sich die Atome bei verschwindenden Magnetfeld genau befinden wird durch die Wechselwirkung zwischen den Atomen bestimmt. Bereits in der ersten Veröffentlichung zu Spinor-Gasen [30] in der Gruppe von Wolfgang Ketterle wurde der Grundzustand von  $^{23}\text{Na}$  Atomen untersucht. Es wurde die Mischbarkeit der verschiedenen Spinzustände in Abhängigkeit von linearen und quadratischen Zeeman-Effekt beschrieben. Die beobachtete Auftrennung in eine  $|m_F = 0\rangle$  und eine gemeinsame  $|m_F = \pm 1\rangle$  Domäne für  $^{23}\text{Na}$  kann im Vergleich mit dem Phasendiagrammen als antiferromagnetisches Verhalten identifiziert werden.

---

<sup>1</sup>auch polar genannt

In einer anschließenden Veröffentlichung wurde in der selben Gruppe auch das Auftreten von metastabilen Zuständen gezeigt [40]. Für das Erreichen des Grundzustands in  $^{23}\text{Na}$  Kondensaten ist dabei interessant, dass Atome in  $|m_F = 0\rangle$  länger in einem reinen Zustand verweilen als eine Mischung aus  $|m_F = \pm 1\rangle$  Atomen. Obwohl für beide Ausgangszustände der ferromagnetische Grundzustand eine Gleichverteilung in allen drei Zuständen energetisch favorisiert. Solch eine Mischung ist zwar makroskopisch gesehen energetisch günstiger, bei einem Zweiteilchen-Stoßprozess muss aber zunächst Energie aufgebracht werden, um zwei Atome von  $|m_F = 0\rangle$  in die Zustände  $|m_F = \pm 1\rangle$  übergehen zu lassen. Zunächst wechseln daher nur thermische Atome den Zustand, bevor diese dann wieder ein BEC erzeugen und so den Mischprozess exponentiell beschleunigen. Bei Experimenten, die durch lange Wartezeiten versuchen den Grundzustand des Systems zu ermitteln, bleibt daher immer der Zweifel ob nicht vielleicht nur ein metastabiler Zustand erreicht wurde.

Zur Bestimmung des Grundzustands von  $^{87}\text{Rb}$  in  $|F = 2\rangle$  wurden in der Gruppe von Klaus Sengstock [41] die Raten für einzelne Stoßprozesse ausgehend von unterschiedlichen Anfangszuständen untersucht und mit den ebenfalls vermessenen langsameren Verlusten und Thermalisierungsraten verglichen. Für  $^{87}\text{Rb}$  ist ein antiferromagnetischer Grundzustand vorausgesagt, wobei eine zyklischer Zustand nicht gänzlich auszuschließen ist. Es konnte gezeigt werden, dass es zu keiner Spindynamik kommt wenn das Ensemble in einer Mischung aus  $|m_F = +2\rangle$  und  $|m_F = -2\rangle$  präpariert wird. Dies ist der Grundzustand der antiferromagnetischen Phase. Allerdings wurde ausgehend vom zyklischen Grundzustand (eine Besetzung aller Zustände) auch eine sehr stark unterdrückte Spindynamikrate gemessen. Dadurch dass die Messung bei 340 mG Magnetfeld aufgenommen wurde, ist die zyklische Phase als Grundzustand durch diesen Versuch nicht ausgeschlossen. Daher wurde die Vermessung der Stabilität in der Gruppe von Hirano [42] für ein kleineres Magnetfeld (45 mG) und eine verlängerte Wartezeit für die Ausbildung des Grundzustands (300 ms) wiederholt und bestätigt. In [41] wird außerdem von der Beobachtung des ferromagnetischen Grundzustands für  $^{87}\text{Rb}$  im Zustand  $|F = 1\rangle$  berichtet. Hier wurde eine sehr langsame Spindynamik im Bereich von Sekunden beobachtet. Ausgehend von einer gleichen Besetzung der Zustände  $|m_F = \pm 1\rangle$  ist der Grundzustand, bestehend aus einer gleichverteilten Besetzung aller Zustände ohne örtliche Phasenseparation, nach 7s erreicht worden.

Parallel wurden Messungen, die den Grundzustand von  $^{87}\text{Rb}$  in  $|F = 1\rangle$  bestätigten, in der Gruppe von Michael Chapman vorgenommen [43]. Das BEC im Anfangszustand  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  wurde hier in einem Potentialtopf eines optischen Gitters erzeugt. Trotz starker Fluktuationen konnte nach Mittelung über viel Messungen eine stark gedämpfte, kohärente Oszillation in der Besetzung des  $|m_F = 0\rangle$  Zustands beobachtet werden. Nachdem diese Schwingungen ausgedämpft waren

stellte sich eine Gleichgewichtsbesetzung der Zustände ein, deren Zusammensetzung eine Abhängigkeit vom Magnetfeld aufweist. Diese Abhängigkeit kann mit der Näherung, dass sich alle Atome unabhängig von ihrem Spinzustand in der gleichen räumlichen Mode befinden (SMA<sup>2</sup>) [61, 34] theoretisch beschrieben werden. Aus dieser Beschreibung ergeben sich unterschiedliche Zusammenhänge für ferromagnetische und antiferromagnetische Atome [62]. Die experimentell beobachtete Abhängigkeit vom Magnetfeld zeigt, wie erwartet, eine Übereinstimmung mit dem ferromagnetischen Fall.

Eine Magnetfeldabhängigkeit des Grundzustands von <sup>87</sup>Rb in  $|F = 2\rangle$ , nach langer Haltezeit, wurde zur gleichen Zeit von Takuya Hiranos Gruppe veröffentlicht [44]. Diese Abhängigkeit extrapoliert zu kleinen Magnetfeldern bestätigte das antiferromagnetische Verhalten. Auch hier wurden Schwingungen in der Besetzung des  $|m_F = 0\rangle$  Zustands für bestimmte Magnetfelder beobachtet. Die Abhängigkeit vom Magnetfeld konnte aber hier noch nicht erklärt werden.

Mit Hilfe der SMA wurde in der Gruppe von Lett ein zweidimensionales Diagramm zur Besetzung des Zustands  $|m_F = 0\rangle$  eines <sup>23</sup>Na Kondensat simuliert und vermessen [45]. In dem Diagramm wurde die Abhängigkeit der Besetzung des Zustands  $|m_F = 0\rangle$  im Grundzustand des Ensembles vom eingestellten Magnetfeld und der Polarisation des präparierten Kondensats  $m$  (Anteil der Atome in  $|m_F = +1\rangle$  - Anteil der Atome in  $|m_F = -1\rangle$ ) aufgetragen. Das Ergebnis zeigt eine weit bessere Übereinstimmung mit der SMA-Rechnung für einen antiferromagnetischen, als für einen ferromagnetischen Grundzustand, womit die Ergebnisse aus [30] bestätigt wurden.

## Beobachtung von Oszillationen

Die beobachteten gedämpften Schwingungen in der Besetzung eines Zustands hervorgerufen durch spinändernde Stöße in [41, 44, 43] eröffnete ein ganz neues Feld. Die in thermischen Atomwolken kohärenzzerstörenden Stöße zeigen in einem Spinor-BEC ein kohärentes Verhalten, da der erreichbare Orts-Phasenraum für die stoßenden Atome stark eingeschränkt ist. Das erste Experiment, dass diese Kohärenz eindrucksvoll zeigt wurde mit <sup>87</sup>Rb  $|F = 1\rangle$  Atomen in der Gruppe von Chapman durchgeführt [46]. Der Anfangszustand  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  bot sich jedoch für eine Messung der kohärenten Oszillationen nicht an, da sich Spinor-Gase, wie in der Gruppe von Ketterle an <sup>23</sup>Na Atomen gezeigt [40], in einem metastabilen Zustand befinden können. Erste Messungen [43] zeigen ein solches Verhalten auch in <sup>87</sup>Rb. Um dies zu umgehen wurde stattdessen eine relative Population der Zustände von  $\rho_{(1,0,-1)} \approx (0, 3/4, 1/4)$  präpariert. Ausgehend davon konnten Oszillationen in der Besetzung aller Zustände detektiert werden. Zur theoretischen Beschreibung des Systems wird ein Satz gekoppelter Gross-Pitaevskii-Gleichung für die einzel-

<sup>2</sup>Single Mode Approximation

nen Spinkomponenten benutzt. Für die Lösung der Gleichungen wurde, wie in der SMA, die Mode des spinunabhängigen Teil des Hamiltonoperators für alle Komponenten verwendet. Aus diesem Ansatz ergeben sich Differentialgleichungen für die Phase und die Besetzung der einzelnen Zustände [63] die jeweils vom Magnetfeld abhängig sind. Mit diesem Modell können die Oszillationsfrequenz und Amplitude für ein bestimmtes Magnetfeld erklärt werden. Diese Parameter sind ansonsten nur noch von der Differenz der Streulängen abhängig und konnten daher durch eine Anpassung an die Daten bestimmt werden. Da die Phase der Oszillation auch von dem Magnetfeld abhängig ist, war es außerdem möglich die Oszillationen durch einen magnetischen  $\pi/2$ -Puls anzuhalten, und nach einer gewissen Wartezeit durch einen zweiten Puls wieder zu starten. Dies ist ein weiterer Beweis für die Kohärenz der Spindynamik.

Die Annahme, die Atome befänden sich alle in der gleichen Mode, ist jedoch spätestens dann nicht mehr zulässig, wenn es durch die ferromagnetischen Eigenschaften zu einer Trennung der Atome im Zustand  $|m_F = 0\rangle$  von denen in  $|m_F = \pm 1\rangle$  kommt. Eine völlige Trennung der einzelnen Atomwolken ist nach vier Schwingungsperioden zu erkennen. Dies ist auch der Zeitpunkt, zu dem die Schwingung durch die Dämpfung nicht mehr erkennbar ist.

Ein Ähnliches Experiment wurde in der Gruppe von Sengstock durchgeführt [47]. Um die grundsätzliche Kohärenz in einem Spinor-Gas zu überprüfen wurde zunächst ein Ramsey-Experiment [64] durchgeführt. Dazu wurde das  $^{87}\text{Rb}$  Kondensat durch einen Radiofrequenz  $\pi/2$ -Puls vom Zustand  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  in eine Überlagerung aller Zustände transferiert. Ein direkt darauf folgender weiterer  $\pi/2$ -Puls würde alle Atome in den Zustand  $|m_F = +1\rangle$  bringen. Wird eine zusätzliche freie Evolutionszeit eingefügt kommt es zu einer unterschiedlichen Evolution der Phase durch den quadratischen Zeeman-Effekt. Dies führt zu einer periodisch von der Haltezeit abhängigen Besetzung des  $|m_F = +1\rangle$  Zustands. Neben den Beweis der grundsätzliche Kohärenz des Spinor-Gases wurde auch hier die kohärente Zeitentwicklung der Populationen nach dem ersten  $\pi/2$ -Puls für unterschiedliche Magnetfelder untersucht. Wie schon in [46] konnten deutliche Oszillationen beobachtet werden. Aus der anfänglichen positiven Steigung der Population im Zustand  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  konnte außerdem nochmals der ferromagnetische Grundzustand bestätigt werden.

Im Gegensatz zu dem ferromagnetischen  $^{87}\text{Rb}$  Kondensat im Zustand  $|F = 1\rangle$  wird für ein antiferromagnetischen Kondensat keine Bildung von Spindomänen erwartet [65, 66]. Außerdem kann durch die Wahl der experimentellen Parameter<sup>3</sup> verhindert werden, dass sich die einzelnen Phasen separieren. Unter diesen Voraussetzungen wird eine weitaus bessere Übereinstimmung der SMA-Theorie mit dem Experiment erwartet. Dies konnte für  $^{23}\text{Na}$  in der Gruppe von Paul D. Lett

<sup>3</sup>Ausheillänge  $>$  Thomas Fermi Radius

bestätigt werden [45]. Hier konnten fast ungedämpfte Oszillationen der  $|m_F = 0\rangle$  Population detektiert werden. Aus der Magnetfeldabhängigkeit konnte wiederum der ferromagnetische Grundzustand bestätigt und die Differenz der spinabhängigen Streulängen bestimmt werden.

Eine weitere Messung zum Verhalten der Spindynamikoszillationen wurden wieder von der Sengstock Gruppe, diesmal an dem antiferromagnetischen Zustand  $|F = 2\rangle$  von  $^{87}\text{Rb}$  veröffentlicht [48]. Hier wird das Bild der 4-Wellen-Mischung aus der Optik bemüht um die Magnetfeldabhängigkeit qualitativ zu erklären. Da die Phasenentwicklung in einem Spinor-Gas abhängig vom quadratischen Zeeman-Effekt und der Mean-Field-Energie ist [67, 68], wird das System hier in drei verschiedene Bereiche unterteilt. Einem in dem die Mean-Field-Energie dominiert und die Phase bestimmt, einem in dem der quadratische Zeeman-Effekt die Phase des Systems festlegt, und einem in dem sich die beiden Effekte gerade ausgleichen. In diesem wurde ein resonantes Verhalten der Spindynamik Oszillationen erwartet und experimentell bestätigt.

### Spindynamik im optischen Gitter

Ein sehr gut kontrollierbares System zur Beschreibung der kohärenten Spindynamik bietet ein dreidimensionales, optisches Gitter [69]. In der Gruppe von Immanuel Bloch wurden die kohärenten Oszillationen in  $^{87}\text{Rb}$  im Zustand  $|F = 2\rangle$  untersucht [49]. In diesem System lässt sich die Oszillation zwischen den Zuständen  $|m_F = 0\rangle$  und  $|m_F = \pm 1\rangle$  mit einem Rabi-Modell beschreiben. Die resonante Rabi-Frequenz beschreibt die Kopplung der Zustände, die proportional zur Streulängendifferenz ist. Die experimentell beobachteten Oszillationen werden durch eine effektive Rabi-Frequenz beschrieben. Diese ist, wie auch die Amplitude, zusätzlich von der Verstimmung abhängig. Die Energieunterschiede ergeben sich aus den Wechselwirkungsenergien für die beiden Spinkombinationen und dem quadratischen Zeeman-Effekt.

Das Rabi-Modell beschreibt sehr gut die Abhängigkeit der Frequenz und der Amplitude der Oszillationen. Auch ist ein klarer Zusammenhang zwischen Gittertiefe und Dämpfung identifiziert worden, der auf ein mögliches Tunneln zwischen den einzelnen Gittertöpfen zurückgeführt wird.

Um im Zustand  $|F = 1\rangle$  auch den Bereich resonanter Rabi-Frequenz und damit die Kopplungsstärke direkt untersuchen zu können wurde von der Bloch Gruppe ein weiterer Energieterm hinzugefügt [50]. Durch das Einstrahlen einer leicht verstimmt Mikrowelle (vgl. Abschnitt 3.4.2) können die Zustände  $|F = 1\rangle$  an die Zustände  $|F = 2\rangle$  gekoppelt werden. Dadurch kann die Resonanzbedingung für den Übergang  $2 \times |m_F = 0\rangle \leftrightarrow |m_F = +1\rangle + |m_F = -1\rangle$  verschoben werden. Mit dieser Methode wurde eine Oszillationsamplitude von 100% erreicht. Die Oszillationsfre-

quenz und Amplitude wurde für unterschiedliche Kopplungsstärken vermessen und mit der Theorie verglichen.

Das optische Gitter, vor allem im Zustand des Mott-Isolator [21] mit einer Besetzung von jeweils zwei Atomen pro Gitterplatz, bieten sich besonders als Testsystem für Zwei Teilchen Prozesse an, da diese nicht durch die Wechselwirkung mit anderen Atomen gestört wird. Dadurch ist es der Gruppe von Bloch mit diesem System gelungen die spinabhängige Wechselwirkungsstärke für beide Hyperfeinzustände des  $^{87}\text{Rb}$  zu bestimmen [51].

Die Spindynamik dient in der Gruppe von Bloch als Instrument zur Vermessung des Übergangs von der superfluiden Phase zum Mott-Isolator in einem optischen Gitter [52]. Der Mott-Isolator-Zustand zeichnet sich durch eine gleichförmige Besetzung der Gitterplätze aus. Dies kann mit Hilfe der Spindynamik vermessen werden. Die Amplitude der Oszillation und deren Verlauf in Abhängigkeit von Gittertiefe und Gesamtatomzahl geben Aufschluss über Tunnelraten und Besetzung der Gitterplätze.

### Thermische Effekte

Bis jetzt wurden die thermischen Effekte bei der Betrachtung der Spinor-Gasen nicht weiter erwähnt. Diese wurden im  $|F = 1\rangle$  Zustand von  $^{87}\text{Rb}$  in der Gruppe von Sengstock untersucht [54]. Dieses System bietet sich für Vermessung der thermischen Effekte an, da die Thermalisierung innerhalb von 50 ms stattfindet. Die Zeitskala für Spindynamik hingegen liegt im Bereich von Sekunden. Die Messungen zeigen, dass der Startpunkt für den Beginn des dynamischen Prozess stark variiert. In dieser Veröffentlichung wird dies durch die unbestimmte Phase des Ursprungskondensats erklärt. Die langsame Spindynamik hat zur Folge, dass es nach der Präparation der Zustände  $|m_F = 1\rangle$  und  $|m_F = -1\rangle$  mit thermischen Anteil zunächst zu einer thermischen Besetzung des  $|m_F = 0\rangle$  Zustands kommt, bevor aufgrund der hohen Teilchenzahl auch dort ein BEC entsteht [53]. Dieser Effekt beschreibt einen alternativen Weg zur Kondensatsbildung. Im Gegensatz zu Experimenten, die durch evaporatives Kühlen ein BEC erzeugen, wird hier die Bose-Einstein-Kondensation bei gleichbleibender Temperatur aber steigender Teilchenzahl erreicht.

Im Zustand  $|F = 2\rangle$  hingegen ist die Spindynamik schneller als die Thermalisierung. Hier wurde aus der Größe der entstehenden Kondensate in der gleichen Gruppe gefolgert, dass die Spindynamik zunächst im dichtesten Bereich des Kondensats erfolgt [54]. In der Gruppe von Hirano wurde sogar eine Einbuchtung im Profil des Ursprungs-BEC beobachtet bevor es zu einem Rückschwingen der Spindynamik kommt [44]. Eine Betrachtung der entstehenden Moden wurde in beiden Experimenten nicht vorgenommen.

## Bildung von Domänen und Strukturen

Schon die allererste Veröffentlichung zu Spinor-Gasen [30] in der Gruppe von Ketterle berichtet von der Beobachtung von Spindomänen in einem  $^{23}\text{Na}$  Bose-Einstein-Kondensat. Im antiferromagnetischen  $^{23}\text{Na}$  separieren bei kleinem Magnetfeld die Atome im Zustand  $|m_F = 0\rangle$  von den Atomen in  $|m_F = \pm 1\rangle$ . Die Atome in den Zuständen  $|m_F = \pm 1\rangle$  separieren hingegen nur, wenn ein Magnetfeldgradient die Separation unterstützt.

In einer weiteren Veröffentlichung der Gruppe [40] wurde ein metastabiler Zustand der Anordnung der Atome detektiert. Bei der Präparation einer Mischung aus  $|m_F = 0\rangle$  und  $|m_F = 1\rangle$   $^{23}\text{Na}$  Atomen bei einem Feld von 15 G bildet sich Spindomänen aus, obwohl es energetisch günstiger wäre nur zwei große Domänen zu erzeugen. Die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Atomen verhindert das Durchdringen der einzelnen Domänen und damit den Übergang in den absoluten Grundzustand. Durch das Anlegen eines Magnetfeldgradienten kann die Bildung von nur zwei Domänen erreicht werden. Dies geschieht mit zwei Geschwindigkeiten. Zunächst kommt es zu einer langsamen Ordnung der thermischen Atome, bevor durch das künstliche Herabsenken der Domänenbarrieren ein Tunnelprozess in Gang gesetzt wird. Genauere Untersuchungen dieses Prozesses [55] und der Vergleich mit einer Theorie gibt Aufschluss über die Grenzregion zwischen den metastabilen Spindomänen und insbesondere darüber wie weit die Wellenfunktionen der einzelnen Domänen in die klassisch getrennten Regionen ragen.

Sehr viel genauere Untersuchungen zum Thema Spindomänen wurden in der Gruppe von Dan Stamper-Kurn [56] vorgenommen. Um die Bildung der Domänen besser untersuchen zu können wurde in der Gruppe ein neues Detektionsverfahren entwickelt [70]. Im Gegensatz zu allen anderen Messungen an Spinor-Gasen, die einen Stern-Gerlach-Puls verwenden um die Spinzustände in einer freien Expansionszeit zu trennen, wurde hier demonstriert, dass die unterschiedliche Ausrichtung der Atome nahezu zerstörungsfrei in der Dipolfalle messbar ist. Hierfür wurde die Methode der Phasenkontrastdetektion von optisch dichten Atomwolken [71] weiterentwickelt.

Die weiterentwickelte Methode beruht darauf, dass die durch die Atome auf einen Detektionslaserstrahl erzeugte Phasenverschiebung abhängig von der Spinausrichtung der Atome ist. Durch die verhältnismäßig große Verstimmung des Laserlichts zu resonanten Übergängen kommt es nur zu einer kleinen Störung des Ensembles. Mit der entsprechenden Kamera ist es so möglich eine Atomwolke mehrmals hintereinander abzubilden und so eine zeitaufgelöste Veränderung der Spinausrichtung und die Lamorfrequenz zu detektieren.

Mit dieser neuen Detektionsmethode bietet sich auch eine ganz neue Anwendungsmöglichkeit für das System Spinor-Gase. In der Veröffentlichung [72] demonstriert die Gruppe, wie durch die orts aufgelöste Vermessung der Lamorfrequenz Aussagen über ein örtlich variierendes Magnetfeld getroffen werden können. Die erreichten

Ergebnisse zeigen eine bessere Genauigkeit als SQUID<sup>4</sup>-Magnetfeldmessungen [73], und eine bessere räumliche Auflösung als Magnetfeldmessungen mit spinpolarisierten kalten Gasen [74].

Mit diesem neuen Detektionsverfahren war es der Gruppe von Stamper-Kurn möglich, Spindomänen in  $|F = 1\rangle$   $^{87}\text{Rb}$  Kondensaten direkt in der Falle zu beobachten [56]. Dazu wurde ein BEC zunächst bei hohem Feld im Zustand  $|m_F = 0\rangle$  präpariert. Von diesem stark polarisierten Regime wird durch ein schnelles Herabsenken des Magnetfelds die Phasengrenze zum ferromagnetischen Grundzustand überschritten. Dabei kommt es zu einer spontanen Symmetriebrechung. Diese äußert sich darin, dass die Atome spontan Spindomänen mit teilweise scharfen Abgrenzungen zueinander formen. In dem so erzeugten Ensemble konnten sogar Wirbel beobachtet werden. Die Gruppe führt das Phänomen der spontanen Symmetriebrechung auf den Startprozess für das Formen der Domänen zurück. Es wird vermutet, dass einzelne Atome in  $|m_F = \pm 1\rangle$  als Keime dienen die eine dynamische Instabilität auslösen, die zur Bildung der Domänen führt.

Erst vor kurzem wurde in der Gruppe von Sengstock auch im antiferromagnetischen  $^{87}\text{Rb}$  im Zustand  $|F = 2\rangle$  eine spontane Bildung von magnetfeldabhängiger Muster beobachtet [57]. Dazu wurden die Atome mit einem  $\pi/2$ -Puls vom  $|m_F = -2\rangle$  in eine Überlagerung aller Zustände transformiert. Bei sehr kleinem Magnetfeld dominiert die Wechselwirkung der Atome das System, und es kommt zu einer wellenförmigen, zueinander versetzten Verteilung der Populationen der einzelnen Zustände entlang der schwächsten Fallenachse. Betrachtet man in diesem Fall die Ausrichtung des Spins, so dreht sich dieser, vergleichbar mit einer Helix, um die Fallenachse. Bei hohen Magnetfeldern hingegen, bei denen der quadratische Zeeman-Effekt das System dominiert, separieren nur die Atome in  $|m_F = 0\rangle$  von den weiterhin gemischten Atomen in  $|m_F = \pm 1\rangle$ . Effektiv ist die Wolke folglich überall senkrecht zur Magnetfeldachse ausgerichtet. Die Beobachtungen zeigen gute Übereinstimmung mit den Bogoliubov-Anregungsmoden für ein eindimensionales homogenes BEC.

## Dipolare Effekte

In der Gruppe von Stamper-Kurn wurden die Untersuchungen zur Domänen Bildung in Spinor-Gasen jüngst weiter studiert [58]. Diese Ergebnisse beschreiben vor allem Effekte der dipolaren Wechselwirkung. Zunächst wurde ein  $^{87}\text{Rb}$  Kondensat im Zustand  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  mit einem  $\pi/2$ -Puls gedreht. Durch das kurzzeitige Anlegen eines Gradienten entwickelt sich die Polarisation durch den Unterschied im Magnetfeld helixförmig. Dieser Zustand zerfällt nach kurzer Wartezeit spontan zu kleineren Spindomänen. Dies wird durch die dipolare Wechselwirkung erklärt,

<sup>4</sup>Superconducting Quantum Interference Device

die eine kurzreichweitige Ordnung gegenüber der langreichweitigen energetisch begünstigt. Durch ein ständiges Drehen der Spins durch schnell aufeinander folgende  $\pi/2$ -Puls war es der Gruppe möglich diesen Effekt zu unterdrücken. Da nur die dipolare Wechselwirkung eine Richtungsabhängigkeit aufweist, wurde dies als Beweis für den Einfluss der dipolaren Wechselwirkung angeführt.

In einer weiteren, noch nicht referierten Veröffentlichung [59] wird von der Beobachtung einer kristallinen Ordnung in einem solchen Gas berichtet. Eine erste theoretische Veröffentlichung zu diesem Versuch aus der Gruppe von Masahito Ueda [75] sagt leicht abweichende Ergebnisse für diese neue Phase in einem ferromagnetisches Gas voraus.

### Quantenfluktuationen

Wie schon in anderen Veröffentlichungen angedeutet, wurden Restatome als Voraussetzung für die Bildung von Domänen und den Zerfall metastabiler Zustände identifiziert. In [60] wurde von der Gruppe um Stamper-Kurn versucht diesen Effekt für Rubidium im Zustand  $|F = 1\rangle$  zu untersuchen. Hierzu wurde das Kondensat zunächst in einem möglichst reinen Zustand  $|m_F = 0\rangle$  bei hohem Feld erzeugt. Dann wurde das Magnetfeld abgesenkt, so dass sich das System nicht mehr im Grundzustand befindet. Für unterschiedliche Magnetfelder wurde dann die Größe der Spindomänen beobachtet und ausgewertet. Die unterschiedlichen Domänengrößen und die damit einhergehende Stärke der Spindynamik konnte mit der von Lamacraft [76] beschriebenen Theorie der Bogoliubov-Anregungen in einem homogenen Gas beschrieben werden. Um eine Abhängigkeit von sehr kleinen  $q$ -Parametern untersuchen zu können wurde ein effektives  $q$  durch die von Bloch [50] demonstrierte Technik der Mikrowellenkopplung verwendet. Mit dieser Theorie kann zwar der langsame Anstieg der Spindynamik für kleiner werdende  $q$ , nicht aber der Abfall bei negativen  $q$  ( $< -7$  Hz) erklärt werden.

Durch das sehr sorgfältige Präparieren des Anfangszustands wird eine anfängliche Besetzung der  $|m_F = \pm 1\rangle$  nahezu ausgeschlossen und daher wird gefolgert, dass die für die Spindynamik benötigten anfänglichen Keimatome wahrscheinlich durch Vakuumfluktuationen entstehen. Eine klassische Keimbildung z.B. durch Radiofrequenzübergängen konnte aber nicht vollkommen ausgeschlossen werden.

#### 2.1.2 Einordnung der vorgestellten Ergebnisse

Wie im letzten Abschnitt gezeigt, ist das System der Spinor-Gase über die Frage des Grundzustands der Atome hinausgewachsen. Trotzdem blieben bis jetzt manche Fragen ungeklärt. Die Theorie zur Beschreibung der Spinor-Gase hat sich zwar von der einfachen SMA weiterentwickelt, und es wurden erste Ansätze unternommen das System quantenmechanisch mit Hilfe von Bogoliubov-Moden zu beschreiben [76, 57, 60].

Dabei wurde aber ein essentieller Einfluss, nämlich der der Falle, bis heute grundsätzlich vernachlässigt.

In dieser Arbeit wird die resonante Magnetfeldabhängigkeit der Spindynamik beschrieben. Das Auftreten mehrerer solcher Resonanzen ist ein Kernergebnis dieses Kapitels. Durch die bis zu diesem Zeitpunkt meist verwendete Theorie mit SMA kann zwar eine Magnetfeldabhängigkeit der kohärenten Oszillationen erklärt und auch ein Magnetfeld für die maximale Oszillationsamplitude bestimmt werden, eine zweite Resonanz ist aber in einer solchen Beschreibung grundsätzlich nicht erklärbar. In Kapitel 4 und in der Veröffentlichung [77] wird nun ein theoretisches Modell beschrieben, das das Auftreten dieser zweiten Spindynamikresonanz durch Berücksichtigung der Falle reproduzieren kann. Auch der unerwartete Abfall in der Spindynamikamplitude in [60] ist damit erklärbar und konnte durch eine Simulation reproduziert werden.

Eine weitere Frage, die bis jetzt nicht vollständig geklärt werden konnte ist die Frage nach dem Prozess, der die Spindynamik z.B. ausgehend vom metastabilen Zustand  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  starten lässt. Das spontane Einsetzen der Spindynamik in diesen Systemen wurde schon früh Restatomen in den anderen Zuständen zugeschrieben, die dort als Keim für weitere Besetzung dienen. In [60] wurde vermutet, dass die Spindynamik durch Vakuumfluktuationen ausgelöst werden könnte. Aber auch hier wurde kein eindeutiger Beweis geliefert. Erst durch die volle quantenmechanische Betrachtung des Systems in Kapitel 5 und [78] konnte die Abhängigkeit von diesen Keimatomen gezeigt und zwischen klassischen und quantenmechanisch Einfluss unterschieden werden. Außerdem gelang es diese beiden Effekte auch ohne theoretisches Modell eindeutig nachzuweisen und zu klassifizieren.

## 2.2 Theoretische Grundlagen

Die in den folgenden Kapiteln vorgestellten Experimente erfordern eine quantenmechanische Beschreibung, die in der experimentell realisierten Falle nur numerisch lösbar ist. Hier wird zunächst eine rein qualitative Beschreibung bemüht, um die Prozesse zu veranschaulichen, bevor der beschreibende Hamiltonoperator eingeführt wird. Dieser wird verwendet um zwei einfache Modelle, ein homogenes BEC und ein BEC im Kastenpotential, zu beschreiben. Anhand dieser Modelle lassen sich bereits Aussagen über das generelle Verhalten von Spinor-BEC im Magnetfeld zu treffen.

### 2.2.1 Stabilität von Spinor-Gasen

Eine einfache Möglichkeit, um die Spindynamikresonanzen zu verstehen, ist die Betrachtung der Gesamtenergie des Systems. Bleibt die Gesamtenergie während

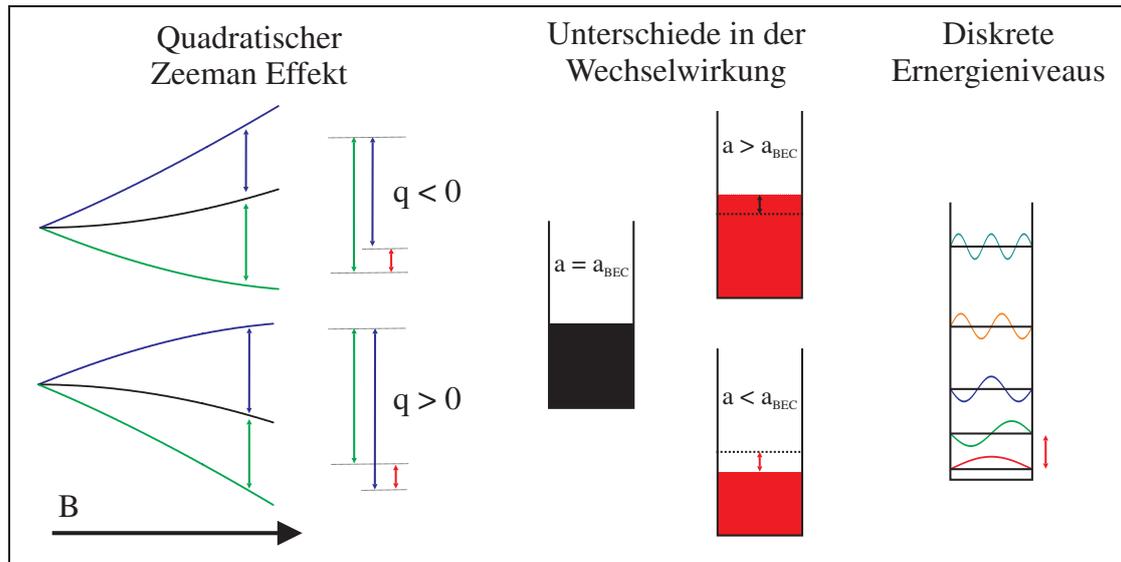


Abbildung 2.1: Skizze zu den beteiligten Energien bei einem Stoßprozess

eines Stoßprozesses erhalten, so ist dieser erlaubt und der Ausgangszustand wird instabil.

Betrachtet man Atome eines Hyperfeinzustands in einem homogenen Magnetfeld der Stärke  $B$ , so unterscheiden sich diese in der quantisierten Ausrichtung ihres Spins bezüglich der Magnetfeldachse. Die Energieunterschiede, die durch diese unterschiedliche Ausrichtung entstehen, werden bei kleinen Magnetfeldern näherungsweise durch den linearen Zeeman-Effekt beschrieben. Da dieser Effekt proportional zu der quantisierten Ausrichtung ist (vgl. Abschnitt 3.3.1), bleibt bei spinerhaltenden Stößen auch die Energie erhalten. Wenn also nur der lineare Zeeman-Effekt das System bestimmen würde, wären alle spinerhaltenden Stoßprozesse energetisch gleichwertig. Alle diese Stöße wären damit erlaubt und eine Atomwolke in einem nicht gestreckten Zustand wäre nicht stabil. Zusätzlich zum linearen Zeeman-Effekt gilt es aber, den quadratischen Zeeman-Effekt zu berücksichtigen. Ein Teil dessen, ausgedrückt durch den Faktor  $q \propto B^2$ , ist proportional zum Quadrat der Ausrichtung des Spins (vgl. Abschnitt 3.3.1). Bei Stößen, bei denen der Gesamtspin konstant bleibt, die einzelnen Spinzustände sich aber ändern, ist die Energie nicht mehr erhalten. Bei solchen Stößen kann Energie frei ( $q < 0$ ) oder aber benötigt werden ( $q > 0$ ). Damit wären diese Stöße unter dem Gesichtspunkt der Energieerhaltung verboten.

Auf der Suche nach anderen Energietermen in einem BEC stößt man schnell auf die Energie des BEC selbst, beschrieben durch das chemische Potential. Dieses ist abhängig von der Streulänge der Atome, also deren Wechselwirkungsenergie untereinander. Stoßen zwei Atome und verbleiben im gleichen Spinzustand, dann erfahren sie auch keine Potentialveränderung. Ändern sie aber bei dem Stoß ihren

Spinzustand, dann erfahren sie auch ein anderes Potential, denn die Streulängen, welche die Wechselwirkung beschreiben, können sich für unterschiedliche Spinzustände unterscheiden. Ob nun Energie bei diesem Stoßprozess aufgewendet werden muss oder aber gewonnen wird, hängt von der Differenz der beteiligten Streulängen ab. Ist die Differenz zwischen den entstehenden und den verbleibenden Atomen positiv (negativ), werden also Atome in den neuen Zuständen stärker (schwächer) abgestoßen und es muss Energie aufgebracht (entzogen) werden. Das Wechselspiel dieser beiden Energien - der Energie des quadratischen Zeeman-Effekts und der Wechselwirkungsenergie - bestimmt die Dynamik des Systems. Dies wird in dem Abschnitt 2.2.3 über das homogene System theoretisch betrachtet [76] und ist analytisch lösbar. Zusätzlich wird in diesem System berücksichtigt, dass zusätzliche Energie in kinetische Energie übersetzt werden kann, da diese in einem homogenen System nicht quantisiert sondern kontinuierlich ist.

Wie in allen Experimenten wird das BEC jedoch in einer Falle erzeugt. Hier kommt die dritte relevante Energieskala ins Spiel. Die kinetische Energie in einer Falle ist nicht mehr kontinuierlich sondern diskret. Nur bestimmte Niveaus können besetzt werden. Ein Atom in einem BEC ist zunächst in dem Vielteilchengrundzustand. Um in ein höheres, angeregtes Niveau zu gelangen, muss Energie aufgebracht werden. Das am einfachsten beschreibbare System, ist das eines Kastens mit unendlich hohen Wänden. Dieses einfache System ist dem realen System aber sehr ähnlich und wird im Anschluss an den homogenen Fall in Abschnitt 2.2.4 behandelt.

Eine Spindynamikresonanz beschreibt eine erhöhte Wahrscheinlichkeit, dass es zu Stößen kommt, bei denen die einzelnen Spins nicht erhalten bleiben. Dies geschieht, wenn die drei Energien - die Wechselwirkungsenergie, die Zeeman-Energie und die Energie der Fallenniveaus - sich gerade ausgleichen, die Gesamtenergie des Systems also erhalten bleibt. Zur Lösung des realen Systems wird die Wechselwirkungsenergie und die Energie des Fallenpotentials zu einem effektiven Potential verschmolzen. Für eine Resonanz müssen sich so nur noch die quantisierte Energie dieser effektiven Potentials und die Energie aus dem quadratischen Zeeman-Effekt entsprechen. Da die Zeeman-Energie durch das Magnetfeld bestimmt wird, kann diese so eingestellt werden, dass diese Bedingung erfüllt wird und es dadurch zu einer stark erhöhten Dynamik bei den spinändernden Stößen kommt.

Die Betrachtung der Energien erlaubt zwar ein anschauliches Verständnis für das Auftreten der Instabilität und vor allem auch der Resonanzen in Abhängigkeit von der Falle, vereinfacht das System aber stark. Die hier benutzten Energieniveaus koppeln miteinander und dürfen daher nicht unabhängig voneinander behandelt werden. In den nächsten Abschnitten wird daher die korrekte quantenmechanische Beschreibung eingeführt und zur Lösung der einfachen Modelle homogenes BEC und BEC im Kastenpotential verwendet.

## 2.2.2 Der Hamiltonoperator

Ausgangspunkt der Untersuchungen ist ein Bose-Einstein-Kondensat im Hyperfeinzustand  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  oder  $|F = 2, m_F = 0\rangle$ . Der Einfachheit halber werden hier nur die Zeeman-Zustände  $|m_F = 2\rangle, |m_F = 1\rangle, \dots$  benannt, da die Betrachtungen in diesem Abschnitt für beide Hyperfeinzuständen gültig sind.

In einem Spinor-Gas können die kinetische Energie und die Wechselwirkung der Atome separat für die einzelnen Spinzustände betrachtet werden. Zusätzlich dazu muss aber auch eine Kopplung zwischen den einzelnen Spinkomponenten berücksichtigt werden. Im Allgemeinen werden in der Literatur nur die Wechselwirkung zweier Atome mit einem Gesamtspin  $F$  angegeben. Für  $^{87}\text{Rb}$  wurden die Streulänge von Prof. Tiemann aus spektroskopischen Daten und den Positionen von Feshbach-Resonanzen zu

$$\begin{aligned} F = 1 : \quad a_0 &= 101,6(2)a_B, & a_2 &= 100,3(2)a_B \\ F = 2 : \quad a_0 &= 87,9(2)a_B, & a_2 &= 91,2(2)a_B, & a_4 &= 99,0(2)a_B \end{aligned} \quad (2.1)$$

in Einheiten von Bohrradien  $a_B$  bestimmt. Die Wechselwirkung lässt sich mit Hilfe des entsprechenden Wechselwirkungsparameter

$$g_F = \frac{4\pi\hbar^2 a_F}{m} \quad (2.2)$$

beschreiben [79]. Um die Wechselwirkung zweier Atome mit jeweils einer Spinausrichtung  $m_f, m'_f$  zu beschreiben wird die vom Gesamtspin abhängige Wechselwirkung mit Hilfe von Clebsch-Gordan-Koeffizienten auf das System einzelner Spins projiziert. Das dadurch entstehende Potential lässt sich schreiben als Summe der einzelnen Wechselwirkungsterme

$$U_{\text{int}} = \sum_{m_f, m'_f, m_F, m'_F} U_{m_F, m'_F, m_f, m'_f} \quad (2.3)$$

Die Spinzustände vor dem Stoß sollen hier durch  $m_f$  und die Spinzustände nach dem Stoß durch  $m_F, m'_F$  gekennzeichnet werden. Der Hamiltonoperator in seiner allgemeinsten Form

$$\begin{aligned} \hat{H} = \int d^3r \left( \sum_{m_F} \hat{\psi}_{m_F}^\dagger \left( \underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2}_{\text{kinetische E.}} + \underbrace{U_{\text{ext}}}_{\text{ext. Pot.}} + \underbrace{E_{m_F}^Z}_{\text{Zeeman-Energie}} - \underbrace{\mu}_{\text{chem. Pot.}} \right) \hat{\psi}_{m_F} \right. \\ \left. + \sum_{m_F, m'_F, m_f, m'_f} \underbrace{\hat{\psi}_{m_F}^\dagger \hat{\psi}_{m'_F}^\dagger U_{m_F, m'_F, m_f, m'_f} \hat{\psi}_{m'_f} \hat{\psi}_{m_f}}_{\text{Wechselwirkung}} \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

berücksichtigt neben der kinetische Energie, der Wechselwirkung mit einem externen Potential, einem äußeren magnetischen Feld und dem Einfluss des chemischen Potentials auch die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Komponenten.

Dieser Hamiltonoperator dient als Ausgangspunkt für alle weiteren Betrachtungen von Spinor-Gasen.

Im Folgenden werden die Näherungen vorgestellt, die für die weitere theoretische Betrachtung verwendet werden.

- Die Übergänge vom Ursprungs-BEC in  $|m_F = 0\rangle$  nach  $|m_F = \pm 2\rangle$  werden vernachlässigt, da die Transferraten für diesen Stoßkanal viel geringer sind [44, 48, 49].
- Die spinabhängige Zeeman-Energie lässt sich aufteilen in einen linear und einen quadratisch vom Magnetfeld  $B$  abhängigen Term (vgl. Abschnitt 3.3.1)

$$E_{m_F}^Z = -pm_F + qm_F^2 \quad \text{mit} \quad p \propto B \quad , \quad q \propto B^2 \quad . \quad (2.5)$$

Im Folgenden wird der lineare Term vernachlässigt, da die lineare Zeeman-Energie bei elastischen Stößen erhalten bleibt und daher das System nicht beeinflusst.

- Da in dieser Arbeit nicht der Gleichgewichtszustand des Systems betrachtet wird, sondern die anfängliche Dynamik, kann die Bogoliubov-Näherung angewandt werden. Das heißt, dass sich der Feldoperator  $\hat{\psi}_{m_F}(\mathbf{r}, t)$  zusammensetzen lässt aus einem Vektor  $\psi_0(\mathbf{r})$  der den Anfangszustand beschreibt und einem Störoperator  $\delta\hat{\psi}(\mathbf{r}, t)$ , der die Spinfluktuationen beschreibt.

$$\begin{aligned} \hat{\psi}(\mathbf{r}, t) &= (\psi_0(\mathbf{r}) + \delta\hat{\psi}(\mathbf{r}, t))e^{-i\mu t} = \left( \begin{pmatrix} \psi_{-2} \\ \psi_{-1} \\ \psi_0 \\ \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{\phi}_{-2} \\ \hat{\phi}_{-1} \\ \hat{\phi}_0 \\ \hat{\phi}_1 \\ \hat{\phi}_2 \end{pmatrix} \right) e^{-i\mu t} \\ &= \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sqrt{n_0(\mathbf{r})} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{\phi}_{-2} \\ \hat{\phi}_{-1} \\ \hat{\phi}_0 \\ \hat{\phi}_1 \\ \hat{\phi}_2 \end{pmatrix} \right) e^{-i\mu t} \quad (2.6) \end{aligned}$$

Hierbei wird der Anfangszustand durch die Dichte  $n_0(\mathbf{r})$  und die Zeitentwicklung durch das chemische Potential  $\mu$  beschrieben.

- Für die weitere Betrachtung werden alle Terme, die Änderungen des Zustands  $|m_F = 0\rangle$  beschreiben, vernachlässigt, da diese Terme in erster Näherung

konstant bleiben ( $n_0 \gg \langle \hat{\phi}_0^\dagger \hat{\phi}_0 \rangle$ ). Der Zustand  $|m_F = 0\rangle$  kann in dem hier beschriebenen System als Reservoir an Teilchen betrachtet werden.

- Zur Beschreibung der Wechselwirkung werden nur drei Terme benötigt. Der erste  $U_1 \equiv U_{1,-1,0,0}$  beschreibt den Transfer zweier Atome zwischen Zustand  $|m_F = 0\rangle$  und den Zuständen  $|m_F = 1\rangle$  und  $|m_F = -1\rangle$ . Der zweite Term  $U_0 \equiv U_{0,0,0,0}$  beschreibt die Wechselwirkung innerhalb des  $|m_F = 0\rangle$  Kondensats und die Terme  $U_{1,0} = U_{-1,0} \equiv U_{\pm 1,0,\pm 1,0}$ , die Wechselwirkung zwischen Teilchen in  $|m_F = 1\rangle / |m_F = -1\rangle$  mit Teilchen in  $|m_F = 0\rangle$ . Bei der Berechnung der Zustände mit den Clebsch-Gordan Koeffizienten stellt man fest, dass diese drei Faktoren sich sogar weiter reduzieren lassen, da  $2U_{1,0} = U_1 + U_0$  gilt. Die gesamte Wechselwirkung lässt sich somit durch  $U_1$  und  $U_0$  beschreiben.

Für die hier behandelten Fälle von  $^{87}\text{Rb}$  im Zustand  $|F = 1\rangle$  oder  $|F = 2\rangle$  ergeben sich aus der Berechnung die Abhängigkeiten von  $g_F$  zu

$$\begin{aligned}
 |F = 1\rangle & \longrightarrow U_0 = \frac{g_0 + 2g_2}{3} \\
 & U_1 = \frac{g_2 - g_0}{3} \\
 |F = 2\rangle & \longrightarrow U_0 = \frac{7g_0 + 10g_2 + 18g_4}{35} \\
 & U_1 = \frac{-7g_0 - 5g_2 + 12g_4}{35} . \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

Betrachtet man mit all diesen Annahmen den Hamiltonoperator, der den Transfer in  $|m_F = \pm 1\rangle$  beschreibt, so erhält man bis zur zweiten Ordnung in  $\hat{\phi}_{m_F}$  [76, 77]

$$\hat{H} = \int d^3r \sum_{m_F=\pm 1} \hat{\phi}_{m_F}^\dagger \left[ \hat{H}_{\text{eff}} + q \right] \hat{\phi}_{m_F} + \Omega_{\text{eff}}(\mathbf{r}) \left[ \hat{\phi}_1^\dagger \hat{\phi}_{-1}^\dagger + \hat{\phi}_1 \hat{\phi}_{-1} \right] \quad (2.8)$$

mit

$$\hat{H}_{\text{eff}} = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + U_{\text{eff}}(\mathbf{r}) \quad , \quad U_{\text{eff}} = U_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + (U_0 + U_1)n_0(\mathbf{r}) - \mu \quad (2.9)$$

und der effektiven Wechselwirkung

$$\Omega_{\text{eff}}(\mathbf{r}) = U_1 n_0(\mathbf{r}) \quad . \quad (2.10)$$

Dieser Hamiltonoperator dient als Ausgangspunkt für alle weiteren theoretischen Betrachtungen.

### 2.2.3 Stabilitätsbedingung für ein homogenes BEC

Im einfachsten Fall, dem homogenen Fall [76], sind  $U_{\text{eff}}$  und  $\Omega_{\text{eff}}$  konstant, da  $U_{\text{ext}}$  verschwindet und die Dichte  $n_0(\mathbf{r})$  ortsunabhängig ist. In diesem Fall können als Ansatz zur Bestimmung der Eigenzustände die Störoperatoren als ein Integral über Erzeuger-  $\hat{a}_{m_F}^\dagger$  bzw. Vernichtoperatoren  $\hat{a}_{m_F}$  von ebenen Wellen mit Wellenvektor  $\mathbf{k}$  beschrieben werden.

$$\hat{\phi}_{m_F} = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \hat{a}_{m_F}(\mathbf{k}) \quad , \quad \int d^3r e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k}) \quad (2.11)$$

Setzt man diesen Ansatz und die Vereinfachungen in den Hamiltonoperator (2.8) ein, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \sum_{m_F=\pm 1} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} [\epsilon_k + q + (U_0 + U_1)n_0 - \mu] \hat{a}_{m_F}^\dagger(\mathbf{k}) \hat{a}_{m_F}(\mathbf{k}) \\ &\quad + \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \Omega_{\text{eff}} \left[ \hat{a}_1^\dagger(\mathbf{k}) \hat{a}_{-1}^\dagger(-\mathbf{k}) + \hat{a}_1(\mathbf{k}) \hat{a}_{-1}(-\mathbf{k}) \right] \\ &\quad \text{mit} \quad \epsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad . \end{aligned} \quad (2.12)$$

Die allgemeine Heisenberg-Bewegungsgleichung

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{A} = [\hat{H}, \hat{A}] \quad (2.13)$$

ergibt in diesem Fall für die Zeitentwicklung der Vernichter- und Erzeugeroperatoren

$$\begin{aligned} i\hbar \dot{\hat{a}}_1(\mathbf{k}) &= \underbrace{[\epsilon_k + q + (U_0 + U_1)n_0 - \mu]}_{E_{\mathbf{k}}} \hat{a}_1(\mathbf{k}) + \Omega_{\text{eff}} \hat{a}_{-1}^\dagger(-\mathbf{k}) \\ i\hbar \dot{\hat{a}}_{-1}^\dagger(-\mathbf{k}) &= - \underbrace{[\epsilon_k + q + (U_0 + U_1)n_0 - \mu]}_{E_{\mathbf{k}}} \hat{a}_{-1}^\dagger(-\mathbf{k}) - \Omega_{\text{eff}} \hat{a}_1(\mathbf{k}) \end{aligned} \quad (2.14)$$

bzw. in Matrix Schreibweise

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{a}_1(\mathbf{k}) \\ \hat{a}_{-1}^\dagger(-\mathbf{k}) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} E_{\mathbf{k}} & \Omega_{\text{eff}} \\ -\Omega_{\text{eff}} & -E_{\mathbf{k}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1(\mathbf{k}) \\ \hat{a}_{-1}^\dagger(-\mathbf{k}) \end{pmatrix} \quad .$$

Wird die Eigenwertgleichung

$$(\lambda - E_{\mathbf{k}})(\lambda + E_{\mathbf{k}}) + \Omega_{\text{eff}}^2 = 0$$

gelöst, erhält man für die Eigenwerte des Systems

$$\lambda^2 = E_{\mathbf{k}}^2 - \Omega_{\text{eff}}^2 = (\epsilon_k + q + (U_0 + U_1)n_0 - \mu)^2 - U_1^2 n_0^2 \quad . \quad (2.15)$$

Weiterhin kann für ein homogenes Gas das chemische Potential ersetzt werden durch  $\mu = U_0 n_0$ . Damit ergibt sich für die Energieeigenwerte

$$\begin{aligned} E_{\pm} &= \pm\sqrt{\lambda^2} = \pm\sqrt{(\epsilon_k + q + U_1 n_0)^2 - U_1^2 n_0^2} \\ &= \pm\sqrt{(\epsilon_k + q)(\epsilon_k + q + 2U_1 n_0)} . \end{aligned} \quad (2.16)$$

Die Eigenwerte können real aber auch komplex werden. Sollte es einen positiven Imaginärteil für einige  $k$  geben, so führt die Zeitentwicklung der Operatoren zu einem exponentiellen Anstieg der Besetzung der Eigenmoden und das BEC im Zustand  $|m_F = 0\rangle$  wird instabil. Für die Eigenwerte können nun Bereiche in Abhängigkeit von  $q$  und somit vom Magnetfeld angegeben werden, in denen sich das Verhalten des Systems ändert. Um die Bereiche festzulegen wird ein kritischer Wert  $q_{kr} = -U_1 n_0$  definiert. Mit diesem Parameter lässt sich die Bedingung für die Instabilität wie folgt ausdrücken.

$$\lambda^2 = (\epsilon_k + (q - q_{kr}))^2 - |q_{kr}|^2 < 0 \quad \rightarrow \quad (\epsilon_k + (q - q_{kr}))^2 < q_{kr}^2 \quad (2.17)$$

Mit dieser Bedingung können drei Bereiche unterschieden werden.

- **Im Bereich (i)**  $q > q_{kr} + |q_{kr}|$   
ist das System stabil, da Bedingung (2.17) für kein  $k$  erfüllt werden kann. Das heißt, dass die Energieeigenwerte (Gleichung 2.16) für alle  $k$  real sind.
- **Im Bereich (ii)**  $q_{kr} < q < q_{kr} + |q_{kr}|$   
ist der Zustand  $|m_F = 0\rangle$  instabil da für gewisse Moden  $k$  Bedingung (2.17) erfüllt wird. Die instabilste Mode ergibt sich aus der Betrachtung von Gleichung (2.16) zu  $k_{max} = 0$ . Die maximale Instabilitätsrate ergibt

$$\Lambda_{max} \equiv \text{Im}(E_{\pm})/h = |\lambda_{max}|/h = \sqrt{q_{kr}^2 - (q - q_{kr})^2}/h .$$

Sie ist abhängig vom Parameter  $q$  und somit vom Magnetfeld.

- **Im Bereich (iii)**  $q < q_{kr}$   
ist der Zustand  $|m_F = 0\rangle$  instabil da hier auch für kleine  $k$  Bedingung (2.17) erfüllt wird, aber die instabilste Mode

$$\frac{\hbar^2 k_{max}^2}{2m} = q_{kr} - q ,$$

die durch  $\partial\lambda^2/\partial\epsilon_k = 0$  bestimmt wurde, ist hier abhängig von  $q$ . Dies wiederum eingesetzt in Gleichung (2.16) ergibt eine von  $q$  unabhängige, konstante maximale Instabilitätsrate von

$$\Lambda_{max} = |q_{kr}|/h .$$

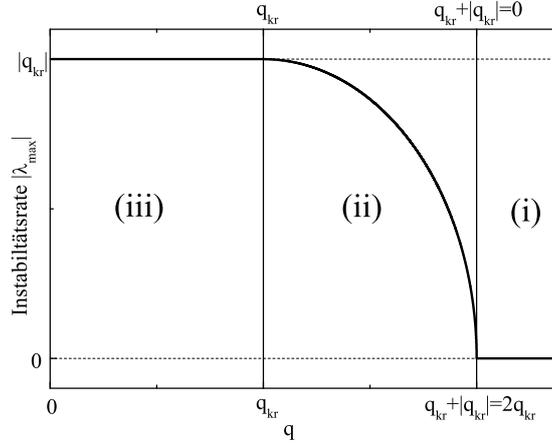


Abbildung 2.2: Die maximale Instabilitätsrate  $\lambda_{\max}$  aufgetragen gegen  $q$  in Einheiten von  $q_{kr}$ , die obere Skala gilt für  $q_{kr} < 0$  die untere Skala für  $q_{kr} > 0$ .

Die maximale Instabilitätsrate dominiert den Transfer in  $|m_F = \pm 1\rangle$ , da diese im Exponenten der Zeitentwicklung steht. Trägt man daher nur die instabilste Rate gegen den Parameter  $q$  auf (Abbildung 2.2), können die eben ausgewiesenen Bereiche klar erkannt werden. In diesem Bild lassen sich keine Resonanzen erkennen, in der die Instabilität für ein gewisses  $q$  besonders stark ausgeprägt ist. Das hier beschriebene System vernachlässigt jedoch den Einfluss eines äußeren Potentials auf das effektive Potential. Daher wird im nächsten Abschnitt zunächst das einfache Modell eines Kastenpotentials bei der Beschreibung des Systems berücksichtigt.

## 2.2.4 Stabilitätsbedingung für ein BEC im Kastenpotential

Statt ein homogenes BEC zu betrachten, wird im Folgenden ein BEC in einem Kasten untersucht. Das Potential des Kastens sei innerhalb ( $|x_i| < R$ ) Null und außerhalb des Kastens ( $|x_i| > R$ ) unendlich. Dies hat zur Folge, dass es kein kontinuierliches Energiespektrum  $\epsilon_k = \hbar^2 k^2 / 2m$  für die Energie des Gases gibt, sondern ein Diskretes. Die Energieniveaus des Kastens lauten:

$$\epsilon_k = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 n^2 \quad \text{mit} \quad n^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 \quad (n_x, n_y, n_z \in \mathbb{N})$$

Damit wird die Eigenwertgleichung (2.15) zu

$$\lambda^2 = \left( \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 n^2 + q - q_{kr} \right)^2 - q_{kr}^2 \quad . \quad (2.18)$$

Nun können wieder die drei Bereiche untersucht werden. Die Grenzen für die Bereiche verschieben sich allerdings teilweise. Betrachtet man für den Fall  $q > q_{kr}$  die

Instabilitätsrate (2.18) so ist klar, dass das Minimum für  $n^2 = 3$ , dem Grundzustand des Kastens, zu finden ist. Negativ wird  $\lambda^2$  aber nur, wenn  $q < q_{kr} + |q_{kr}| - 3\hbar^2 k_0^2 / (2m)$  gilt. Die Grenze zwischen Bereich (i) und (ii) verschiebt sich also um die Grundzustandsenergie des Kastens.

- Im **Bereich (i)**  $q > q_{kr} + |q_{kr}| - 3\hbar^2 k_0^2 / (2m)$   
ist das System immer stabil, da immer das Stabilitätskriterium  $\lambda^2 > 0$  erfüllt ist.
- Im **Bereich (ii)**  $q_{kr} < q < q_{kr} + |q_{kr}| - 3\hbar^2 k_0^2 / (2m)$   
ist die instabilste Mode, die mit  $n^2 = 3$ , also dem Grundzustand des Systems. Die maximale Instabilitätsrate ist abhängig von  $q$  und ergibt

$$\Lambda_{max} = \sqrt{q_{kr}^2 - \left(3 \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 + q - q_{kr}\right)^2} / h .$$

- Im **Bereich (iii)**  $q < q_{kr}$   
kann die instabilste Mode wieder durch die Ableitung der Eigenwertfunktion ermittelt werden. Zur Übersichtlichkeit wird der Parameter  $\alpha^2$  eingeführt

$$\lambda^2 = \left(\frac{\hbar^2 k_0^2}{2m}\right)^2 (n^2 - \alpha^2)^2 - q_{kr}^2 \quad \text{mit} \quad (q_{kr} - q) \equiv \alpha^2 \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} ,$$

wodurch die Bedingung, dass  $q$  kleiner als  $q_{kr}$  sein soll, automatisch erfüllt ist. Die Bedingung für das Minimum von  $\lambda^2$ , also für das Maximum der Instabilitätsrate, lässt sich dann durch

$$\frac{\partial \lambda^2}{\partial n^2} = 2 \left(\frac{\hbar^2 k_0^2}{2m}\right) (n^2 - \alpha^2) = 0$$

bestimmen. Diese Gleichung wird durch  $n^2 = \alpha^2$  erfüllt. Da  $n^2$  aber nur bestimmte ganzzahlige Werte ( $n^2 = 3, 6, 9, 11, 12, \dots$ ) annehmen kann, ergibt sich die maximale Instabilität immer für  $n_{min}^2 = [\alpha^2]$ . Hier steht  $[\alpha^2]$  für die am nächsten zu  $\alpha^2$  liegende ganze Zahl aus der  $n^2$ -Reihe. Die maximale Instabilitätsrate ist damit

$$\Lambda_{max} = \sqrt{q_{kr}^2 - \left(\frac{\hbar^2 k_0^2}{2m}\right)^2 ([\alpha^2] - \alpha^2)^2} / h .$$

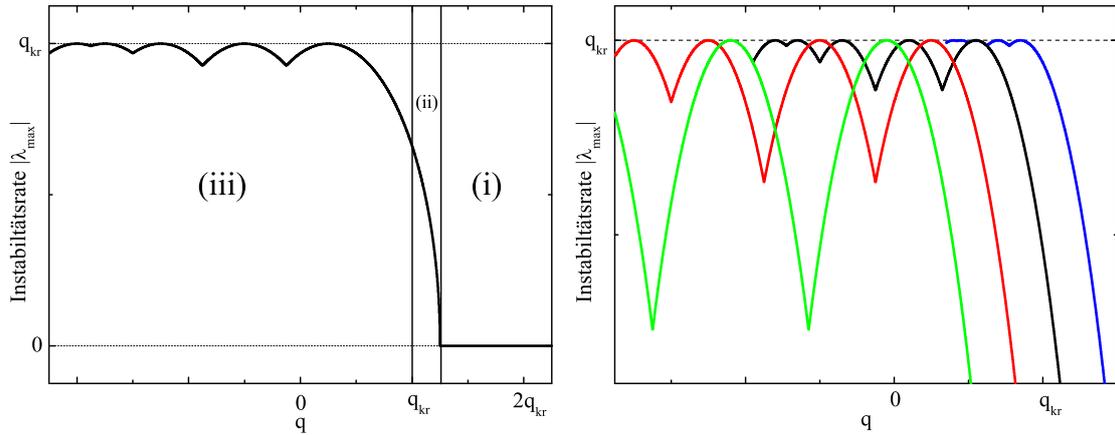


Abbildung 2.3: Die maximale Instabilitätsrate  $\Lambda_{max} \cdot h$  aufgetragen gegen  $q$  für  $q_{kr} > 0$ . Links sind die einzelnen Instabilitätsbereiche und ihre Verschiebung gegenüber  $q_{kr}$  zu erkennen. Rechts ist beispielhaft für von blau nach grün größer werdende Fallenparameter  $k_0$  der Bereich hoher Instabilität aufgetragen.

Im Gegensatz zum homogenen Fall erkennt man nun lokale Maxima in der Instabilitätsrate Abbildung 2.3 (links). Bei der Betrachtung der Maxima muss beachtet werden, dass hier die Instabilitätsrate gezeigt ist. Diese steht im Exponenten der Zeitentwicklung. Kleine Änderungen der Rate haben daher bereits einen großen Einfluss auf die Stabilität des Systems.

Schon in diesem einfachen Modell ist die starke Abhängigkeit der Instabilitätsrate von den Energieniveaus und damit von der Beschaffenheit des Potentials erkennbar (Abbildung 2.3 (rechts)). So führt in dem Modell eine Verkleinerung des Kastens, also eine Vergrößerung der Abstände zwischen den Niveaus zu einem ausgeprägteren Unterschied zwischen Minima und Maxima und einer Verschiebung der Resonanzen zu kleineren  $q$ .

Ein BEC in einer realen harmonischen Falle bildet zusammen mit der Falle in erster Näherung auch eine Art Kastenpotential für die Atome in anderen Spinzuständen. Bei genauerer Betrachtung ist das Wechselwirkungspotential allerdings abhängig von der Dichte der Atomwolke, und diese ist in einem harmonischen Potential im Gegensatz zum einfachen Kastenpotential nicht mehr homogen sondern ortsabhängig. Dies führt dazu, dass das System nicht mehr einfach analytisch lösbar ist.

Die grundsätzlichen Eigenschaften, wie das Auftreten von lokalen Maxima, hervorgerufen durch imaginäre Energieeigenwerte, bleiben aber auch im realen System erhalten und werden explizit in Kapitel 4 experimentell untersucht und mit numerischen Simulationen verglichen.



---

# AUFBAU UND PRÄPARATION

In diesem Kapitel werden die grundlegenden experimentellen Aufbauten und Techniken zur Untersuchung von Spinor-Gasen beschrieben. Dabei wird nur kurz darauf eingegangen wie die Atome bis zur Quantenentartung gekühlt werden, da dies schon in anderen Arbeiten beschrieben wurde. Bei Detailfragen können diese in den Doktorarbeiten von Dr. Carsten Klempt [80] und Dr. Thorsten Henninger [81] oder in den am Aufbau beteiligten Diplom und Masterarbeiten [82, 83, 84, 85] nachgelesen werden. Das Hauptaugenmerk liegt vielmehr auf den speziell für die vorgestellten Experimente verbesserten oder neu hinzugekommenen Details des Aufbaus.

Nach einer kurzen Übersicht über das gesamte Experiment folgt daher ein detaillierte Beschreibung der verwendeten Dipolfalle und der magnetischen Felder, sowie der Präparation der Spinzustände und deren Detektion.

## 3.1 Eine kurze Einführung in den experimentellen Aufbau

Der experimentelle Aufbau ist grundsätzlich dafür geeignet fermionisches  $^{40}\text{K}$  und bosonisches  $^{87}\text{Rb}$  bis zur Quantenentartung zu kühlen und in diesem Zustand zu manipulieren. So wurde speziell die Wechselwirkung in dieser Mischung [86] sowie die Erzeugung schwach gebundener heteronuklearer Moleküle mittels Feshbach-Resonanzen [87] untersucht.

Darüber hinaus wurden experimentelle Details die für den hier beschriebenen Aufbau Bedeutung haben in zwei weiteren Artikeln veröffentlicht. Die Untersuchung zur Optimierung der magneto-optischen Falle (MOT) mittels lichtinduzierter Desorption (LIAD) [88] stieß auf breites Interesse. Aber auch die Möglichkeit

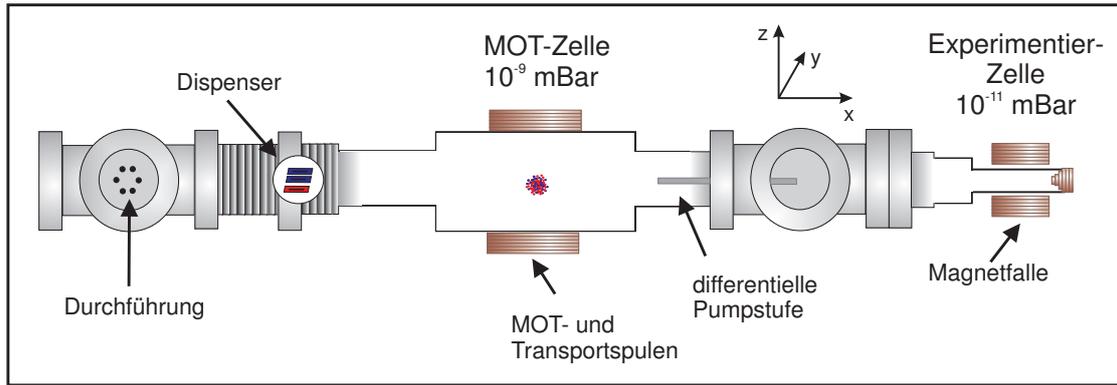


Abbildung 3.1: Überblick über das Vakuumsystem [81]

eines magnetischen Transports in einer harmonischen Falle [89] wird mittlerweile in anderen Gruppen verwendet, um die Bedingungen für Experimente an Feshbach-Resonanzen zu verbessern.

### Vakuumsystem und mechanischer Transport

Das Experiment ist in einem Zwei-Kammerdesign aufgebaut (Abbildung 3.1). Beide Kammern sind durch eine differentielle Pumpstufe miteinander verbunden, wodurch ein Druckunterschied von zwei Größenordnungen erreicht wird. Dies ermöglicht es, in der ersten Glaszelle eine MOT aus dem Hintergrundgas zu laden und gleichzeitig in der zweiten Glaszelle den Druck zu minimieren. Das notwendige Rubidium bzw. Kalium wird durch Dispenser erzeugt, die ca. einmal pro Woche für eine halbe Stunde den MOT Bereich mit Rubidium bzw. Kalium fluten. Im täglichen Betrieb werden die Dispenser durch LIAD [88] ersetzt, wodurch der Druck außerhalb der MOT Ladezeit um eine Größenordnung geringer wird. So werden die benötigten langen Verweildauern der Atome in der Dipolfalle erreicht.

Um die Atome von der MOT-Zelle in den Experimentierbereich zu transportieren werden sie in ein mechanisch verschiebbares Quadrupolfeld geladen und mit diesem verfahren [90]. Dieser Transport geschieht in 1,3 Sekunden und verursacht keine zusätzlichen Verluste oder Heizen.

### Harmonische Magnetfalle und Transport in die Mitte

Dort angekommen werden die Atome in eine harmonische Falle im QUIC-Design [91] umgeladen und mit Hilfe von Radiofrequenzevaporation [92] bis nahe der Quantenentartung gekühlt. So präpariert werden die Atome dann in einer harmonischen Magnetfalle in die Mitte der späteren Magnetfeldspulen (den Quadrupolspulen der QUIC-Falle) verschoben [89]. Dieser Transport wird durch die

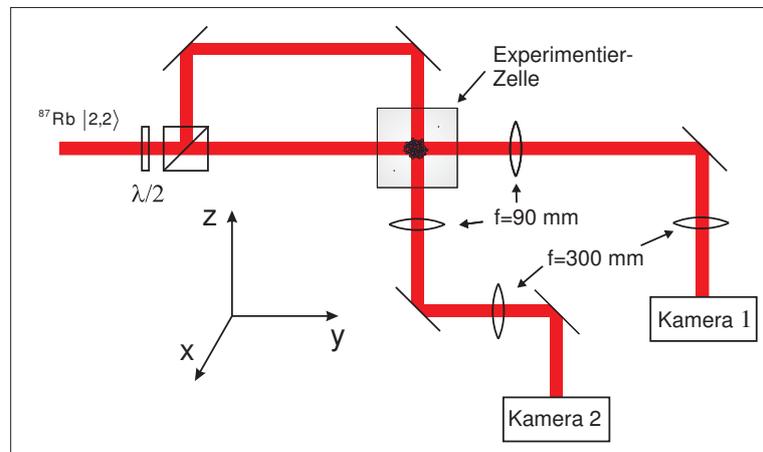


Abbildung 3.2: Skizze des Detektionsystems. Die Ansicht ist um  $90^\circ$  gegenüber Abbildung 3.1 gedreht.

Ansteuerung von drei separaten Strömen, durch die Transportspulen, die QUIC-Spule, und durch die Quadrupolspulen der QUIC-Falle ermöglicht. Während des gesamten Transports verbleiben die Atome in einer harmonischen Falle und bei der genauen Untersuchung des Transport konnte kein zusätzliches Heizen während des Transports detektiert werden<sup>1</sup>. In der Mitte der Spulen angekommen werden die Atome in eine gekreuzte Dipolfalle geladen, die im nächsten Abschnitt beschrieben wird.

### Lasersystem und Detektion

Das Lasersystem für das Kühlen und Detektieren der  $^{87}\text{Rb}$  Atome besteht aus zwei individuell auf atomare Übergänge stabilisierten Diodenlasern im Littrow-Design und einem Trapezverstärker ( $\text{TA}^2$ ) zur Bereitstellung der benötigten Leistung zum betreiben der MOT.

Die Aufnahme von Absorptionbildern ist entlang zweier Achsen (y und z Richtung in Abbildung 3.2 und 3.1) möglich. Die dafür verwendeten Kameras ermöglichen jeweils die Aufnahme von zwei Bildern innerhalb einer Millisekunde. Somit besteht die Möglichkeit bis zu vier Bilder von einem Ensemble aufzunehmen. Für die hier vorgestellten Experimente wurde das zweite Bild der Kamera als Referenzbild verwendet um zeitliche Änderungen, z.B. von Interferenzeffekten, zwischen den Aufnahmen zu minimieren.

<sup>1</sup>Mit dieser Methode konnte auch der Transport von BECs über die Strecke gezeigt werden.

<sup>2</sup>Tapered Amplifier

## 3.2 Die gekreuzte Dipolfalle

In einer optischen Falle lassen sich alle magnetischen Zustände eines Atoms fangen und erfahren in erster Näherung das gleiche Potential, da die Dipolkraft nicht von dem magnetischen Moment der Atome abhängt. Dies macht die optische Falle für Experimente mit Spinor-Gasen unerlässlich.

Die Funktionsweise der Dipolfalle beruht auf der im Anhang A beschriebenen Wechselwirkung zwischen dem elektrischen Feld der Laserstrahlen und dem induzierten Dipolmoment der Atome [93]. Ausgangspunkt für die Berechnung der Dipolkraft auf die Atome sind die neuen Eigenwerte des gekoppelten Systems aus Licht und Atomen (vgl. Gleichung A.11)

$$E_{\pm}(\vec{R}) = -\hbar\frac{\delta}{2} \pm \frac{\hbar}{2}\sqrt{\delta^2 + \Omega_r^2} \quad .$$

Um die Kraft auf die Atome in den einzelnen Zuständen zu beschreiben wird die Ableitung der Eigenenergie in die drei Raumrichtungen gebildet

$$F_{\pm} = \vec{\nabla} E_{\pm}(\vec{R}) = \mp \frac{\hbar}{2} \frac{\Omega_r \vec{\nabla} \Omega_r}{\sqrt{\delta^2 + \Omega_r^2}} \quad . \quad (3.1)$$

Durch die Intensitätsabhängigkeit  $I(\mathbf{r})$  der Rabi-Frequenz

$$\Omega_r^2 = \frac{12\pi c^2 \Gamma I(\mathbf{r})}{\hbar \omega_A^3} \quad , \quad (3.2)$$

die außerdem von der Breite  $\Gamma$  und der absoluten Frequenz  $\omega_A$  des atomaren Übergangs abhängig ist, ergibt sich ein ortsabhängiges Potential für die Atome. Bei einer inhomogenen Intensitätsverteilung wie z.B. einem fokussierten Gauß-Strahl ergibt sich auch ein inhomogenes Potential und somit eine ortsabhängige Kraft. Diese ist für Atome im Grundzustand anziehend für (zum atomaren Übergang) rot verstimmt Laserlicht ( $\delta = \omega_A - \omega_L > 0$ ) und abstoßend für blau verstimmt Licht ( $\delta < 0$ ).

Die hier benutzte Falle wird bei einer Wellenlänge von 1064 nm, also sehr weit rot verstimmt zu den relevanten D1 ( $\approx 795$  nm) und D2 ( $\approx 780$  nm) Linien des  $^{87}\text{Rb}$  betrieben. Dadurch wird die Absorption von Photonen nahezu vollständig unterdrückt. Durch die Benutzung eines monolithisch aufgebauten Laser (*Inno-light: Mephisto*) wird eine intrinsisch in Frequenz und Leistung stabile Laserquelle bereitgestellt.

Die Falle wird aus zwei senkrecht zueinander einfallenden gaußsche Strahlen, die auf die Mitte zwischen den Magnetfeldspulen fokussiert sind, gebildet (vgl. Abbildung 3.3). Um möglichst perfekte Gauß-Strahlen zu erzeugen werden die beiden Strahlen jeweils durch eine optische Monomodenfaser geleitet und danach mit

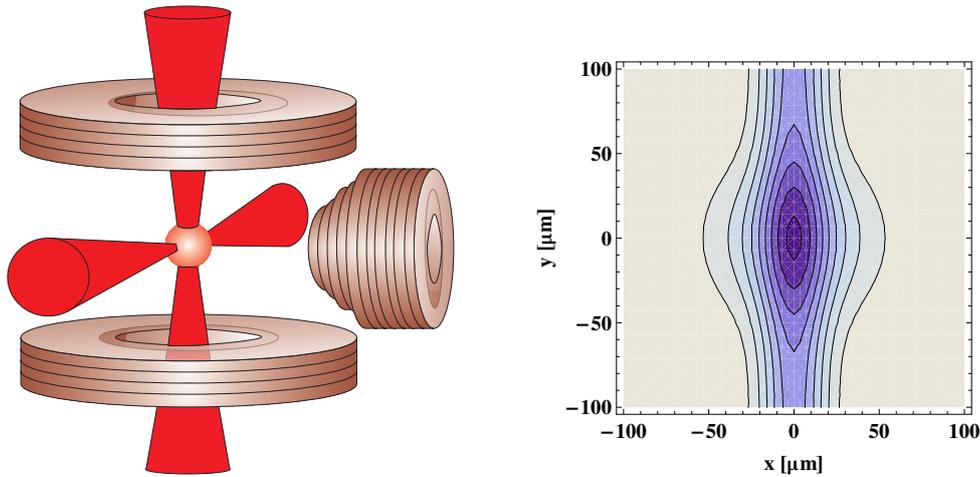


Abbildung 3.3: *links*: Skizze zum Verlauf der Dipolfallenstrahlen für die gekreuzte Dipolfalle. *rechts*: Simulation der Fallentiefe für 180 mW (650 mW) Laserleistung im horizontalen (vertikalen) Strahl. Der dunkelblaue Bereich in der Mitte entspricht einer Fallentiefe von 35  $\mu\text{K}$ .

zwei Kollimatoren (*Schäfter und Kirchhoff: 60FC-T-M40*) auf einen Strahldurchmesser von 7,2 mm ( $1/e^2$ ) gebracht. Um eine möglichst perfekte lineare Polarisation zu gewährleisten wird das Licht jeweils durch einen Polarisationsstrahlteiler gefiltert. Die Strahlen werden dann mit achromatischen Linsen mit Brennweiten von  $f=250$  mm (horizontal) und  $f=600$  mm (vertikal) fokussiert was zu theoretischen Strahldurchmessern im Fokus der Strahlen von 24  $\mu\text{m}$  und 56  $\mu\text{m}$  führt. Zur Justage der Brennpunkte zueinander und bezüglich der Atome sind die Strahlengänge mit den Detektionsstrahlen überlagert. Dies vereinfacht die erste Justage stark. Die endgültige Ausrichtung der Strahlen wird allerdings anhand der Position der Atomwolken vorgenommen.

Um das so erzeugte Potential kontrollieren zu können, werden beide Strahlen vor der Faser durch akusto-optische Modulatoren (AOM) (*Crystal Technology: 3111-197*) in ihrer Frequenz um +110 MHz (vertikal) und -110 MHz (horizontal) verschoben<sup>3</sup>. Die Leistung vor den Fasern ist somit variabel einstellbar und wird durch eine elektronische Regelung des AOM (vgl. Anhang B in [81]) auf den gewünschten Wert stabilisiert. Die Kontrolle der Laserleistung geschieht mit Hilfe von Photodioden (*Roithner Lasertechnik: PT511*) hinter den Polarisationsstrahlteilern. Zu diesem Zweck werden ca. 4% des Lichts durch ein Keilplatte ( $0,5^\circ$ ) ausgekopplt und mit einer Linse ( $f=20$  mm) auf die Photodiode fokussiert. Durch die keilförmige Form der Platte werden Interferenzeffekte vermieden und die Störung des restlichen Strahlprofils bleibt aufgrund des kleinen Winkels trotzdem minimal. Mit der kontrollierbaren Leistung  $P$  und dem minimalen Radius  $w_0$  der Gauß-

<sup>3</sup>dadurch werden gleichzeitig Interferenzeffekte zwischen den Strahlen vermieden

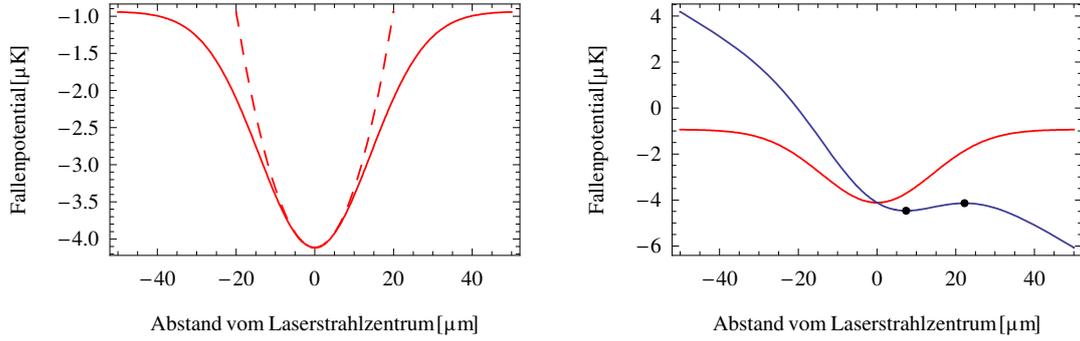


Abbildung 3.4: *links*: Dipolfallenpotential im Vergleich mit der harmonischen Näherung (gestrichelt). *rechts*: Dipolfallenpotential entlang der  $z$ -Achse mit (blau) und ohne (rot) Einfluss der Gravitation. Die schwarzen Punkte markieren das lokale Maximum und Minimum des Potentials, die die Falltiefe bestimmen.

Strahlen an der Stelle  $z = 0$  ergibt sich die Intensitätsverteilung in Abhängigkeit von Position  $z$  und Abstand  $r$  von der Achse zu

$$I(r, z) = I_0 \left( \frac{w_0}{w(z)} \right)^2 e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}} \quad (3.3)$$

$$\text{mit } w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left( \frac{z}{z_0} \right)^2} \quad \text{und} \quad I_0 = \frac{2P}{\pi w_0^2} . \quad (3.4)$$

Das Potential kann mit Hilfe von Gleichung (3.2) näherungsweise berechnet werden. Genauere Ergebnisse werden aber unter Berücksichtigung aller beteiligter Übergänge (hier:  $D1$ ,  $D2$ ) und ohne Rotating-Wave-Näherung (vgl. Anhang A) erzielt [93, 94]. Für die Dipolfalle aus linear polarisiertem Licht erhält man so das ortsabhängige Potential für  $^{87}\text{Rb}$

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2}{2} \left[ \frac{1}{\omega_{D1}^3} \left( \frac{\Gamma_{D1}}{\omega_{D1} - \omega_L} + \frac{\Gamma_{D1}}{\omega_{D1} + \omega_L} \right) + \frac{2}{\omega_{D2}^3} \left( \frac{\Gamma_{D2}}{\omega_{D2} - \omega_L} + \frac{\Gamma_{D2}}{\omega_{D2} + \omega_L} \right) \right] I(\mathbf{r}) . \quad (3.5)$$

Um das Potential für die gekreuzte Dipolfalle zu berechnen werden die Intensitäten der beiden einzelnen Strahlen für jeden Ort addiert und es ergibt sich ein von allen drei Raumrichtungen abhängiges Potential.

In erster Näherung kann die Dipolfalle als harmonisches Potential beschrieben werden (Abbildung 3.4 links). Die Fallenfrequenzen lassen sich aus der zweiten Ableitung der jeweiligen Raumrichtung des Potentials im Potentialminimum ( $x_{\text{min}}$ ,  $y_{\text{min}}$ ,  $z_{\text{min}}$ ) ermitteln

$$2\pi\nu_i = \omega_i = \sqrt{\left. \frac{\partial^2 U(x, y, z)}{\partial_i^2} \frac{1}{m} \right|_{x_{\text{min}}, y_{\text{min}}, z_{\text{min}}}} \quad (3.6)$$

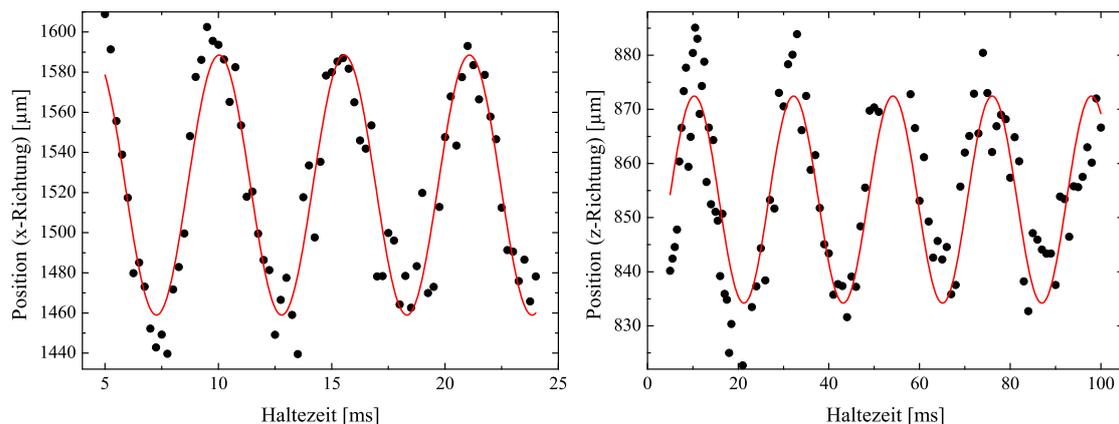


Abbildung 3.5: Beispiel für eine Fallenfrequenzmessung bei einer nominellen Laserleistung von 31 mW (entlang der y Achse) und 52 mW (entlang der z-Achse). Die aus der angepassten Sinuskurve (rot) ermittelten Frequenzen ergeben sich hier zu  $\omega_z = 181$  Hz,  $\omega_y = 46$  Hz und  $\omega_x = 221$  Hz (nicht gezeigt).

und das Potential lässt sich durch

$$U_{\text{dip}} = \frac{1}{2}m \sum_{i=x,y,z} i^2 \omega_i^2 \quad (3.7)$$

nähern. Zur vollständigen Beschreibung des Systems muss zusätzlich die Gravitation berücksichtigt werden ( $U_{\text{gesamt}} = U_{\text{dip}} + mgz$ ), die gerade bei kleinen Laserleistungen einen erheblich Einfluss auf Position, Tiefe und Fallenfrequenzen hat (Abbildung 3.4 rechts).

Allerdings können Effekte wie die Abschwächung der Laserstrahlen an den Wänden der Kammer (ca. 4%) und Abweichungen des Strahls vom idealen Gauß nur abgeschätzt bzw. garnicht berücksichtigt werden. Für Experimente, bei denen die Fallenfrequenz Einfluss auf das Messergebnis hat, wurde daher immer eine Messung dieser vorgenommen. Dazu wurden BECs durch eine adiabatische Änderung des Potentials (in der Regel durch das Anlegen eines Magnetfeldgradienten) zunächst ausgelenkt, dann wurde diese Änderung abrupt wieder ausgeschaltet. Das so ausgelenkte BEC schwingt mit der Fallenfrequenz des harmonischen Potentials um die Gleichgewichtsposition. Diese Schwingung kann nach einer gewissen Fallzeit in der Position der Atome detektiert werden. Typische Graphen solcher Schwingungen sind in Abbildung 3.5 für nominelle Laserleistungen von 31 mW und 52 mW gezeigt. Für Experimente, deren Ausgang von der Fallenfrequenz abhängig ist, wurde diese Messung jeweils wiederholt. Um eine grobe Abschätzungen der Fallenfrequenzen im täglichen Betrieb berechnen zu können, wurde in der Simulation der Durchmesser der Foki angepasst.

Für fast alle Messungen in dieser Arbeit ist die oben beschriebene Fallenkonfiguration verwendet worden. Nur für die im Ausblick (Abschnitt 6.2) gezeigten

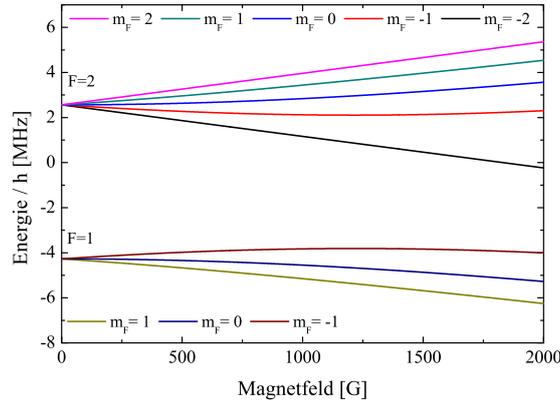


Abbildung 3.6: Verlauf der Energieaufspaltung im Magnetfeld für die verschiedenen Zustände  $|F, m_F\rangle$  des  $^{87}\text{Rb}$  in  $5^2S_{1/2}$

Untersuchungen, die eine Drehung des Aspektverhältnisses ( $\omega_x/\omega_z$ ) voraussetzen, musste der Aufbau der Dipolfalle geändert werden. Dazu wurde anstatt des Strahls in Gravitationsrichtung (z-Richtung) ein Strahl durch ein Loch in der QUIC-Spule (x-Richtung) justiert. Der Fokus von nominell  $38\ \mu\text{m}$  wird durch eine Kombination aus Kollimator (*Schäfter und Kirchhoff: 60FC-T-M40*), einer Faser mit  $10\ \mu\text{m}$  Modenfelddurchmesser (*Schäfter und Kirchhoff: PMC-1060-10,0*) und einer achromatischen Linse mit einer Brennweite von  $f=300\ \text{mm}$  erreicht. Die Justage dieses Aufbaus stellte sich als äußerst schwierig heraus, da aufgrund des Aufbaus keine Detektion entlang der x-Achse möglich ist. In dieser Konfiguration konnte das Aspektverhältnis ( $\omega_x/\omega_z$ ) von  $175/160$  über  $180/180$  bis zu  $180/200$  erfolgreich gedreht werden. Für alle anderen Messungen wurde aber weiter die ursprüngliche Fallengeometrie verwendet, da diese Vorteile bei der Justage und Stabilität bietet.

### 3.3 Rubidium im Magnetfeld

Die Ausrichtung der Spins in Spinor-Gasen geschieht in Bezug auf eine Magnetfeldachse. In diesem Abschnitt wird der Einfluss von statischen Magnetfeldern auf die Atome, die Realisierung dieser Felder im experimentellen Aufbau und deren Charakterisierung beschrieben.

#### 3.3.1 Linearer und quadratischer Zeeman-Effekt

Für die Grundzustände der D-Linien von Alkali Atomen kann die Verschiebung der Energieniveaus im Magnetfeld analytisch mit der Breit-Rabi-Formel [95, 96]

$$E_{J=1/2, m_J, I, m_I} = -\frac{E_{hfs}}{2(2I+1)} + g_I \mu_B m_F B \pm \frac{E_{hfs}}{2} \left( 1 + \frac{4m_F}{2I+1} x + x^2 \right)^{1/2} \quad (3.8)$$

$$\text{mit } x = \frac{(g_J\mu_B - g_I\mu_B) B}{E_{hfs}} \quad (3.9)$$

berechnet werden. Die Energien der Zustände bei gegebenem Magnetfeld  $B$  sind folglich von der Hyperfeinaufspaltung  $E_{hfs} = A_{hfs}(I + 1/2)$ , mit der Hyperfeinstrukturkonstante  $A_{hfs}$ , dem Kern- und Elektronendrehimpulsen  $I$  und  $J$ , deren Projektionen  $m_F = m_I \pm m_J$  mit jeweiligen Landé-Faktoren  $g_I$  und  $g_J$  und dem Bohr'schen Magneton  $\mu_B$  abhängig.

Im Allgemeinen unterscheidet man zwischen dem quadratischen und den linearen Anteil der Zeeman-Energie. In Abbildung 3.6 ist die Energie der einzelnen Zustände des  $5^2S_{1/2}$  Niveaus von  $^{87}\text{Rb}$  für Magnetfelder bis 2000 G aufgetragen. Bei so hohen Magnetfeldern ist der quadratische Zeeman-Effekt sehr gut zu erkennen. Es wird aber auch deutlich, dass bei kleinen Feldern zunächst der lineare Effekt überwiegt und die Energieniveaus äquidistant auseinander driften.

Wird die Breit-Rabi-Formel nach Potenzen von  $B$  bis zum quadratischen Term für den Kernspin  $I = 3/2$  von  $^{87}\text{Rb}$  entwickelt

$$E_{J=1/2, I=3/2, m_F=m_I \pm m_J} = \frac{(\pm 5 - 2)E_{hfs}}{10} + \frac{1}{4}((4 \mp 1)g_I \pm g_J) m_F \mu_B B + \frac{\pm(g_I - g_J)^2}{16E_{hfs}}(4 - m_F^2)\mu_B^2 B^2 + \mathcal{O}(B^3) \quad , \quad (3.10)$$

so können der lineare und der quadratische Zeeman-Effekt identifiziert werden. Wird zusätzlich der Einfluss des Kernspins vernachlässigt (da  $g_I \ll g_J$ ) und der Landé Faktor  $g_J$  durch  $g_J \approx 2$  genähert erhält man die bekannten Näherungen für den linearen und quadratischen Zeeman-Effekt

$$E_{\text{lin}} = \pm \frac{1}{2} m_F \mu_B B$$

$$E_{\text{quad}} = \pm \frac{(4 - m_F^2)}{4E_{hfs}} \mu_B^2 B^2 \quad . \quad (3.11)$$

Konstante Energieverschiebungen sind hier bereits vernachlässigt worden, müssen bei gemeinsamer Betrachtungen von Niveaus mit unterschiedlichem Gesamtspin  $F$  aber berücksichtigt werden. Für die Betrachtung der Spindynamik sind zusätzlich nur die Terme von Interesse, die eine Änderung erfahren wenn sich der Spinzustand  $m_F$  ändert. Das heißt der spinunabhängige Teil der quadratischen Zeeman-Energie wird ebenfalls nicht weiter berücksichtigt. Im Folgenden können daher der lineare und der quadratische Zeeman-Effekt durch zwei Parameter ( $p$  und  $q$ ) beschrieben werden

$$p = \mp \frac{\mu_B}{2} B$$

$$q = \mp \frac{\mu_B^2}{4E_{hfs}} B^2 \quad , \quad (3.12)$$

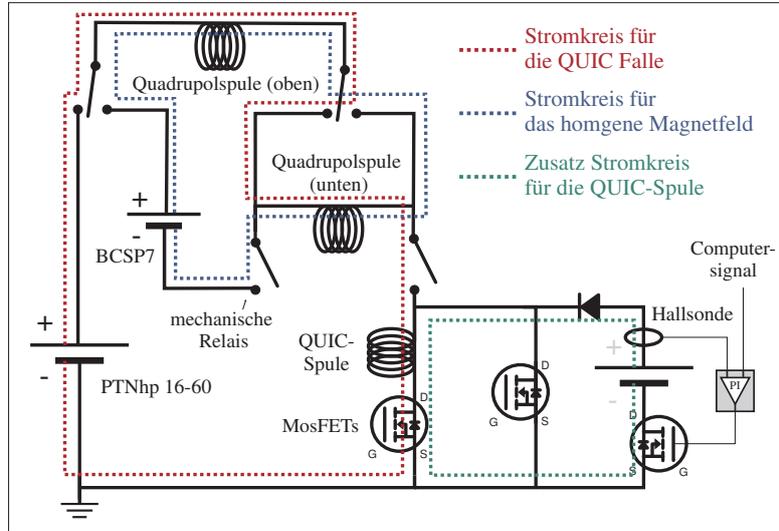


Abbildung 3.7: Verschaltung der Magnetfeldspulen

und die gesamte, von  $m_F$  abhängige Zeeman-Energie wird zu

$$E = -p \cdot m_F + q \cdot m_F^2 \quad . \quad (3.13)$$

Das Vorzeichen von  $p$  und  $q$  ist, wie die ganze Rechnung über, von der Ausrichtung von Spin und Drehimpuls zueinander ( $F = I \pm 1/2$ ) abhängig. Für ein  $^{87}\text{Rb}$  - Kondensat im Zustand  $|F = 1\rangle$  sind daher beide Parameter positiv und für  $|F = 2\rangle$  beide negativ.

### 3.3.2 Erzeugung des Magnetfelds

Für Experimente mit Spinor-Kondensaten ist eine hochpräzise Kontrolle kleiner Magnetfelder unterhalb einiger Gauß essentiell. In den zuvor durchgeführten Experimenten mit ultrakalten Molekülen wurde hingegen mit Feshbachresonanzen die im Bereich von 500 G lagen gearbeitet. Für kleine Felder war die elektronische Stabilisierung daher nicht mehr ideal angepasst. Die Verschaltung und vor allem die Möglichkeit die Spulen der QUIC-Falle zu verwenden wurde aber aus dem alten Aufbau übernommen.

#### Vertikales Magnetfeld

Das vertikale Feld wird von den Quadrupolspulen der QUIC-Falle (Abbildung 3.8) erzeugt. Hierfür werden die Spulen von Anti-Helmholtz in Helmholtz Konfiguration geschaltet und die Stromversorgung wird von einem Netzteil der Firma Heinzinger (*PTNhp 16-60*) auf ein Netzteil der Firma HighFinesse (*BCSP7*) umgestellt. Dieses Netzteil zeichnet sich durch ein sehr geringes Rauschen von nur  $I_{\text{noise}}/I_{\text{max}} < 10^{-5}$

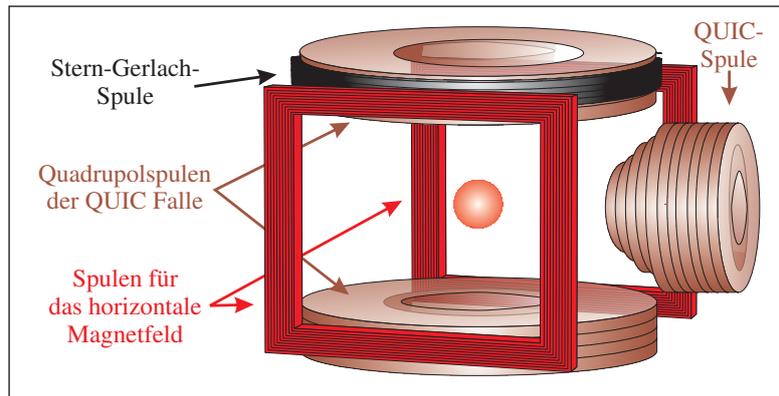


Abbildung 3.8: Anordnung der Magnetfeldspulen

für Ströme zwischen Null und Sechs Ampere aus. Die Verschaltung der Netzteile und der einzelnen Spulen sind in Abbildung 3.7 skizziert. Um möglichst entkoppelte Stromkreise zu garantieren wird das Umschalten von Quadrupolfeld zu homogenes Feld mittels mechanischer Relais (*Finder: 62.83.9.006.0000*) vorgenommen.

### Horizontales Magnetfeld

Für das im Ausblick beschriebene Experiment zur Untersuchung der dipolaren Wechselwirkung, muss die Orientierung des Magnetfeld gedreht werden können. Zur Erzeugung eines homogenen Feldes in  $y$ -Richtung wurden dafür zwei zusätzliche rechteckige Spulen angebracht (vgl. Abbildung 3.8). Diese befinden sich im Abstand von ca. 9,5 cm zueinander und bestehen aus jeweils 10 Windungen, die auf einen rechteckigen Halter (Höhe: 3,7 cm, Breite: 8 cm) befestigt sind. Der Strom wird durch ein weiteres Netzteil der Firma Heinzinger (*PTN 32-10*) erzeugt und gesteuert. Nachteilig an dieser Konfiguration ist die Geschwindigkeit, denn es werden mit diesen Netzteil ca. 100 ms Vorlaufzeit benötigt, um den Strom von einem Ampere bereitzustellen. Folglich ist dieses Feld zunächst nur für Experimente mit Kondensaten im absoluten Grundzustand ( $|F = 1\rangle$ ) verwendbar, da dort die Lebensdauer nicht durch Zweikörperverlustprozesse begrenzt ist, und somit eine solche Wartezeit nicht zu extremen Verlust an Teilchen führt (vgl. Abschnitt 3.4.4). Um diese Begrenzung des Experiments zu umgehen ist aber bereits eine verbesserte Regelung der Ströme im Aufbau integriert worden.

### 3.3.3 Eichung und Güte der Magnetfelder

Zur Charakterisierung der Magnetfelder wurde Spektroskopie an dem magnetfeldsensitiven Übergang von  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  nach  $|F = 1, m_F = 1\rangle$  ( $\approx 2,1$  kHz/mG) im Mikrowellenbereich ( $\approx 6,8$  GHz) betrieben. Aus der Frequenz lässt sich direkt auf das vorherrschende Magnetfeld zurückrechnen (vgl. Abschnitt 3.3.1).

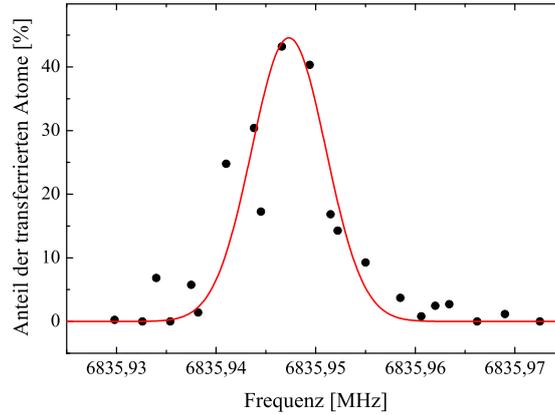


Abbildung 3.9: Mikrowellenspektroskopie an dem Übergang  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F = 1, m_F = 1\rangle$  bei 25 mA Strom durch die vertikalen Magnetfeldspulen. Die zentrale Frequenz entspricht einem Magnetfeld von 600 mG und die Breite der angepassten Gauß-Kurve entspricht einer Magnetfeldbreite von 4 mG.

Die verwendete Mikrowelle wird von einem Oszillator erzeugt und danach verstärkt (Abbildung 3.16 blauer Pfad). Für die Spektroskopie wird die Leistung und Pulsdauer so angepasst, dass weniger als 50 % der Atome (vgl. Abbildung 3.9) in den  $|F = 1, m_F = 1\rangle$  Zustand abgeregt werden. Dadurch wird verhindert, dass es zu mehreren kohärenten Oszillation zwischen den Zuständen kommt. Außerdem wurde darauf geachtet, dass zwar eine kalte Wolke aber kein BEC spektroskopiert wurde, um zu vermeiden, dass es zu einer stark dichteabhängigen Verschiebung des Übergangs kommt.

Um die beiden involvierten Zustände unabhängig zu detektieren, werden sie durch ein Stern-Gerlach-Experiment (vgl. Abschnitt 3.5) während der Fallzeit örtlich voneinander getrennt. Da das Detektionslicht nur mit dem Übergang  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$  resonant ist, werden die Atome im Zustand  $|F = 1\rangle$  kurz vor der Detektion mit Laserlicht auf dem Übergang  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$  in den Zustand  $|F = 2\rangle$  gepumpt. So können beide Wolken örtlich getrennt voneinander detektiert und ausgewertet werden. Um unabhängig von absoluten Teilchenzahlschwankungen zu messen, wird für die Auswertung die relativ zur Gesamtzahl transferierte Atomzahl in Prozent aufgetragen. Aus der Breite und Position einer an die Daten angepassten Kurve kann so die Breite und der Absolutwert des Magnetfeldes bestimmt werden (vgl. Abbildung 3.9).

Diese Messung wurde für beide Magnetfeldrichtung für mehrere Stromwerte wiederholt (Abbildung 3.10). Das Resultat ist eine Summe aus dem Feld der Spule, welches direkt proportional zum Strom ist

$$\vec{B}_{\text{Spule}} = m_{\text{Spule}} I \vec{e}_{\text{Spule}} \quad ,$$

und dem Restfeld am Ort der Atome aus Erdmagnetfeld und Störfeldern anderer

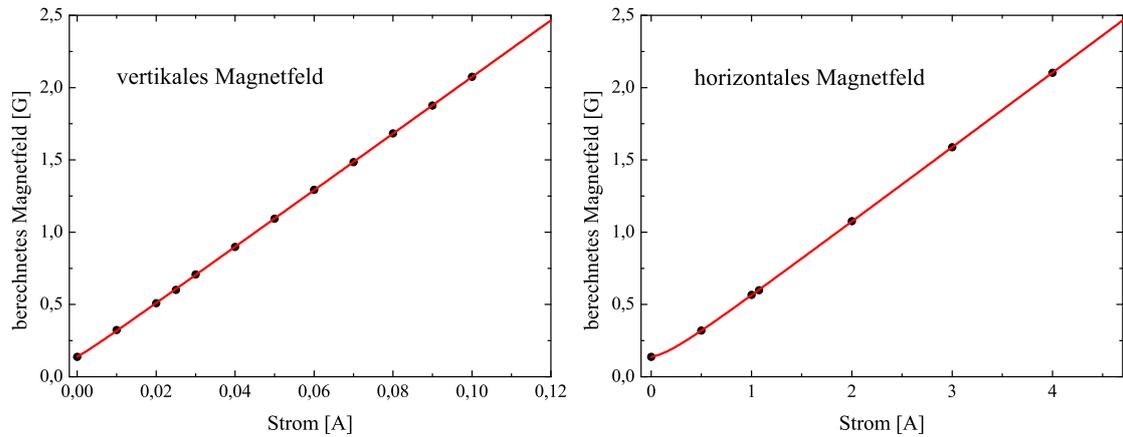


Abbildung 3.10: Magnetfeldeichung für das vertikale (*links*) und das horizontale Magnetfeld (*rechts*). Aufgetragen ist das aus der Mikrowellenspektroskopie ermittelte Magnetfeld für einen Stromwert für die jeweilige Spule. Die Kurven sind an die Daten angepasst und werden in Gleichung (3.15) beschrieben

Experimentelemente wie z.B. Netzteilen.

$$\vec{B}_{\text{Rest}} = b_x \vec{e}_x + b_y \vec{e}_y + b_z \vec{e}_z$$

Durch die Spektroskopie können nur Information über das absolute Magnetfeld

$$B_{\text{Spektr.}} = |\vec{B}| = |\vec{B}_{\text{Spule}} + \vec{B}_{\text{Rest}}|$$

ermittelt werden. Sind die Achsen des Koordinatensystems in Richtung der vermessenen Spulen definiert ergeben sich aus der unabhängigen Vermessung der beiden Spulenpaare (Abbildung 3.10) die folgenden Eichungen in y ( $B_y$ ) und z-Richtung ( $B_z$ )

$$\begin{aligned} B_y &= |\vec{B}| = |\vec{B}_y + \vec{B}_{\text{Rest}}| = \sqrt{b_{x,z}^2 + (b_y + m_y I_y)^2} \\ B_z &= |\vec{B}| = |\vec{B}_z + \vec{B}_{\text{Rest}}| = \sqrt{b_{x,y}^2 + (b_z + m_z I_z)^2} \quad , \end{aligned} \quad (3.14)$$

mit den beiden Konstanten

$$b_{x,z}^2 = b_x^2 + b_z^2 \quad , \quad b_{x,y}^2 = b_x^2 + b_y^2 \quad .$$

Aus den in Abbildung 3.10 angepassten Kurven

$$\begin{aligned} B_y &= \sqrt{(0,134\text{G})^2 + (0,031\text{G} + 0,517\text{G}/\text{A} \cdot I)^2} && \text{(horizontale Spulen)} \\ B_z &= \sqrt{(0,082\text{G})^2 + (0,112\text{G} + 19,60\text{G}/\text{A} \cdot I)^2} && \text{(vertikale Spulen)} \end{aligned} \quad (3.15)$$

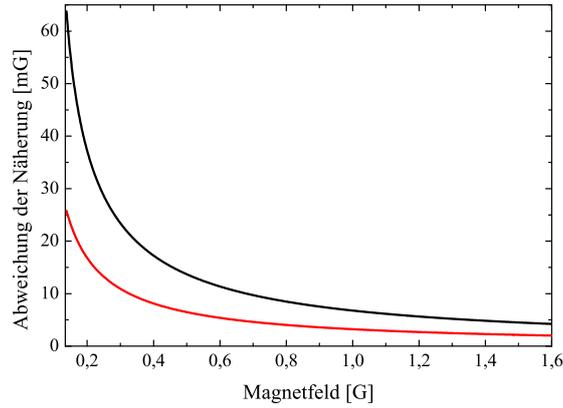


Abbildung 3.11: Die Abweichung der linearen Näherung von der Eichung in Abhängigkeit vom Magnetfeld für die horizontalen (*schwarz*) und die vertikalen (*rot*) Spulen.

lassen sich folgende Werte für das Restfeld in den drei Raumrichtungen

$$|b_x| = 0,074(6)G \quad (3.16)$$

$$b_y = -0,031(2)G \quad (3.17)$$

$$b_z = -0,112(3)G \quad (3.18)$$

bestimmen. Im Vergleich dazu beträgt das Erdmagnetfeld in Hannover  $-0,175\text{ G}$ ,  $+0,005\text{ G}$  und  $-0,455\text{ G}$  in den drei Raumrichtungen. Damit ergibt sich für die beiden Spulen die linearen Proportionalitätsfaktoren

$$m_y = -0,517(1) \frac{G}{A} \quad (\text{horizontale Spulen})$$

$$m_z = -19,60(4) \frac{G}{A} \quad (\text{vertikale Spulen}) \quad .$$

Unter der Annahme, dass das Restfeld klein ist im Vergleich mit dem angelegten Feld, können Terme höherer Ordnung vernachlässigt werden und das Magnetfeld lässt sich durch die lineare Gleichung

$$B_a = b_a + m_a I$$

beschreiben.

Um zu zeigen, dass diese Näherungen erlaubt ist, sind in Abbildung 3.11 die Abweichungen der linearen von der exakten Lösung in Abhängigkeit vom bestimmten Magnetfeld im relevanten Bereich für beide Spulen gegenübergestellt. Für kleine Magnetfelder versagen beide Näherungen. Allerdings ist die Abweichung für das vertikale Feld bereits ab  $300\text{ mG}$  nur noch im Bereich der experimentellen Ungenauigkeit und selbst der Bereich unter  $300\text{ mG}$  wird mit einer Verschiebung unter  $25\text{ mG}$  reproduziert. Daher konnte diese Eichung für die hier vorgestellten Messungen verwendet werden. Sowohl die Fehler in der Eichung des Feldes, als auch die

Breite des Feldes von 4 mG sind für die in den folgenden Kapiteln vorgestellten Ergebnisse vernachlässigbar.

## 3.4 Manipulation und Charakterisierung der Spinzustände

Die Kontrolle über den jeweiligen Spinzustand der Atomwolke und die Manipulation dieser Zustände sind für Experimente mit Spinor-Gasen enorm wichtig. Dazu gehört sowohl die Präparation und Manipulation der Atome durch Kopplungen mit äußeren Feldern und die Möglichkeit wirklich reine Zustände zu erzeugen, als auch die Vermessung von spinabhängigen Verlustprozessen, die ein Experiment beeinflussen und begrenzen können.

### 3.4.1 Zustandspräparation

Die Kühl- und Präparationsschritte bis zum Umladen in die Dipolfalle sind für den magnetisch fangbaren Zustand  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  des  $^{87}\text{Rb}$  optimiert. Um die Spinzustände  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  bzw.  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  zu präparieren wird die Technik der schnellen adiabatischen Passage<sup>4</sup> benutzt [97, 98].

#### Radiofrequenzübergänge

Zur Präparation werden Magnetfelder von ca. 80 G verwendet, da dann die energetischen Unterschiede zwischen den einzelnen Zeeman-Übergängen bereits im MHz Bereich liegen und somit durch eine Radiofrequenz klar einzeln adressierbar sind. Eine Möglichkeit die Atome nun von  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  in den  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  zu transferieren wäre die Anwendung zweier resonanter Radiofrequenzpulse die zunächst alle Atome in den  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  Zustand pumpen und schließlich den gewünschte Endzustand bevölkern. Die Transfereffizienz solcher Pulse ist aber stark von der Verstimmung und Leistung der eingestrahlten Radiofrequenz abhängig. Um diese Sensitivität zu umgehen wird die bereits in der Einführung erwähnte Technik der schnellen adiabatischen Passage angewendet. Diese beruht auf die im Anhang A vorgestellte Kopplung atomarer Niveaus mit einem elektromagnetischen Feld.

---

<sup>4</sup>rapid adiabatic passage

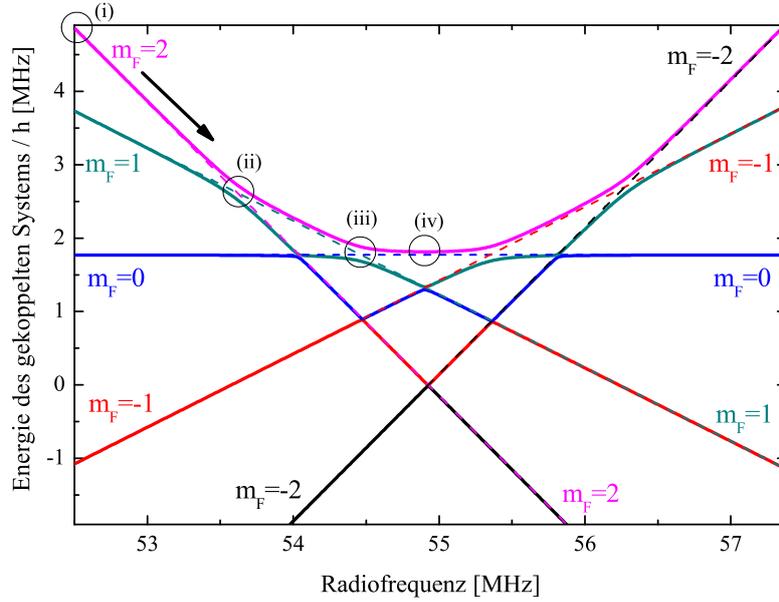


Abbildung 3.12: Gekoppeltes System der magnetischen Zustände des  $|F = 2\rangle$  Hyperfein- zustands von  $^{87}\text{Rb}$  für ein Magnetfeld von 78,5 G und einer willkürlichen Kopplungsstärke.

Dabei wird das System von einem Zwei-Niveausystem in diesem Fall auf ein Fünf-Niveausystem erweitert

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} E_2 - 2hf & \hbar \frac{\Omega_{1,2}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\hbar \Omega_{1,2}^*}{2} & E_1 - hf & \hbar \frac{\Omega_{0,1}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \hbar \frac{\Omega_{0,1}^*}{2} & E_0 & \hbar \frac{\Omega_{-1,0}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \hbar \frac{\Omega_{-1,0}^*}{2} & E_{-1} + hf & \hbar \frac{\Omega_{-2,-1}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \hbar \frac{\Omega_{-2,-1}^*}{2} & E_{-2} + 2hf \end{pmatrix}. \quad (3.19)$$

Auf der Diagonalen der Matrix stehen jetzt die Energie der ungestörten Niveaus  $E_{m_F}$ , berechnet durch die Breit-Rabi-Formel und die Energie der Radiofrequenz Photonen mit der Frequenz  $f$ . Als Referenz wird aus Symmetriegründen  $E_0$  gewählt, so dass die Energie der Photonen teils positiv, teils negativ gezählt werden. Die Kopplung zwischen den einzelnen Niveaus steht auf den Nebendiagonalelementen der Matrix. Sie sind von der resonanten Rabi-Frequenz abhängig, die wiederum abhängig von Leistung und Polarisation der Radiofrequenz und Kopplungsterme für die beteiligten Zustände sind. Da diese Werte nicht ermittelt wurden, ist in Graph 3.12 der Verlauf der neuen Eigenzustände für eine willkürlich gewählte und für jeden Übergang identische Kopplungsstärke  $\Omega_{i,j} = \Omega$  gezeigt. In diesem Graphen kann der Verlauf der schnellen adiabatischen Passage nachvollzogen werden. Beim Einschalten einer Radiofrequenz werden die ungekoppelten Zustände (gestrichelte Linien) auf die neuen Eigenzustände (durchgezogene Linien) des Systems

projiziert. Geschieht das in einem Gebiet ((i) in Abbildung 3.12) in dem die Zustände beider System entartet sind gehen alle Atome in den gekoppelten Zustand über. Wird die Radiofrequenz nun langsam geändert verbleiben die Atome in diesem, auch wenn sie damit den ursprünglichen ungestörten Eigenzustand verlassen ((ii) und (iii) in Abbildung 3.12). Die Übergänge (ii) und (iii) nennt man daher eine verbotene Kreuzung. Wird die Radiofrequenz dann abrupt ausgeschaltet werden die gekoppelten Eigenzustände auf die ungestörten Eigenzustände des Atoms zurück projiziert. Geschieht das an einem Punkt an dem die gekoppelten und die ungestörten Zustände wieder fast entartet sind ((iv) in Abbildung 3.12), so können fast alle Atome in diesen neuen ungestörten Zustand transferiert werden.

Die Radiofrequenzen werden von einem Synthesizer (*VFG150*) der Firma Topica erzeugt (Abbildung 3.16 orangener Pfad) . Dieser Funktionsgenerator kann eine zuvor programmierte Frequenzrampe nach einem TTL-Startsignal abfahren. Die so erzeugte Frequenzrampe wird anschließend verstärkt und mit einer Antenne, die aus einer doppelten Leiterschleife besteht, abgestrahlt. Die Antenne ist nicht angepasst, erzeugt aber trotzdem ein starkes RF-Feld am Ort der Atome, da sich diese im Nahfeld der Antenne befinden. Der Transfer findet innerhalb von 5 ms statt. Dabei wird bei einem Magnetfeld von 78,51 G die Frequenz linear von 52,5 MHz nach 54,94 MHz gerampt (i und iv in Abbildung 3.12). Mit dieser Methode ist es möglich, zuverlässig alle Atome z.B. vom Zustand  $|m_F = 2, m_F = 2\rangle$  in den gewünschten Zustand  $|m_F = 2, m_F = 0\rangle$  zu transferieren.

### Mikrowellenübergänge

Für zukünftige Experimente (vgl. Ausblick 6) ist es günstiger, mit Kondensaten im Hyperfeinzustand  $|F = 1\rangle$  zu arbeiten. Für den Transfer der zunächst in  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  präparierten Atome in den Zustand  $|F = 1, m_F = 1\rangle$  wird die oben beschriebene Technik der schnellen adiabatischen Passage mit Mikrowelle verwendet. Bei einem Magnetfeld von ca. 60 G werden Frequenzen bei ca. 6,9 GHz benötigt.

Die Frequenz wird am Experiment durch einen an eine Referenzfrequenz gekoppelten Mikrowellen-Oszillator generiert (Abbildung 3.16 blauer Pfad). Nach Erzeugung der Frequenz wird diese über einen Schalter an einen schmalbandigen Mikrowellen- Verstärker gegeben. Der Verstärkungsgrad entspricht ca. 40dB und ist auf 10 Watt beschränkt. Die verstärkte Frequenz wird, um den Verstärker vor Rückkopplungen zu schützen, über zwei 30 dB Mikrowellenisolatoren an die Antenne gegeben. Die Antenne besteht aus einem RG-51-Kabel an dessen Ende sich eine Leiterschleife (zwei Windungen) mit einer Radius von ca. 1,2 cm anschließt. Diese Antenne befindet sich direkt an der Wand der Glaszelle und hat damit eine Entfernung von ca. 1,3 cm von den Atomen. Bei einer Wellenlänge von 4,3 cm, befinden

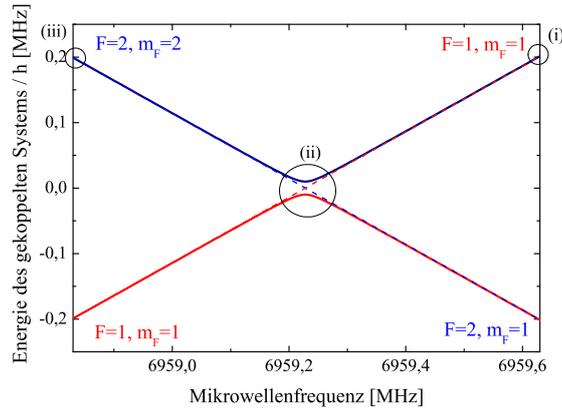


Abbildung 3.13: Kopplung der Hyperfeinzustände  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  und  $|F = 1, m_F = 1\rangle$  durch eine Mikrowelle für ein Magnetfeld von 58,91 G und einer Kopplungsstärke von  $\hbar \cdot \Omega_{1,2}/2 = \hbar \cdot 10 \text{ kHz}$

sich die Atome im Übergangsbereich zwischen Nah- und Fernfeld-Beschreibung<sup>5</sup>. Der Vorteil im Nahfeldbereich zu arbeiten liegt darin, dass nicht nur die abgestrahlte elektromagnetische Welle sondern auch die zwischen Antenne und Raum oszillierende Feldenergie (Blindleistung) das Feld an den Atomen bestimmt. Auch ohne Optimierung sind damit hohe Rabi-Frequenzen (vgl. Abschnitt 3.4.2) und damit eine starke Kopplung zwischen den Zuständen erreichbar.

Die optimierte Mikrowellenrampe bei einem Magnetfeld von 58,9 G ändert die Mikrowellenfrequenz linear innerhalb von 5 ms über einen Bereich von 800 kHz und erreicht dabei eine Transfereffizienz von ca. 100%.

Zur theoretischen Beschreibung des Systems ist für den Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \frac{E_{F=2} - E_{F=1}}{2} - h \frac{f}{2} & \hbar \frac{\Omega_{1,2}}{2} \\ \hbar \frac{\Omega_{1,2}^*}{2} & -\frac{E_{F=2} - E_{F=1}}{2} + h \frac{f}{2} \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

der Energie Nullpunkt genau zwischen die beiden ungekoppelten Niveaus gelegt worden. Die ungestörten Energieniveaus der Atome können wieder durch die Breit-Rabi-Formel berechnet werden. Für die Kopplungsstärke wurde die maximale Rabi-Frequenz von  $2\pi \cdot 20 \text{ kHz}$  (im nächsten Abschnitt vermessen) verwendet. Die Matrix beschränkt sich auf zwei Niveaus, da es durch den linearen Zeeman-Effekt bei einem angelegten Magnetfeld von einigen Gauß bereits zu einem Unterschied in den Übergangsfrequenzen von einigen MHz kommt. Damit ist der Effekt der Kopplung an die anderen Niveaus durch die Mikrowelle vernachlässigbar.

Wie bei der Kopplung der Zeeman-Zustände beginnt die adiabatische Passage in einem nicht gekoppelten Bereich (Bereich (i) in Abbildung 3.13), dann wird die Frequenz der Mikrowelle linear in der Zeit verändert und die Atome werden über

<sup>5</sup>per Definition liegt die Grenze bei  $\lambda/(2\pi) \approx 0,7 \text{ cm}$

den stark gekoppelten Bereich (ii) bis zu dem erneut ungekoppelten Zustand im Bereich (iii) überführt. Im Gegensatz zu dem Multilevelsystem zuvor ist es hier nicht von Bedeutung in welche Richtung die Frequenz variiert wird. Die Präparation in  $|m_F = 2, m_F = 1\rangle$  kann ohne Änderung durch genau die entgegengesetzte Frequenzrampe erreicht werden. Die Atome folgen dann in Abbildung 3.13 anstatt der blauen Linie der roten.

### 3.4.2 Manipulation der Zustände

Der quadratische Zeeman-Effekt sorgt dafür, dass sich die Übergänge mit  $\Delta m_F = +1$  und  $\Delta m_F = -1$  bei angelegtem Magnetfeld energetisch unterscheiden. Dieser Unterschied in der Energie ist Teil Resonanzbedingung der Spindynamik (vgl. Abschnitt 2.2.2). Energieverschiebungen können aber auch durch die bereits mehrfach verwendete Kopplung von Niveaus mit Hilfe von elektro-magnetischen Feldern erreicht werden (vgl. z.B. Bereich (ii) in Abbildung 3.13). Dieser Effekt wurde bereits erfolgreich für Messungen an  $F=1$   $^{87}\text{Rb}$  Spinor-Gasen ausgenutzt [50, 60].

Der vorher nur den quadratischen Zeeman-Effekt beschreibende Parameter  $q$  muss in dem Fall durch ein effektiven Parameter  $q_{\text{eff}}$  ersetzt werden. Dieser setzt sich zusammen aus dem Anteil des quadratischen Zeeman-Effekts (jetzt  $q_Z$  genannt) und dem Anteil der Kopplung ( $q_K$ ). Durch diesen Effekt kann sogar das Vorzeichen von  $q$  gedreht werden. In diesem Abschnitt soll der Effekt für Atome im Zustand  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  beschrieben werden, da diese Technik z.B. bei der Vermessung der dipolaren Wechselwirkung Anwendung findet (vgl. Abschnitt 6.1).

#### Theorie

Um eine Veränderung von  $q$  zu erreichen bietet es sich an, den Zustand  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  zu verschieben, da eine Verschiebung dieses Niveaus einen Einfluss auf beide relevanten Energiedifferenzen hat und der Betrag der Verschiebung daher doppelt in  $q$  eingeht. Zur Vereinfachung wird im folgenden davon ausgegangen, dass die Verstimmung der eingestrahlten Mikrowelle  $\delta$  zum Übergang  $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$  klein im Vergleich zu der Verstimmung zu jedem anderen Übergang (vgl. Abbildung 3.14) ist. Unter dieser Annahme kann der Effekt der Mikrowelle auf alle anderen Zustände vernachlässigt werden und zur Beschreibung der Kopplung kann von einem Zwei-Niveausystem ausgegangen werden. Wieder lässt sich das System durch einen Hamiltonoperator in Matrixschreibweise ausdrücken

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} E_{F=2, m_F=0} - hf & \hbar \frac{\Omega_R}{2} \\ \hbar \frac{\Omega_R}{2} & E_{F=1, m_F=0} \end{pmatrix}. \quad (3.21)$$

Da nur die Verschiebung des unteren Niveaus ( $|F = 1, m_F = 0\rangle$ ) bezüglich des ungestörten Niveaus für die Betrachtung relevant ist, wurde dieses als Energie Nullpunkt gewählt (vgl. Anhang (A.10)).

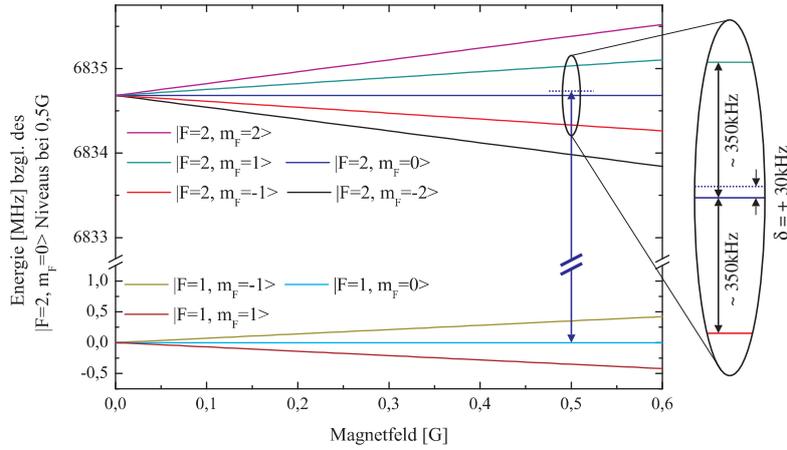


Abbildung 3.14: Bei einem homogenen Magnetfeld von 0,5 G und 30 kHz Verstimmung zum Übergang  $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$  ist die Verstimmung zu allen anderen Niveaus groß. Die Kopplung dieser Zustände kann daher vernachlässigt werden.

Mit einer gegebenen Verstimmung  $\delta$  der Mikrowelle  $f$  zum atomaren Übergang, fehlt nur die Rabi-Frequenz  $\Omega_R$  um die Verschiebung der Niveaus zu bestimmen. Die Richtung der Verschiebung wird durch das Vorzeichen der Verstimmung  $\delta$  bestimmt. Die Verschiebung ist durch

$$E_{\pm}(\vec{R}) = \hbar \frac{\delta}{2} \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{\delta^2 + \Omega_R^2} \quad (3.22)$$

gegeben. Wobei das + den rot verstimten Fall, und das – den blau verstimten Fall beschreibt.

Betrachtet man die magnetfeldabhängige Energiedifferenz  $\Delta_{E_Z}$  der Übergänge  $\Delta m_F = +1$  und  $\Delta m_F = -1$  so ergibt sich folgender Zusammenhang mit dem Parameter ( $q_Z$ ).

$$\Delta_{E_Z} = \mp \frac{\mu_B^2}{4E_{hfs}} B^2 - \left( \mp \frac{\mu_B^2}{4E_{hfs}} B^2 \right) = 2 \times q_Z \quad (3.23)$$

Vergleicht man damit die Energiedifferenz der Übergänge hervorgerufen durch die beschriebene Kopplung mit der Mikrowelle

$$\Delta_{E_K} = \hbar \frac{\delta}{2} \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{\delta^2 + \Omega_R^2} - \left( \hbar \frac{\delta}{2} \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{\delta^2 + \Omega_R^2} \right) = 2 \times \left( \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{\delta^2 + \Omega_R^2} \right) \quad (3.24)$$

so erhält man ein entsprechenden Faktor  $q_K$  für die Mikrowellen Kopplung

$$q_K = \frac{\Delta_{E_K}}{2} = \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{\delta^2 + \Omega_R^2} \quad (3.25)$$

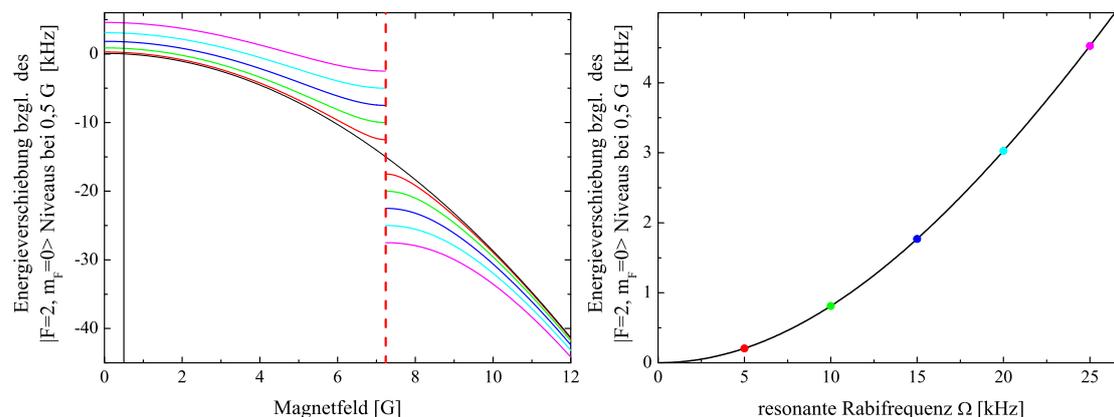


Abbildung 3.15: Die gekoppelten Energieeigenwerte für eine Verstimmung von +30 kHz bezüglich des Übergangs  $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$  bei einem Magnetfeld von 0,5 G. (*links:*) Verlauf der gekoppelten Energieeigenwerte für verschiedene Kopplungsstärken in Abhängigkeit des Magnetfeldes. Die gestrichelte rote Linie markiert die Resonanzposition  $\delta = 0$ . (*rechts:*) Die quadratische Abhängigkeit der gekoppelten Zustände für ein Magnetfeld von 0,5 G. Die farbigen Punkte entsprechen den Kurven links.

Das effektive  $q$  ist eine Summe aus den einzelnen Effekten

$$q_{\text{eff}} = q_Z + q_K = \mp \frac{\mu_B^2}{4E_{hfs}} B^2 \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{\delta^2 + \Omega_R^2} \quad , \quad (3.26)$$

wobei das erste Vorzeichen abhängig von der Ausrichtung von Elektronenspin und Kernspin zueinander (negativ für  $F = I + 1/2 = 2$ , positiv für  $F = I - 1/2 = 1$ ) ist. Das zweite Vorzeichen ist abhängig von der Verstimmung der Mikrowelle bezüglich des resonanten Übergangs (negativ für blau verstimmt, positiv für rot verstimmt).

## Aufbau

Um eine variable Mikrowellenfrequenz am Ort der Atome bereitzustellen wurde ein zweite Frequenzkette aufgebaut (Abbildung 3.16 roter Pfad) . Das Herz dieser Kette besteht aus einer sogenannten Step-Recovery-Diode, die die harmonischen Vielfachen einer Eingangsfrequenz erzeugt. Die Eingangsfrequenz wird von einem Radiofrequenz-Synthesizer vorgegeben. Die so erzeugte Radiofrequenz bei ca. 1 GHz wird zunächst auf ca. 1 Watt verstärkt, kann danach aber über einen variablen Abschwächer, auf die gewünschte Leistung eingestellt werden. Die fest eingebauten Abschwächer begrenzen die Leistung und verhindern so eine Beschädigung der Elemente. Nach Diode und Frequenzfilter wird die siebte harmonische der Eingangsfrequenz noch einmal verstärkt, bevor sie in einem 10 Watt Verstärker auf die Endleistung verstärkt und mit Hilfe einer Antenne auf die Atome gestrahlt werden kann.

Die Antenne und der Verstärker wurden auch schon zum Transfer der Atome

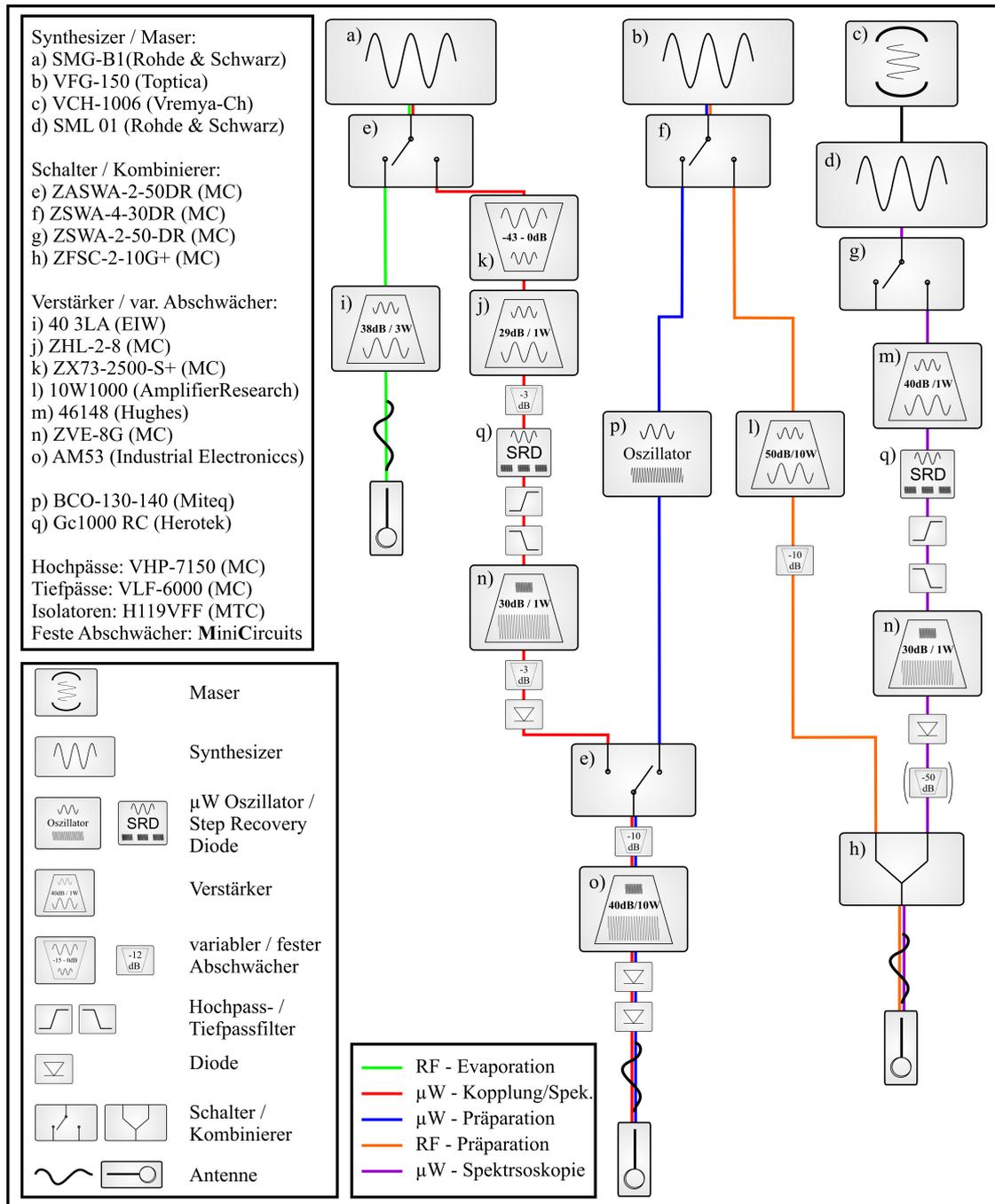


Abbildung 3.16: Aufbau der Mikrowellen und Radiofrequenzketten zur Präparation, Manipulation und Spektroskopie der Hyperfeinzustände von  $^{87}\text{Rb}$

zwischen den Hyperfeinzuständen verwendet. Mit Hilfe eines Schalters vor dem Verstärker kann eingestellt werden, welches der Signale verstärkt und abgestrahlt wird. Dies schränkt das System nicht ein, da die beiden Mikrowellen nacheinander und nie gleichzeitig am Experiment benötigt werden. Die Leistung nach dem letzten Verstärker wurde in Abhängigkeit der angelegten Spannung am variablen Abschwächer vermessen. Der Einfluss der Spannung ist stark nichtlinear, daher wurde versucht durch die Aufnahme vieler Messpunkte ein möglichst enges Raster für die Eichung (Mikrowellenleistung - Spannung) zu erzeugen. Durch zusätzlich eingefügte feste Abschwächer kann außerdem dafür gesorgt werden, dass sich der verwendete Leistungsbereich in einem annähernd linearen Bereich des variablen Abschwächers befindet.

### Rabi-Oszillationen

Zur Bestimmung des effektiven  $q$  wird insbesondere die Größe des Kopplungsterms benötigt. Die Kopplungsstärke wird durch die Rabi-Frequenz definiert. Diese beschreibt die kohärente Oszillation der Besetzung zweier miteinander resonant gekoppelter Niveaus (vgl. Anhang A). Da die Rabi-Frequenz bei resonantem Übergang definiert ist, wurde zunächst durch Spektroskopie die genaue Position der Resonanz ermittelt. Dann wurde nach Variation der Einstrahlzeit bei fester Leistung die Population in den beiden Zuständen einzeln detektiert. Da beide Zustände magnetisch insensitive sind, können sie zu diesem Zweck nicht durch einen Stern-Gerlach-Puls getrennt werden. Stattdessen werden in einem ersten Bild nur die Atome im Zustand  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  mit resonantem Licht detektiert. Für die Detektion der Atome im Zustand  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  wurden danach diese vom  $|F = 1\rangle$  in das  $|F = 2\rangle$  Niveau gepumpt. Um die Atome in  $|F = 2\rangle$  nicht doppelt zu zählen, werden diese zwischen den beiden Bildern durch einen resonanten Lichtpuls aus dem Detektionsbereich entfernt. Für die Auswertung werden Atome im Zustand  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  relativ zur Gesamtatomzahl aufgetragen. In Abbildung 3.17 ist dies exemplarisch für eine Mikrowellenleistung von 200 mW gezeigt. Eine angepasste Sinusfunktion liefert so die Rabi-Frequenz und damit die Kopplungsstärke. Bei den Messungen zeigt sich die quadratische Abhängigkeit der Rabi-Frequenz von der eingestrahlten Leistung. Die Rabi-Frequenz ist außerdem stark von der Orientierung des Magnetfeldes, zur Polarisation der Mikrowelle (vgl. Abbildung 3.17) abhängig. Da die Polarisation der Mikrowelle nicht ohne weiteres bestimmbar ist, kann hier nur die Orientierung des Magnetfelds bezüglich der Achse der kreisförmigen Antenne angegeben werden. So ergibt sich bei einer Orientierung des Magnetfelds entlang der Antennenachse (horizontales Feld) eine sehr viel langsamere Oszillation zwischen den Niveaus, als bei senkrechter Ausrichtung (vertikales Feld). Durch den oben beschriebenen Aufbau können maximale Rabi-Frequenzen von 20,3 kHz (12,8 kHz) bei vertikalen (horizontalen) Magnetfeld erreicht werden.

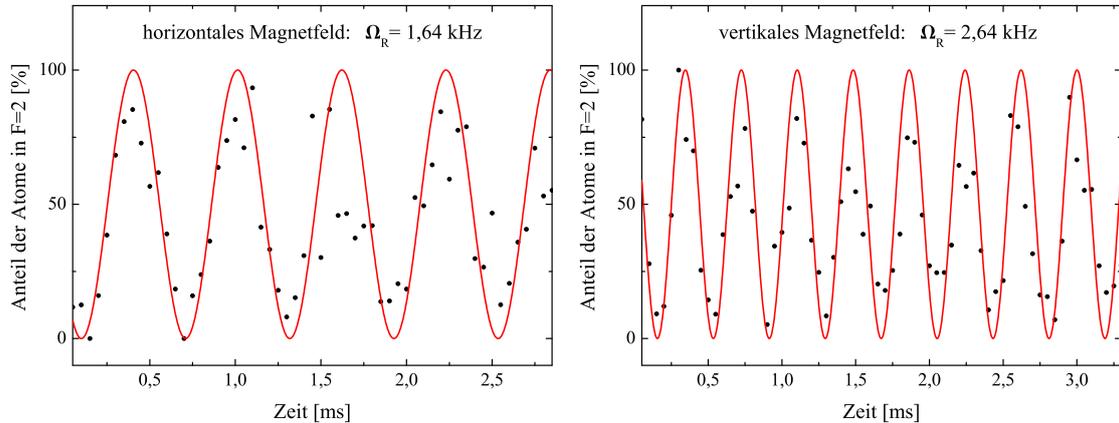


Abbildung 3.17: Rabi-Oszillation zwischen  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  und  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  aufgenommen bei einer Mikrowellenleistung von 100 mW für ein Magnetfeld in horizontaler/vertikaler Richtung.

### Mikrowellespektroskopie

Eine Möglichkeit zur Überprüfung des Effekts der Kopplung auf die beteiligten Niveaus besteht in der direkten Messung der Verschiebung durch eine genaue Spektroskopie des gekoppelten Übergangs mit einer zweiten, sehr schwachen Mikrowelle. Um eine Verschiebung weniger Hertz bei einer absoluten Frequenz um 6,8 GHz vermessen zu können, muss sowohl der zeitliche Drift der Abfrage-Mikrowelle als auch die Breite des Spektroskopiesignals kleiner als die zu vermessene Verschiebung sein. Außerdem muss die Mikrowelle zur Spektroskopie gleichzeitig mit der Mikrowelle zur Kopplung der Niveaus eingestrahlt werden. Daher wurde eine weitere Mikrowellen-Erzeugerkette aufgebaut (Abbildung 3.16 violetter Pfad), und über einen Kombiniierer auf die sonst für Radiofrequenzen genutzte Antenne gegeben. Die Mikrowellen wird hier wieder durch eine Step-Recovery-Diode erzeugt, die diesmal von einem Synthesizer der Firma Rhode und Schwarz gespeist wird. Um die hohe Genauigkeit und Stabilität in der absoluten Frequenz zu erreichen ist dieser Synthesizer auf eine 10 MHz Referenzfrequenz eines Masers stabilisiert.

Die Spektroskopie der Verschiebung wurde für beide Magnetfeldrichtungen bei 0 mW, 100 mW und 200 mW eingestellter Mikrowellenleistung und 50 kHz Verstimmung untersucht. Typische Messdaten für eine solche Spektroskopie sind in Abbildung 3.18 (links) dargestellt. Die Resonanzen wurden zunächst bei hohen Leistungen gesucht und dann bei stark abgeschwächter Leistung ( $\approx 0,01$  mW) und langer Einstrahldauer (200 ms) aufgenommen, um eine Leistungs- und Fourier-Verbreiterung auszuschließen. Außerdem wurde die Messung nicht an einem BEC sondern an kalten Wolken vorgenommen, um eine Verschiebung des Übergangs durch die Dichte zu vermeiden. In Abbildung 3.18 (rechts) sind die ermittelten Werte für die beiden Magnetfeldrichtungen gegen die eingestellte Mikrowellenlei-

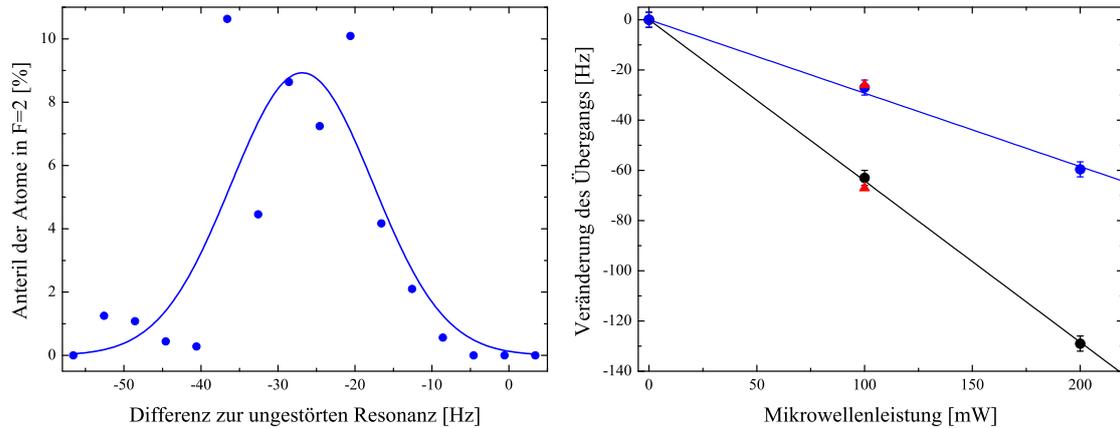


Abbildung 3.18: *links*: Beispiel für ein Spektroskopiesignal für den Übergang  $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$  bei einer Verstimmung von  $\delta = 50$  kHz, einer Leistung von  $P = 100$  mW und einem horizontalen Magnetfeld von  $B = 0,6$  G. *rechts*: Veränderung der Resonanz in Abhängigkeit von der abgestrahlten Leistung und der Richtung des Magnetfelds. In blau (schwarz) ist die Verschiebung für ein Magnetfeld in horizontaler (vertikaler) Richtung gezeigt. In rot sind zum Vergleich die aus der Rabi-Frequenz berechneten Werte eingetragen.

tung aufgetragen. Aus der linearen Anpassung ergibt sich eine Verschiebung von 640 Hz/W (290 Hz/W) bei vertikalen (horizontalen) Magnetfeld. In rot sind zum Vergleich die aus der gemessenen resonanten Rabi-Frequenz errechneten Verschiebungen der Resonanz bei 100 mW Mikrowellenleistung und gleicher Verstimmung eingetragen. Diese stimmen innerhalb des Fehlers mit der spektroskopisch gemessenen Verschiebung überein.

### 3.4.3 Reinigungspuls

Für die in Kapitel 4 und 5 vorgestellten Experimente befinden sich die Atome nach der Präparation in dem in erster Näherung magnetfeldinsensitiven Zustand  $|m_F = 0\rangle$ . Da die Experimente von der Anzahl der Restatome in den Zuständen  $|m_F = \pm 1\rangle$  (vgl. Kapitel 5) beeinflusst werden, folgt nach der Präparation eine Reinigungssequenz, die das Ensemble von den magnetfeldsensitiven Zuständen befreit.

Während des Absenkens des Magnetfeldes der Präparation fließt dann für eine kurze Zeit von 15 ms ein Strom von 30 A durch die QUIC-Spule. Der durch die QUIC-Spule dadurch erzeugte Gradient von 1,95 G/(A cm) in x-Richtung am Ort der Atome reicht aus um die Falltiefe für magnetfeldsensitiven Atome auf Null zu senken (vgl. Abbildung 3.19). Um sicher zu gehen, dass der Gradient ausreicht um Atome in den Zuständen  $|m_F = \pm 1\rangle$  aus der Dipolfalle zu entfernen wurden zur Probe absichtlich ca.  $2 \times 10^5$  Atome in den jeweiligen Zuständen präpariert.

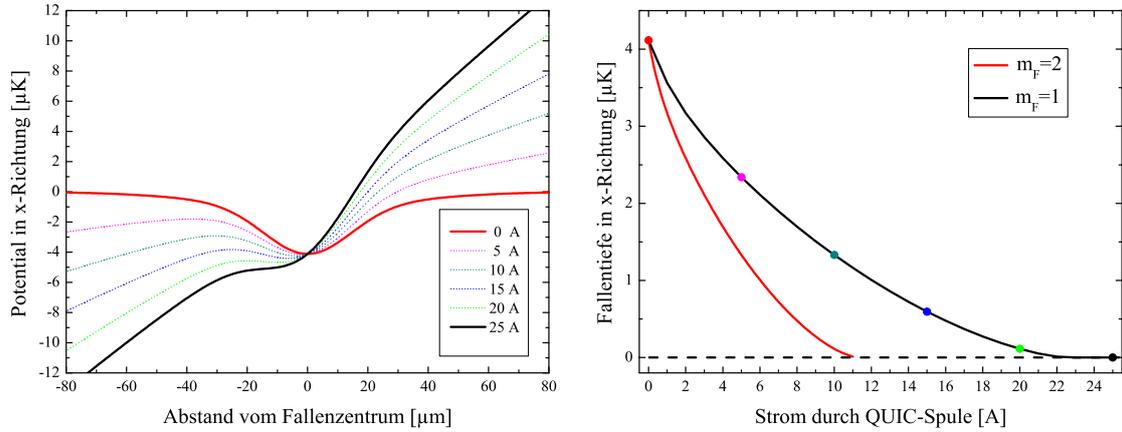


Abbildung 3.19: Veränderung des Fallenpotentials durch Anlegen eines Magnetfeldgradienten. *links*: Potentialverlauf in Richtung der QUIC Spule für verschiedene Ströme durch die Spule für Atome im Zustand  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ . *rechts*: Simulierte Potentialtiefe für verschiedene Ströme durch die QUIC Spule für Atome im Zustand  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  (schwarz) und für Atome im Zustand  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  (rot). Farbig gekennzeichnet sind die Potentialtiefen für entsprechende Potentiale im linken Graphen.

Nach der Reinigungssequenz konnten keine Atome mehr detektiert werden. In einer Abschätzung für die Restatomzahl nach dem Puls wird das Detektionslimit von  $< 500$  Atomen berücksichtigt. Daraus ergibt sich eine Effizienz von  $> 99,75\%$  für das Entfernen der Atome. Wird weiterhin bedacht, dass auch ohne diesen Prozess im normalen Experimentablauf nie ein detektierbare Anzahl an Atomen in den Zuständen  $|m_F = \pm 1\rangle$  waren, kann eine obere Grenze für die restlichen Atome nach der Reinigungssequenz mit  $< 1,25$  Atomen angegeben werden. Diese konservativen Abschätzungen zeigen also, dass durch den Reinigungspuls ein reiner Zustand präpariert wird.

Damit kann aber nicht ausgeschlossen werden, dass nicht nach dem Puls durch etwaige Störungen, z.B. durch Radiofrequenzen im Labor, vereinzelte Atome neu in einen anderen Zustand gelangen. Trotzdem ist dieser Präparationsschritt notwendig, um einen definierten, möglichst reinen Anfangszustand für Spindynamik-Messungen bereitzustellen.

### 3.4.4 Lebensdauermessungen

Für die Auswertung von Messergebnissen ist die Kenntnis der Teilchenzahl in der untersuchten Atomwolke ausgesprochen wichtig. Diese Teilchenzahl ist aber keine konstante Größe während der Messung, da es zu kontinuierlichen Verlusten während der Experimentierzeit kommt. Daher wurden zur Charakterisierung des Systems die Verweildauer der Atome (die sogenannte Lebensdauer) in der untersuchten Dipolfalle vermessen. Die Lebensdauer in der Dipolfalle ist einerseits von

technischen Gegebenheiten abhängig. Dazu gehören Leistungsrauschen und Positionsschwankungen der Dipolfallenstrahlen und das daraus entstehenden Heizen aber auch der herrschende Hintergrundgasdruck in der Kammer, der zu Heizen durch Stöße mit den Restatomen führt. Zum anderen begrenzen dichteabhängige Prozesse gerade bei hohen Dichten, wie z.B. in einem BEC, die Lebensdauer der Atome in der Falle. Diese lassen sich wiederum in Zwei- und Dreikörperverlustprozesse unterteilen und werden nach einem kurzen Exkurs zur Berechnung der Dichte in einem BEC näher betrachtet.

### Dichteberechnung für ein Bose-Einstein-Kondensat

Da die Verluste stark von der Dichte des Ensembles abhängen wird hier die Berechnung der Dichte in Abhängigkeit von Atomzahl  $N$  und Fallenfrequenzen  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  der Dipolfalle beschrieben. Als Startpunkt für die Berechnung der Dichte in einem harmonischen Potential kann die stationäre Gross-Pitaevskii-Gleichung [68, 67] verwendet werden.

$$\left[ \frac{-\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 + U_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + g|\varphi(\mathbf{r})|^2 \right] \varphi(\mathbf{r}) = \mu\varphi(\mathbf{r})$$

Als weitere Näherung<sup>6</sup> kann die kinetische Energie im Vergleich zur Wechselwirkungsenergie vernachlässigt werden [79]. So ergibt sich für die Dichteverteilung

$$n(\mathbf{r}) = \varphi^2(\mathbf{r}) = \begin{cases} g^{-1} [\mu - U_{\text{ext}}(\mathbf{r})] & \text{für } \mu > U_{\text{ext}} \\ 0 & \text{für } \mu \leq U_{\text{ext}} \end{cases} \quad (3.27)$$

Mit dem harmonischen externen Potential aus Gleichung (3.7) kann das chemische Potential aus der Normierungsbedingung für  $n(\mathbf{r})$  für die Teilchenzahl  $N$  bestimmt werden. Mit der mittleren Fallenfrequenz  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$  und der Definition für die harmonische Oszillatorlänge ( $a_{ho} = \hbar\bar{\omega}/m$ )<sup>1/2</sup> ergibt sich für das chemische Potential.

$$\mu = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2} \left( \frac{15Na}{a_{ho}} \right)^{2/5} \quad (3.28)$$

Die Dichte lässt sich folglich allein aus der atomaren Streulänge  $a$ , den Fallenfrequenzen  $\omega_i$  und der Atomzahl  $N$  bestimmen. Mit Kenntnis der Dichteverteilung kann nun auch die mittlere Dichte  $\langle n \rangle$  und die mittlere quadratische Dichte  $\langle n^2 \rangle$  berechnet werden [99].

$$\langle n \rangle = \frac{1}{N} \int d^3r n^2(\mathbf{r}) = \frac{15^{2/5}}{14\pi} \left( \frac{m\bar{\omega}}{\hbar\sqrt{a}} \right)^{6/5} N^{2/5} \equiv c_2 N^{2/5} \quad (3.29)$$

$$\langle n^2 \rangle = \frac{1}{N} \int d^3r n^3(\mathbf{r}) = \frac{7}{6} c_2^2 N^{4/5} \equiv c_3 N^{4/5} \quad (3.30)$$

Diese werden benötigt um die im Folgenden beschriebenen Verlustprozesse zu berechnen.

---

<sup>6</sup>Thomas-Fermi-Näherung

### Dichteabhängige Verlustprozesse

Zweikörperverlustprozesse skalieren mit der Dichte in einem Ensemble. Bei diesem Prozess kommt es durch elastische Stöße zu einer Änderung des Spinzustands unter Beibehaltung des Gesamtspins. Hier gilt es wiederum zwischen zwei Arten von Stößen zu unterscheiden. Zum einen gibt es die den Hyperfeinzustand ändernden Stöße wie z.B.

$$|F = 2, m_F = 0\rangle + |F = 2, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle + |F = 1, m_F = 0\rangle + \Delta E_{HF} .$$

Bei diesen Stößen wird genug Energie  $\Delta E_{HF}$  in kinetische Energie verwandelt, so dass die Atome die Falle verlassen können. Solche Prozesse treten nicht auf, wenn die Atome sich bereits im energetisch tiefsten Hyperfeinzustand (hier:  $|F = 1\rangle$ ) befinden oder aber sie werden unterdrückt, da sich die Atome in einem gestreckten Zustand (hier:  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  oder  $|F = 2, m_F = -2\rangle$ ) befinden, denn dann ist der Prozess aufgrund der Spinerhaltung verboten.

Zum anderen gibt es auch die nur die Spinausrichtung ändernden Stöße, wie

$$|F = 2, m_F = 0\rangle + |F = 2, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = -1\rangle + |F = 2, m_F = +1\rangle + \Delta E_S .$$

Bei diesen Stößen wird sehr wenig bis keine Energie frei und die Atome verbleiben in der Falle. Diese Art der Stöße werden in den folgenden Kapiteln eingehend untersucht und sind zentraler Bestandteil dieser Arbeit.

Mit dem dichteunabhängigen Verlustkoeffizienten  $\gamma$  und den linear von der mittleren Dichte  $\langle n \rangle$  abhängigen Verlustprozessen beschrieben durch  $G \langle n \rangle$  lässt sich die Änderung der Teilchenzahl durch eine Ratengleichung beschreiben.

$$\frac{\partial}{\partial t} N(t) = N(t)(\gamma + G \langle n \rangle) \quad (3.31)$$

Dreikörperverluste hingegen treten auf wenn zwei Atome stoßen und dabei ein Molekül bilden. Dabei muss der überschüssige Impuls auf ein drittes Atom übertragen werden. Die Molekülbildung und der Impulsübertrag führen zum Verlust aller drei Atome aus der Falle. Da dieser Prozess davon abhängt, dass drei Atome am gleichen Ort sind, ist dieser Kanal proportional zu der mittleren quadratischen Dichte  $\langle n^2 \rangle$  und wird beschrieben durch den Faktor  $L$ . Die Ratengleichung wird erweitert zu

$$\frac{\partial}{\partial t} N(t) = N(t)(\gamma + G \langle n \rangle + L \langle n^2 \rangle) \quad (3.32)$$

### Beschreibung der Verluste im Experiment

Bei typischen Dichten eines Kondensats dominieren die Zweikörperverluste, wenn sie nicht durch einen oben beschriebenen Umstand unterdrückt werden, die Raten-gleichung so stark, dass alle anderen Verlustterme vernachlässigt werden können. Für typische Dichten von  $10^{14}/\text{cm}^3$  und anfänglicher Atomzahl von  $10^5$  im Kondensat ergibt sich zum Beispiel für den Hyperfeinzustand  $|F = 2\rangle$  im Mittel über alle Spinzustände eine anfängliche Zweikörperverlustrate von

$$\frac{\partial}{\partial t} N_G(0) = 1 \times 10^6 \text{ s}^{-1} .$$

Betrachtet man hingegen nur den Zustand  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ , in dem die Zweikörperstöße unterdrückt werden, sind die Dreikörperverluste von Bedeutung. Die anfängliche Dreikörperverlustrate für gleiche Dichte und Atomzahl würde

$$\frac{\partial}{\partial t} N_L(0) = 1,8 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$$

betragen. Wie man sieht ist diese drei Größenordnung kleiner als die Zweikörperverlustrate.

Vergleichbar mit der Rate für Dreikörperverluste ist allerdings die Rate für dichteunabhängige Verluste.

$$\frac{\partial}{\partial t} N_\gamma(0) = 1,3 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$$

Berechnet wurden diese Raten mit den Literaturwerten für die Verlustkoeffizienten in einem  $^{87}\text{Rb}$  BEC im besagten Zustand

$$G_{F=2} = 10,2 (\pm 1,9) \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \quad [41] \quad (3.33)$$

$$\text{und} \quad L_{F=2, m_F=2} = 1,8 (\pm 0,5) \cdot 10^{-29} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1} \quad [99] \quad (3.34)$$

und dem aus Messungen in der Magnetfalle bestimmten  $\gamma = 1/80 \text{ s}^{-1}$ .

Bei der Betrachtung der Verlustkoeffizienten ist zu beachten, dass in einer thermischen Wolke die Verlustraten durch Dreikörperstöße um einen Faktor 6 höher sind, als in einem BEC gleicher mittlerer Dichte [100]. Dies liegt daran, dass für ein ideales Bose-Gas die Dreikörperkorrelationsfunktion eine erhöhte Wahrscheinlichkeit für den Aufenthalt von drei Teilchen an einem Ort zeigt (Bunching), dieser Effekt des Bunching verschwindet aber in Kondensaten oder Laserlicht durch die entstehende Kohärenz. Theoretische Berechnungen [100] zeigen dadurch eine Reduktion der Dreikörperverluste um einen Faktor 3!. Das konnte auch experimentell

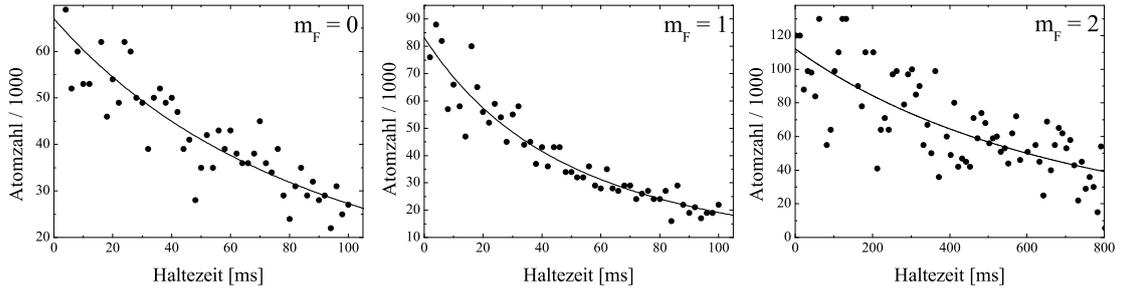


Abbildung 3.20: Verluste in der Dipolfalle für  $^{87}\text{Rb}$ -BEC im Zustand  $|F = 2\rangle$  für verschiedenen Zeeman-Zustände.

bestätigt werden [101].

Zur Beschreibung der Experimente können nach Betrachtung der anfänglichen Verlusten für typische Dichten entweder die Dreikörperverluste und die dichteunabhängigen Verluste vernachlässigt werden, weil die Zweikörperprozesse die Verluste dominieren. Oder aber die Zweikörperstöße werden unterdrückt und das System wird durch eine Kombination aus Dreikörper- und dichteunabhängigen Verlusten beschrieben.

Für beide Fälle kann die Ratengleichung analytisch gelöst werden

$$N(t) = N_0 \left( 1 + \frac{2}{5} c_2 G N_0^{2/5} t \right)^{-5/2} \quad (\text{Zweikörperverluste}) \quad (3.35)$$

$$N(t) = \left( \left[ \frac{1}{N_0^{4/5}} + c_3 L \gamma^{-1} \right] e^{\frac{4}{5} \gamma t} - c_3 L \gamma^{-1} \right)^{-5/4} \quad (\text{Ein- und Dreikörperverluste}) \quad (3.36)$$

Die gemessenen Werten (vgl. Abbildung 3.20) für die Verluste in den drei einzelnen Zuständen

$$G_{F=2, m_F=0} = 9,6 (\pm 0,5) \times 10^{-14} \text{cm}^3 \text{s}^{-1} \quad (3.37)$$

$$G_{F=2, m_F=1} = 16,2 (\pm 0,6) \times 10^{-14} \text{cm}^3 \text{s}^{-1} \quad (3.38)$$

$$L_{F=2, m_F=2} = 2,1 (\pm 0,5) \times 10^{-29} \text{cm}^6 \text{s}^{-1} \quad (3.39)$$

sind mit den Literaturwert für die mittlere Verlustrate  $G$  und den Wert für  $L$  verträglich. Um die Verluste der einzelnen Spinzustände betrachten zu können, wurden für diese Messung durch das Anlegen eines magnetischen Feldes spinändernde Prozesse unterdrückt.

Für die Auswertung der Verluste in  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  wurde zunächst eine Lebensdauerermessung an einer dünnen thermischen Wolke vorgenommen. Dadurch konnten dichteabhängige Effekte bei dieser Messung vernachlässigt werden. Der daraus ermittelte Wert für  $\gamma \approx 1 \text{s}^{-1}$  wurde in der Auswertung für die Dreikörperverluste berücksichtigt.

## 3.5 Detektion von Spinor-Gasen

Um die unterschiedlichen Spinzustände auch detektieren zu können, wird zum Abschluss eines Experiments die optische Dipolfalle abgeschaltet und die zu untersuchende Wolke fallen gelassen. Eine Möglichkeit die Spinausrichtung von Atomen zu detektieren bietet ein sogenanntes Stern-Gerlach-Experiment [104]. Dieses beruht darauf, dass Atome abhängig von der Spinausrichtung in einem inhomogenen Magnetfeld unterschiedlich beschleunigt werden. Dazu wird während der Fallzeit über eine Spule (vgl. Abbildung 3.8) mit 10 Wicklungen und einem Radius von 4 cm ein Kondensator ( $C = 0,5 \text{F}$ ) innerhalb von 2,5 ms entladen. In dieser Zeit fließt durch die Spule ein geregelter Strom von 110 A. Der dabei erzeugte Feldgradient von bis zu 37 G/cm am Ort der Atome (2 cm unterhalb der Spule) wirkt auf die unterschiedlichen Spinzustände und führt so zu unterschiedlichen Beschleunigungen. Nach dieser Separation werden die Atome durch Absorptionenaufnahmen [103, 81] detektiert.

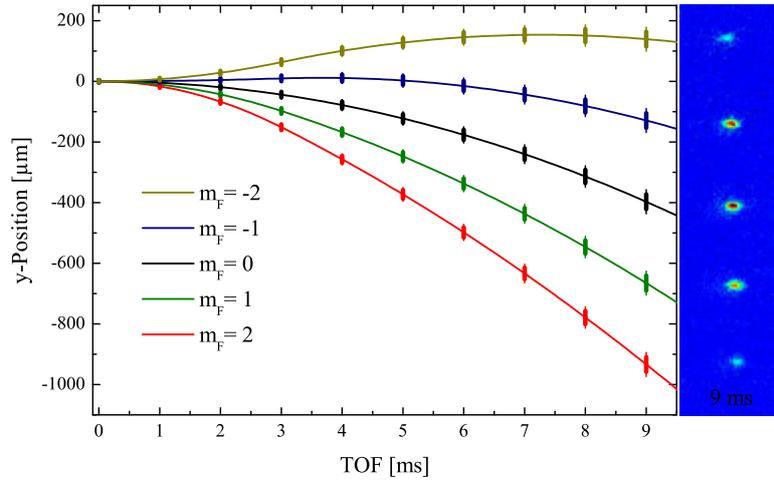


Abbildung 3.21: Position der Atomwolken in den einzelnen  $|F = 2, m_F\rangle$  Zuständen während und nach dem Stern-Gerlach-Puls (2,5 ms). Zusätzlich ist die Größe (in z-Richtung) der expandierenden Atomwolke aufgetragen. Die dicken Balken entsprechen dem Thomas Fermi Radius eines BEC von  $2 \times 10^4$  Atomen [102] und die dünnen Balken dahinter entsprechen dem Radius ( $1/e^2$ ) einer 100 nK kalten thermische Atomwolke [103]. Die Radien wurden jeweils für eine harmonische Falle mit den Fallenfrequenzen ( $\omega_x = 2\pi 176$  Hz,  $\omega_y = 2\pi 46$  Hz,  $\omega_z = 2\pi 132$  Hz) berechnet. (rechts:) Beispiel einer Aufnahme nach Stern-Gerlach-Puls für eine gesamte Fallzeit von 9 ms.

Bei einer Fallzeit (TOF<sup>7</sup>) von 2,5 ms mit Magnetfeldgradienten und einer anschließend variablen Zeit ohne Feld separieren die Atomwolken wie in Abbildung 3.21 gezeigt. Um zu beurteilen ab wann die Aufspaltung für eine separate Auswertung ausreicht, ist zusätzlich für einzelne Werte der berechnete Thomas Fermi Radius eines BEC aus  $2 \times 10^4$  Atomen [102] (dicker Balken) und der Radius ( $1/e^2$ ) einer 100 nK kalten thermischen Atomwolke [103] (dünner Balken) eingetragen. Nach einer Fallzeit von mindestens 3 ms sind die einzelnen Zustände voneinander getrennt. Für die Auswertung der Spindynamik wurden in der Regel Fallzeiten von 9 ms gewählt, da dann die Trennung der Komponenten bereits sehr deutlich ist und die Detektion nicht mehr von der extrem hohen optischen Dichte der Wolken begrenzt wird, aber auch noch kleine Atomzahlen detektierbar sind. Ein Beispielaufnahme für die Aufspaltung nach einem Stern-Gerlach-Puls ist in Abbildung 3.21 rechts zu sehen.

Für zukünftige Experimente wird es immer wichtiger sein auch sehr kleine Atomzahlen detektieren zu können. Um die Detektion zu verbessern wurden zwei Schritte unternommen. Zum einen wurde der Tiefpassfilter, der die Kamera vor dem Licht der Dipolfalle schützte, ersetzt durch eine mechanische Blende (*Uni-*

<sup>7</sup>Time Of Flight

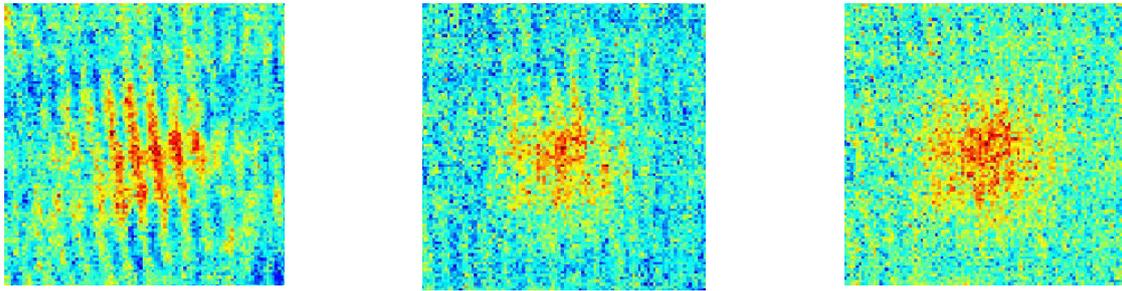


Abbildung 3.22: Abbildung einer thermischen Atomwolke mit ca. 7000 Atomen. *links*: Abbildung mit Tiefpassfilter, *mittig*: Abbildung ohne Tiefpassfilter, *rechts*: Abbildung ohne Tiefpassfilter und mit schnell folgenden Referenzbild.

*blitz*: VS14S1T0). Dies verhindert zwar Aufnahmen der Atomwolke unmittelbar nach oder während des Dipolfallenbetrieb, der Filter hatte jedoch den Nachteil, dass er Interferenzstreifen erzeugte, die eine Detektion erschwerten (vgl. linkes und mittleres Bild in Abbildung 3.22).

Außerdem wird die Fähigkeit der Kamera (*PCO: Pixelfly 270XD*), zwei Bilder in einem Abstand von nur  $200\ \mu\text{s}$  hintereinander zu belichten, ausgenutzt. Die Verkürzung der Zeit zwischen Bild und Referenzbild mindert den Effekt von zeitlich variierenden Störungen durch Interferenzen (rechtes Bild in Abbildung 3.22). Die Zeit zwischen den Bildern ist jetzt nur noch von der Geschwindigkeit, mit der Atome aus dem Aufnahmegebiet der Kamera entfernt werden können, begrenzt. Dies wird beschleunigt indem nach dem Detektionspuls die Atome durch einen weiteren resonanten Lichtpuls belichtet werden, wodurch diese aus dem Detektionsbereich heraus beschleunigt werden und so auf dem darauf folgenden Referenzbild nicht mehr stören.



---

## SPINRESONANZEN

Erstes Kernresultat dieser Arbeit ist der Nachweis der bereits im Abschnitt über Spinor-Gase im Kastenpotential (2.2.4) behandelten Resonanzen in der Instabilität eines Bose-Einstein-Kondensats. Es wurden Bose-Einstein-Kondensate im Zustand  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  untersucht, deren Instabilität zu einer Bevölkung der Zustände  $|F = 2, m_F = -1\rangle$  und  $|F = 2, m_F = +1\rangle$  und in die Zustände  $|F = 2, m_F = -2\rangle$  und  $|F = 2, m_F = +2\rangle$  führen können. Zur Beschreibung des Systems kann der in Abschnitt 2.2.2 eingeführte Hamiltonoperator verwendet werden. Der Weg zu einer theoretischen Beschreibung des realen Systems wird im ersten Abschnitt skizziert. In den darauf folgenden Abschnitten wird der Verlauf des Experiments beschrieben und die experimentellen Ergebnisse mit der numerischen Simulation verglichen, die in der Gruppe von Prof. Luis Santos von Dr. Philipp Hyllus und Garu Gebremedhn Gebreyesus erstellt wurde.

### 4.1 Spindynamik im harmonischen Potential

Zur Beschreibung eines Spinor-Kondensats in einer Dipolfalle wird hier das in Kapitel 2.2.4 vorgestellte Modell erweitert. Das Bose-Einstein-Kondensat befindet sich nicht mehr in einem Kasten- sondern in einem, die Dipolfalle nähernden, harmonischen Potential. Die sich daraus ergebenden Änderungen werden im Folgenden erläutert.

Zur Beschreibung des Systems kann der Hamiltonoperator (2.8) verwendet werden. Da es sich immer um die Erzeugung von Atompaaeren handelt, bietet es sich an die folgenden neuen Operatoren zur Beschreibung des Systems zu verwenden.

$$\hat{\phi}_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\phi}_{+1} \pm \hat{\phi}_{-1}) \quad , \quad \hat{\phi}_{\pm}^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\phi}_{+1}^{\dagger} \pm \hat{\phi}_{-1}^{\dagger}) \quad (4.1)$$

Diese Form erweist sich als nützlich für spätere Untersuchungen. Der Hamiltonoperator (2.8) schreibt sich mit diesen neuen Operatoren als

$$\hat{H} = \hat{H}_+ + \hat{H}_- ,$$

zusammengesetzt aus den beiden Komponenten

$$\hat{H}_\pm = \int d^3r \left[ \hat{\phi}_\pm^\dagger \left[ \hat{H}_{\text{eff}} + q \right] \hat{\phi}_\pm \pm \frac{\Omega_{\text{eff}}(\mathbf{r})}{2} \left( \hat{\phi}_\pm^2 \pm \hat{\phi}_\pm^{\dagger 2} \right) \right] . \quad (4.2)$$

Der effektive Hamiltonoperator

$$\hat{H}_{\text{eff}} = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + U_{\text{eff}}(\mathbf{r}) \quad , \quad U_{\text{eff}} = U_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + (U_0 + U_1)n_0(\mathbf{r}) - \mu$$

und die effektive Wechselwirkung

$$\Omega_{\text{eff}}(\mathbf{r}) = U_1 n_0(\mathbf{r}) \quad (4.3)$$

sind ebenfalls bereits in Abschnitt 2.2.2 eingeführt worden. Das nun verwendete harmonische Potential

$$U_{\text{ext}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \sum_i \omega_i x_i^2$$

beeinflusst das System zusätzlich durch die Inhomogenität der Dichte des BEC, die durch ein Thomas-Fermi Profil beschrieben werden kann.

Die Form des effektiven Potentials hängt vom externen Potential und der Wechselwirkung mit dem vorhandenen BEC ab. Für thermische Atome, die sich im Spinzustand des Ursprungs-BEC befinden, ergibt sich ein annähernd kastenförmiges Potential wie in Abbildung 4.1a) angedeutet.

Zur Beschreibung des Gesamtsystems werden die Eigenzustände des effektiven Hamiltonoperators verwendet.

$$H_{\text{eff}} \varphi_n(\mathbf{r}) = \epsilon_n \varphi_n(\mathbf{r}) \quad (4.4)$$

Die Operatoren können dann als Summe aus Operatoren, die Quasi-Teilchen in einer Mode des effektiven Hamiltonoperators erzeugen bzw. vernichten,

$$\hat{\phi}_\pm(\mathbf{r}) = \sum_n \varphi_n(\mathbf{r}) \hat{b}_{n,\pm}$$

dargestellt werden. Die Komponenten des Hamiltonoperators (4.2) lassen sich damit als

$$\hat{H}_\pm = \sum_n (\epsilon_n + q) \hat{b}_{n,\pm}^\dagger \hat{b}_{n,\pm} \pm \sum_{n,n'} \frac{A_{n,n'}}{2} \left( \hat{b}_{n,\pm} \hat{b}_{n',\pm} + \hat{b}_{n,\pm}^\dagger \hat{b}_{n',\pm}^\dagger \right) \quad (4.5)$$

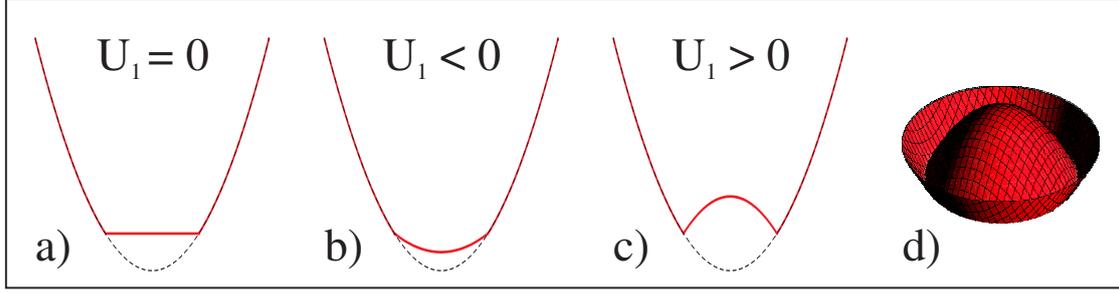


Abbildung 4.1: a) - c) Eindimensionale schematische Darstellung des effektiven Potentials für unterschiedliche Wechselwirkungsterme  $U_1$ . In d) ist das effektive Potential für  $U_1 > 0$  für ein symmetrisches Fallenpotential in 2 Dimensionen dargestellt.

darstellen, wobei

$$A_{n,n'} = \int d^3r \Omega_{\text{eff}}(\mathbf{r}) \varphi_n(\mathbf{r}) \varphi_{n'}(\mathbf{r}) \quad .$$

Die Inhomogenität der Dichte hat zwei Auswirkungen auf das System. Zum einen erhält das effektive Potential  $U_{\text{eff}}$  für die Atome im Zustand  $|m_F = \pm 1\rangle$  eine veränderte Form. Im Falle  $U_1 > 0$ , wie für  $^{87}\text{Rb}$  im Zustand  $|F = 2\rangle$ , nimmt es die Form eines Sombbrero-Hut-Potentials an (Abbildung 4.1).

Zum anderen kommt es nun zu einer Kopplung der einzelnen Fallenzustände untereinander, da der Wechselwirkungsterm  $A_{n,n'}$  nicht mehr zwangsweise Null für  $n \neq n'$  ergibt. Die Eigenzustände des effektiven Potentials sind daher nicht mehr zwangsläufig die Eigenzustände des Gesamtsystems, und lassen sich nur noch numerisch bestimmen. Grundsätzlich werden aber, wie in den Modellrechnungen in Kapitel 2.2, wieder Lösungen für die Heisenberg-Gleichung

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{O}_{\nu,\pm} = [\hat{H}_{\pm}, \hat{O}_{\nu,\pm}] = E_{\nu,\pm} \hat{O}_{\nu,\pm} \quad (4.6)$$

gesucht. Die Eigenmoden  $\nu$ , im Weiteren als Bogoliubov-Moden bezeichnet, werden durch die Eigenoperatoren  $\hat{O}_{\nu,\pm}$  und den dazugehörigen Eigenwerten  $E_{\nu,\pm}$  beschrieben. Und wie im Kastenmodell (vgl. Abschnitt 2.2.4) treten Spindynamikresonanzen auf, wenn die Eigenwerte einen imaginären Anteil besitzen. Dieser bestimmt die  $q$ -abhängige Instabilitätsrate

$$\Lambda(q) = \frac{1}{\hbar} \text{Im}(E_{\nu,\pm}) \quad . \quad (4.7)$$

Die numerischen Resultate sind wie erwartet von der Dichte des Ensembles  $n_0(\mathbf{r})$  und der Geometrie der Falle abhängig. In Abschnitt 4.2.4 werden die Resultate der Simulation, basierend auf den experimentellen Eckdaten, mit den Ergebnissen des Experiments verglichen.

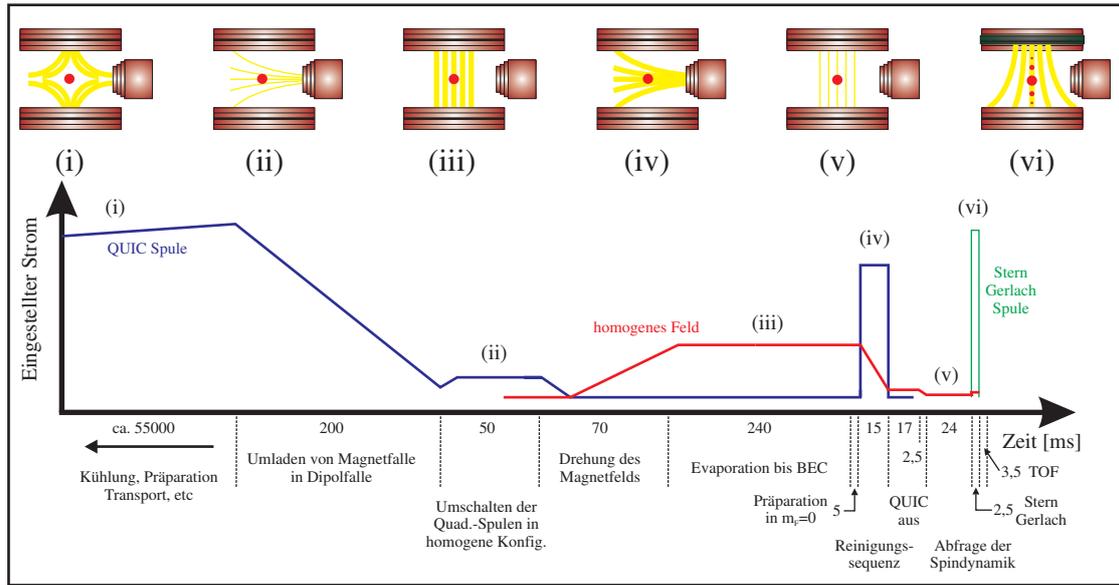


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung des Magnetfeldverlaufs für die Messung der Spindynamik anhand der magnetfelderzeugenden Ströme.

## 4.2 Untersuchungen zu Spindynamikresonanzen

In diesem Abschnitt werden die Messungen zur Magnetfeldabhängigkeit der Spindynamikresonanzen im Hyperfeinzustand  $|F = 2\rangle$  von  $^{87}\text{Rb}$  vorgestellt, welche in kürzerer Form auch in der Veröffentlichung mit dem Titel „*Resonant spinor dynamics in a Bose-Einstein condensate*“ [77] wiederzufinden sind. Im ersten Teil dieses Abschnitts wird zunächst der Ablauf der Messung erläutert, bevor im zweiten Teil die Ergebnisse dieser Messungen vorgestellt werden. Theorie und Experiment werden im dritten Unterabschnitt miteinander verglichen und im letzten Teil wird die Abhängigkeit von der Dichte des Ensembles behandelt.

### 4.2.1 Ablauf und Auswertung der Messung

Am einfachsten lässt sich der Verlauf der Messung anhand des Magnetfeldverlaufs beschreiben, da alle Präparationsschritte von diesem abhängen. Daher ist in Abbildung 4.2 der Verlauf der magnetfelderzeugenden Ströme gegen die Zeit aufgetragen. In den Skizzen (i) bis (vi) sind die magnetischen Feldlinien für sechs Zwischenschritte skizziert, anhand derer der Ablauf des Experiments im folgenden beschrieben wird.

- (i) Ausgangspunkt der Messung sind reine Atomwolken im Zustand  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  nahe dem absoluten Nullpunkt, die zuvor durch eine magneto-optische Falle und durch Evaporation in einer harmonischen Magnetfalle Falle präpa-

riert wurden. Nach dem Transport der Atome in die Mitte der Quadrupolspulen der QUIC-Falle werden sie dort in eine gekreuzte Dipolfalle geladen.

- (ii) Direkt nach dem Umladen in die Dipolfalle wird die Magnetfalle abgeschaltet. Nur die QUIC-Spule bleibt eingeschaltet und gewährleistet so eine definierte Quantisierungsachse. Die Evaporation in der gekreuzten Dipolfalle, durch das Senken der Laserleistung, findet kontinuierlich während der folgenden Schritte statt und wird daher nicht weiter erwähnt.
- (iii) Nachdem der Strom durch die Quadrupolspulen der harmonischen Falle ausgeschaltet ist, werden mit Hilfe mechanischer Relais diese Spulen von Anti-Helmholtz- in Helmholtz-Konfiguration umgeschaltet. Danach wird der Strom durch die Spule wieder langsam erhöht und der Strom durch die QUIC-Spule gesenkt. Dadurch kann die Ausrichtung des atomaren Spins adiabatisch dem sich drehenden Magnetfeld folgen. Wenn der Strom durch die QUIC-Spule abgeschaltet ist, wird das nun hohe homogene Feld dazu genutzt, um mit einer schnellen adiabatischen Passage (vgl. Abschnitt 3.4.1) alle Atome vom Zustand  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  in den Zustand  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  zu transferieren.
- (iv) Beim darauf folgenden Absenken des homogenen Magnetfelds auf ca. 2 Gauß wird durch das kurzzeitige Wiedereinschalten der QUIC-Spule ein starker Gradient erzeugt, der alle Atome, die sich nicht im Zustand  $|m_F = 0\rangle$  befinden aus der Dipolfalle entfernt (vgl. Abschnitt 3.4.3).
- (v) Nachdem der Strom durch die QUIC-Spule nach dem Reinigungsprozess wieder ausgeschaltet wurde, kann nun das homogene Feld auf Werte zwischen 2 und 0,1 Gauß gesenkt werden, um die Magnetfeldabhängigkeit der Spindynamik zu vermessen.
- (vi) Nach einer Haltezeit, in der die Spindynamik abgefragt wird, wird die Dipolfalle ausgeschaltet und die Atome fallen gelassen. Durch ein starkes inhomogenes Feld, erzeugt durch eine weitere Spule, werden die Atome während der Fallzeit in die einzelnen Zeeman-Zuständen aufgespalten (vgl. Abschnitt 3.5).

Durch den Stern-Gerlach-Puls können die Atomwolken in den einzelnen Zeeman-Zuständen separat ausgewertet werden. Um insensitive gegen Schwankungen in der Gesamtatomzahl zu sein, wird nicht die transferierte Atomzahl ausgewertet, sondern der Anteil der transferierten Atome in Prozent aller beteiligter Atome. Die Gesamtatomzahl setzt sich dabei aus den transferierten Atomen, in  $|m_F = +1\rangle$  ( $N_{+1}$ ) und  $|m_F = -1\rangle$  ( $N_{-1}$ ), und den im BEC enthaltenen Atomen im Ausgangszustand  $|m_F = 0\rangle$  ( $N_{0_{\text{bec}}}$ ) zusammen. Die thermischen Atome in  $|m_F = 0\rangle$  können vernachlässigt werden, da sie nicht essentiell zur Dichte des Systems beitragen. Um Schwankungen, die gerade bei kleinen Atomzahlen durch die Unsicherheit in der

Detektion hervorgerufen werden, zu minimieren wird das Mittel aus den beiden detektierten Atomwolken ( $N_{\pm 1} = (N_{+1} + N_{-1})/2$ ) verwendet. Der aufgetragene Anteil der transferierten Atome berechnet sich also durch

$$\frac{N_{\pm 1}}{2N_{\pm 1} + N_{0_{\text{bec}}}} \times 100\% .$$

Für fast alle beschriebenen Messungen kann der Anteil der Atome in den Zuständen  $|m_F = \pm 2\rangle$  vernachlässigt werden.

Die Messungen sind starken Schwankungen unterlegen, da die Spindynamik z.B. exponentiell von der Dichte des Kondensats abhängt. Ein anderer Grund für die Schwankungen ist die starke Abhängigkeit von der Anzahl der Atome die sich, trotz Reinigungssequenz, zu Beginn der Messung in  $|m_F = \pm 1\rangle$  befinden (vgl. Abschnitt 5.1). Daher wurden die in den folgenden Kapiteln gezeigten Datenpunkte durch eine Mittlung von bis zu 20 Einzelmessungen erzeugt.

## 4.2.2 Beobachtung von Resonanzen

Zur Überprüfung der theoretisch vorhergesagten dynamischen Instabilität eines Kondensats im Zustand  $|m_F = 0\rangle$  kann entweder direkt die Zeitentwicklung des Systems, oder aber die Transfereffizienz für eine feste Zeit vermessen werden. Beide Methoden wurden untersucht und im folgenden dargestellt. Die Messung der Zeitentwicklung erwies sich schlussendlich aber als ungeeignet um das System effizient und vollständig zu beschreiben.

### Messung der Zeitentwicklung

Zur Vermessung der Instabilitätsraten wurde zunächst versucht die Zeitentwicklung des Systems zu messen. Dazu wurde die Haltezeit für ein bestimmtes zu untersuchendes Magnetfeld variiert und die Anteile der Atome in  $|m_F = \pm 1\rangle$  detektiert. Aus dem anfänglichen exponentiellen Anstieg der Atomzahl in  $|m_F = \pm 1\rangle$  ist die Instabilitätsrate direkt ablesbar.

In Abbildung 4.3 ist eine exemplarische Messung gezeigt. Der exponentielle Anstieg ist nur in den ersten 30 ms gegeben. Danach flacht die Kurve bereits ab und nach 80 ms kommt es sogar zu einer Sättigung der Kurve. Dass das theoretische Modell nicht mehr die vorliegenden Messergebnisse beschreibt liegt an den Näherungen, die zur Herleitung des Modells verwendet wurden. Zum einen wird der Transfer in die Zustände  $|m_F = \pm 2\rangle$  in der Simulation gänzlich vernachlässigt. Bei einer steigenden Population in den Zuständen  $|m_F = \pm 1\rangle$  werden Stöße untereinander und Stöße mit Atomen im Zustand  $|m_F = 0\rangle$  immer wahrscheinlicher und sorgen so für eine Besetzung der Zustände  $|m_F = \pm 2\rangle$  (vgl. 4.3). Dies kann nur bei einer kleinen Besetzung in  $|m_F = \pm 1\rangle$  vernachlässigt werden.

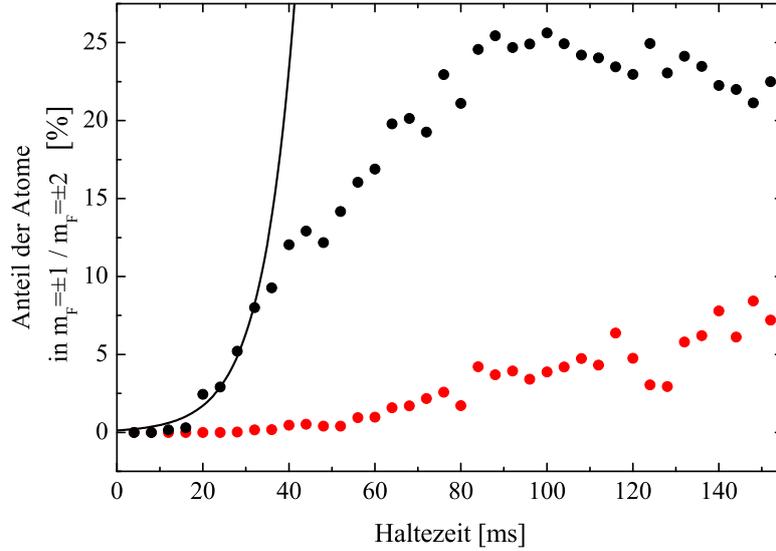


Abbildung 4.3: Direkte Messung der Instabilitätsrate. Jeder Punkt entspricht 10 gemittelten Messungen. In rot dargestellt ist der Anteil der Atome in  $m_F \pm 2$  und in schwarz der Anteil der Atome in  $m_F \pm 1$ . Die Kurve zeigt einen an die ersten Datenpunkte angepassten exponentiellen Anstieg.

Zum anderen basiert das Modell auf eine Störungsrechnung, die davon ausgeht, dass das Ursprungs-BEC nicht beeinträchtigt wird. Das BEC in  $|m_F = 0\rangle$  dient in dem Modell als Quelle von Atomen. Dies gilt aber nicht mehr, wenn bereits ein großer Anteil der Atome in die Zustände  $|m_F = \pm 1\rangle$  transferiert wurde. Im Extremfall kommt es in einem idealen System sogar zu Schwingungen der Besetzung zwischen den beteiligten Zuständen, wie sie zum Beispiel in [41] beobachtet wurden.

Ein weiterer zunächst nicht berücksichtigter Effekt sind die Verluste, die in Abschnitt 3.4.4 beschrieben werden. Durch sie kommt es zu einer Verschiebung der Resonanzbedingung und das führt zu einer Veränderung der Rate.

Die ersten beiden Effekte sorgen dafür, dass das hier vorgestellte Modell nur für einen kleinen Transfer das Experiment beschreibt. Die Verluste hingegen beschränken die Zeit, für die das Modell verwendet werden kann. Dennoch ist es möglich an die vorliegenden Daten, nach Einschränkung der Zeit, einen exponentiellen Anstieg anzupassen (Kurve in Abbildung 4.3). Für sehr kleine Instabilitätsraten wird diese Art der Messung nahezu unmöglich, da dann für kurze Zeiten der Transfer nahezu nicht detektierbar ist, für lange Zeiten aber die Verluste das System bereits zu stark verändern.

Aus diesen Messungen ist ersichtlich, dass

- es erst ab 35 ms bzw. 9% Besetzung der Zustände  $|m_F = \pm 1\rangle$  auch zu einer detektierbaren Bevölkerung der  $|m_F = \pm 2\rangle$  Zustände kommt. Damit ist es für kürzere Zeiten erlaubt, sich auf drei Zustände zu beschränken.

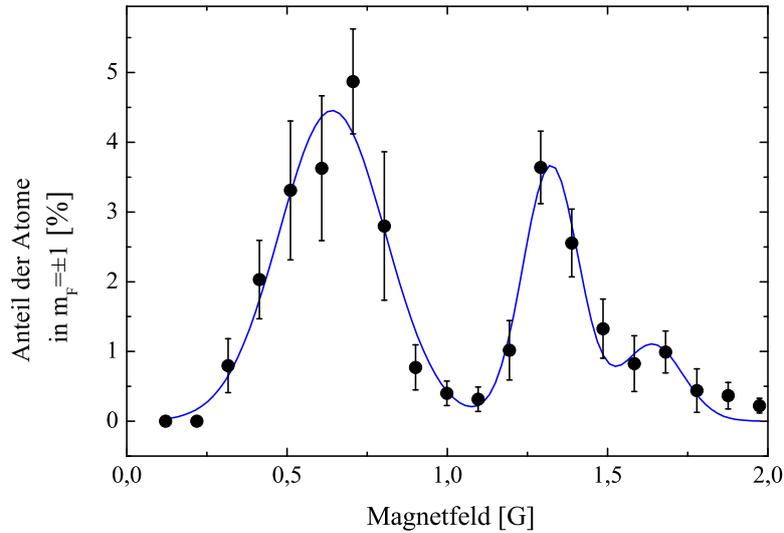


Abbildung 4.4: Vermessung der Spindynamik bei einer Haltezeit von 21 ms . Die blaue Kurve entspricht einer angepassten dreifachen Gaußkurve, um die drei Maxima zu verdeutlichen.

- es bis zu 35 ms bzw. 9% Besetzung der Zustände  $|m_F = \pm 1\rangle$  noch zu keiner Abweichung vom exponentiellen Anstieg kommt. Damit ist gezeigt, dass die Beschreibung des Systems durch die Bogoliubov-Näherung für diesen Transfer- und Zeitbereich erlaubt ist.

Diese Werte für die Gültigkeit des theoretischen Modells sind sicherlich nicht generell anwendbar, zeigen aber den ungefähren Bereich in dem die Beschreibung durch die Simulation mit dem Experiment übereinstimmt. Für die weiteren Messungen wurde daher darauf geachtet, dass dieser Gültigkeitsbereich nicht verlassen wird. Zu diesem Zweck wurden die hier beschriebene Messung, vor den folgenden Untersuchungen jeweils wiederholt.

### Vermessung der Transfereffizienz bei fester Zeit

Alternativ zur Vermessung des zeitlichen Verlaufs wird hier die Vermessung des Transfers für eine feste Zeit präsentiert. Diese Messung ist zentrales Ergebnis der Veröffentlichung [77], da durch sie das erste mal Existenz mehrerer Resonanzen eindeutig gezeigt werden konnte.

Für den Graph 4.4 wurden die Atome für eine Zeit von 21 ms bei festem Magnetfeld in der Dipolfalle gehalten. Am Ende der Wartezeit wurde die mittlere Atomzahl zu 35000, mit einer abgeschätzten systematischen Ungenauigkeit von  $\pm 5000$ , bestimmt. Thermische Atome wurden hier bereits abgezogen. Die Fallfrequenzen betragen für die Messung 176 Hz, 132 Hz und 46 Hz.

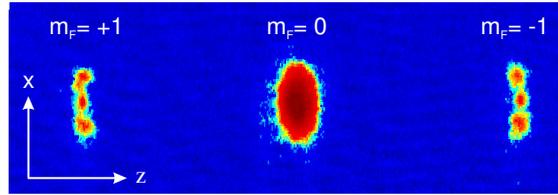


Abbildung 4.5: Absorptionsaufnahme von den, durch einen Stern-Gerlach-Puls getrennten, Atomwolken nach 28 ms Haltezeit bei 1,29 G auf der zweiten Resonanz.

Es ist jeweils der in der festen Wartezeit erreichte Anteil der Atome, die nach  $|m_F = \pm 1\rangle$  transferiert wurden gegen das eingestellte Magnetfeld aufgetragen. Jeder Datenpunkt entspricht 15 einzelnen Messungen und der eingezeichnete Fehlerbalken entspricht der Standardabweichung vom Mittelwert. Bei den Werten, bei denen keine Spindynamik beobachtet wurde, ist auch die Standardabweichung Null. Es kommt bei diesen Werten allerdings noch eine systematische Unsicherheit hinzu, da Atomzahlen unterhalb von 500 nicht mehr detektiert werden können.

In dem Graphen sind deutlich zwei und eher undeutlich ein drittes Maxima in der Transfereffizienz zu erkennen. Um diese zu verdeutlichen wurde eine dreifache Gauß-Kurve an die Datenpunkte angepasst (blaue Kurve in Abbildung 4.4). Eine zweite Resonanz konnte bis zu diesem Zeitpunkt in keinem anderen Experiment beobachtet werden. Im Folgenden wird die Resonanz bei 0,65 G als erste Resonanz und die bei 1,29 G als zweite Resonanz bezeichnet. Diese ausgeprägten Maxima lassen sich nicht mit der Theorie für den homogenen Fall (vgl. Abschnitt 2.2.3) [76] erklären. Ein Vergleich mit dem hier beschriebenen theoretischen Modell findet sich in Abschnitt 4.2.4.

### Modenstruktur

Für die Vermessung der Resonanzen wurden die Atome durch einen Stern-Gerlach-Puls während der TOF in die einzelnen Spinkomponenten aufgespalten und einzeln detektiert. Auffällig dabei war die unterschiedliche Form der Atomwolken in  $|m_F = \pm 1\rangle$  bei verschiedenen Magnetfeldern. Bei Messungen im Bereich der ersten Resonanz ähneln die Absorptionsspektren der Atomwolken in  $|m_F = \pm 1\rangle$  denen des Ursprung-BECs. Werden aber die Absorptionsprofile der transferierten Atome an der zweiten Resonanz betrachtet, so unterscheiden sich diese deutlich von dem des Ursprung-BECs (Abbildung 4.5). Dies liegt an der Form der bevölkerten Moden. Die Bogoliubov-Moden entsprechen zwar nicht mehr unbedingt den einfachen Energieniveaus, bleiben aber grundsätzlich abhängig von den effektiven Fallenniveaus.

Die Verteilung, die nach einer gewissen Fallzeit aufgenommen wird, zeigt also die

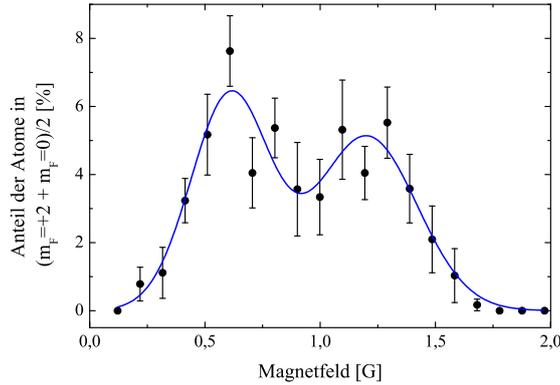


Abbildung 4.6: Vermessung der Spindynamik ausgehend von einem BEC im Zustand  $|m_F = +1\rangle$ .

Impulsverteilung der instabilsten Bogoliubov-Mode, die aber eng mit den Moden des effektiven Fallenpotentials zusammenhängt. Auf der ersten Resonanz ähneln die Bilder daher der Grundmode des effektiven Potentials, wogegen auf der zweiten Resonanz eine entlang der stärksten Fallenfrequenz ( $\omega_x$ ) angeregte Mode erkennbar ist. Weitere Untersuchungen zu dieser Modenstruktur wurden bereits vorgenommen bzw. sind geplant. Diese sind allerdings noch zu keinem Abschluss gekommen, und daher wird nur kurz im Ausblick auf die weiterführenden Untersuchungen eingegangen.

### Messungen an $|m_F = +1\rangle$

Wie theoretisch gezeigt ist die Instabilitätsrate nur vom Wechselspiel zwischen quadratischer Zeeman-Energie und effektivem Fallenpotential abhängig. Daher sollte die Spindynamik in einem Kondensat, das ursprünglich im Zustand  $|m_F = 1\rangle$  präpariert wurde, ähnlich verlaufen wie im Fall  $|m_F = 0\rangle$ , da die bei dem Stoßprozess

$$|m_F = 1\rangle + |m_F = 1\rangle \longrightarrow |m_F = 2\rangle + |m_F = 0\rangle$$

freiwerden Energie durch den quadratischen Zeeman-Effekt identisch zu dem vorherigen System ist. Allerdings ändern sich die Wechselwirkungsterme und damit das effektive Potential und die Instabilitätsrate. In Abbildung 4.6 sind die Ergebnisse einer Messung, die an einem so präparierten Kondensat vorgenommen wurden, dargestellt. Die Resonanzpositionen haben sich in diesem Graph innerhalb des Fehlers nicht verschoben. Allerdings sind die Resonanzen nicht mehr so stark ausgebildet. Es kann kein Bereich zwischen den beiden Resonanzen identifiziert werden in dem die Dynamik so schwach ist, dass keine Atome in den Zielzuständen zu beobachten sind. Diese Messung zeigt, dass die hier vorgestellten Ergebnisse universell sind.

Für weitere Untersuchungen bietet sich das System mit  $|m_F = +1\rangle$  Kondensaten als Ausgangssituation nicht an, da hier die Beseitigung ungewollter Atome

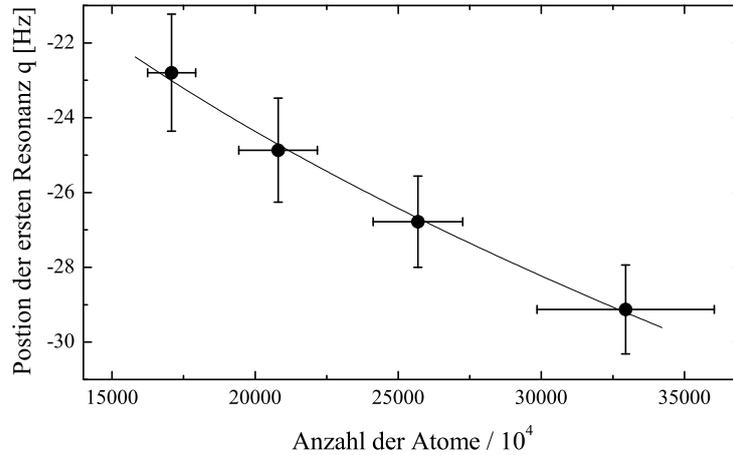


Abbildung 4.7: Abhängigkeit der Position der ersten Resonanz von der Anzahl der Atome im Ursprungs-BEC. Die eingezeichnete Linie ist ein Fit mit der Funktion  $N^\gamma$  und ergibt für  $\gamma = 0,36 \pm 0,02$ . Dies spiegelt die Abhängigkeit der mittleren Dichte des Ensembles von der Atomzahl wider.

in Zuständen  $|m_F \neq +1\rangle$  nicht mit dem im Abschnitt 3.4.3 beschriebenen Verfahren möglich ist. Das heißt die Startbedingungen sind in diesem System erheblich schlechter kontrollierbar. Gerade aber diese beeinflussen das System enorm (vgl. Kapitel 5) und können daher nicht vernachlässigt werden. Andererseits bietet dieses System aber die Möglichkeit einer Vergleichsmessung zwischen den Systemen in der nur ein Parameter, die Wechselwirkung, verändert wird.

### 4.2.3 Dichteabhängigkeit der Resonanzposition

Die Dichte in dem Ursprungs-BEC hat großen Einfluss auf das effektive Potential  $U_{\text{eff}}$  und auf den Kopplungsterm  $\Omega_{\text{eff}}$ , durch die die Spindynamikresonanzen bestimmt werden.

Um diese Abhängigkeit zu zeigen wurde für unterschiedliche Atomzahlen die Position des ersten Maximum vermessen. Die Größe des BEC kann durch die starken Zweikörperverlustprozesse (vgl. Abschnitt 3.4.4) kontrolliert werden. Dazu wurden variable Wartezeiten in das Experiment zwischen 0 ms und 30 ms vor der eigentlichen Messung eingefügt. Die auftretenden Verluste führen zu einer Verringerung in der Anzahl der Atome. Da die Atomzahl zusätzlichen technischen Schwankungen unterliegt wurde nach der Aufnahme der Messpunkte eine Datenselektion vorgenommen. Dafür wurde zunächst die Gesamtzahl der beteiligten Atome ausgewertet, um die einzelnen Datenpunkte dann einem von vier Atomzahlbereichen zuzuordnen. Die Daten für jedes Intervall wurden separat aufgetragen ausgewertet und die Position der Resonanz aus einer angepassten Gauß-Kurve ermittelt. In Abbildung 4.7 sind die ermittelten Positionen gegen die mittlere Atomzahl in dem jeweiligen Intervall aufgetragen. Die Fehlerbalken geben die statistisch ermittelte

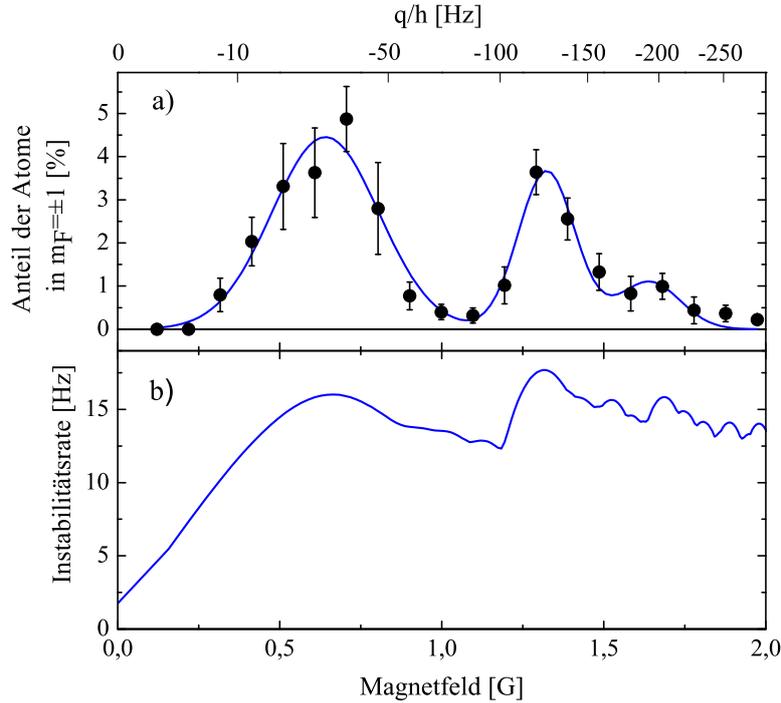


Abbildung 4.8: Die theoretisch berechneten Instabilitätsraten für eine Falle von 176, 132 und 46 Hz und einer anfänglichen Teilchenzahl im BEC von 50000. Im Vergleich dazu sind darüber die experimentellen Daten für den Transfer in den Zustand  $|m_F = \pm 1\rangle$  aufgetragen. Der von der Theorie vorhergesagte multiresonante Charakter der Instabilitätsrate und deren Positionen werden vom Experiment bestätigt.

Standardabweichung der Atomzahl und die Unsicherheit bei der Ermittlung der Position der Maxima wieder. Zur Bestimmung der Abhängigkeit wurde eine Kurve der Form  $N^\gamma$  an die Daten angepasst. Es ergibt sich für den Exponenten der Wert  $\gamma = 0,36 \pm 0,02$ . Dieser spiegelt die Abhängigkeit der Dichte von der Atomzahl  $\langle n \rangle = c_2 N^{0,4}$  wieder, welche linear in den beschreibenden Hamiltonoperator eingeht.

#### 4.2.4 Vergleich mit numerischer Simulation

Zur theoretischen Beschreibung der Instabilitätsraten in Abhängigkeit vom Magnetfeld, bzw. vom Parameter  $q$  (vgl. Abschnitt 3.3.1), werden nur die experimentellen Eckdaten, d.h. Fallenfrequenzen und Atomzahl im BEC und die Streulängen  $a_0$ ,  $a_2$  und  $a_4$  benötigt. Es wurden die Streulängen (2.1) verwendet. Um die anfängliche Instabilitätsrate zu berechnen muss auch die anfängliche Atomzahl berücksichtigt werden. Von der mittleren Atomzahl am Ende der Messung von  $35000 \pm 5000$  lässt sich die Anzahl am Anfang der Messung mit Gleichung (3.35) zu  $44000 \pm 7000$  bestimmen.

Für die in Graph 4.8 gezeigte Instabilitätsrate wurde eine anfängliche Atomzahl von 50000 angenommen, die noch innerhalb der Fehlerbereichs liegt, um die im nächsten Abschnitt gezeigte mögliche Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment zu erreichen.

In dem Graphen ist eine klare Übereinstimmung zwischen der Position der maximal transferierten Atome und der maximalen Instabilitätsrate erkennbar. Der einzige Unterschied ist der weniger deutliche Unterschied zwischen Maxima und Minima bei der Betrachtung der Instabilitätsrate. Hier muss aber bedacht werden, dass die Instabilitätsrate im Exponenten der Zeitentwicklung steht. Daher haben schon kleine Änderungen in der Rate einen großen Effekt auf die Menge der transferierten Atome.

Die Position der Instabilitätsrate stimmt somit mit der Position der Maxima überein und auch die Höhen lassen sich qualitativ begründen. Um aber zu überprüfen ob die Theorie wirklich das Experiment beschreibt muss die Simulation erweitert werden. Es darf nicht mehr nur die Instabilitätsrate betrachtet werden, sondern die wirklich transferierten Atome. Dieser Prozess hängt aber stark von der anfänglichen Population in den Zuständen in  $|m_F = \pm 1\rangle$  und von dem Einfluss der Besetzung dieser Zustände durch sogenannte Vakuumfluktuationen ab. Diese Effekte werden im folgenden Kapitel betrachtet.



---

# PARAMETRISCHE VERSTÄRKUNG VON VAKUUMFLUKTUATIONEN

Die Quantenmechanik postuliert viele interessante Effekte die durch klassische Physik nicht erklärbar sind. Einer der faszinierendsten ist die Existenz von Vakuumfluktuationen. Dabei entstehen kurzzeitig Paare aus Teilchen und Anti-Teilchen, die im klassischen Bild wegen Erhaltung von Energie oder Impuls nicht entstehen dürften, aber unter Berücksichtigung der heisenbergschen Unschärferelation für sehr kurze Zeiten existieren können. So lassen sich z.B. spontane Emissionsprozesse mit Hilfe von Vakuumfluktuationen auf stimulierte Prozesse zurückführen. Der Nachweis der Vakuumfluktuationen kann nur indirekt erfolgen, da die kurze Zeit ihrer Existenz nicht ausreicht, um sie detektieren zu können.

Ein eindrucksvolles Beispiel für eine indirekte Messung ist das Experiment in dem gezeigt wurde, dass Atome an dem spontanen Zerfall aus einem angeregten Zustand gehindert werden können, wenn sie sich in einem äußeren Resonator befinden, da dieser nur bestimmte Vakuummoden zulässt [105]. Ein anderes berühmtes Beispiel ist die Vermessung des Casimir-Effekts [106], der daher rührt, dass in dem quantisierten Modenspektrum zwischen zwei nah aneinander liegenden Metallplatten Vakuumfluktuationen nur in einigen wenigen Moden vorkommen. Außerhalb der Platten hingegen gibt es ein kontinuierliches Spektrum an Moden. Die Vakuumfluktuationen können also in unendlich vielen Moden auftreten und sind daher zahlreicher. Dadurch, dass mehr virtuelle Teilchen außerhalb der Platten auftreten als innerhalb, entsteht ein Druckunterschied der die Platten aneinander presst. Neben klassischen Messungen wie z.B. in [107] wurde der Effekt auch schon mit Hilfe von Bose-Einstein-Kondensaten in der Gruppe von Cornell [108] vermessen. In der Optik ist es möglich, Vakuumfluktuationen des elektromagnetischen Feldes durch einen parametrischen Verstärkungsprozess sichtbar zu machen. Bei der spontanen parametrischen Konversion wird ein nichtlinearer optischer Kristall von

einem Pumplaser bestrahlt. Ein ankommendes Photon wird hier in zwei Photonen geteilt. Da Energie, Impuls und Phase erhalten bleiben müssen, sind die beiden entstehenden Photonen miteinander verschränkt. Die Entstehung der Photonen ist spontan und kann auf Vakuumfluktuationen zurückgeführt werden. Wird ein solches Signal im Kristall weiter verstärkt, spricht man von einem optisch parametrischen Verstärker (OPA<sup>1</sup>).

Für die hier untersuchte Spindynamik ergeben sich viele Parallelen zu einem optisch parametrischen Prozess. In der Beschreibung des OPA dient das Pumplicht, mit dem der nichtlineare Kristall bestrahlt wird, als unendliche Quelle von Photonen. Im Fall des Spinor-Kondensats gilt das BEC im Zustand  $|m_F = 0\rangle$  als unendliche Quelle von Atomen. Ähnlich wie die Photonen in einem OPA entstehen bei der Spindynamik die Atome im Zustand  $|m_F = \pm 1\rangle$  spontan. Dies ist ein Indiz dafür, dass es sich auch bei dem atomaren Seminar um verstärkte Vakuumfluktuationen handelt.

In einem Spinor-BEC treten Vakuumfluktuationen in Form von Spinschwankungen auf. Ein zuvor perfekt senkrecht zur Achse des Magnetfelds ausgerichtetes Spingas kann für sehr kurze Zeiten eine Besetzung des Spinzustands parallel und antiparallel zur Achse erzeugen. Dies ist äquivalent zur Entstehung eines Teilchen - Anti-Teilchen-Paars im Vakuum.

In dem folgenden Abschnitt wird gezeigt, dass diese Vakuumfluktuationen der Grund für das Auftreten der Spindynamikresonanzen sind. Dieses Kapitel basiert auf der Veröffentlichung mit dem Titel „*Parametric amplification of vacuum fluctuations in a spinor condensate*“ [78]. In dem einleitenden theoretischen Teil wird Wert auf eine möglichst anschauliche Beschreibung des Systems gelegt. Insbesondere soll ein generelles Verständnis für die theoretische Herangehensweise vermittelt werden, bevor ein rein experimenteller Beweis für die parametrische Verstärkung von Vakuumfluktuationen vorgestellt wird.

## 5.1 Ursprung der Resonanzen

Im vorangegangenen Kapitel wurden Instabilitätsresonanzen in Spinor-Gasen vermessen und beschrieben. Hier soll nun geklärt werden, welcher Prozess diese Instabilität auslöst. Es wurde bereits in [60] angedeutet, dass nur eine anfängliche Besetzung der Instabilitätsmoden einen exponentiellen Anstieg der jeweiligen Population hervorrufen kann.

Eine anfängliche Besetzung der Moden kann auf zwei Weisen zustande kommen.

---

<sup>1</sup>Optical Parametric Amplifier

Zum einen gibt es die oben erwähnten Vakuumfluktuationen, die zu einer kurzzeitigen Besetzung der Instabilitätsmoden durch virtuelle Atome führen. Diese treten in allen möglichen Moden auf und können auch nicht unterdrückt werden. Zum anderen können aber auch reale Atome aus dem Ursprungs BEC durch klassische Prozesse in die neuen Spinzustände gelangen. Trotz sorgfältiger Präparation des Ensembles (vgl. Abschnitt 3.4.3) kann experimentell nie ausgeschlossen werden, dass solche Atome nicht doch im System vorhanden sind, z.B. weil sie erst nach der Präparation entstehen. Bei den klassischen Atomen ist zusätzlich zu beachten, dass nicht nur die absolute Anzahl solcher Atome von Bedeutung ist, sondern auch die räumliche Überschneidung ihrer Wellenfunktion mit der jeweiligen Instabilitätsmode. Da dieser z.B. für thermische Atome kaum gegeben ist, haben diese auch keinen Einfluss auf die Spindynamik.

Im Folgenden wird der Einfluss der anfänglichen Besetzung auf die Entwicklung des Systems untersucht. Dabei wird insbesondere auf den Unterschied zwischen anfänglicher klassischer Besetzung und Vakuumfluktuationen eingegangen.

### 5.1.1 Einfluss klassischer Atome

Um ein anschauliches Bild für den Einfluss klassisch erzeugter Atome - im Folgenden Seed Atome<sup>2</sup> genannt - auf die Dynamik des Systems zu erhalten, werden wieder Atome in einem Kasten betrachtet. Zunächst wird ein nicht wechselwirkendes BEC untersucht. Ein solches BEC besetzt den Einteilchengrundzustand des Potentials. Werden nun Atome aus dem BEC z.B. durch eine unerwünschte Radiowelle in den Zustand  $|m_F = \pm 1\rangle$  transferiert, so dreht sich der Spin und die Atome gehen in den Einteilchengrundzustand des  $|m_F = \pm 1\rangle$  Systems über (Abbildung 5.1 a)).

Aus der Betrachtung des Kastenpotentials in Abschnitt 2.2.4 ist ersichtlich, dass die Instabilitätsmoden den Moden des Kastenpotentials entsprechen. An der ersten Instabilitätsresonanz gelangen die Atome folglich durch die Spindynamik auch in die Grundmode des Kastenpotentials. Das heißt für die erste Resonanz gibt es eine perfekte Übereinstimmung zwischen den Instabilitätsmoden und der durch störende Radiofrequenz oder andere Störungen erzeugten klassischen Seed-Atome.

Die zweite Resonanz bevölkert hingegen das erste angeregte Niveau des Kastens. Da die Eigenzustände des Kastenpotentials ein orthogonales System bilden, ergibt die Projektion der Seed Atome im Grundzustand auf das erste angeregte Niveau keine Besetzung. Die durch eine Radiofrequenz erzeugten Atome können daher keinen Seed für die zweite und alle höheren Resonanzen bilden.

Verwenden wir nun zur Beschreibung des BEC nicht mehr die Einteilchenwellenfunktion sondern die eines wechselwirkenden BEC. Die Wechselwirkung führt hier

<sup>2</sup>nur unerwünschte Restatome, die klassisch aus dem Ursprungs BEC erzeugt wurden

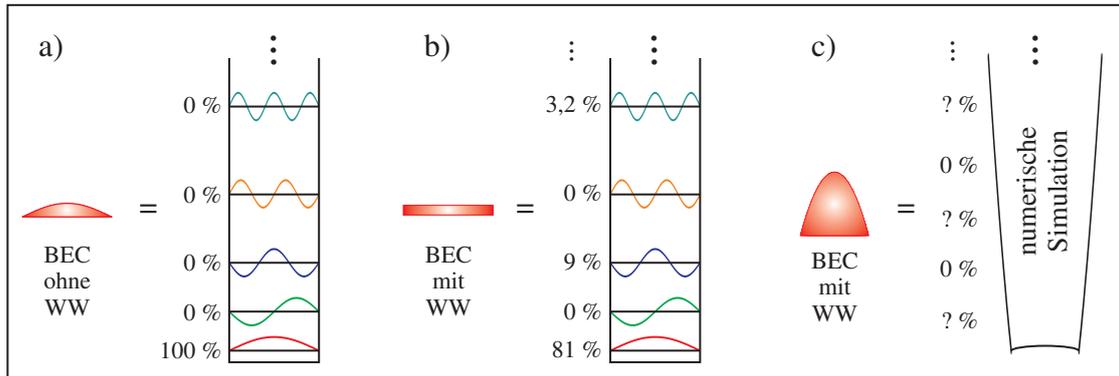


Abbildung 5.1: Vereinfachte Skizze zur Veranschaulichung der Projektion der BEC Wellenfunktion auf die 1D-Kastenmoden, a) für ein BEC ohne Wechselwirkung, b) für ein wechselwirkendes BEC, c) für ein wechselwirkendes BEC in einer harmonischen Falle und ein mögliches effektives Potential.

dazu, dass die Dichte des BEC innerhalb des Kastens konstant ist. Die Wellenfunktion des Kondensats wird folglich durch eine Stufenfunktion beschrieben. So ergibt sich bei der Projektion der Wellenfunktion des BEC auf die Niveaus des Kastenpotentials keine reine Besetzung des Grundzustands, sondern auch höhere Niveaus werden besetzt (Abbildung 5.1 b)). Diese Aufteilung auf die einzelnen Niveaus ergibt auch gleichzeitig den Seed-Anteil des klassischen Atoms für die einzelnen Bogoliubov-Moden an. Schon in diesem Modell sieht man, dass die erste Resonanz weitaus stärker beeinflusst wird, als alle anderen.

Verlässt man nun das vereinfachte Modell und betrachtet den Fall eines BEC in einer harmonischen Falle, so erhält man ein effektives Potential (Abbildung 5.1 c)), das zusätzlich durch die unterschiedlichen Streulängen zwischen den Spinkomponenten beeinflusst wird. Die Projektion der BEC-Wellenfunktion auf die Niveaus des effektiven Potentials ist nun nicht mehr einfach analytisch lösbar. Zusätzlich entsprechen, wie im Kapitel 4 gezeigt, die Instabilitätsmoden nicht mehr reinen Moden des effektiven Potentials. Um nun Überschneidung der Wellenfunktion eines klassisch erzeugten Atoms in  $|m_F = \pm 1\rangle$  mit einer Instabilitätsmode zu berechnen, muss nicht nur die Wellenfunktion des BEC in der Basis des effektiven Potentials dargestellt werden, sondern auch die Instabilitätsmoden. Erst durch den Vergleich kann dann der Seed-Anteil eines Atoms für eine Resonanz berechnet werden. Das Modell gibt aber auch hier einen anschaulichen Einblick in das System und lässt bereits vermuten, dass der Einfluss der klassisch erzeugten Atome auf die erste Resonanz am größten ist.

### 5.1.2 Zeitentwicklung durch klassischen Seed und Vakuumfluktuationen

In Kapitel 4.2.2 wurde nur die Instabilität des Systems bei unterschiedlichen Magnetfeldern betrachtet. Um damit aber die in Kapitel 4.2.2 beschriebene Messung des Transfers bei einer festen Zeit theoretisch deuten zu können, muss die Zeitentwicklung des Systems untersucht werden. Die Besetzung eines Spinzustands  $|m_F\rangle$  kann durch eine Summe der Erwartungswerte über alle Moden  $n$  des effektiven Potentials bestimmt werden

$$P_{m_F}(t) = \sum_n \langle \hat{a}_{n,m_F}^\dagger(t) a_{n,m_F}(t) \rangle . \quad (5.1)$$

Die Operatoren  $\hat{a}_{n,m_F}$  und  $\hat{a}_{n,m_F}^\dagger$  vernichten und erzeugen Atome mit dem Spin  $m_F$  in der  $n$ -ten Mode des effektiven Potentials und hängen über die Beziehung

$$\hat{a}_{n,\pm 1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{b}_{n,+} \pm \hat{b}_{n,-}) \quad (5.2)$$

mit den in Gleichung (4.1) eingeführten Operatoren zusammen. Um die Besetzung eines Spinzustands zu einem Zeitpunkt  $t$  vorhersagen zu können, wird folglich die Zeitentwicklung der Erzeuger- und Vernichteroperatoren benötigt. Um diese zu bestimmen, wird der Zeitentwicklungsoperator  $\mathcal{U}$  für das System benötigt. Die Zeitentwicklung einer Bogoliubov-Mode  $\hat{O}_{\nu,\pm}$  ist bekannt und gegeben durch die Heisenberg-Gleichung (2.13)

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{O}_{\nu,\pm} = E_{\nu,\pm} \hat{O}_{\nu,\pm} \quad (5.3)$$

Die Bogoliubov-Moden lassen sich durch Linearkombinationen aus Erzeuger- und Vernichteroperatoren des effektiven Hamiltonoperator beschreiben.

$$\hat{O}_{\nu,\pm} = \sum_{n=1}^M \left( R_{\nu,n}^\pm \hat{b}_{n,\pm} + R_{\nu,M+n}^\pm \hat{b}_{n,\pm}^\dagger \right) \quad (5.4)$$

Dabei wird über alle möglichen Moden  $n$  bis zu einer Mode  $M$ , die noch numerisch berücksichtigt wird, summiert.  $\hat{R}$  ist eine Matrix, in der das  $(\nu,n)$ -te Element und das  $(\nu,M+n)$ -te Element die Überschneidung der  $\nu$ -ten Bogoliubov-Mode mit der  $n$ -ten Mode des effektiven Potentials beschreiben. Die obere Hälfte der Matrix beschreibt dabei die Übereinstimmung mit den Vernichter- und der untere Teil die Überschneidung mit den Erzeugeroperatoren. Mit dieser Matrix  $\hat{R}$  und der diagonalen Matrix  $\hat{\xi}$ , deren Elemente aus den Eigenwerten der Bogoliubov-Moden bestehen, ( $\xi_{\nu,\nu} \equiv E_\nu$ ) kann nun der allgemeine Zeitentwicklungsoperator  $\hat{\mathcal{U}}$  angegeben werden.

$$\hat{\mathcal{U}} = \hat{R}^{-1} e^{-i\hat{\xi}t/\hbar} \hat{R} \quad (5.5)$$

Die zeitabhängigen Erzeuger- und Vernichtoperatoren lassen sich damit schreiben als

$$\hat{b}_{n,\pm}(t) = \sum_{n'} \left( U_{n,n'}(t) \hat{b}_{n,\pm}(0) + V_{n,n'}(t) \hat{b}_{n,\pm}^\dagger(0) \right) . \quad (5.6)$$

Hier wurde der allgemeine Zeitentwicklungsoperator wieder aufgeteilt auf den Teil der auf die Vernichter wirkt ( $U_{n,n'} = \mathcal{U}_{n,n'}$ ), und den Teil, der auf die Erzeugeroperatoren wirkt ( $V_{n,n'} = \mathcal{U}_{n,M+n'}$ ). Damit ist Gleichung (5.1) und somit die zeitabhängige Besetzung der Spinzustände  $|m_F\rangle$  bis auf die Startbedingungen bestimmt.

Jeder quantenmechanische Zustand mit  $N$ -Teilchen lässt sich durch das  $N$ -malige Anwenden von Erzeugeroperatoren auf den Vakuumzustand beschreiben. Dies ergibt sich aus der Definition für Erzeuger- und Vernichtoperatoren.

$$\hat{\theta} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle \quad \text{und} \quad \hat{\theta}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle$$

Hier kann der Anfangszustand, bestehend aus jeweils  $N_S$  klassischen Seed-Atomen in  $|m_F = \pm 1\rangle$ , daher durch

$$|\psi(t=0)\rangle = \frac{(\hat{\theta}_{+1}^\dagger \hat{\theta}_{-1}^\dagger)^{N_S}}{N_S!} |\text{vac}\rangle \quad (5.7)$$

beschrieben werden. Die Operatoren  $\hat{\theta}_{\pm 1}^\dagger$  erzeugen ein Atom im Zustand  $|m_F = \pm 1\rangle$  in der Mode des Ursprungs-BEC. Um diese Operatoren

$$\hat{\theta}_{m_F} = \sum_n \theta_n \hat{a}_{n,m_F} \quad (5.8)$$

durch die Operatoren  $\hat{a}_{n,m_F}$  darzustellen, die Teilchen in den Moden des effektiven Potentials erzeugen und vernichten, werden die Koeffizienten der Summe aus der Überlappung der beteiligten Wellenfunktionen ( $\sqrt{n_0(\mathbf{r})}$  für das BEC und  $\varphi_n$  für das effektive Potential) ermittelt

$$\theta_n = \int d^3r \sqrt{n_0(\mathbf{r})} \varphi_n .$$

In dieser Form kann die Zeitentwicklung der Population eines Spinzustands  $P_{m_F}$  (Gleichung 5.1) für jeden Zeitpunkt mit Hilfe von Gleichung (5.6) und (5.7) berechnet werden. Außerdem kann so zwischen dem durch klassische Seed-Atome ( $P_c$ ) und den durch Quantenfluktuation ( $P_q$ ) initiierten Anteil der Population unterschieden werden. Man kann zeigen, dass die Anteile sich wie folgt berechnen lassen:

$$P_c(t) = N_S \Theta^* \left( \hat{U}^\dagger(t) \hat{U}(t) + \hat{V}^\dagger(t) \hat{V}(t) \right) \Theta \quad (5.9)$$

$$P_q(t) = \text{Tr} \left\{ \hat{V}^\dagger(t) \hat{V}(t) \right\} \quad (5.10)$$

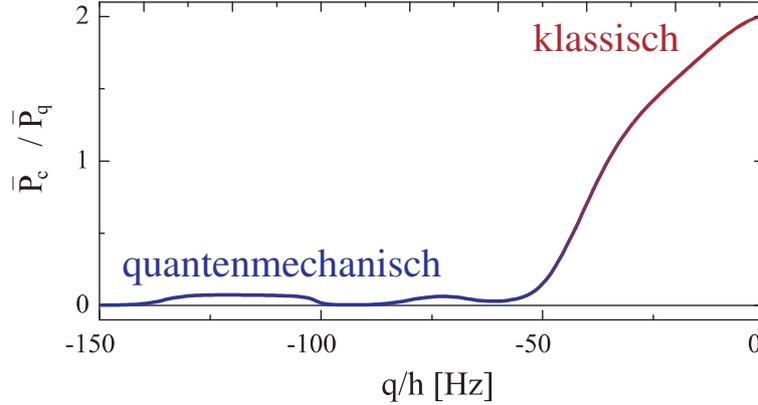


Abbildung 5.2: Numerische Simulation für die Abhängigkeit der Instabilität der instabilsten Moden von quantenmechanischen und klassischen Seed, berechnet für die experimentellen Parameter aus Kapitel 4. Der farbliche Verlauf von rot nach blau kennzeichnet den Verlauf des dominierenden Effekts von klassisch zu quantenmechanisch.

Der Vektor  $\Theta$  setzt sich zusammen aus den Koeffizienten  $\theta_n$ . Die gesamte Population in einem Zustand ergibt sich aus der Summe aus klassischem und Vakuum-Anteil.

$$P_{m_F}(t) = P_c(t) + P_q(t) \quad (5.11)$$

Wie im anschaulichen Bild bereits gezeigt, ist das Verhältnis zwischen  $P_c$  und  $P_q$  abhängig davon, welche Bogoliubov-Moden an der Dynamik beteiligt sind, bei welchem  $q$  bzw. Magnetfeld also gemessen wird. Für die im vorherigen Kapitel verwendeten experimentellen Parameter wurde das Verhältnis zwischen der klassisch und der durch Quantenfluktuation initiierten Population  $P_c/P_q$  numerisch berechnet. In dieser Betrachtung wurde nur der Einfluss der dominierenden instabilsten Mode auf das System betrachtet. So kann die Zeitentwicklung der Population

$$P_{c,q}(t) \approx \bar{P}_{c,q} e^{2\Lambda(q)t} \quad (5.12)$$

für beide Fälle mit Hilfe der in Kapitel 2.2 eingeführten und in Kapitel 4 untersuchten Instabilitätsrate  $\Lambda$  beschrieben werden.

In Abbildung 5.2 ist das zeitunabhängige Verhältnis  $\bar{P}_c/\bar{P}_q$  für ein klassisches Atom ( $N_S = 1$ ) gegen  $q$  aufgetragen. Es ist deutlich zu erkennen, dass der klassisch initiierte Anteil der Atome in  $|m_F = \pm 1\rangle$  zu größeren  $|q|$  hin, also zu höheren Moden, immer geringer wird. Vergleicht man dieses Bild mit den gemessenen Resonanzen in Abbildung 4.4, so befindet sich die erste Resonanz bei ca. -30 Hz noch in dem durch klassische Atome beeinflussten Bereich. Die zweite Resonanz bei ca. -120 Hz hingegen befindet sich bereits deutlich in dem von Vakuumfluktuationen dominierten Bereich ( $\bar{P}_c/\bar{P}_q \ll 1$ ).

Die Startbedingung für die zweite Resonanz wird also durch klassisch erzeugte Atome kaum beeinflusst. Die Atome die durch Spindynamik in die Zustände

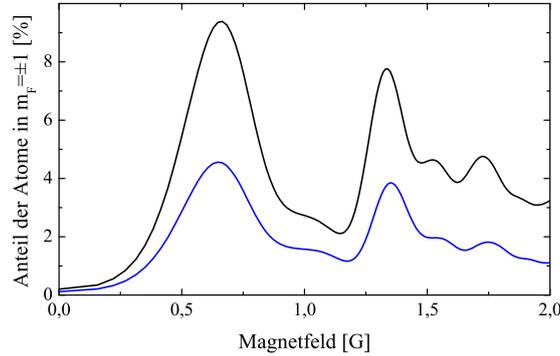


Abbildung 5.3: Vergleich der Theorie mit (blaue Kurve) und ohne (schwarze Kurve) Berücksichtigung der Verluste für die experimentellen Parameter aus Abbildung 5.4. Trotz kürzer angenommener freier Evolutionszeit (21 statt 22,5 ms) wird ohne Berücksichtigung der Verluste ein sehr viel stärkerer Transfer vorhergesagt als experimentell beobachtet.

$|m_F = \pm 1\rangle$  transferiert wurden, verstärken an der zweiten Resonanz nur die Vakuumfluktuationen dieser Mode. Das System bildet daher einen parametrischen Verstärker für Vakuumfluktuationen. Der experimentelle Beweis für diese theoretische Behauptung wird in Abschnitt 5.2 nachgereicht.

### 5.1.3 Numerische Simulation des Transfers

Mit der Theorie zur Berechnung der Instabilität (Kapitel 4) und Zeitentwicklung ist es möglich, die transferierten Atome zu jedem Zeitpunkt  $t$  bei einem Magnetfeld  $B$  zu bestimmen.

Um jedoch die realen Bedingungen wirklich simulieren zu können, muss auch der in Abschnitt 3.4.4 untersuchte Verlust für die Atome in  $|F = 2\rangle$  in der Simulation berücksichtigt werden. Der durch Zweikörperprozesse dominierte Verlust beträgt zwar weniger als 20% während der eingestellten Haltezeit von 21 ms, jedoch wurde bereits in Abbildung 4.7 die starke Abhängigkeit der Position der Resonanz von der Teilchenzahl gezeigt. Um diese Verluste in der Simulation zu implementieren wurde die Zeitentwicklung des Systems in einzelne Intervalle unterteilt. Im Anschluss an jedes Intervall wurde die Anzahl der Atome entsprechend dezimiert, und die Position der Instabilitätsresonanzen neu berechnet, um die Zeitenwicklung fortzusetzen. Die Verluste wurden dabei durch einen einfachen exponentiellen Verlauf genähert

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau} \quad \text{mit} \quad \tau \approx 100\text{ms} .$$

Die relevante kürzeste Zeitskala ist durch das Inverse der stärksten Fallenfrequenz  $1/\omega_x$  bestimmt. Im Experiment entspricht das ungefähr 5 ms. Um die Verluste korrekt zu implementieren wurden daher in der numerischen Simulation Intervalle von 0,1 ms verwendet. Zum Vergleich sind in Abbildung 5.3 das Ergebnis mit und ohne Berücksichtigung der Verluste bei gleichen anfänglichen Parametern aber

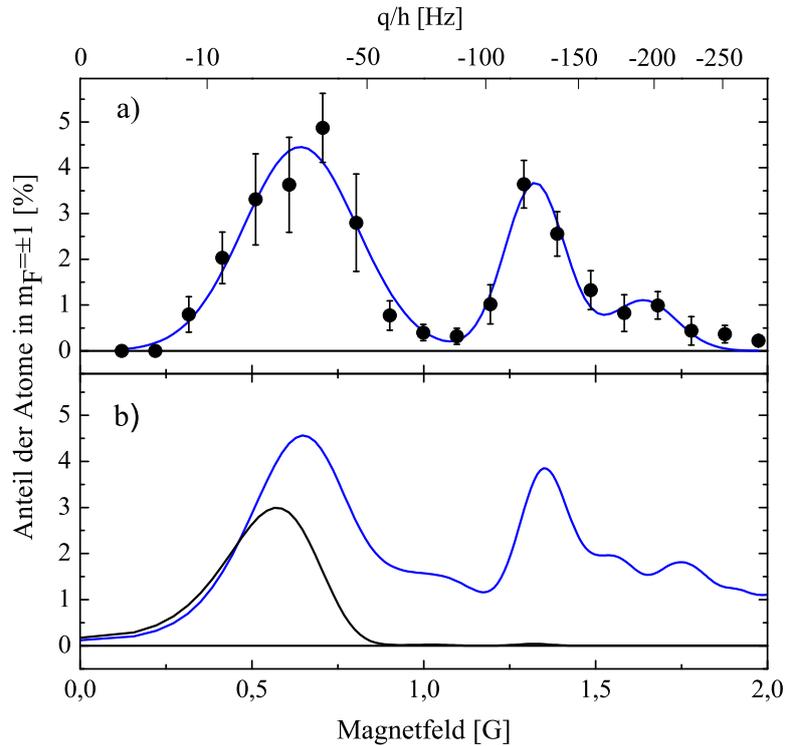


Abbildung 5.4: Theoretisch berechnete Resonanzen (unten) im Vergleich mit dem Experiment (oben). Um eine möglichst gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie zu erreichen wurde eine anfängliche Atomzahl von  $N_0 = 5 \times 10^4$ , eine Haltezeit von  $t = 22,5$  ms und eine anfängliche Seed-Atomzahl von  $N_S = 2$  angenommen. Alle Werte liegen innerhalb ihrer Fehlergrenzen. Für die Streulängen wurden die Werte  $a_0 = 87.685a_B$ ,  $a_2 = 91.049a_B$ ,  $a_4 = 99.197a_B$  verwendet, welche innerhalb der Fehlergrenzen der von Prof. Tiemann berechneten Werte (vgl. Gleichung 2.1) liegen.

unterschiedliche Haltezeiten dargestellt. Der Effekt der Verluste ist hier deutlich sichtbar.

Für die numerische Simulation des Experiments sind alle Parameter bis auf die Anzahl der klassischen Seed-Atome bekannt. Diese beeinflusst allerdings nur die Höhe der ersten Resonanz. Die Höhe der zweiten Resonanz ist, wie oben gezeigt, nicht vom klassischen Seed beeinflusst. Daher wurden zunächst die Streulängen und die anfängliche Atomzahl innerhalb der experimentellen Fehlergrenzen soweit angepasst, dass es zu einer Übereinstimmung in der Höhe des Signals bei hohen Magnetfeldern kam. Die Höhe der ersten Resonanz wurde dann durch die Wahl der klassischen Seed-Atomzahl angepasst. Für eine nahezu perfekte Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie (Abbildung 5.4) wurde die mittlere klassische Atomzahl zu  $N_S = 2$  bestimmt. Dieser Wert ist sehr gut mit den experimentellen Ergebnissen aus Abschnitt 5.2.2 Abbildung 5.7 vereinbar.

Zusätzlich zur quantenmechanisch berechneten Kurve, welche die Vakuumfluktuationen berücksichtigt, ist in Abbildung 5.4 auch das Ergebnis einer Gross-Pitaevskii-Rechnung eingezeichnet. In dieser Rechnung können keine Vakuumfluktuationen berücksichtigt werden. Daher ist in dieser Simulation die zweite Resonanz kaum erkennbar. Auch dies zeigt wieder, dass die zweite Resonanz allein die Vakuumfluktuationen im System verstärkt.

## 5.2 Nachweis von Vakuumfluktuationen

Im vorangegangenen Abschnitt wurde theoretisch gezeigt, dass die Resonanz bei hohem Feld Vakuumfluktuationen parametrisch verstärken kann. Außerdem wurde gezeigt, dass das Modell die experimentellen Ergebnisse aus Kapitel 4 reproduziert. In dem folgenden Abschnitt wird nun ein Experiment vorgestellt das beweist, dass es sich hier um einen parametrischen Verstärker für Vakuumfluktuationen handelt.

### 5.2.1 Erzeugung eines kontrollierbaren klassischen Seeds

Um unterscheiden zu können, ob die Spindynamik stärker von einer klassischen Besetzung der Zustände  $|m_F = \pm 1\rangle$  oder von Vakuumfluktuationen abhängt, wäre es am einfachsten ein System bereitzustellen, in dem keine klassischen Seed Atome vorhanden sind. Ein solcher Zustand ist schwer zu realisieren und nachweisbar [60], da schon kleinste Radiofrequenz Signale der Umwelt, oder Schwankungen des Magnetfelds zu einer klassischen Besetzung dieser Zustände führen können.

Durch die in Abschnitt 3.4.3 beschriebene Reinigungsprozedur wird zwar ein möglichst reiner und reproduzierbarer Anfangszustand in  $|m_F = 0\rangle$  erzeugt. Darüber ob während der anschließenden Haltezeit Atome in den Zustand  $|m_F = \pm 1\rangle$  übergehen, kann aber zunächst nicht bestimmt werden.

Deshalb wird im Folgenden beschrieben wie experimentell kontrollierbarer Seed absichtlich in die Zustände  $|m_F = \pm 1\rangle$  transferiert werden kann. Wird eine Abhängigkeit der Dynamik von der Anzahl dieser Atomen sichtbar, so kann aus dieser Information auf den Startwert ohne zusätzliche Atome und auf eine generelle Abhängigkeit von klassischen Seed-Atomen geschlossen werden.

Für die Präparation dieser zusätzlichen Atome wurde das homogene Magnetfeld während des Reinigungspulses (vgl. Abbildung 4.2) zunächst auf 7,92 G gesenkt. Um die Radiofrequenz zu identifizieren, die die Zustände  $|m_F = +1\rangle$  und  $|m_F = -1\rangle$  zu gleichen Teilen bevölkert, wurde bei diesem Feld eine Radiofrequenz-Spektroskopie durchgeführt. Die Frequenz von 5,62 MHz wurde so experimentell ermittelt und entspricht damit dem mit Hilfe der Breit-Rabi-Formel (3.8) berechneten Wert für eine Frequenz, die energetisch genau zwischen den beiden resonanten

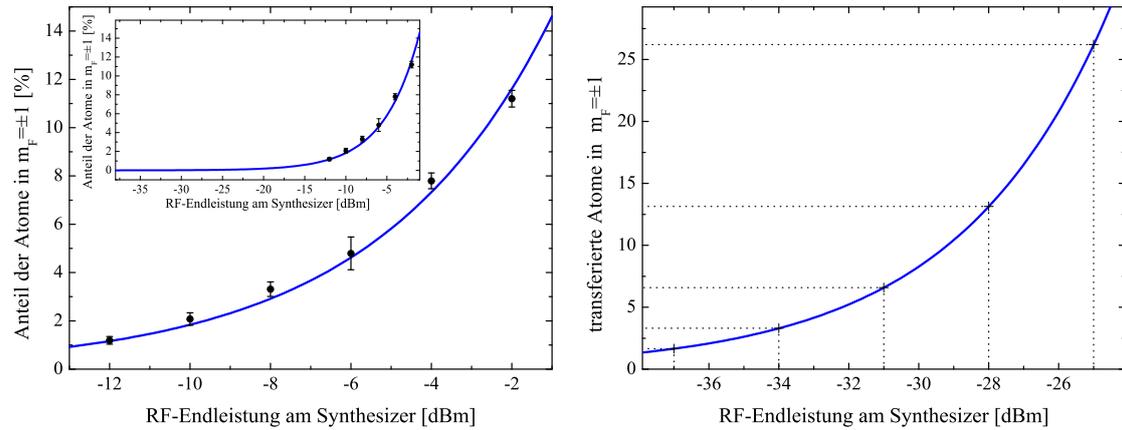


Abbildung 5.5: Erzeugung einer minimalen Besetzung der Zustände  $|m_F = \pm 1\rangle$  durch ein Radiofrequenz Signal. *links*: Präparation von detektierbaren Atomwolken in  $|m_F = \pm 1\rangle$ . Aufgetragen ist der gemittelte Transfer gegen den am Synthesizer eingestellten Endwert einer 30 dB Leistungsrampe. Die angepasste Exponentialkurve zeigt den linearen Zusammenhang zwischen RF-Leistung und Transferrate. *rechts*: Die Kurve links für Leistungen zwischen  $-24$  dBm und  $-38$  dBm. Anstatt der Transferrate ist die absolute Anzahl der Atome, für ein BEC von  $4,5 \times 10^4$  Atomen, aufgetragen. Diese Eichung, Atome in Abhängigkeit von RF-Leistung, wurde für die Messung in Graph 5.7 verwendet.

Übergängen liegt. Das Radiofrequenz Signal wird für diese Anwendung durch den gleichen Aufbau realisiert der schon für die Präparation der Atome in den Anfangszustand  $|m_F = 0\rangle$  verwendet wurde (vgl. Abschnitt 3.4.1).

Nachdem die Radiofrequenz für eine symmetrische Besetzung der Zustände ermittelt wurde kann die Besetzung dieser Zustände in Abhängigkeit von der eingestellten Radiofrequenzleistung ermittelt werden. Dazu wurde die Leistung innerhalb von  $5 \mu\text{s}$  um 30 dB bis zum Endwert erhöht und dann abrupt ausgeschaltet. Durch das Rampen der Leistung wird ein adiabatischer Übergang in das gekoppelte System aus Radiofrequenz und atomaren Zuständen begünstigt. Beim abrupten Ausschalten der Radiofrequenz werden die gekoppelten Zustände auf die ungestörten Zustände projiziert. Der dadurch entstandene Anteil der Atome in den Zuständen  $|m_F = \pm 1\rangle$  bildet dann den zusätzlich erzeugten klassischen Seed.

In Abbildung 5.5 ist der transferierte Anteil der Atome gegen die eingestellten Endleistungswerte der Rampen aufgetragen. Diese Leistung wird durch die Kombination aus Verstärker und Abschwächer um 30 dB verstärkt an die Antenne weitergegeben. Für die Kalibrierung des Zusammenhangs zwischen RF-Leistung und Anteil transferierter Atome wurde die Leistung so gewählt, dass sich die Atome noch im linearen Bereich der beginnenden Rabi-Oszillation befinden ( $\sin(\Omega \cdot t) \approx \Omega \cdot t$ ), die Signale der transferierten Atome aber noch gut gegen den rauschenden Untergrund zu detektieren sind. Die Datenpunkte sind jeweils über 3 bis 4 Messungen gemittelt. Der kleine statistische Fehler, zeigt die gute Reproduzierbarkeit dieser

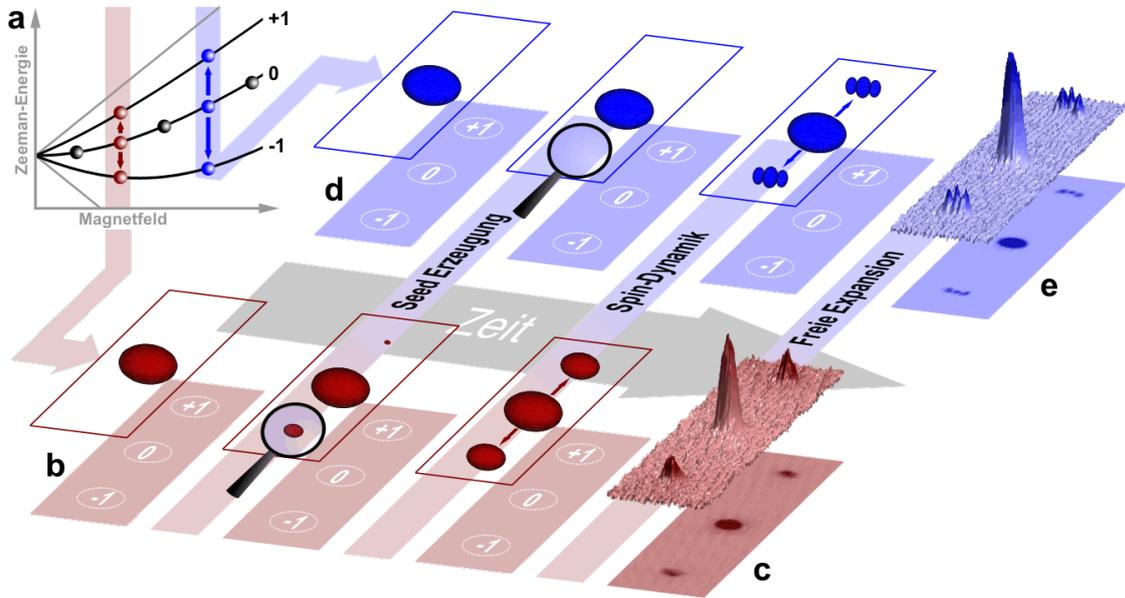


Abbildung 5.6: Verlauf der Messung zur Seed Abhängigkeit. In a) ist die Zeeman-Energie für die erste (rot) und zweite (blau) Resonanz skizziert. In den Reihen b) und d) ist der Verlauf der Messung ab dem Reinigungsprozess für die erste und zweite Resonanz gezeigt. Der größte Unterschied für die beiden Messungen ist der Zustand nach der Seed Präparation. Im Gegensatz zur ersten Resonanz wird für die zweite Resonanz kein relevanter Seed erzeugt. In c) und e) ist die Dichteverteilung für eine für die jeweilige Resonanz typische Atomwolke in einem dreidimensionalen Graphen gezeigt. Die unterschiedlichen Moden sind klar erkennbar.

Methode. Die eingezeichnete Kurve entspricht einem angepassten logarithmischen Verlauf der Atomzahl gegen die eingestellte Leistung in dBm und zeigt folglich einen linearen Zusammenhang zwischen Transfer und Radiofrequenzleistung. Bei 1 mW eingestellter Radiofrequenzleistung wird ein Anteil von jeweils 19% der Gesamtteilchenzahl in die Zustände  $|m_F = \pm 1\rangle$  transferiert. Für eine Teilchenzahl von 45000 Atomen ergibt sich also ein Transfer von ca. 8500 Atomen/mW. Da diese Kurve einen klaren linearen Zusammenhang zeigt, kann sie zu nicht mehr detektierbaren Atomzahlen hin extrapoliert werden. Dies bedeutet z.B. für die kleinste im späteren Versuch eingestellte Leistung von  $-37$  dBm bzw.  $0,2 \mu\text{s}$ , dass im Mittel nur 1,5 Atome durch die Radiofrequenz transferiert werden.

## 5.2.2 Experimenteller Nachweis von Vakuumfluktuation

Mit der vorgestellten Methode lässt sich also die mittlere Anzahl der Atome in  $|m_F = \pm 1\rangle$  bis auf einen unbekanntem aber im Mittel konstanten Untergrund sehr genau kontrollieren.

Ist nun eine Resonanz von der Anzahl der Seed Atome abhängig sollte sich diese

stark auf die Dynamik der Resonanz und damit auf die Anzahl der transferierten Atome auswirken. Um diese Abhängigkeit zu vermessen, wurden die Atome wie in Kapitel 4 beschrieben präpariert. Zusätzlich wurde die Sequenz zur Erzeugung klassischer Seed Atome in den Ablauf zwischen der Reinigungssequenz und der Haltezeit eingefügt (Abbildung 5.6). Vermessen wurde der Transfer auf den beiden Resonanzpositionen bei  $B = 0,65 \text{ G}$  und  $B = 1,29 \text{ G}$ , jeweils in Abhängigkeit der zuvor gemäß Abbildung 5.5 zusätzlich erzeugten Seed Atome. Da bereits zuvor vermutet wurde, dass die Resonanzen unterschiedlich stark von den zusätzlichen Atomen beeinflusst werden, wurden unterschiedliche Haltezeiten gewählt. Für die erste Resonanz (bei kleinem Magnetfeld) wurde die Haltezeit auf 15 ms verkürzt, um Sättigungseffekte (vgl. Abbildung 4.3) möglichst zu vermeiden. Für die zweite Resonanz wurde die Detektionszeit sogar auf 23 ms verlängert, um trotz einer etwas kleineren Gesamtatomzahl im Vergleich zu vorherigen Experimenten (vgl. Kapitel 4) ein gut detektierbares Signal zu erhalten. Auch für die hier vorgestellten Daten wurde vor der Messung die Zeitentwicklung der Dynamik überprüft, damit es nicht bereits ohne extra generierter Seed Atome zu Sättigungseffekten kommt.

### Deutung der Messung

Das Ergebnis der Messung ist in dem Graph 5.7 dargestellt. Jeder Datenpunkt besteht aus jeweils 15 Einzelmessungen. Die Fehlerbalken zeigen den statistischen Fehler des Mittelwerts. In der Abbildung ist der Anteil der transferierten Atome gegen die zusätzlich erzeugten Seed Atome aufgetragen. Der obere Teil zeigt die Abhängigkeit der Transfereffizienz durch den Seed auf der ersten Resonanz. Für kleine Seed Atomzahlen ist ein steiler linearer Anstieg der transferierten Atome erkennbar. Das führt dazu, dass ab ca. 8 zusätzlichen Seed Atomen trotz der kurzen Haltezeit ein Sättigung der Kurve eintritt. Die anfänglich lineare Abhängigkeit von der Seed Atomzahl ist hier aber deutlich erkennbar. Die Seed Atome haben folglich einen deutlichen Einfluss auf die Dynamik der ersten Resonanz. Wird dieser lineare Anstieg der transferierten Atomzahl zur Null extrapoliert, so kann aus dem Schnitt mit der x-Achse auf eine anfängliche nicht absichtlich produzierte Seed Anzahl von  $\approx 2$  Atomen geschlossen werden. Dies ist der gleiche Werte, der schon in Abschnitt 5.1.3 aus der numerischen Simulation des Experiments erhalten wurde.

Unten in Abbildung 5.7 ist der transferierte Anteil der Atome auf der zweiten Resonanz in Abhängigkeit der zusätzlichen Seed Atomen dargestellt. Der starke lineare Anstieg fehlt in diesem Graphen. Die Datenpunkte liegen auf einer sehr flachen Gerade, die mit einer Steigung Null verträglich ist. Das heißt die zweite Resonanz ist nahezu unabhängig von klassisch erzeugten Seed Atomen. Die exponentielle Dynamik kann aber nicht ohne eine anfängliche Besetzung starten. Daher kann aus der Tatsache, dass keine klassischen Seed Atome den Prozess beeinflussen können, geschlossen werden, dass die Dynamik durch einen quantenmechanischen

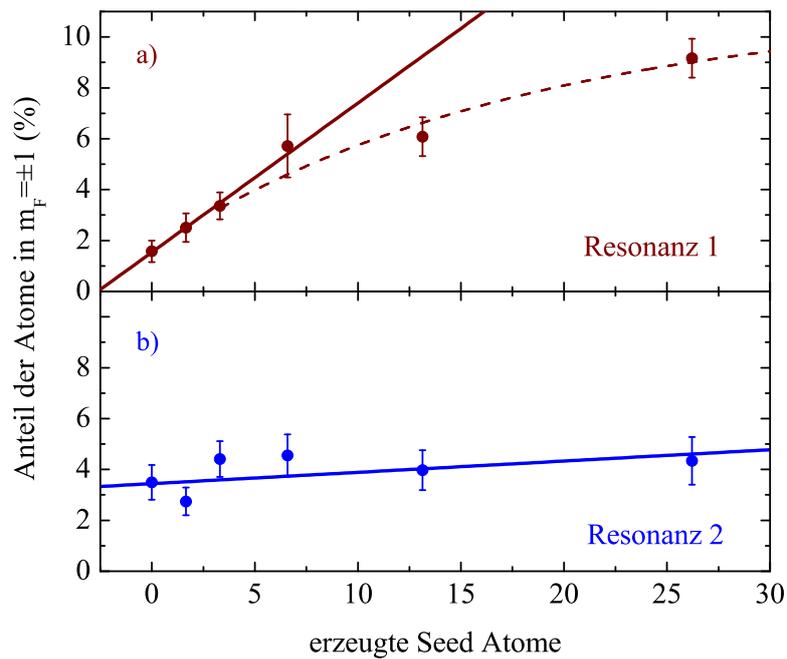


Abbildung 5.7: Experimenteller Nachweis von Vakuumfluktuationen. Dargestellt ist der Einfluss von kontrolliert präparierten Seed Atomen auf den Transfer in  $|m_F = \pm 1\rangle$  für a) 0,65 G (Position der ersten Resonanz) und b) 1,29 G (Position der zweiten Resonanz). Die Transferraten wurden nach a) 15 ms und b) 23 ms Haltezeit aufgenommen. Aus der Extrapolation des linearen Anstiegs in a) zu keinem Transfer lässt sich der nicht absichtlich erzeugte Seed zu  $N_S \approx 2$  Atomen bestimmen.

---

Seed, die Vakuumfluktuationen, initiiert wird. Hiermit ist also allein aus der Annahme, dass für eine exponentielle Dynamik ein Keim benötigt wird, rein experimentell gezeigt worden, dass es sich dabei auf der zweiten Resonanz um einen rein quantenmechanisch erklärbaren Seed handelt. Die Bilder von den Atomwolken in Abbildung 4.5 zeigen folglich eine verstärkte Vakuumfluktuation und das gesamte System bildet einen parametrischen Verstärker für Vakuumfluktuationen.

In diesem Kapitel konnte somit theoretisch als auch experimentell unabhängig voneinander gezeigt werden, dass die zweite Resonanz einen parametrischen Verstärker für Vakuumfluktuationen bildet. Außerdem wurde in Abbildung 5.4 gezeigt, dass die Theorie das Experiment reproduzieren kann.



---

## AUSBLICK

Die in Kapitel 4 und 5 beschriebenen Messungen bilden den Anfang einer Vielzahl von Experimenten, die mit Spinor-Gasen realisierbar sind. Eine Auswahl möglicher Experimente wird im Folgenden beschrieben.

Die ersten beiden Abschnitte dieses Ausblicks behandeln Experimente für die schon erste Messungen erfolgt sind. Im letzten Abschnitt werden kurz Experimente beschrieben, die bisher nur geplant sind. Dabei wird auch auf nötige Erweiterungen des Experiments eingegangen, die für solche Messungen benötigt werden.

### 6.1 Dipolare Wechselwirkung

Schon seit einigen Jahren besteht ein großes Interesse an der Untersuchung des Einflusses der langreichweitigen dipolaren Wechselwirkung. Diese Wechselwirkung ist nicht mehr isotrop, wie die Kontaktwechselwirkung, sondern davon abhängig, wie die Dipole zueinander ausgerichtet sind. Damit ist es von enormer Bedeutung, wie die Form einer Falle, und damit die mittlere Ausrichtung der Dipole, bezüglich eines externen magnetischen oder elektrischen Feldes ausgerichtet ist (vgl. Abbildung 6.1). Ist das Feld in Richtung der schwächsten Fallachse ausgerichtet, so ist die zusätzliche Wechselwirkung für gleiche Dipole attraktiv, da sie sich im Mittel hintereinander ausrichten. Für den senkrechten Fall ordnen sich die Dipole eher nebeneinander an, und die Wechselwirkung wird repulsiv.

In einem Kondensat aus Alkaliatomen ist die Dipol-Dipol-Wechselwirkung nicht direkt messbar, da das erzeugte magnetische Moment von wenigen Bohr-Magneton zu klein ist. Der Effekt wird von der sehr viel stärkeren Kontaktwechselwirkung überdeckt. Daher wurden große Anstrengungen unternommen, um andere Systeme zu realisieren, die ein stärkeres Dipolmoment aufweisen. Zum einen wurde in der Gruppe von T. Pfau das Element Chrom kondensiert [109], welches ein magnetisches Dipolmoment von sechs Bohr-Magneton hat. Dies reicht aus, um erste

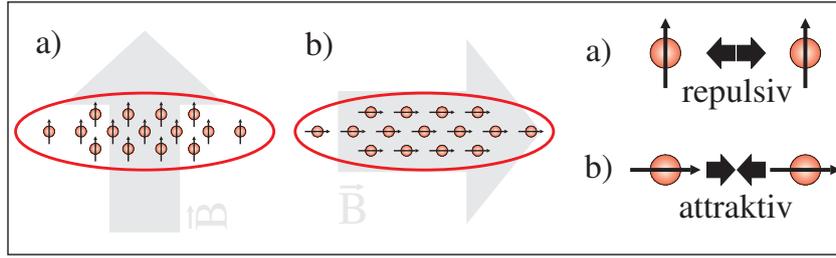


Abbildung 6.1: Skizze zur Dipol-Dipol-Wechselwirkung. In a) ( b ) sind die Dipole der Atome wegen der Ausrichtung der Falle eher repulsiv (attraktiv) zueinander angeordnet.

Effekte der dipolaren Wechselwirkung trotz der Kontaktwechselwirkung zu vermessen [110].

Ein anderes vielversprechendes System zur Untersuchung von Effekten der langreichweitigen Wechselwirkung bilden heteronukleare Moleküle. In der Gruppe von D. Jin am JILA wurden heteronukleare fermionische Moleküle im Grundzustand bei Temperaturen nahe der Quantenentartung aus fermionischen  $^{40}\text{K}$  Atomen und bosonischen  $^{87}\text{Rb}$  Atomen erzeugt [111]. Die Erzeugung und Untersuchung solcher Moleküle ist auch für das hier beschriebene Experiment weiterhin eine Option und wird weiter vorangetrieben.

Die dipolare Wechselwirkung kann aber auch in Systemen untersucht werden, bei denen alle anderen relevanten Energieterme vergleichbar mit der Dipol-Dipol-Wechselwirkungsenergie sind.

Die Kontaktwechselwirkung wird in einem BEC durch die Streulängen  $a_F$  charakterisiert. Die Dynamik der Spinor-Gase hingegen wird durch den Wechselwirkungsparameter  $U_1$  beschrieben (vgl. Definition 2.7), der im Wesentlichen aus der Differenz der einzelnen Streulängen hervorgeht. Für  $^{87}\text{Rb}$  in  $|F = 2\rangle$  ergibt sich mit den Werten aus (2.1)

$$U_1 = \frac{4\pi\hbar^2}{m} \cdot 3,3a_B \quad (6.1)$$

für die spinabhängige Wechselwirkung. Im Vergleich dazu beträgt die Wechselwirkung innerhalb des BEC im Zustand  $|F = 2, m_F = 0\rangle$

$$U_0 = \frac{4\pi\hbar^2}{m} \cdot 94,6a_B \quad (6.2)$$

Bereits im System  $|F = 2\rangle$  ist der relevante Energieterm um einen Faktor  $U_0/U_1 \approx 28$  kleiner als die Wechselwirkungsenergie im  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  BEC. Erste Abschätzungen ergaben aber, dass selbst dieser Effekt noch die Dipol-Dipol Wechselwirkung überdeckt. Anders liegt der Fall allerdings für  $^{87}\text{Rb}$  -Atome im Hyperfeinzu-stand  $|F = 1\rangle$ . Hier wird die spinabhängige Energie zu

$$U_1 = -\frac{4\pi\hbar^2}{m} \cdot 0,43a_B \quad (6.3)$$

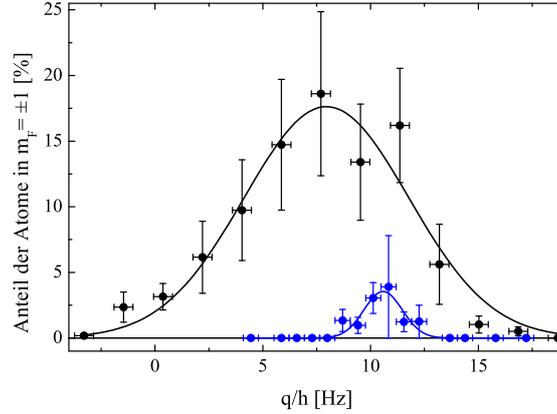


Abbildung 6.2: Erste Messung zur dipolaren Wechselwirkung im System  $|F = 1\rangle$ . Für die schwarze (blaue) Kurve ist das Magnetfeld senkrecht (parallel) zur schwächsten Fallenrichtung ausgerichtet

Dieser Wert ist noch einmal fast eine Größenordnung kleiner als im Zustand  $|F = 2\rangle$ . Da die Dipol-Dipol-Wechselwirkung theoretisch die gleiche Größenordnung hat [58], sollte diese nun einen detektierbaren Einfluss auf die Dynamik des Systems haben.

Zur Berechnung des Effekts muss Hamiltonoperator (4.5) nun um die Terme der Dipol-Dipol Wechselwirkung  $B_{n,n'}$  erweitert werden [112]:

$$\hat{H}_{\pm} = \sum_{n,n'} ((\epsilon_n + q)\delta_{n,n'} + B_{n,n'}) \hat{b}_{n,\pm}^{\dagger} \hat{b}_{n',\pm} \pm \sum_{n,n'} \frac{A_{n,n'} + B_{n,n'}}{2} \left( \hat{b}_{n,\pm} \hat{b}_{n',\pm} + \hat{b}_{n,\pm}^{\dagger} \hat{b}_{n',\pm}^{\dagger} \right) \quad (6.4)$$

Die Dipol-Dipol-Wechselwirkung wirkt sich nicht nur auf den zweiten, sondern auch auf den ersten Term aus, da der effektive Hamiltonoperator durch die dipolare Wechselwirkung beeinflusst wird. Die Theorie sagt auf dieser Grundlage für die Parameter aus Kapitel 4 eine kleine Verschiebung der Resonanzposition und eine starke Veränderung in der Transferrate durch die dipolare Wechselwirkung voraus. Je nach Orientierung der Magnetfeldachse bezüglich der Achse der Dipolfalle sollte sich der Effekt der dipolaren Wechselwirkung unterschiedlich auf die Spindynamik auswirken. Um die Magnetfeldrichtung drehen zu können, wurde ein weiteres Spulenpaar (vgl. Abschnitt 3.3.2) in der Nähe der Atome angebracht. Wie in Abschnitt 3.4.1 beschrieben wurden die Atome im Zustand  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  präpariert. Die Fallenfrequenz der elongierten Dipolfalle in Richtung des vertikalen (horizontalen) Magnetfelds betrug 181 Hz (44 Hz). Für die Messung wurde der  $q$  Parameter nicht wie zuvor durch unterschiedliche Magnetfelder variiert, sondern durch Mikrowellenkopplung (vgl. Abschnitt 3.4.2). Dazu wurde das Magnetfeld für beide Magnetfeldrichtungen auf ca. 600 mG eingestellt und eine um 50 kHz blau zum Übergang  $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$  verstimmte Mikrowelle in der Leistung variiert.

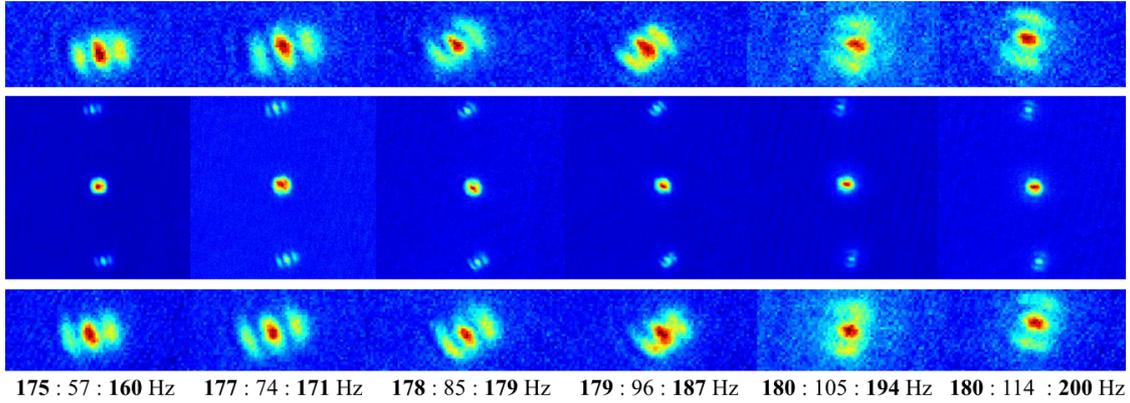


Abbildung 6.3: Drehung der Modenstruktur durch Veränderung des Aspektverhältnisses. In der oberen und unteren Reihe sind die Wolken in  $|m_F = +1\rangle$  und  $|m_F = -1\rangle$  noch einmal vergrößert dargestellt.

Der Graph 6.2 zeigt ein erstes Ergebnis einer solchen Messung. Wie von der Theorie vorhergesagt, wird bei einem Magnetfeld parallel zur schwächsten Dipolfallenachse die Spindynamik durch die dipolare Wechselwirkung stark abgeschwächt. Die detektierte Verschiebung der Resonanzen zeigt allerdings in die entgegengesetzte Richtung der theoretischen Vorhersage. Dies lässt sich durch eine falsche oder ungenaue Kalibrierung von  $q$  in Abhängigkeit von der Mikrowellenleistung erklären. Weitere Messungen ohne Mikrowellenkopplung mit einer Variation von  $q$  durch Magnetfeldänderungen sollten dieses Problem umgehen, erfordern aber eine Kompensation der Rest-Magnetfelder.

Mit dieser Messung kann nicht ausgeschlossen werden, dass die beobachtete Richtungsabhängigkeit nicht durch einen anderen Prozess hervorgerufen wurde. Um einen eindeutigen Beweis zu liefern, dass der gemessene Effekt wirklich der dipolaren Wechselwirkung zuzuschreiben ist, muss der Versuch im Idealfall mit einer symmetrischen Falle wiederholt werden. In einer solchen Falle sollte die Transfer-effizienz nicht mehr von der Richtung des Magnetfelds abhängen. Damit wäre es möglich, die dipolare Wechselwirkung in einem kalten Gas aus Alkaliatomen nachzuweisen. Dies zeigt, welches ein präzises Messinstrument die Beobachtung der Spindynamik darstellen kann.

## 6.2 Angeregte Kondensate

Ein weiterer Aspekt, der in dieser Arbeit nur am Rande erwähnt wurde, ist die in den Bildern 4.5 und 5.6 gezeigte Struktur der Kondensate in  $|m_F = \pm 1\rangle$ . Bei kleinen Magnetfeldern, d. h. auf der ersten Resonanz, bildet sich ein Kondensat, dessen Verteilung nach freier Expansion dem Ursprungskondensat stark ähnelt.

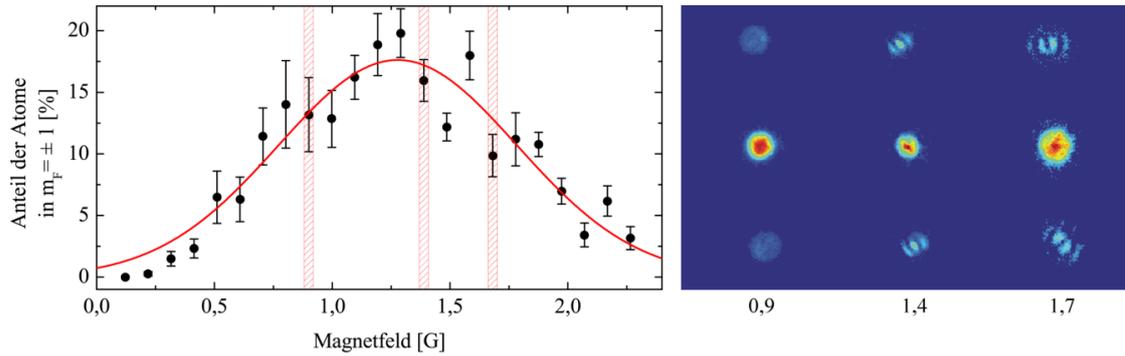


Abbildung 6.4: *links*: Transfereffizienz für eine zylindersymmetrische Falle in Abhängigkeit vom Magnetfeld. *rechts*: Absorptionsspektren von Atomwolken für die im linken Graphen markierte Magnetfelder.

Bei großen Magnetfeldern, also auf der zweiten Resonanz, bildet sich jedoch eine Struktur mit drei Maxima entlang des stärksten Einschlusses des Systems aus. Diese Struktur erinnert stark an die Impulsverteilung des zweiten angeregten Zustands eines eindimensionalen Kastenpotentials. Es liegt daher nahe, diese Struktur mit der Dichteverteilung des zweiten angeregten Niveaus des effektiven Potentials in Verbindung zu bringen, auch wenn die besetzten Bogoliubov-Moden aus einer Überlagerung mehrerer Zustände gebildet werden können.

Eine Frage, die sich bei der Betrachtung dieser Verteilung sofort aufdrängt, ist: Was beeinflusst die Ausrichtung, und was passiert, wenn dieser Einfluss ausgeschaltet wird. Auch zu dieser Fragestellung wurden die ersten vielversprechenden Versuche unternommen.

Die Struktur bildet sich offensichtlich entlang der stärksten Achse mit der Fallenfrequenz ( $\omega_x$ ) aus. Durch das Einstrahlen eines horizontalen Strahls entlang der QUIC-Spulen Achse (vgl. Abschnitt 3.2), statt des Strahls in vertikaler Richtung, kann das Verhältnis der beiden stärksten Fallenfrequenzen ( $\omega_x : \omega_z$ ) gedreht werden. Wie in Abbildung 6.3 gezeigt kommt es dabei zu einer langsamen Drehung der Achse der Struktur. Bei nahezu entartetem Aspektverhältnis bildet die Achse einen Winkel von ca.  $45^\circ$  zu den beiden Hauptachsen der Falle. Dabei ist noch nicht geklärt, welcher experimentelle Einfluss diese Achse gegenüber der dazu senkrechten Achse auszeichnet.

In dieser zylindersymmetrischen Falle wurden weitere Untersuchungen unternommen. Dazu wurde zunächst die Transfereffizienz (Abbildung 6.4 links) für eine feste Haltezeit aufgenommen, die nur eine breite Resonanz zeigt. Erste Berechnungen mit dem theoretischen Modell bestätigen für die verwendete Fallenkonfiguration und Atomzahl dieses Ergebnis. Weiterhin ist klar die unterschiedliche Modenstruktur der transferierten Atome erkennbar. So bilden sich bei kleinem Magnetfeld (0,9 G) ein einzelnes Maximum (Abbildung 6.4 links) und bei 1,4 G die bereits be-

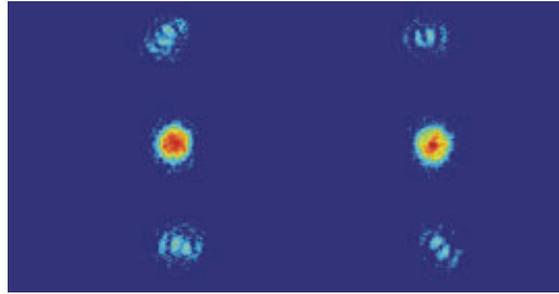


Abbildung 6.5: Bilder von angeregten Moden bei 1,7 G in der zylindersymmetrischen Falle. Die Bilder links und rechts wurden in zwei separaten Experimentzyklen aufgenommen. Die experimentellen Parameter wurden aber nicht verändert.

kannte Dreier-Mode (Abbildung 6.4 mittig) heraus. Bei noch höheren Feld (1,7 G) konnte aber ein noch interessanteres Phänomen beobachtet werden. Es wurde eine weitere Mode mit vier Maxima detektiert (Abbildung 6.4 rechts). Wirklich interessant hierbei ist vor allem die Orientierung der Maxima der  $|m_F = 1\rangle$  und  $|m_F = -1\rangle$  Atomwolken zueinander. War die Struktur für drei Maxima von Messung zu Messung immer gleich und vor allem parallel zueinander ausgerichtet, so kommt es hier nun zu einer scheinbar willkürlichen Ausrichtung. In zwei hintereinander folgenden Messungen bei gleichen Parametern liegen die Wolken jeweils in einem anderen Winkel zueinander und zu den Hauptachsen der Falle (Abbildung 6.5). Diese Beobachtung lässt darauf schließen, dass der Spin in der Atomwolke lokal nicht erhalten bleibt. Ziel ist es dieses Phänomen genauer zu untersuchen und sowohl theoretisch als auch experimentell zu zeigen, wovon diese Ausrichtung beeinflusst wird, da es sich hier wahrscheinlich um eine spontane Brechung der Symmetrie handelt.

### 6.3 Perspektiven für zukünftige Experimente

Die in den ersten beiden Abschnitten dieses Ausblicks beschriebenen Experimente werden bereits auf theoretischer und experimenteller Seite intensiv bearbeitet. In diesem Abschnitt werden Perspektiven aufgezeigt, die sich mit dem hier beschriebenen Aufbau auf längere Sicht hin bieten.

#### Gequetschte Zustände und Verschränkung

Interferometrische Sensoren, z.B. zur Vermessung von Rotationen, Beschleunigungen oder Längenänderungen, stoßen mittlerweile an die Grenzen ihrer theoretischen Leistungsfähigkeit. Eine Möglichkeit, diese Grenze zu verschieben, bietet das sogenannte gequetschte Licht [113]. Im gequetschten Zustand kann z.B. die Phase des Laserlichts unterhalb des Quantenrauschens bestimmt werden, wenn im Austausch

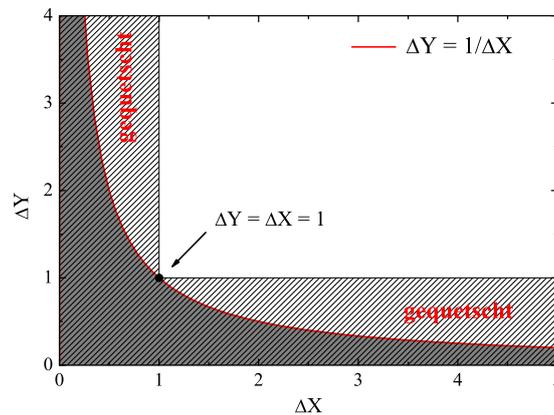


Abbildung 6.6: Graphische Darstellung der heisenbergschen Unschärferelation für die Quadraturen  $X$  und  $Y$ . Der gestrichelte Bereich kennzeichnet den gequetschten Bereich. Grau unterlegt ist der Bereich, der der heisenbergschen Unschärferelation widerspricht.

dafür die zweite Messgröße, die Amplitude, sehr viel stärker als das Quantenlimit rauscht. Diese Möglichkeit, optische Sensoren zu verbessern, soll z.B. in zukünftigen Gravitationswellendetektoren [114] eingesetzt werden.

Für manche dieser Messungen ist es möglich, und für bestimmte Anwendungen vorteilhaft, statt Licht-, Materiewellen zu nutzen. Schon jetzt werden mit kalten Atomen Instrumente entwickelt, mit denen es möglich sein wird, Rotation oder Beschleunigungen ähnlich gut zu vermessen, wie es mit optischen Sensoren möglich ist [115]. Allerdings stoßen diese Instrumente noch nicht wie ihre optischen Pendanten an fundamentale sondern nur an derzeitige technische Grenzen. Auch hier können gequetschte Zustände in Zukunft Verbesserungspotential bieten. Vor allem in optischen Uhren, die schon heute als die präzisesten Messwerkzeuge gelten, können gequetschte Zustände von Bedeutung werden.

In der Theorie gequetschter Zustände werden komplementäre, normierte Beobachtungsgrößen, auch Quadraturen ( $X$ ,  $Y$ ) genannt, genutzt. Ihre statistischen Unsicherheiten werden durch die heisenbergsche Unschärferelation

$$\Delta X \cdot \Delta Y \geq 1$$

bestimmt. Diese Unschärferelation ist in Abbildung 6.6 dargestellt. Wenn eine dieser Quadraturen sehr viel besser als mit der Ungenauigkeit 1 bestimmt werden kann (gestrichelter Bereich in Abbildung 6.6) spricht man von einem gequetschten Zustand. Die zweite Quadratur muss dann, um weiterhin die heisenbergsche Unschärferelation zu erfüllen eine sehr viel größere Unsicherheit aufweisen.

Gequetschte Zustände wurden bereits in unterschiedlichen atomaren Systemen realisiert [116, 117, 118]. Die Spindynamik bietet sich allerdings besonders

an [119, 120], da die Erzeugung von Atomen in den Zuständen  $|m_F = \pm 1\rangle$  immer nur in Paaren stattfinden kann. Dabei entsteht im Prinzip zunächst ein perfekt gequetschter Zustand, da die Atomzahldifferenz ( $N_R = N_{+1} - N_{-1}$ ) zwischen Atomen im Zustand  $|m_F = +1\rangle$  und im Zustand  $|m_F = -1\rangle$  Null ist. Gequetscht ist die Atomzahldifferenz allerdings schon, wenn das Rauschen ( $\Delta N_R$ ) kleiner als das Poisson-Rauschen ist. Dies bezeichnet man als Sub-Poisson-Rauschen. Die Beobachtungsgröße, die zum Ausgleich sehr viel stärker unbestimmt ist, also stark Super-Poisson-Rauschen zeigen sollte, ist die relative Phase der entstehenden Kondensate  $\varphi_R = \varphi_{+1} - \varphi_{-1}$ .

Aber selbst wenn die theoretische Betrachtung des Systems einen gequetschten Zustand vorhersagt, kann durch starke Verlustprozesse dieser Zustand wieder zerstört werden. Im Bereich des optischen Squeezings wird daher versucht, jeglichen Verlust durch spezielle optische Elemente zu vermeiden. In Spinor-Kondensaten kommt es auch zu starken Verlustprozessen durch Zwei- und Dreikörperstöße und technisch bedingtes Heizen der Atomwolke (vgl. Abschnitt 3.4.4). Wie stark und auf welcher Zeitskala diese Verlustprozesse den gequetschten Zustand beeinflussen, wird daher Gegenstand zukünftiger Untersuchungen sein.

Besonders relevant für den Nachweis von gequetschten Zuständen ist die Detektion. Eine schlechte Quanteneffizienz oder ein starkes Untergrundrauschen beeinflussen das Messergebnis stark. Soll z.B. gezeigt werden, dass sich zwei Atomwolken mit jeweils ca. 5000 Atomen um weniger als das Quantenrauschen unterscheiden, so muss es mit der gewählten Detektionsmethode möglich sein, einen Unterschied von 100 Atomen in den Wolken eindeutig zu detektieren. Im jetzigen Aufbau verhindert das Untergrundrauschen eine Detektion von weniger als 500 Atomen und definiert damit auch die Unsicherheit in der Atomzahl. Um diesen zu verbessern, wurden im Rahmen einer Bachelorarbeit [121] die ersten Verbesserungsideen untersucht. Eine Möglichkeit durch Interferenzeffekte dominiertes Rauschen zu minimieren, wäre die Detektion durch räumlich inkohärentes Licht. Dazu wurden im Rahmen der Bachelorarbeit erste vielversprechende Versuche mit mehrfach gestreuten Licht unternommen. Eine andere Möglichkeit, die Detektion zu verbessern, ist Fluoreszenz- anstatt der Absorptionenaufnahmen von den Atomen zu verwenden. Beide Detektionsverfahren bieten Vor- und Nachteile, die in weiteren Versuchen untersucht werden müssen.

Kann durch die verbesserte Detektion eine Sub-Poisson-Verteilung der Atomzahldifferenz nachgewiesen werden, so ist dies bereits Beweis genug für die Quetschung des Zustands. Wünschenswert wäre es allerdings, zusätzlich in der zweiten, komplementären Variable die Super-Poisson-Verteilung zu beobachten. Die entsprechende Vermessung der relativen Phase kann grundsätzlich durch einen interferometrischen Vergleich mit der Phase des Ursprungs-BEC geschehen. Bei der

Auswertung einer solchen Messung müssen alle Einflüsse auf die Phase, wie z.B. der lineare Zeeman-Effekt und die Dichte des Kondensats berücksichtigt werden. Es ist daher unsicher, ob eine solche Messung experimentell durchführbar ist.

Um eine Messung zur Quetschung zu komplettieren, würde man die Ergebnisse mit einem System vergleichen wollen, in dem die beiden Atomwolken auf klassische Weise, z.B. durch eine Radiofrequenz, erzeugt werden. Hier sollte sich für beide Größen idealerweise eine Poisson-Verteilung einstellen. Mit der Gegenüberstellung der beiden Systeme wäre das Quetschen der Zustände dann eindeutig nachgewiesen.

Die in  $|m_F = \pm 1\rangle$  transferierten Atome bilden außerdem den idealen Startpunkt für die Vermessung des Einstein-Podolsky-Rosen-Paradoxon (EPR) [122], da sie durch den Stoßprozess verschränkt sind. Eine solche Messung wird in [119, 120] theoretisch beschrieben. In diesen Veröffentlichungen schlagen Pu bzw. Duan und Kollegen vor, die Atome spinunabhängig an zwei Enden einer elongierten Dipolfalle auszukoppeln. Solange der Auskopplungsprozess gänzlich unabhängig vom Spinzustand der Atome ist verbleiben die Atome in ihrem kohärenten Überlagerungszustand. Erst wenn der Spin eines der Atome gemessen wird, entscheidet sich die Spinausrichtung beider Atome. Um eine solche Messung durchführen zu können, müssten einzelne Atome und ihr Spin sehr effizient detektierbar sein. Neben der Verschränkung einzelner Atome soll dieses System außerdem die faszinierende Möglichkeit bieten, die makroskopische Verschränkung ganzer Atomwolken zu erzeugen [119].

## Fermionen

Die letzten Abschnitte des Ausblicks wie auch alle präsentierten Ergebnisse dieser Arbeit fokussierten sich bis jetzt auf die Spindynamik in Bose-Einstein-Kondensaten. Dabei wurde die Möglichkeit des Experiments, auch Fermionen bis zur Quantenentartung zu kühlen, außer Acht gelassen. Das hier fang- und kühlbare fermionische Kalium-Isotop  $^{40}\text{K}$  mit einem Kernspin von  $I=4$  bietet 10 ( $|F = 9/2\rangle$ ) bzw. 8 ( $|F = 7/2\rangle$ ) Zeeman-Zustände in den entsprechenden Hyperfeinzuständen. Die damit noch reichhaltigere Spindynamik wird zusätzlich durch das Fermiverbot beeinflusst, welches Kontaktwechselwirkung unterdrückt und die doppelte Besetzung eines Fallenzustands verhindert. Mögliche Experimente hierzu wurden bereits in der Gruppe von Prof. Santos in optischen Gittern untersucht [123].

## Moleküle

Mit dem beschriebenen Aufbau wurde bereits ein wichtiger Beitrag auf dem Weg zur Quantenentartung von tiefgebundenen, heteronuklearen Molekülen aus fermionischen  $^{40}\text{K}$  und bosonischen  $^{87}\text{Rb}$  geleistet, indem das Molekülpotential besser

bestimmt [86] und die Erzeugung von Feshbachmolekülen untersucht wurde [87].

Bis heute wurde aber der Zustand der Quantenentartung für Moleküle im tiefsten Rotations- und Vibrationszustand nicht erreicht. In der Gruppe von Grimm und Hecker Denschlag ist für homonukleare [124] und in der Gruppe von Jin und Ye am JILA für heteronukleare Moleküle [111] der Grundzustand bei Temperaturen sehr nahe der Quantenentartung erreicht wurde. Die heteronuklearen  $^{40}\text{K}$  -  $^{87}\text{Rb}$  Moleküle am JILA sind z.B bei einer Temperatur von  $2,5 \cdot T_F$  erzeugt worden. In diesem Regime konnte bereits das elektrische Dipolmoment vermessen werden. Dies ist einer der Gründe dafür, dass dieses System aus heteronuklearen Molekülen so interessant ist und großes Interesse von theoretischer Seite auf sich zieht.

Der Ausgangspunkt für die Bildung kalter Grundzustandsmoleküle sind in beiden Gruppen die oben bereits erwähnten Feshbachmoleküle. Dies sind Atome, die mit Hilfe einer Feshbachresonanz [125] in das schwächste Vibrations- und Rotationsniveau eines Molekülpotentials überführt wurden. Die Erzeugung dieser Moleküle durch Radiofrequenzassoziation und deren Abhängigkeit von den experimentellen Parametern wurden hier untersucht [87]. Diese Untersuchungen bilden einen idealen Startpunkt für die weitere Manipulation der Moleküle. Um diese schwach gebundenen Moleküle in den Grundzustand zu transferieren, wurde in der Gruppe von Jin ein einstufiger, stimulierter, optischer Raman-Übergang (STIRAP<sup>1</sup>) genutzt [126]. Für den Aufbau eines dafür geeigneten Lasersystems wurden bereits erste Vorversuche im Rahmen einer Bachelorarbeit [127] unternommen.

Die in diesem Kapitel vorgeschlagenen Experimente sind Beispiele für mögliche Messungen in der Zukunft. Sowohl die weitere Erforschung der Spindynamik in bosonischen und fermionischen Systemen unter dem Gesichtspunkt der Verschränkung und Squeezing, als auch die Erzeugung von quantenentarteten Grundzustandsmolekülen eröffnen jeweils ein neues, weitgehend unerforschtes Gebiet der Physik ultrakalter Atome.

---

<sup>1</sup>Stimulated Raman Adiabatic Passage

# LICHT-ATOM-WECHSELWIRKUNG

In diesem Teil des Anhangs werden Grundlagen der Licht-Atom-Wechselwirkung behandelt (siehe z.B. [128]), die eine Rolle für die optische Dipolfalle (Abschnitt 3.2), Spinpräparation (Abschnitt 3.4.1) und das Verschieben atomarer Niveaus (Abschnitt 3.4.2) spielen. Dabei beschränkt sich das hier gezeigte Modell der Einfachheit halber auf ein atomares Zwei-Niveausystem (vgl. Abbildung A.1), das durch die Energiedifferenz  $\Delta E_{eg} = \hbar\omega_A$  zwischen den Zuständen  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  charakterisiert ist und mit einer elektrischen Welle mit der Kreisfrequenz  $\omega_L$  wechselwirkt. Dabei wird die Energieskala so verschoben, dass der Grundzustand  $|g\rangle$  den Energie-Nullpunkt definiert.

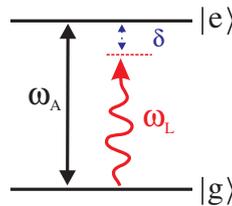


Abbildung A.1: Schematische Darstellung der Licht-Atom-Wechselwirkung in einem atomaren Zwei-Niveausystem

Für ein freies Atom im ungestörten Zustand beschreibt der Hamiltonoperator

$$\hat{H}_A = \frac{\hat{P}^2}{2m} + \hbar\omega_A |e\rangle \langle e| \quad (\text{A.1})$$

mit dem Impulsoperator  $\hat{P}$  und der internen Energie  $\hbar\omega_A$  das System. Mit der elektrischen Dipolnäherung<sup>1</sup> kann die Wechselwirkung zwischen Atom und Feld

<sup>1</sup>Die Größe des Atoms ist dabei sehr viel kleiner als die Wellenlänge des Feldes.

durch den Hamiltonoperator

$$\hat{H}_{AL} = -\hat{D}\vec{E}_L(\vec{R},t) \quad , \quad (\text{A.2})$$

bestehend aus dem elektrischen Dipoloperator  $\hat{D}$  des atomaren Übergangs und dem elektrischen Feld  $\vec{E}_L(\vec{R},t)$  am Ort des Atoms  $\vec{R}$  zur Zeit  $t$ , genähert werden. Das elektrische Feld in Richtung  $\vec{e}_L$  wird hier halbklassisch

$$\vec{E}_L(\mathbf{r},t) = \frac{1}{2}\epsilon_L(\mathbf{r})[\vec{e}_L(\mathbf{r})e^{-i\phi(\mathbf{r})-i\omega_L t} + c.c.] \quad (\text{A.3})$$

mit der elektrischen Feldstärke  $\epsilon_L(\mathbf{r})$ , der Schwingungsfrequenz  $\omega_L$  und der ortsabhängigen Phase  $\phi(\mathbf{r})$  beschrieben.

Der Dipoloperator

$$\hat{D} = \vec{d}|e\rangle\langle g| + h.c. \quad . \quad (\text{A.4})$$

ist abhängig vom elektrischen Dipolmoment

$$\vec{d} = -\mathbf{e}\langle g|\mathbf{r}'|e\rangle \quad , \quad (\text{A.5})$$

das durch die Ladung  $\mathbf{e}$  und deren Position  $\mathbf{r}'$  beschrieben wird.

Setzt man nun (A.3) und (A.4) in die Gleichung (A.2) ein, so erhält man mit der Definition der Rabi-Frequenz

$$\Omega_r(\vec{R}) = -\vec{d}\vec{e}\epsilon_L(\vec{R}) \quad , \quad (\text{A.6})$$

die die Kopplungsstärke zwischen Feld und Atom beschreibt, den Hamiltonoperator

$$\begin{aligned} \hat{H}_{AL} = \frac{\hbar}{2}\Omega_r(\vec{R}) \left[ |e\rangle\langle g| \left( \underbrace{e^{-i\omega_L t} e^{-i\phi(\vec{R})}}_I + \underbrace{e^{i\omega_L t} e^{-i\phi(\vec{R})}}_{II} \right) \right. \\ \left. + |g\rangle\langle e| \left( \underbrace{e^{i\omega_L t} e^{i\phi(\vec{R})}}_{III} + \underbrace{e^{-i\omega_L t} e^{i\phi(\vec{R})}}_{IV} \right) \right] \quad . \quad (\text{A.7}) \end{aligned}$$

Die dabei entstandenen Terme *II* und *IV* oszillieren, unter Berücksichtigung des atomaren Hamiltonoperators  $\hat{H}_A$ , mit der Frequenz  $\omega_A + \omega_L$  und mitteln sich unter normalen experimentellen Bedingungen<sup>2</sup> zu Null. Für die weitere Berechnung werden diese Terme daher vernachlässigt. Dies ist die sogenannte „Rotating-Wave“-Näherung. Eine anschaulichere Erklärung dafür findet sich bei der physikalische Bedeutung der einzelnen Terme (vgl. Abbildung A.2). So beschreibt Term *I* die Absorption eines Photons bei gleichzeitiger Anregung des Atoms in den Zustand

<sup>2</sup>Ausgenommen davon sind Experimente mit ultrakurzen Laser-Pulsen bei denen die Wechselwirkungszeit vergleichbar mit der Oszillationsperiode wird.

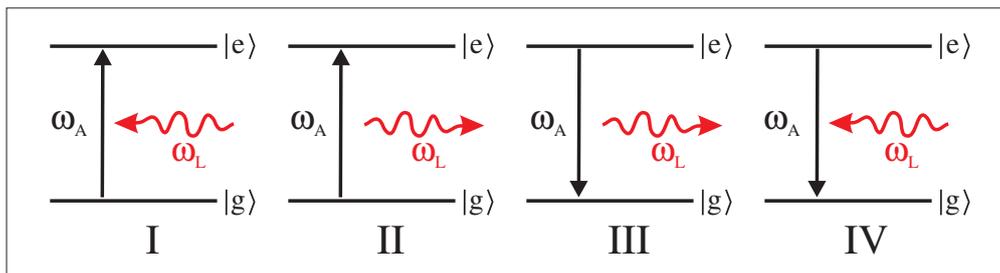


Abbildung A.2: Skizze zur Rotating-Wave-Näherung. Fall I und III (II und IV) sind energetisch erlaubt (verboten).

$|e\rangle$ , also den Prozess der Absorption. Dagegen beschreibt Term *III* die Emission eines Photons und gleichzeitige Abregung in den Grundzustand  $|g\rangle$ , also die stimulierte Emission. Beide Terme sind energetisch erlaubt. Die Terme *II* (Anregung bei gleichzeitiger Emission) und *IV* (Abregung bei gleichzeitiger Absorption) sind nur im zeitlichen Rahmen der Unschärferelation erlaubt und daher in den hier behandelten Experimenten nicht von Relevanz.

Der gesamte Hamiltonoperator reduziert sich damit zu

$$\hat{H} \cong \hbar\omega_A |e\rangle \langle e| + \frac{\hbar}{2}\Omega_r(\vec{R}) \left[ |e\rangle \langle g| e^{-i\omega_L t} e^{-i\phi(\vec{R})} + |g\rangle \langle e| e^{i\omega_L t} e^{i\phi(\vec{R})} \right] . \quad (\text{A.8})$$

Wechselt man nun in das rotierende System des Lasers, verschwinden die Terme mit  $\omega_L$  und statt der Frequenz  $\omega_A$  ist nur noch die Verstimmung zwischen Laserfrequenz und atomaren Übergang  $\delta = \omega_A - \omega_L$  von Bedeutung.

$$\hat{H} \cong \hbar\delta |e\rangle \langle e| + \frac{\hbar}{2}\Omega_r(\vec{R}) \left[ |e\rangle \langle g| e^{-i\phi(\vec{R})} + |g\rangle \langle e| e^{i\phi(\vec{R})} \right] \quad (\text{A.9})$$

Der Hamiltonoperator kann auch in Matrix-Form geschrieben werden.

$$\hat{H} = \hbar \begin{pmatrix} \delta & \frac{\Omega_r(\vec{R})}{2} e^{i\phi(\vec{R})} \\ \frac{\Omega_r(\vec{R})}{2} e^{-i\phi(\vec{R})} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Hier stehen die Energieeigenwerte der ungestörten atomaren Zustände auf der Diagonalen der Matrix, und auf der Nebendiagonalen steht die Kopplungsstärke in Form der Rabi-Frequenz.

Die Eigenwerte der Matrix

$$E_{\pm} = \hbar \frac{\delta}{2} \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{\delta^2 + \Omega_r^2} \quad (\text{A.11})$$

beschreiben die Energie der neuen, gekoppelten Zustände.

Betrachtet man nun für den Fall ohne Verstimmung ( $\delta = 0$ ) nur den zeitabhängigen Teil der Schrödinger Gleichung

$$\hat{H} |\psi(t)\rangle = i\hbar \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} \quad \text{mit} \quad |\psi(t)\rangle = c_g(t) |g\rangle + c_e(t) |e\rangle \quad (\text{A.12})$$

mit den beiden Parametern  $c_g(t)$  und  $c_e(t)$ , die die Besetzung der Zustände beschreiben, erhält man das einfache Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} \dot{c}_e(t) &= i \frac{\Omega_r}{2} c_g(t) \\ \dot{c}_g(t) &= i \frac{\Omega_r}{2} c_e(t) \quad . \end{aligned}$$

Mit der Bedingung, dass sich am Anfang alle Atome im Grundzustand befinden ( $c_g(0) = 1$ ,  $c_e(0) = 0$ ) erhält man die Lösung

$$\begin{aligned} c_g(t) &= \cos \frac{\Omega_r t}{2} \\ c_e(t) &= i \sin \frac{\Omega_r t}{2} \quad . \end{aligned}$$

Damit ergeben sich für die Besetzung der beiden Zustände

$$\begin{aligned} |c_g(t)|^2 &= \left( \cos \frac{\Omega_r t}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} (1 + \cos \Omega_r t) \\ |c_e(t)|^2 &= \left( \sin \frac{\Omega_r t}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} (1 - \cos \Omega_r t) \quad . \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Hier wird nun auch die Bedeutung der Rabi-Frequenz klar, die zuvor nur abstrakt als Kopplungsterm eingeführt wurde. Durch das Einstrahlen des Feldes kommt es zu einer zeitlichen Oszillation der Besetzung der Zustände  $|e\rangle$  und  $|g\rangle$  mit genau dieser Rabi-Frequenz.

Das hier beschriebene System aus zwei Niveaus, die durch ein oszillierendes elektrisches Feld miteinander wechselwirken, kann grundsätzlich auf beliebige beteiligte Niveaus erweitert werden. Zur Kopplung der Zustände können wie in Abschnitt 3.4.1 und 3.4.2 magnetische Übergänge der Atome verwendet werden. Dort koppelt eine magnetische Welle mit dem magnetischen Moment der Atome. Das Prinzip des Matrixformalismus mit den ungestörten Energieniveaus auf der Diagonalen und der Kopplung, beschrieben durch eine Rabi-Frequenz, auf der Nebendiagonalen bleibt aber auch dort weiter verwendbar.

# LITERATURVERZEICHNIS

---

- [1] M. Planck: *Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum*.  
In: *Verhandlungen der Deutschen physikalischen Gesellschaft*, Band 2, Seite 245, 1900.
- [2] T. H. Maiman: *Stimulated Optical Radiation in Ruby*.  
*Nature*, 187(4736):493–494, 1960.
- [3] Albert Fert: *Nobel Lecture: Origin, development, and future of spintronics*.  
*Reviews of Modern Physics*, 80(4):1517, 2008.
- [4] Peter A. Grünberg: *Nobel Lecture: From spin waves to giant magnetoresistance and beyond*.  
*Reviews of Modern Physics*, 80(4):1531, 2008.
- [5] S. Bose: *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*.  
*Zeitschrift für Physik*, 26(1):178–181, 1924.
- [6] A. Einstein: *Quantentheorie des idealen einatomigen Gases*.  
*Sitzber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss., Phys. Math. Kl. Bericht*, 22:261, 1924.
- [7] A. Einstein: *Quantentheorie des idealen einatomigen Gases II*.  
*Sitzber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss., Phys. Math. Kl. Bericht*, 3:18, 1925.
- [8] E. Fermi: *Zur Quantelung des idealen einatomigen Gases*.  
*Zeitschrift für Physik*, 36(11):902–912, 1926.
- [9] W. Pauli: *The Connection Between Spin and Statistics*.  
*Physical Review*, 58(8):716–722, 1940.
- [10] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman und E. A. Cornell: *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*.  
*Science*, 269(5221):198, 1995.
- [11] E. A. Cornell und C. E. Wieman: *Nobel Lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments*.  
*Reviews of Modern Physics*, 74(3):875–893, 2002.

- 
- [12] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle: *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*.  
Physical Review Letters, 75(22):3969–3973, 1995.
- [13] Wolfgang Ketterle: *Nobel lecture: When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser*.  
Reviews of Modern Physics, 74(4):1131–1151, 2002.
- [14] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett und R. G. Hulet: *Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions*.  
Physical Review Letters, 75(9):1687–1690, 1995.
- [15] Steven Chu: *Nobel Lecture: The manipulation of neutral particles*.  
Reviews of Modern Physics, 70(3):685–706, 1998.
- [16] Claude N. Cohen-Tannoudji: *Nobel Lecture: Manipulating atoms with photons*.  
Reviews of Modern Physics, 70(3):707–719, 1998.
- [17] W. D. Phillips: *Nobel Lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms*.  
Reviews of Modern Physics, 70(3):721–741, 1998.
- [18] B. DeMarco und D. S. Jin: *Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas*.  
Science, 285(5434):1703–1706, 1999.
- [19] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H. J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle: *Observation of Interference Between Two Bose Condensates*.  
Science, 275(5300):637–641, 1997.
- [20] Louis Victor Pierre Raymond de Broglie: *Recherches sur la théorie des quanta*.  
Dissertation, Paris Univ., 1924.
- [21] M. Greiner, O. Mandel, T. W. Hänsch und I. Bloch: *Collapse and revival of the matter wave field of a Bose-Einstein condensate*.  
Nature, 419:51–54, 2002.
- [22] T. Schulte, S. Drenkelforth, J. Kruse, W. Ertmer, J. Arlt, K. Sacha, J. Zakrzewski und M. Lewenstein: *Routes Towards Anderson-Like Localization of Bose-Einstein Condensates in Disordered Optical Lattices*.  
Physical Review Letters, 95(17):170411–+, 2005.
- [23] G. Roati, C. D’Errico, L. Fallani, M. Fattori, C. Fort, M. Zaccanti, G. Modugno, M. Modugno und M. Inguscio: *Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate*.  
Nature, 453:895–898, 2008.

- 
- [24] J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clément, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer und A. Aspect: *Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder*. Nature, 453:891–894, 2008.
- [25] J. Bardeen, L. N. Cooper und J. R. Schrieffer: *Theory of Superconductivity*. Physical Review, 108(5):1175–1204, 1957.
- [26] A. Perali, P. Pieri und G. C. Strinati: *Quantitative Comparison between Theoretical Predictions and Experimental Results for the BCS-BEC Crossover*. Physical Review Letters, 93(10):100404, 2004.
- [27] D. S. Hall, M. R. Matthews, J. R. Ensher, C. E. Wieman und E. A. Cornell: *Dynamics of Component Separation in a Binary Mixture of Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters, 81(8):1539–1542, 1998.
- [28] D. S. Hall, M. R. Matthews, C. E. Wieman und E. A. Cornell: *Measurements of Relative Phase in Two-Component Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters, 81(8):1543–1546, 1998.
- [29] D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, A. P. Chikkatur, S. Inouye, H. J. Miesner, J. Stenger und W. Ketterle: *Optical Confinement of a Bose-Einstein Condensate*. Physical Review Letters, 80(10):2027–2030, 1998.
- [30] J. Stenger, S. Inouye, D. M. Stamper-Kurn, H. J. Miesner, A. P. Chikkatur und W. Ketterle: *Spin domains in ground-state Bose-Einstein condensates*. Nature, 396(6709):345–348, 1998.
- [31] Nicholas Bigelow: *Bose-Einstein condensates: Spins mixed up*. Nature Physics, 1(2):89–90, 2005.
- [32] Tin Lun Ho: *Spinor Bose condensates in optical traps*. Physical Review Letters, 81(4):742–745, 1998.
- [33] Tetsuo Ohmi und Kazushige Machida: *Bose-Einstein condensation with internal degrees of freedom in alkali atom gases*. Journal of the Physical Society of Japan, 67(6):1822–1825, 1998.
- [34] H. Pu, C. K. Law, S. Raghavan, J. H. Eberly und N. P. Bigelow: *Spin-mixing dynamics of a spinor Bose-Einstein condensate*. Physical Review A, 60(2):1463–1470, 1999.
- [35] Masato Koashi und Masahito Ueda: *Exact Eigenstates and Magnetic Response of Spin-1 and Spin-2 Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters, 84(6):1066–1069, 2000.

- [36] L. You: *Creating Maximally Entangled Atomic States in a Bose-Einstein Condensate*.  
Physical Review Letters, 90(3):030402, 2003.
- [37] James P. Burke, Chris H. Greene und John L. Bohn: *Multichannel Cold Collisions: Simple Dependences on Energy and Magnetic Field*.  
Physical Review Letters, 81(16):3355–3358, 1998.
- [38] Nille N. Klausen, John L. Bohn und Chris H. Greene: *Nature of spinor Bose-Einstein condensates in rubidium*.  
Physical Review A, 64(5):053602, 2001.
- [39] E. G. M. van Kempen, S. J. J. M. F. Kokkelmans, D. J. Heinzen und B. J. Verhaar: *Interisotope Determination of Ultracold Rubidium Interactions from Three High-Precision Experiments*.  
Physical Review Letters, 88:093201, 2002.
- [40] H. J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur und W. Ketterle: *Observation of Metastable States in Spinor Bose-Einstein Condensates*.  
Physical Review Letters, 82(11):2228–2231, 1999.
- [41] H. Schmaljohann, M. Erhard, J. Kronjäger, M. Kottke, S. van Staa, L. Cacciapuoti, J. J. Arlt, K. Bongs und K. Sengstock: *Dynamics of  $F = 2$  Spinor Bose-Einstein Condensates*.  
Physical Review Letters, 92(4):040402, 2004.
- [42] S. Tojo, A. Tomiyama, M. Iwata, T. Kuwamoto und T. Hirano: *Collision dynamics between stretched states of spin-2  $^{87}\text{Rb}$  Bose-Einstein condensates*.  
Applied Physics B: Lasers and Optics, 93(2):403–407, 2008.
- [43] M. S. Chang, C. D. Hamley, M. D. Barrett, J. A. Sauer, K. M. Fortier, W. Zhang, L. You und M. S. Chapman: *Observation of spinor dynamics in optically trapped  $^{87}\text{Rb}$  Bose-Einstein condensates*.  
Physical Review Letters, 92(14):140403, 2004.
- [44] T. Kuwamoto, K. Araki, T. Eno und T. Hirano: *Magnetic field dependence of the dynamics of  $^{87}\text{Rb}$  spin-2 Bose-Einstein condensates*.  
Physical Review A, 69(6):063604, 2004.
- [45] A. T. Black, E. Gomez, L. D. Turner, S. Jung und P. D. Lett: *Spinor dynamics in an antiferromagnetic spin-1 condensate*.  
Physical Review Letters, 99(7):070403, 2007.
- [46] Ming Shien Chang, Qishu Qin, Wenxian Zhang, Li You und Michael S. Chapman: *Coherent spinor dynamics in a spin-1 Bose condensate*.  
Nature Physics, 1(2):111–116, 2005.

- 
- [47] J. Kronjäger, C. Becker, M. Brinkmann, R. Walser, P. Navez, K. Bongs und K. Sengstock: *Evolution of a spinor condensate: Coherent dynamics, dephasing, and revivals*.  
Physical Review A, 72(6):063619, 2005.
- [48] J. Kronjäger, C. Becker, P. Navez, K. Bongs und K. Sengstock: *Magnetically tuned spin dynamics resonance*.  
Physical Review Letters, 97(11):110404, 2006.
- [49] Artur Widera, Fabrice Gerbier, Simon Fölling, Tatjana Gericke, Olaf Mandel und Immanuel Bloch: *Coherent Collisional Spin Dynamics in Optical Lattices*.  
Physical Review Letters, 95(19):190405, 2005.
- [50] Fabrice Gerbier, Artur Widera, Simon Fölling, Olaf Mandel und Immanuel Bloch: *Resonant control of spin dynamics in ultracold quantum gases by microwave dressing*.  
Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), 73(4):041602, 2006.
- [51] Artur Widera, Fabrice Gerbier, Simon Fölling, Tatjana Gericke, Olaf Mandel und Immanuel Bloch: *Precision measurement of spin-dependent interaction strengths for spin-1 and spin-2  $^{87}\text{Rb}$  atoms*.  
New Journal of Physics, 8(8):152, 2006.
- [52] Fabrice Gerbier, Simon Fölling, Artur Widera, Olaf Mandel und Immanuel Bloch: *Probing Number Squeezing of Ultracold Atoms across the Superfluid-Mott Insulator Transition*.  
Physical Review Letters, 96(9):090401, 2006.
- [53] M. Erhard, H. Schmaljohann, J. Kronjäger, K. Bongs und K. Sengstock: *Bose-Einstein condensation at constant temperature*.  
Physical Review A, 70(3):031602–, 2004.
- [54] H. Schmaljohann, M. Erhard, J. Kronjäger, K. Sengstock und K. Bongs: *Dynamics and thermodynamics in spinor quantum gases*.  
Applied Physics B: Lasers and Optics, 79(8):1001–1007, 2004.
- [55] D. M. Stamper-Kurn, H. J. Miesner, A. P. Chikkatur, S. Inouye, J. Stenger und W. Ketterle: *Quantum Tunneling across Spin Domains in a Bose-Einstein Condensate*.  
Physical Review Letters, 83(4):661–665, 1999.
- [56] L. E. Sadler, J. M. Higbie, S. R. Leslie, M. Vengalattore und D. M. Stamper-Kurn: *Spontaneous symmetry breaking in a quenched ferromagnetic spinor Bose-Einstein condensate*.  
Nature, 443(7109):312–315, 2006.

- 
- [57] Jochen Kronjäger, Christoph Becker, Parvis Soltan-Panahi, Kai Bongs und Klaus Sengstock: *Spontaneous pattern formation in an anti-ferromagnetic quantum gas*.  
arXiv:0904.2339, 2009.
- [58] M. Vengalattore, S. R. Leslie, J. Guzman und D. M. Stamper-Kurn: *Spontaneously modulated spin textures in a dipolar spinor Bose-Einstein condensate*.  
Physical Review Letters, 100(17):170403, 2008.
- [59] M. Vengalattore, J. Guzman, S. Leslie, F. Serwane und D. M. Stamper-Kurn: *Crystalline Magnetic Order in a Dipolar Quantum Fluid*.  
arXiv:0901.3800, 2009.
- [60] S. R. Leslie, J. Guzman, M. Vengalattore, Jay D. Sau, Marvin L. Cohen und D. M. Stamper-Kurn: *Amplification of fluctuations in a spinor Bose-Einstein condensate*.  
Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), 79(4):043631, 2009.
- [61] C. K. Law, H. Pu und N. P. Bigelow: *Quantum Spins Mixing in Spinor Bose-Einstein Condensates*.  
Physical Review Letters, 81(24):5257–5261, 1998.
- [62] Wenxian Zhang, Su Yi und Li You: *Mean field ground state of a spin-1 condensate in a magnetic field*.  
New Journal of Physics, 5:77, 2003.
- [63] Wenxian Zhang, D. L. Zhou, M. S. Chang, M. S. Chapman und L. You: *Coherent spin mixing dynamics in a spin-1 atomic condensate*.  
Physical Review A, 72(1):013602, 2005.
- [64] Norman F. Ramsey: *A New Molecular Beam Resonance Method*.  
Physical Review, 76(7):996, 1949.
- [65] Wenxian Zhang, D. L. Zhou, M. S. Chang, M. S. Chapman und L. You: *Dynamical instability and domain formation in a spin-1 Bose-Einstein condensate*.  
Physical Review Letters, 95(18):180403, 2005.
- [66] Nicholas P. Robins, Weiping Zhang, Elena A. Ostrovskaya und Yuri S. Kivshar: *Modulational instability of spinor condensates*.  
Physical Review A, 64(2):021601, 2001.
- [67] C. J. Pethick und H. Smith: *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*.  
Cambridge University Press, Cambridge, 2002.
- [68] L. Pitaevskii und S. Stringari: *Bose-Einstein Condensation*.  
International Series of Monographs on Physics. Oxford University Press, Oxford, 2003.

- 
- [69] I. Bloch: *Ultracold quantum gases in optical lattices*.  
Nature Physics, 1:23–30, 2005.
- [70] J. M. Higbie, L. E. Sadler, S. Inouye, A. P. Chikkatur, S. R. Leslie, K. L. Moore, V. Savalli und D. M. Stamper-Kurn: *Direct nondestructive imaging of magnetization in a spin-1 Bose-Einstein gas*.  
Physical Review Letters, 95(5):050401, 2005.
- [71] M. R. Andrews, D. M. Kurn, H. J. Miesner, D. S. Durfee, C. G. Townsend, S. Inouye und W. Ketterle: *Propagation of Sound in a Bose-Einstein Condensate*.  
Physical Review Letters, 79(4):553–556, Jul 1997.
- [72] M. Vengalattore, J. M. Higbie, S. R. Leslie, J. Guzman, L. E. Sadler und D. M. Stamper-Kurn: *High-Resolution Magnetometry with a Spinor Bose-Einstein Condensate*.  
Physical Review Letters, 98(20):200801, 2007.
- [73] J. R. Kirtley, M. B. Ketchen, K. G. Stawiasz, J. Z. Sun, W. J. Gallagher, S. H. Blanton und S. J. Wind: *High-resolution scanning SQUID microscope*.  
Applied Physics Letters, 66(9):1138–1140, 1995.
- [74] I. K. Kominis, T. W. Kornack, J. C. Allred und M. V. Romalis: *A subfemtotesla multichannel atomic magnetometer*.  
Nature, 422:596–599, 2003.
- [75] Yuki Kawaguchi, Hiroki Saito, Kazue Kudo und Masahito Ueda: *Magnetic Crystallization of a Ferromagnetic Bose-Einstein Condensate*.  
arXiv:0909.0565, 2009.
- [76] Austen Lamacraft: *Quantum quenches in a spinor condensate*.  
Physical Review Letters, 98(16):160404, 2007.
- [77] C. Klempt, O. Topic, G. Gebreyesus, M. Scherer, T. Henninger, P. Hyllus, W. Ertmer, L. Santos und J. J. Arlt: *Multiresonant Spinor Dynamics in a Bose-Einstein Condensate*.  
Physical Review Letters, 103(19):195302, 2009.
- [78] C. Klempt, O. Topic, G. Gebreyesus, M. Scherer, T. Henninger, P. Hyllus, W. Ertmer, L. Santos und J. J. Arlt: *Parametric amplification of vacuum fluctuations in a spinor condensate*.  
arXiv:0907.3413v1, 2009.
- [79] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii und S. Stringari: *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*.  
Reviews of Modern Physics, 71(3):463–512, 1999.
- [80] C. Klempt: *Wechselwirkung in Bose-Fermi-Quantengasen*.  
Dissertation, Leibniz Universität Hannover, 2007.

- [81] T. Henninger: *Ultrakalte heteronukleare Feshbach Moleküle*.  
Dissertation, Leibniz Universität Hannover, 2008.
- [82] O. Topic: *Präparation einer ultrakalten Bose-Fermi Mischung*.  
Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2005.
- [83] J. Will: *Realisierung einer magneto-optischen Falle für  $^{41}\text{K}$* .  
Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2007.
- [84] L. Kattner: *Detection and Stabilization of ultracold Feshbach-Molecules*.  
Masterarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2008.
- [85] A. P. Kulosa: *Aufbau eines Lasersystems zur Detektion und Manipulation von Atomen*.  
Staatsexamensarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2009.
- [86] C. Klempt, T. Henninger, O. Topic, J. Will, W. Ertmer, E. Tiemann und J. Arlt: *KRb Feshbach Resonances: Modeling the interatomic potential*.  
Physical Review A, 76:020701(R), 2007.
- [87] C. Klempt, T. Henninger, O. Topic, M. Scherer, L. Kattner, E. Tiemann, W. Ertmer und J. J. Arlt: *Radio-frequency association of heteronuclear Feshbach molecules*.  
Physical Review A, 78(6):061602(R), 2008.
- [88] C. Klempt, T. van Zoest, T. Henninger, O. Topic, E. Rasel, W. Ertmer und J. Arlt: *Ultraviolet light-induced atom desorption for large rubidium and potassium magneto-optical traps*.  
Physical Review A, 73(1):13410, 2006.
- [89] C. Klempt, T. Henninger, O. Topic, J. Will, St. Falke, W. Ertmer und J. Arlt: *Transport of a quantum degenerate heteronuclear Bose-Fermi mixture in a harmonic trap*.  
European Physical Journal D, 48:121, 2008.
- [90] H. J. Lewandowski, D. M. Harber, D. L. Whitaker und E. A. Cornell: *Simplified System for Creating a Bose-Einstein Condensate*.  
J. Low Temp. Phys., 132(5):309–367, 2003.
- [91] T. Esslinger, I. Bloch und T. W. Hänsch: *Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap*.  
Physical Review A, 58(4):R2664–R2667, 1998.
- [92] W. Ketterle und N.J Van Druten: *Evaporative cooling of trapped atoms*.  
Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics, 37:181–236, 1996.
- [93] R. Grimm, M. Weidemüller und Y. B. Ovchinnikov: *Optical dipole traps for neutral atoms*.  
Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics, 42:95, 2000.

- [94] R. Dumke: *Atomoptik und Quanteninformationsverarbeitung mit mikrostrukturierten optischen Elementen*.  
Dissertation, Leibniz Universität Hannover, 2002.
- [95] G. Breit und I. I. Rabi: *Measurement of Nuclear Spin*.  
Physical Review, 38(11):2082–2083, 1931.
- [96] D.A. Steck: *Rubidium 87 D line data*.  
Tech. report, Los Alamos National Laboratory,, 2001.
- [97] J. C. Camparo und R. P. Frueholz: *Parameters of adiabatic rapid passage in the 0-0 hyperfine transition of  $^{87}\text{Rb}$* .  
Physical Review A, 30(2):803–811, 1984.
- [98] A. G. Martin, K. Helmerson, V. S. Bagnato, G. P. Lafyatis und D. E. Pritchard: *rf Spectroscopy of Trapped Neutral Atoms*.  
Physical Review Letters, 61(21):2431–2434, 1988.
- [99] J. Söding, D. Guéry-Odelin, P. Desbiolles, F. Chevy, H. Inamori und J. Dalibard: *Three-body decay of a rubidium Bose-Einstein condensate*.  
Applied Physics B, 69:257, 1999.
- [100] Y. Kagan, B. V. Svistunov und G. V. Shlyapnikov: *Effect of Bose condensation on inelastic processes in gases*.  
ZhETF Pis ma Redaktsiiu, 42:169–+, 1985.
- [101] E. A. Burt, R. W. Ghrist, C. J. Myatt, M. J. Holland, E. A. Cornell und C. E. Wieman: *Coherence, Correlations, and Collisions: What One Learns about Bose-Einstein Condensates from Their Decay*.  
Physical Review Letters, 79:337, 1997.
- [102] Y. Castin und R. Dum: *Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps*.  
Physical Review Letters, 77(27):5315+, 1996.
- [103] W. Ketterle, DS Durfee und DM Stamper-Kurn: *Making, Probing and Understanding Bose-Einstein Condensates*.  
Int. School of Physics, ‘Enrico Fermi’ Course CXL, Seiten 67–359, 1999.
- [104] W. Gerlach und O. Stern: *Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld*.  
Zeitschrift für Physik, 9:349–352, 1922.
- [105] W. Jhe, A. Anderson, E. A. Hinds, D. Meschede, L. Moi und S. Haroche: *Suppression of spontaneous decay at optical frequencies: Test of vacuum-field anisotropy in confined space*.  
Physical Review Letters, 58(7):666–669, 1987.
- [106] H. B. G. Casimir und D. Polder: *The influence of retardation on the London-van der Waals forces*.  
Physical Review, 73(4):360–372, 1948.

- [107] M. J. Sparnaay: *Measurements of attractive forces between flat plates*.  
Physica, 24:751–764, 1958.
- [108] J. M. Obrecht, R. J. Wild, M. Antezza, L. P. Pitaevskii, S. Stringari und E. A. Cornell: *Measurement of the Temperature Dependence of the Casimir-Polder Force*.  
Physical Review Letters, 98(6):063201, 2007.
- [109] A. Griesmaier, J. Werner, S. Hensler, J. Stuhler und T. Pfau: *Bose-Einstein Condensation of Chromium*.  
Physical Review Letters, 94(16):160401, 2005.
- [110] J. Stuhler, A. Griesmaier, T. Koch, M. Fattori, T. Pfau, S. Giovanazzi, P. Pedri und L. Santos: *Observation of Dipole-Dipole Interaction in a Degenerate Quantum Gas*.  
Physical Review Letters, 95(15):150406, 2005.
- [111] K. K. Ni, S. Ospelkaus, M. H. G. de Miranda, A. Pe'er, B. Neyenhuis, J. J. Zirbel, S. Kotochigova, P. S. Julienne, D. S. Jin und J. Ye: *A High Phase-Space-Density Gas of Polar Molecules*.  
Science, 322:231–, 2008.
- [112] F. Deuretzbacher: *private Kommunikation*.
- [113] C. Gerry und P. Knight: *Introductory Quantum Optics*.  
Cambridge University Press, 2004.
- [114] Henning Vahlbruch, Simon Chelkowski, Boris Hage, Alexander Franzen, Karsten Danzmann und Roman Schnabel: *Demonstration of a Squeezed-Light-Enhanced Power- and Signal-Recycled Michelson Interferometer*.  
Physical Review Letters, 95(21):211102, 2005.
- [115] T. Müller, M. Gilowski, M. Zaiser, P. Berg, Ch. Schubert, T. Wendrich, W. Ertmer und E. M. Rasel: *A compact dual atom interferometer gyroscope based on laser-cooled rubidium*.  
European Physical Journal D, 53(3):273–281, 2009.
- [116] G. B. Jo, Y. Shin, S. Will, T. A. Pasquini, M. Saba, W. Ketterle, D. E. Pritchard, M. Vengalattore und M. Prentiss: *Long Phase Coherence Time and Number Squeezing of Two Bose-Einstein Condensates on an Atom Chip*.  
Physical Review Letters, 98(3):030407, 2007.
- [117] J. Esteve, C. Gross, A. Weller, S. Giovanazzi und M. K. Oberthaler: *Squeezing and entanglement in a Bose-Einstein condensate*.  
Nature, 455(7217):1216–1219, 2008.
- [118] P. Boehi, M. F. Riedel, J. Hoffrogge, J. Reichel, T. W. Haensch und P. Treutlein: *Coherent manipulation of Bose-Einstein condensates with state-dependent microwave potentials on an atom chip*.

- arXiv:0904.4837, 2009.
- [119] H. Pu und P. Meystre: *Creating macroscopic atomic Einstein-Podolsky-Rosen states from Bose-Einstein condensates*.  
Physical Review Letters, 85(19):3987–3990, 2000.
- [120] L. M. Duan, A. Sørensen, J. I. Cirac und P. Zoller: *Squeezing and entanglement of atomic beams*.  
Physical Review Letters, 85(19):3991–3994, 2000.
- [121] C. Waltermann: *Absorptionsmethoden für ultrakalte  $^{87}\text{Rb}$  Ensembles*.  
Bachelorarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2009.
- [122] A. Einstein, B. Podolsky und N. Rosen: *Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?*  
Physical Review, 47(10):777–780, 1935.
- [123] N. Bornemann, P. Hyllus und L. Santos: *Resonant spin-changing collisions in spinor Fermi gases*.  
Physical Review Letters, 100(20):205302, 2008.
- [124] F. Lang, K. Winkler, C. Strauss, R. Grimm und J. Hecker Denschlag: *Ultra-cold Triplet Molecules in the Rovibrational Ground State*.  
Physical Review Letters, 101(13):133005, 2008.
- [125] H. Feshbach: *Unified Theory of Nuclear Reactions*.  
Reviews of Modern Physics, 36(4):1076–1078, 1964.
- [126] N.V. Vitanov, M. Fleischhauer, B.W. Shore und K. Bergmann: *Coherent manipulation of atoms and molecules by sequential laser pulses*.  
Band 46 der Reihe *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*,  
Seiten 55 – 190. Academic Press, 2001.
- [127] I. N. Geisel: *Aufbau und Charakterisierung eines Diodenlasers bei 690nm*.  
Bachelorarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2009.
- [128] M. S. Scully, M. O. & Zubairy: *Quantum Optics*.  
Cambridge University Press, Cambridge, 1997.



# ABBILDUNGSVERZEICHNIS

---

1.1	Spinändernde Stöße . . . . .	3
2.1	Beteiligte Energien . . . . .	16
2.2	Instabilitätsrate homogener Fall . . . . .	23
2.3	Instabilitätsrate für das Kastenpotential . . . . .	25
3.1	Vakuumsystem . . . . .	28
3.2	Detektion . . . . .	29
3.3	Gekreuzte Dipolfalle: Skizze und Intensitätsverteilung . . . . .	31
3.4	Dipolfalle . . . . .	32
3.5	Fallenfrequenzmessung . . . . .	33
3.6	Energieniveaus im Magnetfeld . . . . .	34
3.7	Verschaltung der Magnetfeldspulen . . . . .	36
3.8	Anordnung der Magnetfeldspulen . . . . .	37
3.9	Mikrowellenspektroskopie . . . . .	38
3.10	Magnetfeldeichung . . . . .	39
3.11	Magnetfeldeichung: Vergleich Näherung und exakte Beschreibung . . . . .	40
3.12	Gekoppelte Zustände . . . . .	42
3.13	Schnelle adiabatische Passage mit Mikrowelle . . . . .	44
3.14	Verstimmung der Mikrowelle zur Kopplung der Zustände . . . . .	46
3.15	Gekoppelte Energieeigenwerte . . . . .	47
3.16	Aufbau der Mikrowellen und Radiofrequenzketten . . . . .	48
3.17	Rabi-Oszillation zwischen $ F = 2, m_F = 0\rangle$ und $ F = 1, m_F = 0\rangle$ . . . . .	50
3.18	Spektroskopie an gekoppelten Zuständen . . . . .	51
3.19	Prinzip des Reinigungspulses . . . . .	52
3.20	Spinabhängige Verluste . . . . .	56
3.21	Position der Atomwolken während und nach einem Stern-Gerlach-Puls . . . . .	58
3.22	Verbesserung der Detektion . . . . .	59
4.1	Schematische Darstellung des effektiven Potentials . . . . .	63
4.2	Schematische Darstellung des Magnetfeldverlaufs . . . . .	64

---

4.3	Direkte Messung der Instabilitätsrate . . . . .	67
4.4	Spindynamikresonanzen . . . . .	68
4.5	Modenstruktur an der zweiten Resonanz . . . . .	69
4.6	Dynamik ausgehend vom Zustand $ m_F = +1\rangle$ . . . . .	70
4.7	Abhängigkeit der Dynamik von der Dichte . . . . .	71
4.8	Instabilitätsraten im Vergleich mit dem Experiment . . . . .	72
5.1	Projektion der BEC Mode auf 1D-Kastenmoden . . . . .	78
5.2	Abhängigkeit der Instabilität von quantenmechanischen und klassischen Seed . . . . .	81
5.3	Vergleich der Theorie mit und ohne Berücksichtigung der Verluste . . . . .	82
5.4	Theoretisch berechnete Resonanzen im Vergleich mit dem Experiment . . . . .	83
5.5	Präparation eines klassischen Seed . . . . .	85
5.6	Verlauf der Messung zur Seed Abhängigkeit . . . . .	86
5.7	Experimenteller Nachweis von Vakuumfluktuationen . . . . .	88
6.1	Skizze zur Dipol-Dipol-Wechselwirkung . . . . .	92
6.2	Erste Messung zur dipolaren Wechselwirkung . . . . .	93
6.3	Drehung der Modenstruktur . . . . .	94
6.4	Moden angeregter BEC in einer zylindersymmetrischen Falle . . . . .	95
6.5	Vergleich der Ausrichtung zweier Moden . . . . .	96
6.6	Graphische Darstellung der heisenbergschen Unschärferelation . . . . .	97
A.1	Licht-Atom-Wechselwirkung im Zweiniveausystem . . . . .	101
A.2	Skizze zur Rotating-Wave-Näherung . . . . .	103

# DANKSAGUNG

---

Ganz am Ende komme ich hier zum dem wichtigsten und schönsten Teil dieser Arbeit. Hier darf ich mich endlich bei den Menschen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

An aller ersten Stelle möchte ich mich bei meinen Doktorvater Prof. Jan Arlt bedanken. Er hat mich seit ich vor ca. sechs Jahren als HiWi in seiner Gruppe angefangen habe, stets gefördert, gefordert und freundschaftlich unterstützt. Eine bessere Betreuung hätte ich mir in der gesamten Zeit nicht wünschen können.

Bei Prof. Hans Bachor möchte ich mich nicht nur für die unkomplizierte Übernahme des Korreferats, sondern auch für die Unterstützung vor und während meines Forschungsaufenthalts in Australien bedanken. Ich möchte mich bei Prof. Wolfgang Ertmer bedanken. Er und Prof. Ernst Rasel schafften durch ihren unermüdlichen Einsatz für das Institut und die Physik in Hannover, die hervorragenden Arbeitsbedingungen, die ich hier vorfinden durfte. Seine Begeisterung für die erreichten Ergebnisse waren Anerkennung und Ansporn zugleich. Bei Prof. Luis Santos möchte ich mich nicht nur für die freundliche Übernahme des Prüfungsvorsitzes bedanken. Bei ihm, Dr. Philipp Hyllus und Garu Gebreyesus möchte ich mich für die sehr angenehme und produktive Zusammenarbeit zwischen Theorie und Experiment bedanken.

Ich möchte mich besonders bei meinen Labor-Kollegen oder sehr viel besser gesagt Freuden bedanken. Vorneweg danke ich Dr. Carsten Klempt, mit dem ich jetzt seit sechs Jahren zusammenarbeiten darf und der trotz meiner Launen ein guter Freund geblieben ist. Nie wurde er müde mir die Physik zu erklären. Ich möchte mich natürlich auch bei Dr. Thorsten Henninger der guten Seele des Experiments bedanken. Seine stets gute Laune und seine Zuversicht halfen mir über manch schwarze Stunden hinweg. Wenn ich heute selbstbewusster, optimistischer und gelassener als früher bin, dann ist das sicherlich der Verdienst der beiden.

Bedanken möchte ich mich bei Manuel Scherer, der mit mir die hier präsentierten Ergebnisse gemessen hat, und der mir schon nach kurzer Eingewöhnungszeit sehr ans Herz gewachsen ist. Dem neuen Doktoranden Bernd Lücke danke ich für das Korrekturlesen und die netten Kommentare dabei. Ich bin mir sicher er und Manuel werden das Experiment auch in Zukunft weiter erfolgreich vorantreiben.

Bedanken möchte ich mich auch bei unserem ehemaligen Diplomanden Johannes Will, unserer Masterstudentin Lisa Kattner, unserem Examenskandidaten Andre Kulosa und unseren beiden Post-Docs Dr. Stefan Falke und Dr. Michael Volk. Es hat mir große Freude bereitet mit ihnen zusammenzuarbeiten.

Ein großer Vorteil dieses Instituts ist das große Zusammengehörigkeitsgefühl innerhalb der Gruppe. Diese drückt sich in gemeinsamen Unternehmungen, aber auch in der immer vorhandenen Hilfsbereitschaft aus. Nie wurde man bei Fragen abgewiesen, nie wurde einem ein Gefallen ausgeschlagen. Insbesondere möchte ich bei denen aus der Gruppe bedanken, die meinen Weg über viele Jahre hinweg begleitet haben. Von den „alten“ Herren Dr. Tim van Zoest, Dr. Sascha Drenkelforth, Dr. Thomas Schulte und Dr. Karsten Moldenhauer habe ich viel gelernt und ich freue mich, dass ich auch heute noch mit ihnen befreundet bin. Besonders herzlich möchte ich mich bei denen bedanken die mit mir zusammen angefangen haben und jetzt die „Alten“ an ihren Experimenten sind. Mit Michael Gilowski, Jan Friebe und Jens Kruse habe ich schon während des Studiums so Manches überstanden. Während meiner ersten Zeit am Institut kamen Maic Zaiser, Matthias Riedmann, Thijs Wendrich und Georg Kleine Büning dazu. Mit ihnen allen arbeite ich jetzt schon vier Jahre oder länger zusammen, und ich möchte keinen Tag dieser Zeit missen. Stellvertretend für die neuen am Institut möchte ich mich bei Stefan Jöllenbeck und Temmo Wübbena bedanken. Ich wünsche ihnen allen eine ebenso fröhliche und erfolgreiche Zeit am IQO, wie ich sie erleben durfte.

Nicht vergessen möchte ich hier die „Pfeiler“ des Instituts. Zunächst bedanke ich mich bei allen Mitarbeitern der Werkstatt, vor allem aber bei ihrem Leiter Herrn Witzlau, Rolf Dohm, Mathias Scholz und Leo Heidekrüger. Für meine Projekte hatten sie immer ein offenes Ohr und vor allem eine freie Hand. Natürlich möchte ich mich auch bei der Verwaltung bedanken, vorneweg bei Dr. Rudi Gaul für seine Unterstützung in den ersten Jahren. Großer Dank gebührt Frau Faber, Frau Hünitzsch und Frau Pfennig, die meist im Verborgenen für einen reibungslosen Ablauf des Instituts sorgen. Ich fühlte mich bei ihnen immer gut aufgehoben und umsorgt. Bedanken möchte ich mich bei Dr. Scholz, Nicole Reinke und dem Quest-Team, die erst in den letzten Jahren dazu gestoßen, aber mittlerweile schon unersetzbar sind.

Bedanken möchte ich mich auch bei der Gruppe von Prof. John Close an der ANU. Insbesondere gilt mein Dank dort Dr. Cristina Figl und Dr. Nick Robins. In meiner Zeit in Australien nahmen sie mich sehr herzlich auf. Die Erfahrungen bei ihnen hat mich sowohl im Labor als auch persönlich ein großes Stück weitergebracht.

Ganz zum Schluss bleibt mir nun noch den wichtigsten Menschen in meinem Leben zu danken - meinen Eltern und meinem Bruder. Sie haben mir immer den Rücken frei gehalten. Ohne ihre ständige Unterstützung und ihren Rückhalt wäre ich nicht dort, wo ich heute bin. Diese Arbeit ist irgendwie auch euer Werk.

Danke!

## Publikationsliste

- *Resonant Amplification of Quantum Fluctuations in a Spinor Gas*  
O. Topic, G. Gebreyesus, M. Scherer, T. Henninger, P. Hyllus, C. Klempt, W. Ertmer, L. Santos und J. J. Arlt  
Las. Phys., 20(5):1-7 (2010)
- *Parametric amplification of vacuum fluctuations in a spinor condensate*  
C. Klempt, O. Topic, G. Gebreyesus, M. Scherer, T. Henninger, P. Hyllus, W. Ertmer, L. Santos und J. J. Arlt  
arXiv:0907.3413v1 (2009).
- *Multiresonant Spinor Dynamics in a Bose-Einstein Condensate*  
C. Klempt, O. Topic, G. Gebreyesus, M. Scherer, T. Henninger, P. Hyllus, W. Ertmer, L. Santos und J. Arlt  
Phys. Rev. Lett., 103(19):195302 (2009)
- *Radio-frequency association of heteronuclear Feshbach molecules*  
C. Klempt, T. Henninger, O. Topic, M. Scherer, L. Kattner, E. Tiemann, W. Ertmer und J. J. Arlt  
Phys. Rev. A, 78, 061602(R) (2008).
- *Transport of a quantum degenerate heteronuclear Bose- Fermi mixture in a harmonic trap*  
C. Klempt, T. Henninger, O. Topic, J. Will, St. Falke, W. Ertmer und J. Arlt  
Eur. Phys. J. D, 48:121 (2008).
- *Feshbach Resonances: Modeling the interatomic potential*  
C. Klempt, T. Henninger, O. Topic, J. Will, W. Ertmer, E. Tiemann und J. Arlt  
Phys. Rev. A, 76, 020701(R) (2007).
- *Ultraviolet light-induced atom desorption for large rubidium and potassium magneto-optical traps*  
C. Klempt, T. van Zoest, T. Henninger, O. Topic, E. Rasel, W. Ertmer und J. Arlt  
Phys. Rev. A, 73, 13410 (2006).
- *Präparation einer ultrakalten Bose-Fermi Mischung*  
O. Topic  
Diplomarbeit (2005).



# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Name Oliver Topić  
Geburtstag 01.04.1979 in Hannover, Deutschland  
Familienstand Ledig

## Promotions-Studium

seit 15. November 2003 *Doktorarbeit am Institut für Quantenoptik*  
in der Arbeitsgruppe von  
Prof. Dr. Jan Arlt  
Thema: „Spindynamik in Bose-Einstein-Kondensaten“

05/2006 - 11/2006 *Forschungsaufenthalt*  
an der Australian National University

## Studium

17. Juni 2005 *Diplom in Physik*  
an der Leibniz Universität Hannover

06/2004 - 05/2005 *Diplomarbeit*  
Thema: „Präparation einer ultrakalten  
Bose-Fermi Mischung“

21. Oktober 2002 *Vordiplom in Physik*  
an der Leibniz Universität Hannover

10/2000 - 06/2005 *Studium der Physik*  
an der Leibniz Universität Hannover

10/1999 - 09/2000 *Studium des Maschinenbaus*  
an der Leibniz Universität Hannover

## Wehrdienst

09/1998 - 06/1999 3. Panzerflugabwehrkanonenbataillon 111 in Achim

## Schulabschluss

22. Juni 1998 *Abitur*  
am Bischöflichen Gymnasium Josephinum Hildesheim

