

Prozesssimulation der Stadienfolge beim Schmieden mittels Rückwärtssimulation

Vom Fachbereich Maschinenbau
der Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
genehmigte Dissertation

von

M.Sc. Martin Wienströer
geboren am 03.08.70 in Herzebrock-Clarholz

2004

Referent: Prof. Dr.-Ing. B.-A. Behrens
Korreferentin: Prof. Dr.-Ing. habil. B. Awiszus
Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. habil. G. P. Merker
Tag der Promotion: 05.07.2004

Abstract

Martin Wienströer

Titel: Prozesssimulation der Stadienfolge beim Schmieden mittels Rückwärtssimulation

Bei der Auslegung einer Stadienfolge muss der Konstrukteur stets folgende Frage beantworten: Welche Form muss in das abbildende Werkzeug eingelegt werden, damit die Hohlform während des Umformvorganges fehlerfrei gefüllt wird. Eine Frage, die Stufe für Stufe zu beantworten ist, bis eine Geometrie erreicht wird, die aus einem Halbzeug herstellbar ist. Es sind also mehrere Simulationsläufe notwendig, um sich an eine ideale Werkstückgeometrie heranzutasten. Der hier vorgestellte Ansatz hat dagegen zum Ziel, die gewünschte Einlegegeometrie mit einem einzigen Simulationslauf zu ermitteln. Dies ist nur möglich, wenn es gelingt, die Fließvorgänge nicht vorwärts schreitend zu simulieren, sondern mit der gefüllten Hohlform den Rechenvorgang zu beginnen, um dann die „Rückbildung“ der Werkstückgeometrie (den inversen Werkstofffluss) abzubilden. Fazit:

Rückwärts simulieren (inverser Ansatz) heißt eine komplexere Werkstückgeometrie zur Einfacheren zurückzubilden.

Vorwärts simulieren heißt im Gegensatz zur Rückwärtssimulation eine (mehrere sind möglich) einfache Geometrie in eine komplexere Geometrie zu überführen.

Das Ziel dieser Arbeit ist also die Entwicklung eines Algorithmus zur Rückwärtssimulation von Massivumformprozessen, welche aufgrund der schnellen und gezielten Vorgehensweise konstruktionsbegleitend eingesetzt werden kann. Konstruktionsbegleitend heißt, dass die Simulation sowohl zeitlich als auch technisch in den Konstruktionsprozess integriert wird und gezielt den Stadienplaner bei der Werkzeugauslegung unterstützt. Zu diesem Zweck wurde ein neuartiger Ansatz auf Basis Medialen-Achsen-Transformation entwickelt, der die Umformwiderstände innerhalb der Gravur erfasst und den Materialfluss berechnet.

Im Gegensatz zu konventionellen Simulationswerkzeugen, wie z.B. FEM-Systemen, erlaubt die Rückwärtssimulation eine eher intuitive und direkte Vorgehensweise. Anzumerken ist, dass kommerzielle Rückwärtssimulationssysteme für die Massivumformung noch nicht existieren. Infolge eines Rückwärtssimulationsdurchlaufes tritt nach jedem diskreten Umformvorgang eine Vereinfachung der Werkstückgeometrie ein. Der Stadienplaner muss schließlich nach jedem Simulationsdurchlauf aufgrund der resultierenden Werkstückgeometrie entscheiden, ob eine weitere Umformstufe in den Massivumformprozess integriert werden sollte oder ob die Vorproduktgeometrie bereits der eines Halbzeuges entspricht. Ist dies der Fall, kann die Stadienplanung abgeschlossen werden.

Schlagwörter: Schmieden, Rückwärtssimulation, Prozessmodellierung

Abstract

Martin Wienströer

Title: process simulation of forging sequences via backward simulation

Defining the geometry of a work piece which completes the cavity of the forming tool is the main task to be accomplished by the designer during each stage of the forming sequence. Up to the present, the fitting part is found by trial and error. Different geometries of semi finished parts are inserted into the cavity of the tool and the material flow is simulated by means of the Finite-Element-Method (FEM). Thus, several simulations are necessary to approach the ideal geometry of the work piece.

The attempt introduced aims at tracing back the forming sequence in one simulation in order to reveal the geometry of a semi finished part in an ideal case or a shape closely related to it. For this, the filled cavity serves as the input for a backward procedure, the inverted material flow, in order to simulate the involution of the work piece. As yet, 3D-systems to simulate the backward material flow of solid forming processes do not exist. However,

backward simulation (inverted attempt) means to trace back the complex geometry of the work piece to its elementary shape.

In contrast, **forward simulation** means to transfer several basic geometries into the complex geometry by trial and error.

It is the aim of this project to develop an algorithm for a backward simulation of solid forming processes, which works rapidly and systematically in order to run the constructive process simultaneously in terms of time and technical integration. This way, the results directly support the designer of forming sequences in the dimensioning of tools. For this purpose, a new method based on the Medial Axis Transformation was developed. This method detects the forging resistant inside the gravure for calculation of the material flow.

As opposed to conventional simulation tools, e.g. the FEA-Systems, backward simulations admit a more direct and intuitional proceeding. With each discreet backward simulation, the geometry of the work piece becomes more in complex. Subsequently, the designer has to decide whether the geometry has to pass another forming process or is commensurate to a semi finished part. In that case, the design of forming sequences can be concluded.

Keywords: forging, backwards simulation, process modelling

Inhalt

Nomenklatur	VI
1 Einleitung	1
2 Stand der Kenntnisse	4
2.1 Planung von Schmiedeprozessen.....	5
2.2 Einsatz von Simulationsverfahren in der Massivumformung.....	6
2.3 Lösungsverfahren der Plastomechanik	10
2.3.1 Elementare Methoden.....	12
2.3.2 Methode der finiten Elemente	16
2.3.3 Prinzip des geringsten Zwanges	18
2.4 Integration von Konstruktion und Simulation	22
2.4.1 Rückwärtssimulationsverfahren	26
3 Aufgabenstellung	27
3.1 Problemstellung	27
3.2 Zielsetzung.....	28
3.2.1 Methodenentwicklung	29
3.2.2 Definition und mathematische Beschreibung der Methode	29
3.2.3 Einbindung plastizitätstheoretischer Randbedingungen	30
3.2.4 Anbindung der Rückwärtssimulation an kommerzielle 3D-CAD-Systeme.....	30
3.2.5 Exemplarische Umsetzung der Methodik in einer Softwareanwendung	30
3.2.6 Verifikation der entwickelten Methode.....	30
4 Die rückwärts gerichtete Werkstoffflussimulation.....	31
4.1 Technologische Grundlagen zur Materialflussimulation.....	31
4.1.1 Die Fließkurvengleichung	32
4.1.2 Das Reibgesetz	33

4.2	Mathematische Grundlagen zur Materialflusssimulation	35
4.2.1	Anwendungsmöglichkeiten der Medialen-Achsen-Transformation	35
4.2.2	Das <i>Voronoi</i> Diagramm.....	37
4.2.3	Triangulation	43
4.2.4	Die <i>Delaunay</i> Triangulation	44
4.2.5	Das Kreis- und Winkelkriterium	47
4.2.6	Die Mediale-Achsen-Transformation.....	49
4.2.7	Umsetzung der Medialen-Achsen-Transformation	53
4.3	Das Berechnungsmodul	56
4.3.1	Begriffsdefinition	56
4.3.2	Ausgangssituation	58
4.3.3	Der Umformvorgang	60
4.3.4	Materialverschiebung	79
4.3.5	Werkzeugbewegung	80
4.3.6	Anwendungsgrenzen	83
4.4	Das Simulationspaket	84
4.4.1	MATLAB® als Entwicklungsumgebung.....	84
4.4.2	Der Präprozessor <i>Prinz STL</i>	85
4.4.3	Die graphische Oberfläche zur Simulationssteuerung	86
4.4.4	Der Postprozessor <i>Prinz DAT</i>	87
4.4.5	Das Projektmanagementsystem.....	88
5	Berechnungsbeispiele	90
5.1	Kolben	90
5.2	Planetenträger	93
6	Ausblick	96
7	Zusammenfassung	99
8	Literatur	101

Nomenklatur

A. Formelzeichen

A_i	$[m^2]$	Teilfläche am Endpunkt der medialen Achse
A	$[m^2]$	Werkzeugfläche, Gesamtfläche bzw. Sollfläche
A_i^*	$[m^2]$	Teilfläche; definiert durch zwei in Kontakt stehende Werkstückpunkte vor und nach der Werkzeugbewegung
A_{ist}	$[m^2]$	Istfläche (innerhalb eines Umforminkrementes)
$A_{\%}$	$[m^2]$	Zur Werkstoffverlagerung bereitstehende Fläche
A		Gleichanteil der Fließkurvengleichung
$b(p_i, p_j)$		Bisektor (Mittelsenkrechte eines Liniensegmentes)
BT		beliebige Triangulation
$d(p_i, p_j)$		euklidische Distanz zwischen zwei Punkten
DT		<i>Delaunay</i> Triangulation
e_i		Kante eines <i>Voronoi</i> Diagramms
F_{ges}	[N]	Gesamtkraft
F_n	[N]	Normalkraft
F_R	[N]	Reibungskraft
F_x, F_y, F_z	[N]	Kraftkomponenten im kartesischen Koordinatensystem
$g(x), f(x)$	[N]	Allgemeine Darstellung der Funktionen einer Differentialgleichung
$H(p_i, p_j)$		Durch einen Bisektor definierte Halbebene
h^*	[m]	Werkzeugabstand zwischen Ober- und Unterwerkzeug
i, j, k, l, m		Indizes
I_n		endliche Menge natürlicher Zahlen
k	[MPa]	Reibschubspannung
k_f	[MPa]	Fließspannung
σ, σ_{ges}	[MPa]	Gesamtwiderstand
σ_i	[MPa]	partieller Widerstand auf der medialen Achse
σ_{id}	[MPa]	Ideeller Widerstand (ohne Reibung)
$KH(P)$		konvexe Hülle einer Punktmenge
∂KH		Rand der konvexen Hülle

K_i		leerer Kreis
l, b, h	[m]	Länge, Breite, Höhe
m		Reibfaktor
m_1, \dots, m_9		Regressionskoeffizienten der Fließkurvengleichung
MA		mediale Achse
MA_n		n-te Approximation der medialen Achse
max, min		Maximum, Minimum
$\min\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$	[°]	kleinster Wert innerhalb der Menge
n		endliche Anzahl von Punkten
$P = \{p_1, \dots, p_n\}$		endliche Menge von Erzeugerpunkten
$\overline{p_i p_j}$		Liniensegment, das zwei Punkte verbindet
Q		Menge der <i>Voronoi</i> Konten
q_i		<i>Voronoi</i> Konten
\underline{r}_i	[m]	Radiusvektor
t	[s]	Zeit
T	[K]	Temperatur
T_i		<i>Delaunay</i> Dreieck
V	[m ³]	Volumen
\underline{v}_i	[ms ⁻¹]	Geschwindigkeitsvektor
VD		<i>Voronoi</i> Diagramm
∂V		Rand eines <i>Voronoi</i> Polygons
$V(p_i)$		<i>Voronoi</i> Polygon eines Punktes
W		Widerstand
x, y, z und r	[m]	Ortskoordinaten und Polarkoordinate
\underline{X}_n		Ortsvektor eines Punktes im kartesischen Koordinatensystem
x_{n1}, x_{n2}		kartesische Koordinaten eines Punktes
α, β	[°]	Winkel
$\Delta p_{i1} p_{i2} p_{i3}$		Dreieck
ε		lokale Formänderung
$\dot{\varepsilon}$	[s ⁻¹]	lokale Formänderungsgeschwindigkeit
ε_{ij}	[s ⁻¹]	Dehnungstensor
φ		Umformgrad

$\dot{\varphi}$	[s ⁻¹]	Umformgeschwindigkeit
φ_{max}		maximaler Umformgrad
$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \varphi_l, \varphi_b, \varphi_h$		Komponenten des Umformgrades
Δf		Fehler der medialen Achse
h_i	[m]	Abstand zwischen Untergesenk und Werkstück bzw. Obergesenk und Werkstück
λ		reeller Parameter
$\dot{\lambda}$	[mm ² N ⁻¹ s ⁻¹]	Positiver Proportionalitätsfaktor (in Fließregel)
Θ	[W]	Leistung
μ		Reibungszahl
Δs_i	[m]	Summe der halben Abstände eines medialen Punktes zu seinen beiden Nachbarpunkten auf der medialen Achse
$\overline{\Delta s_i}$	[m]	mittlerer Abstand der medialen Punkte
σ_{ij}	[MPa]	Spannungstensor
$\overline{\sigma_n}$	[MPa]	mittlere Normalspannung
$\overline{\sigma_v}$	[MPa]	mittlere Vergleichsspannung
$\overline{\sigma_x}$	[MPa]	Integrationskonstante
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	[MPa]	Spannungskomponenten
τ_{max}	[MPa]	maximale Reibschubspannung
τ_R	[MPa]	Reibschubspannung
\emptyset		Leere Menge

B. Abkürzungen und Eigennamen

2D	2-dimensional
3D	3-dimensional
2 ¹ / ₂ D	3D-Darstellung aus 2D-Ebenen
ALE	Arbitrary Lagrangian-Eulerian (kombinierter Vernetzungsansatz)
C/C++	Programmiersprachen
Fortran77	Programmiersprache
CAD	Computer Aided Design
CAE	Computer Aided Engineering
CAM	Computer Aided Manufacturing
CAQ	Computer Aided Quality Assurance
DAT	Analysewerkzeug (Data Analysis Tool)
DIN	Deutsche Industrie Norm
EP	Endpunkt
FEM	Finite-Elemente-Methode
MAT	Mediale-Achsen-Transformation
NC	Numerisch gesteuert (numerical controlled)
PC	Personal Computer
PRINZ	Prinzip des geringsten Zwanges
STL	Datenschnittstelle (Stereolithographie)
VZP	Verzweigungspunkt

1 Einleitung

Unter Umformen wird die gezielte Veränderung der Form eines Werkstücks verstanden, wobei bestimmte Eigenschaften des Werkstücks, wie z.B. das Gefüge, gezielt beeinflusst werden sollen. Im Gegensatz dazu wird das ungewollte Überschreiten der Plastizitätsgrenze bei nicht beherrschbarer Geometrie als Verformen bezeichnet. Die industrielle Umformtechnik verfolgt im Wesentlichen zwei zentrale Aufgaben.

Einerseits dient sie der Formgebung von Produkten und zählt damit zu den Fertigungsverfahren, die nach DIN 8580 auch die Urformtechnik, Trenntechnik, Fügetechnik, Beschichtungstechnik und die Technik der Stoffeigenschaftsänderung umfasst.

Andererseits bieten die Verfahren der Umformtechnik in Kombination mit Wärmebehandlungsverfahren die Möglichkeit, lokale Eigenschaften wie z.B. Festigkeit, Zähigkeit, Eigenspannungen reproduzierbar und kontrolliert einzustellen /Kim00/.

Viele Gegenstände, die wir im täglichen Leben benutzen, sind im Laufe ihrer Herstellung plastisch umgeformt worden. Aufgrund der sehr guten mechanischen Belastbarkeit dieser Teile werden diese häufig als Sicherheitskomponenten insbesondere in der Automobilindustrie eingesetzt.

Je nachdem, ob dem Werkstück vor dem Umformprozess Wärme zugeführt wird oder nicht, wird zwischen Warm- und Kaltumformprozessen unterschieden. Darüber hinaus existiert noch die Halbwarmumformung. Unterscheidungsmerkmal ist die Temperatur, da sie einen erheblichen Einfluss auf die Höhe Fließspannung und auf das Umformvermögen des Werkstückes hat.

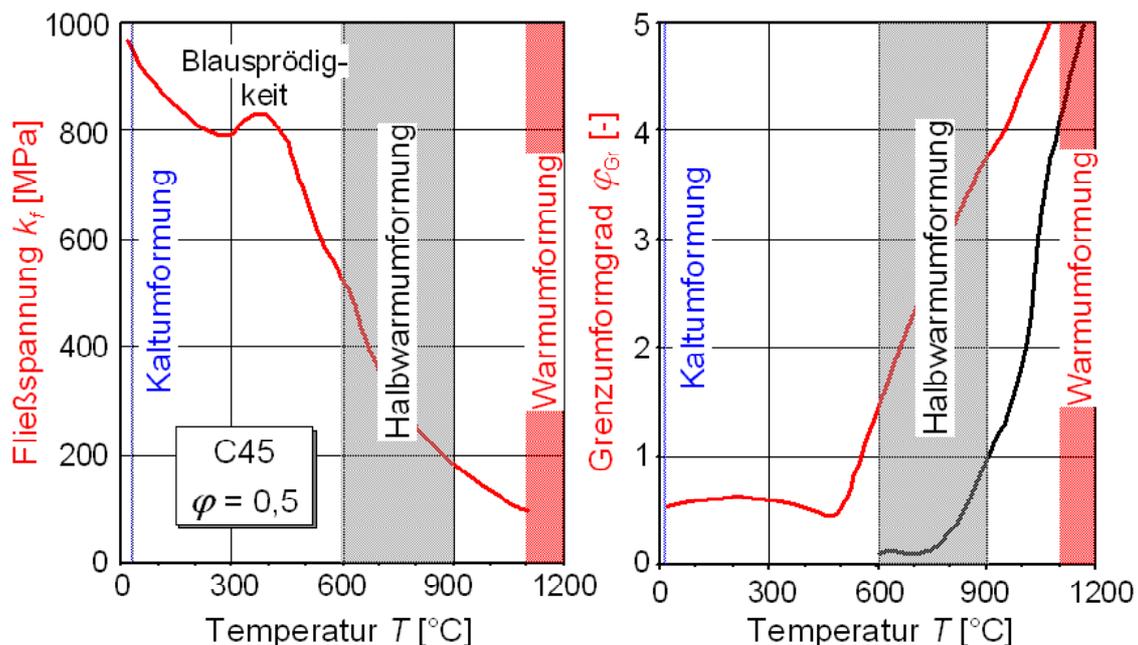


Abbildung 1: Unterscheidung zwischen Kalt-, Halbwarm und Warmumformung am Beispiel C45
/Hir01/

Der Fließspannungsverlauf und der Verlauf des Grenzumformgrades sowie die Einteilung in Kalt-, Halbwarm und Warmumformung ist in Abbildung 1 über die Temperatur am Beispiel C45 dargestellt.

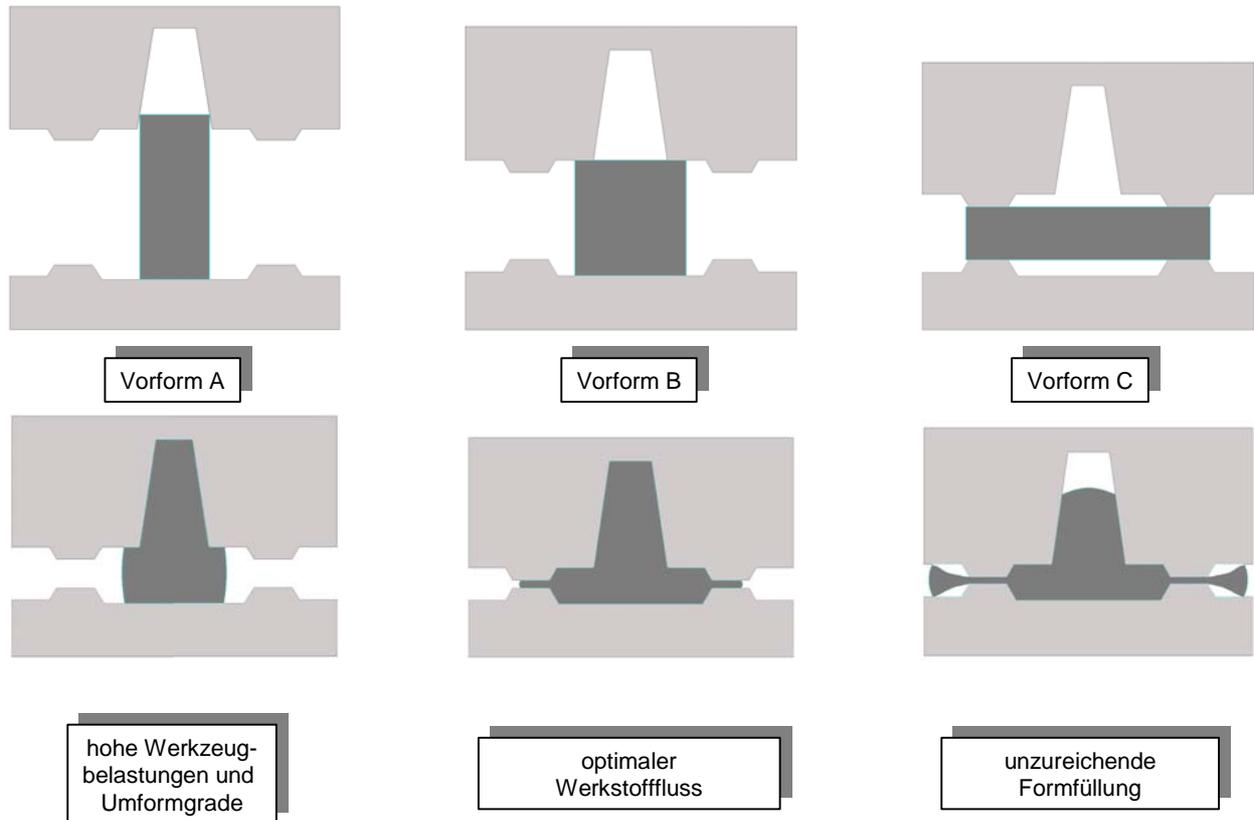
Zur Gruppe der Warmumformprozesse gehört das Gesenkschmieden. Diese Fertigungstechnik ist das gängigste Verfahren der Massivumformung und vom Mengenaufkommen auch das absolut bedeutendste. Gesenkschmieden ermöglicht die Massenproduktion von komplizierten Werkstücken mit besten Werkstückeigenschaften. Weiterhin gilt dieses Verfahren allgemein als ein Fertigungsverfahren für die ressourcenschonende Herstellung hochwertiger Produkte.

Dieser für die moderne industrielle Produktion wichtige Zweig der Umformtechnik ist gekennzeichnet durch die Verwendung formgebender Werkzeuge, der Gesenke sowie von Maschinen, die hohe Kräfte und Energien bei genauer Führung der Werkzeuge bereitstellen. Das Werkstück wird zwischen den zwei formgebenden Gesenkhälften umgeformt. Der Materialüberschuss fließt dabei zwischen Ober- und Unterwerkzeug als so genannter „Grat“ zwischen den „Gratbahnen“ in den „Gratraum“ und wird in einer abschließenden Operation abgegratet.

Die Bearbeitungsaufmaße von Schmiedestücken liegen im Allgemeinen zwischen 1mm und 3mm. Durch weitergehende Maßnahmen können aber auch einbaufertige Funktionsflächen erzeugt werden. Da bei diesem Verfahren formgebende Werkzeuge verwendet werden, deren Herstellung relativ aufwändig und teuer ist, rechnen sich die Werkzeugkosten i.d.R. erst ab einer gewissen Stückzahl. Dies gilt vor allem für komplexe Teile wie Achsschenkel oder Schwenklager, die meist eine aufwändige Materialvorverteilung benötigen, um ein qualitativ einwandfreies Schmiedestück zu ermöglichen /Hir01/. Hier erfolgt die Formgebung des Materials beim Gesenkschmieden durch eine mehrstufige Umformung in verschiedenen Gravuren. In diesem Zusammenhang wird das Ausgangsmaterial über Zwischenstufen schrittweise der gewünschten Endform angenähert, zusammengefasst wird von einer Stadienfolge gesprochen. Im Wesentlichen wird mit der Festlegung der Werkzeughohlform sowie durch die Gestalt des umzuformenden Werkstücks das Fließverhalten des Rohteils bestimmt. Abhängig von der Werkstückgestalt sowie von den Abmessungen der Gratbahn, fällt der Werkstoffüberschuss aus. Bei ungünstiger Ausgangsform oder schlechter Zwischenformung wird Werkstoff zu einem frühen Zeitpunkt in den Gratspalt getrieben, so dass der Werkstoffüberschuss entsprechend hoch angesetzt werden muss, um dennoch eine ausreichende Formfüllung erzielen zu können. Ferner beeinflusst die Ausgangsform den Werkzeugverschleiß und mitunter auch die Materialeigenschaften des Werkstücks, da zu große Umformgrade auch zu Materialversagen, wie beispielsweise Mikrorisse an der Oberfläche des Werkstückes, führen können (Abbildung 2).

Die Auslegung einer Zwischenform ist in Verbindung mit der Vorform und der nachfolgenden Form zu sehen und der daraus resultierende Formenwandel muss stets von der Ausgangs- bis zur Endform zusammenhängend betrachtet werden /Mat91/.

Somit nimmt die Konstruktion und Planung der Stadienfolge während der Prozessauslegung eine Schlüsselrolle ein, da hier alle wesentlichen Entscheidungen für das Teil und die Produktion getroffen werden. Die Unterstützung des Produktentwicklungsprozesses birgt durch speziell an die Problemstellung angepasste Softwaresysteme ein hohes Optimierungspotenzial.



Volumen bzw. Flächeninhalt der Werkstückgeometrien in allen Darstellungen konstant

Abbildung 2: Schmieden mit Ausgangsformen mit unterschiedlicher Querschnittsform

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer Methode, die es ermöglicht, rückwärts gerichtet, d.h. ausgehend von einer gefüllten Gravur, die optimale Vorform in wenigen Minuten auf konventionellen Rechnern zu ermitteln. Aufgrund dieser inversen Vorgehensweise und der schnellen Rechenzeiten kann ein konstruktionsbegleitender Einsatz erfolgen, weil sich dadurch die Simulation sowohl zeitlich als auch technisch in den Konstruktionsprozess integriert lässt und so den Stadienplaner gezielt bei der Werkzeugauslegung unterstützt. Zu diesem Zweck wurde ein neuartiger Ansatz auf Basis Medialen-Achsen-Transformation entwickelt, der die Umformwiderstände innerhalb der Gravur erfasst und den Materialfluss daraus ableitet.

2 Stand der Kenntnisse

Nach /VDI90/ betragen die Kosten der Konstruktionsabteilungen selbst im Mittel aller Maschinenbauunternehmen nur rund ein Zehntel der von ihr festgelegten oder verantworteten Kosten (Abbildung 3). Dies trifft insbesondere auch auf Konstruktionsabteilungen in Unternehmen der Warmmassivumformung zu. Die Fertigung eines Schmiedeteils, frei von Fehlern sowie innerhalb der Abmessungs- und Formtoleranzen liegend, stellt ein Optimierungsproblem dar, welches wesentlich die Kosten beeinflusst.

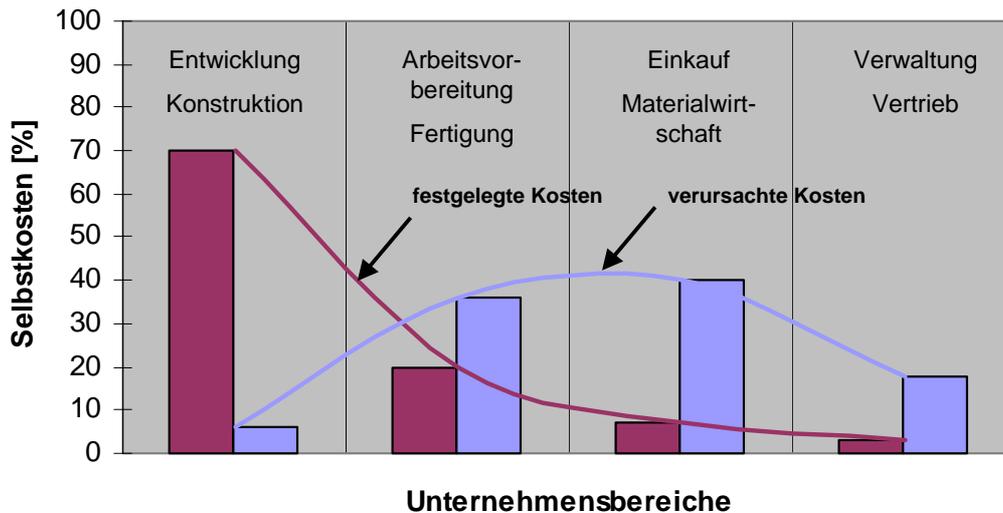


Abbildung 3: Kostenfestlegung und Kostenverursachung in den Unternehmensbereichen /VDI90/

Erschwerend kommt hinzu, dass die Herstellung von Gesenkschmiedestücken allgemein durch mehrstufige Umformung in verschiedenen Gravuren erfolgt. Grundsätzlich gilt, je komplexer die Werkstoffgeometrie ist und je schwieriger sich der Werkstoff umformen lässt, desto mehr Umformstufen sind i.d.R. erforderlich /Lan84/. Abbildung 4 zeigt beispielhaft die komplette Stadienfolge eines Schwenklagers.

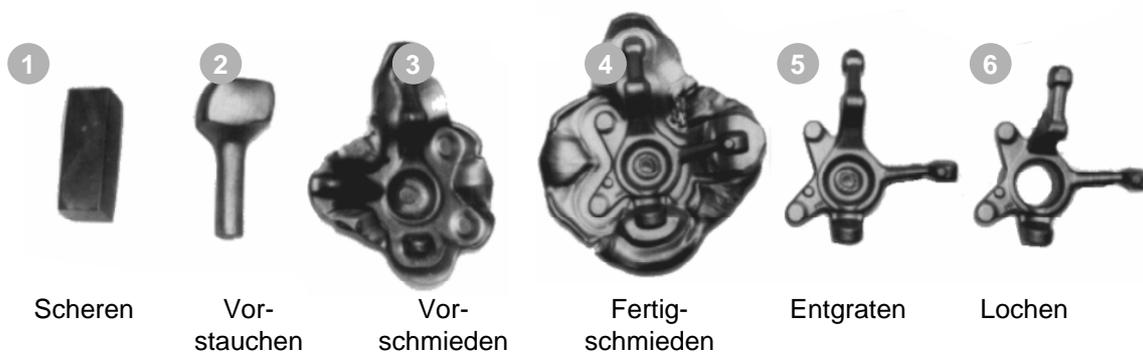


Abbildung 4: Stadienfolge eines Schwenklagers /Mic99/

Diese nimmt sowohl wirtschaftlich als auch hinsichtlich der späteren Bauteilqualität eine zentrale Stellung innerhalb der Produkt- und Prozessplanung ein. Im Prozess wird die Ausgangsform, meist

ein Halbzeug einfacher Geometrie, durch mehrfache Umformung der Endform angenähert. Das Ziel des Stadienplaners ist es nun, bei einer minimalen Anzahl von Zwischenformen den Werkstofffluss so zu steuern, dass ein fehlerfreies Schmiedeteil mit möglichst geringem Material- und Energieeinsatz entsteht. Die Festlegung der Stadienfolge bestimmt weiterhin maßgeblich die Kosten eines Schmiedeteils, da durch sie

- die Einsatzmasse, d.h. die Schmiedeteilmasse zzgl. der Masse, die während der Umformung in den Grat „abfließt“,
- die Standmenge der Werkzeuge,
- die Werkzeugkosten (beispielsweise verursachen einteilige, mehrteilige oder mehrdirektionale Werkzeuge deutlich voneinander unterschiedliche Kosten),
- und die Mengenleistung, d.h. die gefertigten Teile pro Zeiteinheit, die i.d.R. durch hinzufügen von Umformstufen abnimmt,

direkt bzw. indirekt beeinflusst werden.

2.1 Planung von Schmiedeprozessen

Angesichts der Forderung nach einem technisch und wirtschaftlich optimalen Produkt sowie der großen Bedeutung einer frühzeitigen Markteinführung ist bei der Suche nach Konstruktionslösungen ein planbares, flexibles, optimierbares und nachprüfbares Vorgehen nötig /Pah97/. Bei der Entwicklung von Stadienplänen für die Umformung muss der Konstrukteur mehrere Parameter gegen andere abwägen und in Einklang bringen, um eine prozesssichere Fertigungsfolge zu erreichen. Zu diesen Parametern zählen:

- die Anzahl der geplanten Umformstufen,
- das erforderliche Volumen und deren anfängliche Anordnung sowie
- die zur Verfügung stehende Umformmaschine

Entspricht der Werkstofffluss nicht der Vorstellung, so kann sich dies in Form von Unterfüllung, erhöhtem Kraftbedarf, Werkzeugbruch, Faltenbildung oder anderen Fertigungsproblemen auswirken. Alle diese Probleme kosten Zeit und Geld. Um diese Anforderungen nach einem optimalen Prozess erfüllen zu können, findet die Anwendung von rechnergestützten Konstruktionssystemen – den sog. CAD-Systemen – in der Schmiedeindustrie weit verbreiteten Einsatz.

CAD (Computer Aided Design) ist definiert als “die mit dem Rechnereinsatz verbundene Arbeitstechnik des Konstruierens unter Nutzung entsprechender Geräte und Programme” /Pah97/.

Die Einführung von CAD-Systemen fand in den 60er Jahren statt. Hierbei standen die computerunterstützten Systeme in direkter Konkurrenz zum Zeichenbrett. Zunächst konnten CAD-Systeme jedoch nur selten wirtschaftlich eingesetzt werden – zu unterschiedlich war die

Handhabung im Vergleich zum konventionellen Konstruieren am Reißbrett. Die Nutzung von 3D-CAD-Systemen lag 2002 laut einer vom Kasseler Marktforschungsinstitut *TechConsult* durchgeführten Studie bei lediglich 21% und soll bis Ende 2003 auf rund 26% betragen /VDI02/. Daraus geht hervor, dass die Mehrheit aller CAD-Arbeitsplätze mit 2D-Systemen konstruiert. Bei den Automobilherstellern sowie deren Zulieferern, wie beispielsweise der Schmiedeindustrie, ist der Einsatz von 3D-Systemen im Vergleich zum allgemeinen Maschinenbau deutlich höher. Dies hängt mit der Querschnittsfunktion entsprechender Systeme zusammen. CAD-Systeme dienen nicht mehr der reinen Konstruktionstätigkeit, sondern bedienen eine Vielzahl nachgeschalteter Prozesse. Abbildung 5 gibt hierüber einen Überblick.

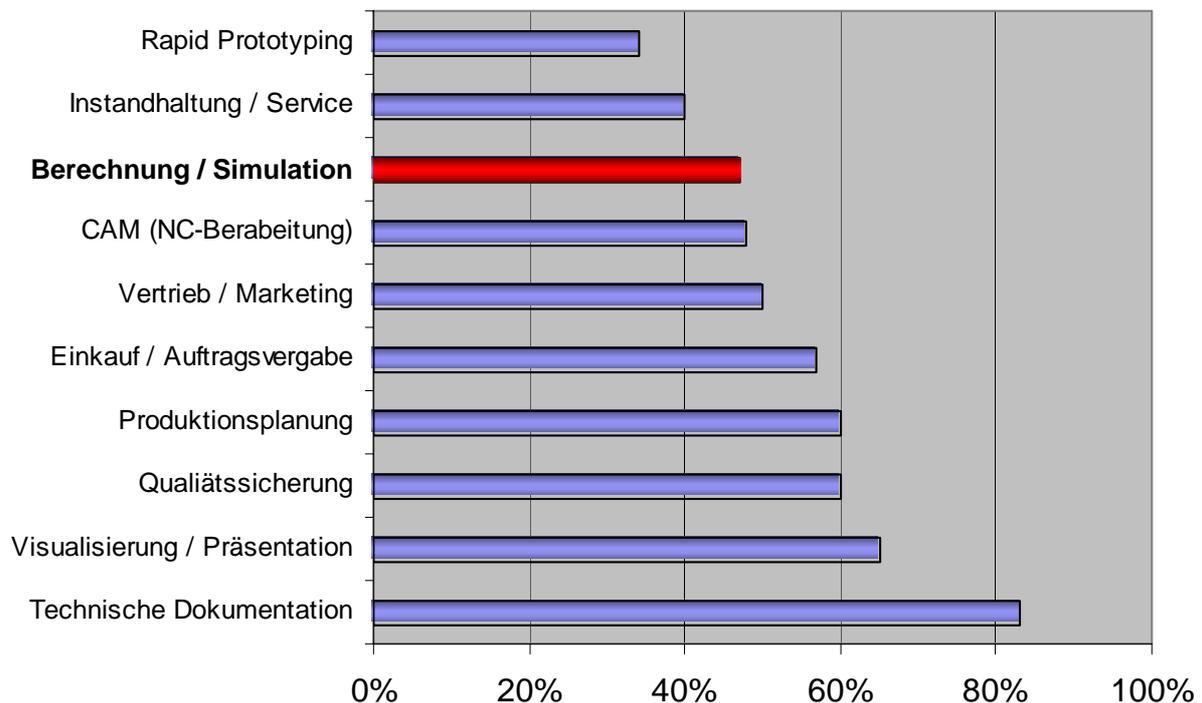


Abbildung 5: Nutzung von CAD/CAM-Daten in benachbarten und nachfolgenden Prozessen /VDI02/

Im Kontext dieser Arbeit ist der Simulationseinsatz von besonderer Bedeutung. Von den Unternehmen, die 3D-CAD-Systeme einsetzen, nutzen allgemein 47% diese Daten für die Simulation.

2.2 Einsatz von Simulationsverfahren in der Massivumformung

Unter dem Begriff Prozesssimulation sind alle Methoden und Verfahren zu verstehen, durch welche eine oder mehrere Größen eines realen Vorgangs bzw. einer Vorgangsfamilie vor Ablauf des eigentlichen Geschehens näherungsweise ermittelt werden können.

Bei physikalisch basierten Vorgängen umfassen die Größen

- geometrische,
- mechanische,
- thermische und
- metallographische

Kennwerte bzw. Parameter. Die Ermittlung fertigungsspezifischer Größen innerhalb der Produktionstechnik dient der wirtschaftlichen Herstellung von Produkten mit vorgegebenen Eigenschaften. Hierbei stehen drei Ziele im Vordergrund:

- Überprüfen eines bereits vorliegenden Konzepts für die Fertigung eines Produktes auf seine Durchführbarkeit,
- Beurteilung von Produkteigenschaften und
- Optimierung des Fertigungsverfahrens.

Zum Erreichen dieser Ziele ist jedoch die Anwendung der Prozesssimulation nur dann sinnvoll, wenn diese wirtschaftlicher als die Durchführung des realen Vorgangs in Form von Versuchen ist /Rol99/. Dieser Nachweis ist in einer Vielzahl umformtechnischer Problemstellungen seitens der Schmiedeindustrie bereits gelungen /Fel01/, /Muc01/, /Mar01/, /Wid00/, /Bib02/, /CBM00/, /UEF00/. Die rasche Verbreitung der Simulationsverfahren in der Umformtechnik ging einher mit dem Verfall der Hardwarekosten und der drastischen Zunahme der Prozessor-Geschwindigkeit in den letzten 15 Jahren. Leistungsfähige Benutzerschnittstellen in den kommerziellen Softwarepaketen waren die Grundlage für die Anwenderfreundlichkeit und die einfache Handhabung der Programme. Die Tatsache, dass nun auch komplexe dreidimensionale Vorgänge analysiert werden können, eröffnet völlig neue Anwendungsmöglichkeiten für die Prozesssimulation.

Abbildung 6 zeigt die Wichtigkeit der Informationen, resultierend aus den durchgeführten Simulationsberechnungen, die zur Bewertung von Massivumformprozessen im industriellen Einsatz vorgenommen werden. Demnach ist der Materialfluss mit 69% das entscheidende Kriterium beim Einsatz von Simulationssystemen. Die Spannungsanalyse folgt mit 20% aller Nennungen. Die restlichen 11% werden überwiegend zur Analyse der Werkzeugbelastung und der notwendigen Umformkraft durchgeführt. Infolgedessen trägt die Berechnung des Werkstoffflusses, wie die Untersuchung zeigt, entscheidend zum Verständnis des Umformprozesses bei und bietet ein großes Potenzial zur Verbesserung bzw. Optimierung des Prozesses /Mei01/.

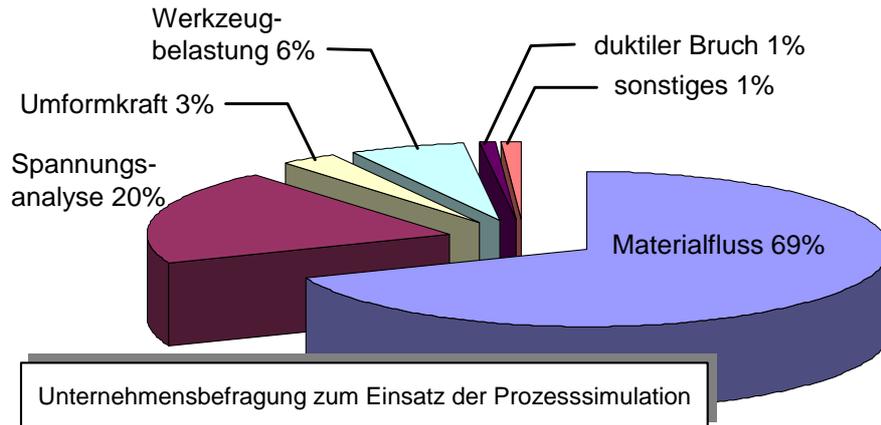


Abbildung 6: Anforderungen an die Prozesssimulation in der Massivumformung /Kim00/

Zur Auslegung komplexer Prozesse und der Feinjustierung von Stadienfolgen hinsichtlich optimiertem Materialeinsatz und geringsten Ausschuss- und Nacharbeitsquoten, ist der Einsatz solcher Systeme äußerst nützlich und auch nicht mehr wegzudenken /Ber03/. Demzufolge ist die Simulation des Schmiedeprozesses heute bereits fester Bestandteil der industriellen Praxis. Sie erschließt Einsparpotenziale bei den Kosten und sichert die Wettbewerbsposition durch Reduzierung /Mar01/

- der Anzahl der Erprobungen und Versuchsschmiedungen,
- des Materialeinsatzes in Erprobung und Serienproduktion,
- des Ausschusses in der Serienproduktion,
- der Entwicklungszeit bis hin zur Fertigung der ersten Gutteile und
- der Stückgesamtkosten bei gleichzeitiger Erhöhung,
 - der Vorhersage- und Planbarkeit der Entwicklung,
 - der Termintreue und Flexibilität den Kunden gegenüber,
 - der Aggregatverfügbarkeit für die Produktion,
 - der Qualität des Endproduktes,
 - der Stabilität der Schmiedeprozesse und
 - der Wirtschaftlichkeit in Produktion und Entwicklung.

Darüber hinaus wurden die Möglichkeiten der Simulation über die reine Materialflussanalyse hinaus erweitert. In Hinblick auf die Erzielung einer gewünschten Kombination aus Mikrostruktur/Gefüge, mechanischen Eigenschaften, Eigenspannungen und die Maßhaltigkeit des Endproduktes, kann auch eine Wärmebehandlung mit mehreren Aufheiz- und Abkühlzyklen simuliert werden. In jedem Zyklus können komplexe thermische Randbedingungen abgebildet werden: z.B. Luftabkühlung, Öl- oder Wasserabschreckung, Ofenerwärmung oder induktive Erwärmung. Das Materialverhalten ist abhängig vom Zusammenwirken von Spannungen,

Gefügezustand und chemischer Zusammensetzung (Kohlenstoff etc.) in einem weiten Temperaturbereich.

Der Entwurf einer Sequenz zur Wärmebehandlung ist äußerst schwierig und wurde bislang im Wesentlichen auf der Grundlage von Erfahrungswerten durchgeführt. Dieses war auch bei den Schmiede- und Kaltumformverfahren üblich, bevor die Simulationstechniken eingesetzt wurden. Mit der Verfügbarkeit der Wärmebehandlungssimulation ist es nun möglich, mit Hilfe des Einsatzes der Prozesssimulation, Probleme aufzuzeigen, zu verstehen und in einer frühen Phase des Herstellungsprozesses zu korrigieren.

FAZIT:

Zukünftig sind durchgängige Entwicklungsketten gefordert, die auch die Auslegung des Herstellprozesses beim Lieferanten mit beinhalten, da nur so ein zeit-, kosten- und qualitätsoptimierter Entwicklungsprozess realisiert werden kann. Die simultane Entwicklung eines Bauteils bzw. Systems durch Lieferanten und Abnehmer (engl.: simultaneous engineering) bietet beiden Seiten, Lieferanten wie Abnehmern, Vorteile in Hinblick auf die Entwicklungsdauer und –qualität. Voraussetzung dafür ist die Nutzung moderner Entwicklungs- und Simulationswerkzeuge und die Integration dieser Werkzeuge in die Entwicklungskette. Hierbei stehen insbesondere die Bauteilauslegung sowie die Prozessauslegung und –beschreibung im Vordergrund.

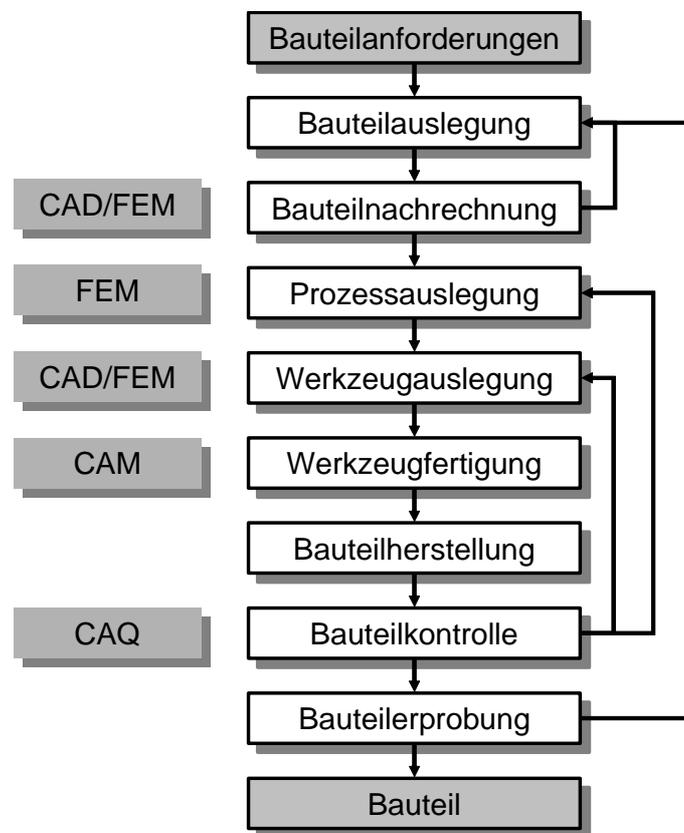


Abbildung 7: Prozesskette der Entwicklung von Umformteilen /Hir01/

2.3 Lösungsverfahren der Plastomechanik

Das allgemeine Ziel plastomechanischer Probleme ist die Berechnung von Spannungen, Formänderungen und Temperaturen in einem Material unter der Einwirkung äußerer Lasten und Verschiebungen /Paw00/. Bei der mathematischen Beschreibung entsprechender mechanischer Probleme können zehn Grundgleichungen aufgestellt werden, nämlich drei Kräfte-Gleichgewichtsbedingungen, ein Fließkriterium und sechs Spannungs-Formänderungsgeschwindigkeits-Beziehungen (Fließregel). In ihnen treten zehn unbekannte Größen auf – sechs Komponenten des Spannungstensors σ_{ij} , drei Komponenten des Geschwindigkeitsvektors v_i und ein Proportionalitätsfaktor λ in der Fließregel – die im Allgemeinen Funktionen von Ort und Zeit sind. Dieses mathematische System der Grundgleichungen ist i.d.R. so komplex, dass es meist nicht analytisch gelöst werden kann. In der Vergangenheit sind deshalb unterschiedliche Methoden und Verfahren zur Lösung entwickelt worden. Abbildung 8 zeigt hierzu eine Übersicht der plastomechanischen Lösungsmöglichkeiten von Umformprozessen.

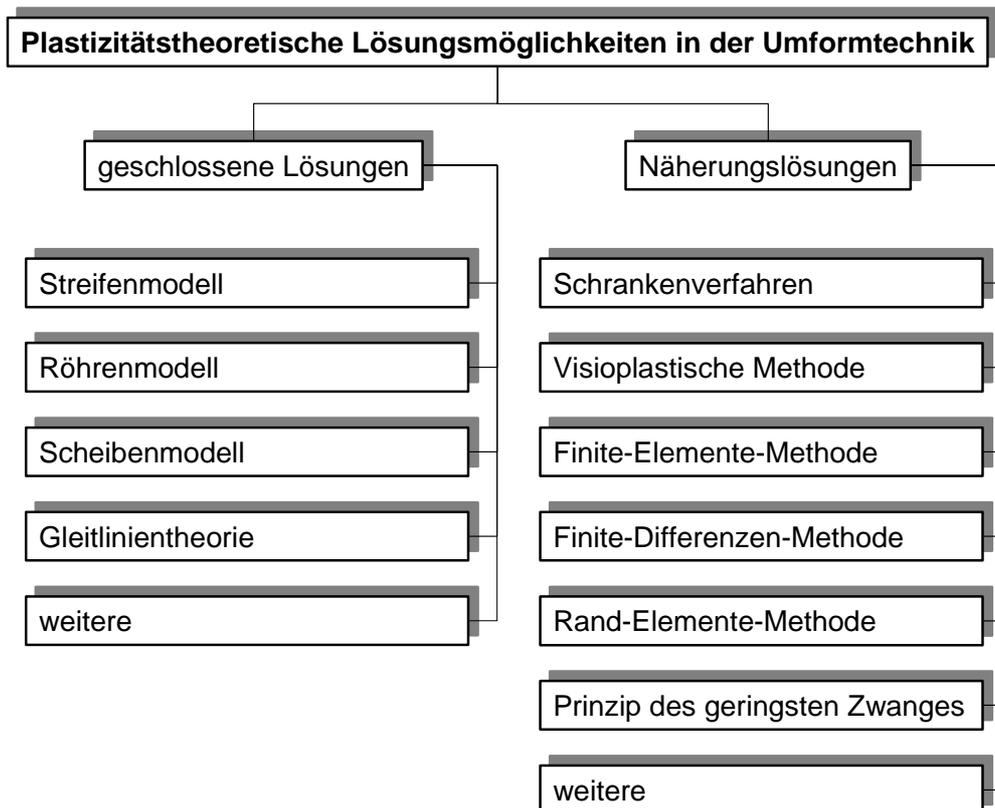


Abbildung 8: Plastizitätstheoretische Lösungsmöglichkeiten

Geschlossene Lösungen sind nur unter sehr einfachen Umformbedingungen möglich, wie sie in der Realität selten gegeben sind. Beispielhaft sind hier die Vereinfachungen auf Basis

- ebener oder axialsymmetrischer Formänderungen,
- reibungsfreier Kontaktbedingungen oder eines
- idealplastischen und isotropen Werkstoffverhaltens

zu nennen. Als wertvolles Hilfsmittel hat sich die Gruppe der elementaren Methoden mit der Streifen-, Scheiben- und Röhrentheorie ausgezeichnet /Lip67/. Die Berechnungsverfahren der elementaren Plastizitätstheorie sind jedoch in ihren Grundannahmen auf einer starken Vereinfachung der Bewegungs- und Spannungszustände, die sich beim Umformvorgang einstellen, aufgebaut und können meist nicht dazu benutzt werden, exakte Ergebnisse über Spannungs- und Formänderungszustände während des Umformvorganges zu gewinnen /Ste71/.

Die Theorie der Gleitlinienfelder führt die Gleichgewichtsbedingungen und die Fließbedingungen auf ein hyperbolisches System partieller Differentialgleichungen zurück, deren Lösung orthogonale Kurvenscharen sind. Es kann nachgewiesen werden, dass die Kurven die Richtungen der maximalen Schubspannungen vorgeben, in denen der Werkstoff abgleitet. Diese Eigenschaft gibt dem Verfahren seinen Namen.

Lösungsansätze auf Grundlage von Näherungsverfahren unterteilen sich in empirische (Visioplastische Methode) und numerische Verfahren. Eine weitere Aufschlüsselung der Verfahren hinsichtlich ihrer Zustandsbeschreibung ist sinnvoll, da diese wesentlich die Genauigkeit der Ergebnisse und die Rechengeschwindigkeit beeinflussen.

Die Gruppe der numerischen Lösungsverfahren mit örtlich aufgelösten Zustandsgrößen bilden die

- Finite-Elemente-Methode,
- Finite-Differenzen-Methode und
- Rand-Elemente-Methode.

Sie sind erst seit ca. 1980 sinnvoll im Bereich der Umformtechnik anwendbar, weil vorher die Kapazitäten der digitalen Rechner den außerordentlich hohen Rechenaufwand in vertretbarer Zeit nicht bewältigen konnten.

Ein weiteres Verfahren zur Berechnung des Werkstoffflusses beim Gesenkschmieden ist das „Prinzip des geringsten Zwanges“ nach *Mathieu* /Mat91/. Diese Methode bedient sich im Gegensatz zu den oben genannten Verfahren einer globalen Zustandsbeschreibung. Dadurch erreicht das Verfahren nicht die Genauigkeit numerischer Verfahren mit einer örtlich aufgelösten Zustandsbeschreibung, berechnet den Werkstofffluss jedoch in sehr kurzer Zeit mit ausreichender Genauigkeit. Dieses Verfahren kann somit zur Vorformauslegung eingesetzt werden.

Bei dem Schrankenverfahren wird die Umformleistung mit einer oberen und einer unteren Schranke eingegrenzt. Je geringer dabei der Unterschied zwischen oberer und unterer Schranke ausfällt, umso zufriedener ist das Ergebnis. Für die Anwendung des Schrankenverfahrens müssen Kenntnisse über das plastische Gebiet, über die Fließspannung im plastischen Gebiet und Kenntnisse über die Randbedingungen existieren. Da diese Informationen a priori nicht vorliegen, müssen Annahmen hinsichtlich der Größe der Fließspannung, des Reibzustandes und der Berandung des plastischen Gebietes getroffen werden. Auf Grundlage dieser Annahmen lassen sich die Schranken ermitteln /Kop98/.

Alle in Abbildung 8 dargestellten Lösungsverfahren basieren ausnahmslos auf Einschränkungen und vereinfachenden Annahmen, deren Zuverlässigkeit der Anwender stets unter Berücksichtigung von vertretbarem Aufwand und angestrebter Genauigkeit sorgfältig überprüfen muss. Im Folgenden werden die in Bezug auf diese Arbeit wichtigsten Lösungsverfahren näher erläutert.

2.3.1 Elementare Methoden

Unter der Bezeichnung „Elementare Plastizitätstheorie“ werden vereinfachte Lösungsansätze für verschiedene Umformverfahren zusammengefasst. Die Grundlage bildet ein mechanisches Werkstoffmodell. Während physikalische Werkstoffmodelle die Vorgänge im Molekularbereich des Werkstoffes betrachten, geht das mechanische Modell vom Werkstoff als Körper aus. Es berücksichtigt die Auswirkung von Kräften auf diesen Körper, legt also nur makroskopisch beobachtbare Erscheinungen zu Grunde. Die lokalen Vorgänge im Inneren des Körpers sind für das mechanische Modell unerheblich /Ben95/.

Die Grundlagen der Elementaren Plastizitätstheorie wurden 1924/25 von *Siebel* /Sie25/ und *Karman* /Kar25/ am Walzvorgang entwickelt und von *Sachs* /Sac25/ auf den Ziehvorgang sowie von *Siebel* und *Pomp* /Sie28/ auf das Schmieden übertragen. Die wichtigsten Vereinfachungen beziehen sich auf die Umformkinematik und auf die Verteilung der Spannungen, so dass das Problem statisch bestimmt wird. Es werden Volumenelemente betrachtet, deren Abmessungen nicht mehr in allen drei Raumrichtungen veränderbar sind, sondern nur noch in einer Richtung. Allgemein gibt es drei charakteristische, dem umzuformenden Werkstück angepasste Volumenelemente auf Basis des Streifen-, Scheiben- und Röhrenmodells. Die drei Modelle sind in Abbildung 9 dargestellt.

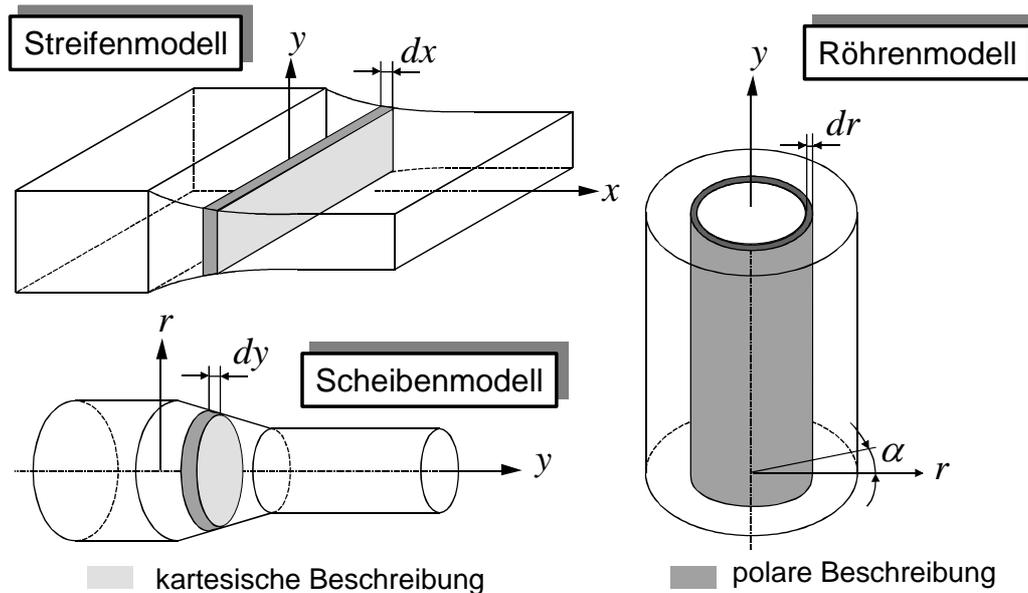


Abbildung 9: Streifen-, Scheiben- und Röhrenmodell in der Elementaren Plastizitätstheorie

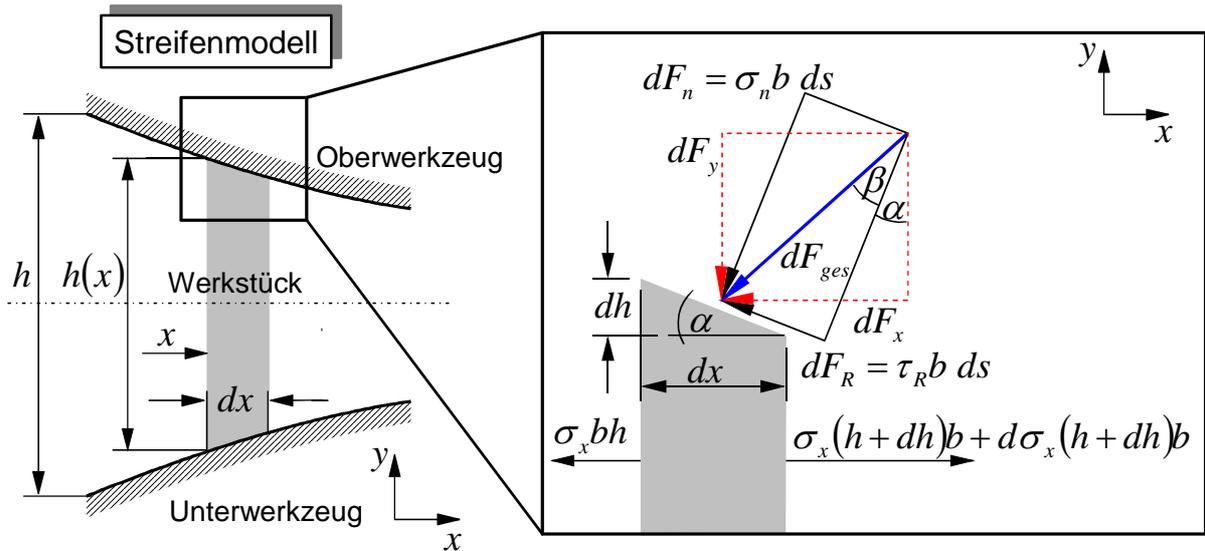
In den Modellen wird angenommen, dass während der gesamten plastischen Formänderung die grundsätzliche Streifen-, Scheiben- oder Röhrenform erhalten bleibt. Eine Verformung bzw. Verwölbung der Volumenelemente wird somit ausgeschlossen.

Aus diesen Annahmen kann unmittelbar gefolgert werden, dass die Geschwindigkeitsvektoren senkrecht auf den endlichen Flächen stehen müssen, innerhalb derselben konstant sind und außer von der Zeit nur noch von einer Ortskoordinate abhängen.

Damit gilt für die Geschwindigkeitsvektoren der drei Modelle:

- $\underline{v} = \underline{v}_x(x, t)$ beim Streifen,
- $\underline{v} = \underline{v}_y(y, t)$ bei der Scheibe,
- $\underline{v} = \underline{v}_r(r, t)$ bei der Röhre.

Unter diesen Voraussetzungen sind die Geschwindigkeiten und damit die Formänderungen und Formänderungsgeschwindigkeiten eindeutig und unabhängig von den noch unbekanntem Spannungen festgelegt. Um diese zu ermitteln, wird am Volumenelement das Gleichgewicht der Kräfte angesetzt. Dabei wird eine Veränderlichkeit der Spannung nur in einer Richtung zugelassen, nämlich in Richtung der infinitesimal kleinen Dicke des Volumenelementes. Am Element wirken in der Folge nur noch drei Spannungen einschließlich der Reibschubspannung am Rand im Kontakt mit dem Werkzeug. Wo diese Spannungen im Einzelnen anzusetzen sind, wird im Folgenden am Beispiel „Streifenmodell“ erläutert. Charakteristische Umformverfahren für diesen elementaren Ansatz sind z.B. das Bandwalzen, Flachstauchen oder das Flachziehen.



mit $ds = \sqrt{dx^2 + dh^2}$ und b als Dicke eines Streifens in der nicht dargestellten z -Richtung

F_R Reibungskraft

F_n Normalkraft

Abbildung 10: Spannungszustand am Beispiel des Streifenmodells

Durch die werkzeuggebundenen Begrenzungsflächen wird ein Volumenelement mit der Normalkraft dF_n und der Reibungskraft dF_R belastet. Aus diesen Größen resultiert die Gesamtkraft dF_{ges} für das Volumenelement mit infinitesimaler Breite. Aufgrund der Symmetrie liegt in x -Richtung – bedingt durch die Reibungskraft – sowohl am Unter- als auch am Obergesenk die gleiche Kraft an ($-2 \cdot dF_x$).

Für das Kräftegleichgewicht in x -Richtung ergibt sich somit im Hauptachsensystem:

$$-\sigma_x hb + \sigma_x (h + dh)b + d\sigma_x (h + dh)b - 2 \cdot dF_x = 0 \tag{2.1}$$

mit

$$dF_x = dF_y \cdot \tan(\alpha + \beta) = |\sigma_y| \cdot dx \cdot b \cdot \tan(\alpha + \beta) \text{ wobei } \tan \beta = \mu. \tag{2.2}$$

Substitution von (2.2) in (2.1) ergibt eine Gleichung für σ_x und σ_y :

$$-\sigma_x hb + \sigma_x (h + dh)b + d\sigma_x (h + dh)b - 2 \cdot |\sigma_y| \cdot dx \cdot b \cdot \tan(\alpha + \beta) = 0. \tag{2.3}$$

Die Werkstückdicke b ist in allen Termen vorhanden und kann damit eliminiert werden. Da plastisches Fließen vorausgesetzt werden kann, wird als zweite Bestimmungsgleichung die Fließbedingung nach *Tresca* verwendet:

$$\sigma_x - \sigma_y = k_f \text{ bzw. } -\sigma_y = |\sigma_y| = k_f - \sigma_x. \quad (2.4)$$

Wird Gleichung (2.4) in (2.3) eingesetzt, folgt daraus:

$$-\sigma_x h + \sigma_x (h + dh) + d\sigma_x (h + dh) - 2 \cdot (k_f - \sigma_x) \cdot dx \cdot \tan(\alpha + \beta) = 0. \quad (2.5)$$

Wird die obige Gleichung durch dx und h dividiert ergibt sich:

$$\frac{-\sigma_x}{dx} + \frac{\sigma_x}{dx} + \frac{\sigma_x}{h} \cdot \overbrace{\frac{dh}{dx}}^{-2 \tan(\alpha)} + \frac{d\sigma_x}{dx} + \frac{1}{h} \cdot \overbrace{\frac{d\sigma_x \cdot dh}{dx}}^{\rightarrow 0} - \frac{2}{h} \cdot k_f \cdot \tan(\alpha + \beta) + \frac{2}{h} \cdot \sigma_x \cdot \tan(\alpha + \beta) = 0. \quad (2.6)$$

Aus Abbildung 10 geht hervor, dass der Term dx/dh im skizzierten Fall gleich $-2 \cdot \tan(\alpha)$ ist (abnehmende Höhe mit zunehmendem x). Darüber hinaus kann der Term $d\sigma_x \cdot dh$ vernachlässigt werden, da das Produkt aus zwei infinitesimal kleinen Werten nahe Null ist. Daraus resultiert die gewöhnliche lineare inhomogene Differentialgleichung erster Ordnung:

$$\frac{d\sigma_x}{dx} + \frac{2}{h} \cdot [\tan(\alpha + \beta) - \tan(\alpha)] \cdot \sigma_x = \frac{2}{h} \cdot k_f \cdot \tan(\alpha + \beta). \quad (2.7)$$

Dies ist eine Differentialgleichung der Form

$$\frac{d\sigma_x}{dx} + f(x) \cdot \sigma_x = g(x). \quad (2.8)$$

Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung lautet /Bar91/

$$\sigma_x = \frac{1}{u(x)} \left(\int u(x) \cdot g(x) \cdot dx + \bar{\sigma}_x \right) \text{ mit } u(x) = e^{\int f(x) dx}, \quad (2.9)$$

wobei die Integrationskonstante $\bar{\sigma}_x$ noch aus vorzugebenden Randbedingungen bestimmt werden muss. Eine Bestimmung kann beispielsweise dadurch erfolgen, dass im Randbereich des betrachteten Streifens keine Normalspannung herrscht. In einfachen Fällen kann die Differentialgleichung geschlossen gelöst werden. In der überwiegenden Mehrzahl aller Fälle ist eine geschlossene Lösung nicht möglich und numerische Verfahren müssen angewendet werden.

In der Zwischenzeit ist die Bedeutung dieser elementaren Plastizitätstheorie durch die Entwicklung numerischer Verfahren, die aufgrund zunehmender Rechnerleistungen möglich wurden, stark zurückgedrängt worden.

2.3.2 Methode der finiten Elemente

Das in der Umformtechnik am weitesten verbreitete Simulationsverfahren ist ohne Zweifel die Finite-Elemente-Methode oder auch FEM. Die FEM ist ein mathematisches Verfahren zur numerischen Lösung partieller Differentialgleichungen. Dadurch ist die FEM prädestiniert zur Berechnung einer Vielzahl physikalisch-technischer Aufgabenstellungen, wie z.B. elastische Deformationen, plastische Formänderungen, Temperaturverteilungen sowie Strömungsfeldern /Kop98/. In der Umformtechnik wird sie schwerpunktmäßig zur Berechnung des Stoffflusses sowie der Spannungs-, Temperatur- und Formänderungsverteilungen eingesetzt.

Wird die Entwicklungsgeschichte der FEM verfolgt, so kann festgestellt werden, dass das Verfahren vornehmlich in den letzten 50 Jahren entwickelt wurde. Erste Parallelen zur FEM lassen sich allerdings schon im antiken Griechenland finden. So entwickelten *Eudoxos* (408-355 v. Chr.) und später *Archimedes von Syrakus* (287-212 v. Chr.) vereinfachte Modelle komplexer mathematischer Problemstellungen. Beide approximierten geometrische Modelle mit einer endlichen Menge einfacher Formen. Wird die Historie weiter verfolgt, stößt man im 19. Jahrhundert auf eine Arbeit von *Schellbach* /Sch52/, die die Lösung eines Minimalflächenproblems beschreibt, das der FEM schon sehr nahe kommt. Weitere Meilensteine sind die 1909 bzw. 1915 publizierten Ansätze von *Ritz* /Rit09/ und *Galerkin* /Gal15/. Mitte des 20. Jahrhunderts wurde erkannt, dass Problemstellungen viel leichter lösbar sind, wenn Ansatzfunktionen zur Beschreibung des Verschiebungszustandes durch ein Variationsprinzip eingesetzt werden. Fast alle früheren Untersuchungen auf Basis von Variationsprinzipien verwenden globale Ansatzfunktionen, die sich über die gesamte Struktur erstrecken. Diese Formulierungen gehen auf den Göttinger Mathematiker *Richard Courant* (1888-1972) zurück /Cou43/, /Fel94/. Er zeigte, wie im *Ritz'schen* Verfahren Ansatzfunktionen mit lokalem Träger (so genannte Hütchenfunktionen) zu verwenden sind und wie FEM-Berechnungen nach diesem Prinzip durchgeführt werden können. *Courants* Ideen basieren auf Überlegungen, die bis auf den Basler Mathematiker *Leonard Euler* (1707-1783) zurückgehen. Aufbauend auf Vorarbeiten von *Fermat* (1601-1665), *Jakob Bernoulli* (1655-1705) und *Johann Bernoulli* (1667-1748) entwickelte *Euler* die Variationsrechnung und formulierte 1743 das „Prinzip der kleinsten Wirkung“ /Lem98/. Die Arbeit von *Courant* fand damals jedoch keine praktische Anwendung, da es bei der Verwendung elementweise begrenzter Ansatzfunktionen zu Gleichungssystemen mit einer großen Anzahl von Unbekannten kommt, welche ohne Computerunterstützung nicht lösbar sind. Nachdem Anfang der sechziger Jahre derartige Rechner verfügbar waren, konnte das Konzept umgesetzt werden. Pionierarbeiten leisteten auf diesem Gebiet *John H. Argyris* /Arg55/ und *Olgierd C. Zienkiewicz* /Zie67/. Das Werk von *Zienkiewicz* gilt als erste Ingenieur-Monographie zur FEM und bewirkte ihre schnelle Verbreitung in ingenieurwissenschaftlichen Anwendungen /Geb03/.

Die Methode der finiten Elemente überführt das physikalische Problem grundsätzlich in ein Variationsproblem, wobei zur Lösung Bereichsansätze benutzt werden. Beispielsweise wird bei einem starr-plastischen Ansatz das Variationsprinzip des minimalen Leistungsverbrauchs verwandt.

$$\Theta = \int_V \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV = \min \tag{2.10}$$

Mit den Methoden der Variationsrechnung lässt sich zeigen, dass sich ein Geschwindigkeitsfeld v , welches das obige Funktional minimiert, aus der Lösung eines nicht notwendigerweise linearen Gleichungssystems berechnen lässt. Ferner wird davon ausgegangen, dass das Geschwindigkeitsfeld, welches das oben angeführte Problem löst, unter allen Geschwindigkeitsfeldern die minimale Leistung verbraucht. Diese Annahme ist auch intuitiv gerechtfertigt, da

die Natur stets den Weg des geringsten Energieaufwandes wählt!

In die obige Gleichung wird als Nebenbedingung noch die für plastische Vorgänge in Metallen wichtige Bedingung der Volumenkonstanz eingebracht. Zusätzlich muss die Zielfunktion noch den geometrischen, technologischen und kinematischen Randbedingungen der Problemstellung genügen /Kop98/.

Das allgemeine Prinzip der FEM besteht darin, ein kontinuierliches Gebiet in eine endliche Anzahl geometrisch einfacher Elemente aufzuteilen. In Abbildung 11 sind die wichtigsten Elemente zur Simulation in der Massivumformung dargestellt.

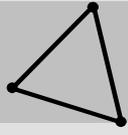
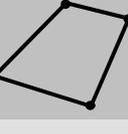
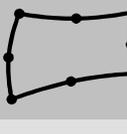
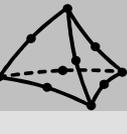
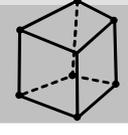
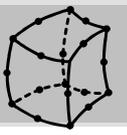
		Elementansätze	
		linear	quadratisch
2D-Elemente	Dreieck		
	Viereck		
3D-Elemente	Tetraeder		
	Hexaeder		

Abbildung 11: Übliche Elemente für die FEM-Simulation von Umformprozessen

Zur FEM-Berechnung von Prozessen mit großen plastischen Deformationen haben sich drei unterschiedliche Ansätze bewährt. Es wird zur Beschreibung der Element- und Knotentopologie zwischen einem ortsfesten und vom Werkstück entkoppelten Koordinatensystem (*Euler* Beschreibung) oder einem ortsfesten, werkstückgebundenen Koordinatensystem (*Lagrange* Beschreibung) unterschieden. Dabei ist die *Euler* Formulierung besonders für Prozesse mit stationärem Verlauf und geringer Formänderung (z.B. Drahtziehen und Strangpressen) interessant. Typische instationäre Prozesse (z.B. das Schmieden) können konsequenter durch die materielle *Lagrange* Formulierung beschrieben werden. Bei großen Formänderungen müssen jedoch numerische Fehler verursachende Elementverzerrungen korrigiert werden. Eine Methode, die die Vorteile beider Ansätze kombinieren soll, ist das so genannte *ALE* –Verfahren (*Arbitrary Lagrangian Eulerian*). In ihm werden Material- und Netzdeformationen weitgehend voneinander entkoppelt. Dadurch fällt die Netzdeformation wesentlich geringer aus und Remeshing Operationen (Neuvernetzung mit Übernahme der zu diesem Zeitpunkt vorliegenden Zielfunktionen während der Rechnung) werden seltener erforderlich.

Aufgrund der funktionalen Zusammenhänge ist die FEM ein klassisches Verfahren zur Vorwärtssimulation von Umformprozessen. Vorwärtssimulation heißt, der Anwender legt Randbedingungen wie Reibwertverhältnisse, Prozesseingangstemperaturen, Fließkurve, etc. fest und überprüft die Simulation hinsichtlich der eigentlichen Zielgrößen, wie z.B. der Formfüllung oder der Werkzeugbelastungen.

In diesem Bereich hat sich die Methode in einer Vielzahl von Problemstellungen etabliert. Obwohl FEM-Berechnungen in der Vergangenheit durch effizientere Algorithmen und die stetig steigende Hardwareperformance enorm an Rechengeschwindigkeit gewonnen hat, erlaubt die FEM aufgrund der langen Antwortzeiten keinen konstruktionsbegleitenden Einsatz. Hemmend wirkt sich diesbezüglich auch aus, dass zur Prozessoptimierung zumeist mehrere Simulationsdurchläufe erforderlich sind.

Die Gleichungen der FEM sind grundsätzlich nicht reversibel, d.h. sie erlauben keine rückwärtsgerichtete Vorgehensweise. Rückwärtsgerichtet heißt, dass Zielgrößen, wie beispielsweise eine ausreichende Formfüllung am Ende des Umformvorganges, dem Algorithmus vorgegeben und die sich daraus ergebende Vorformgeometrie ermittelt wird.

2.3.3 Prinzip des geringsten Zwanges

Mathieu entwickelte erstmals ein Werkstoffflusssimulationsprogramm zur Überprüfung der Stadienfolge nach dem Prinzip des geringsten Zwanges /Mat91/. Davon ausgehend, dass der Werkstoff stets in Richtung des kleinsten Zwanges fließt und der Annahme folgend, dass bei der Warmformgebung der größte Einfluss auf die Werkstoffbewegung durch die Geometrie des Werkzeuges gegeben ist, entwickelte *Mathieu* ein Programmpaket zur Simulation des Werkstoffflusses für rotationssymmetrische Teile. Nach diesem Prinzip findet die Materialbewegung auf so genannten Verdrängungsbahnen statt. Verdrängungsbahnen sind dadurch charakterisiert, dass sie

parallel zu den Längsachsen der Haupt- und Nebenformelemente eines Schmiedeteils verlaufen und entsprechend erfolgt die Werkstoffverdrängung im Mittel entlang der in Abbildung 12 eingezeichneten Bahnen.

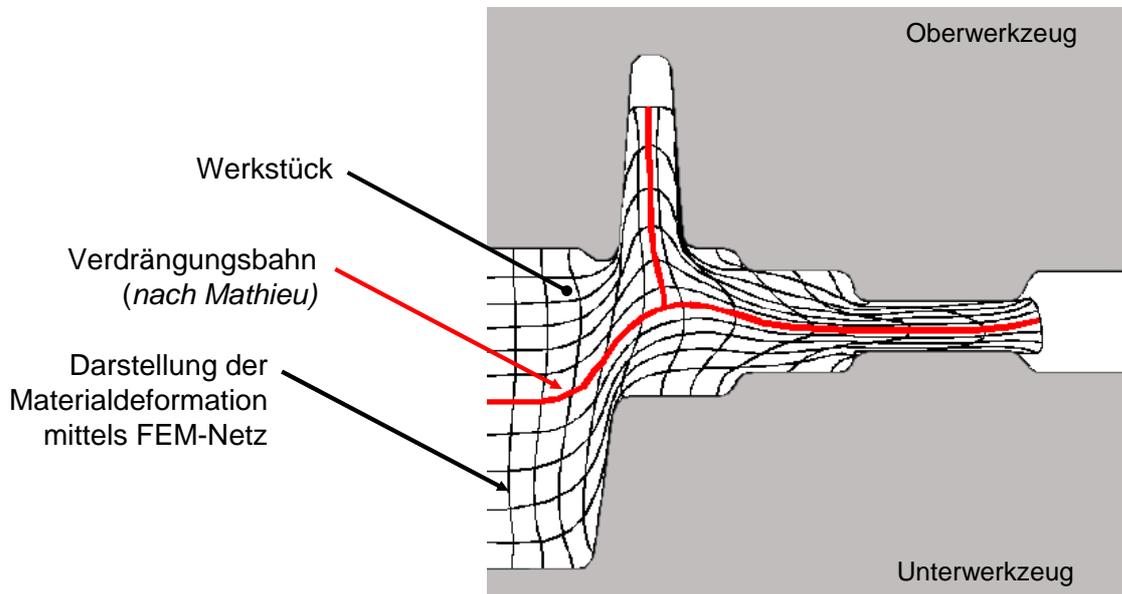


Abbildung 12: Vergleich zwischen einem FEM-Netz und der Verdrängungsbahnen nach *Mathieu*

Das durch die Werkzeugbewegung verdrängte Volumen kann im Ausgleich nur in Bereichen angelagert werden, die kontaktfrei sind. Zur Berechnung der Verdrängungsbahnen entwickelte *Mathieu* einen Algorithmus, der mittels einer Kugel, die ihren Radius - abhängig von ihrer Lage in der Gravur - so verändert, dass sie jeweils die maximal mögliche Größe einnimmt ohne sich zu deformieren. Fährt eine solche Kugel innerhalb des Werkzeugs sämtliche Positionen an, so beschreibt ihr Mittelpunkt eine Bahn (bei 3D-Teilen eine Ebene im Raum), die als Verdrängungsbahn (-ebene) angenommen wird. Abbildung 13 illustriert diese Methode.

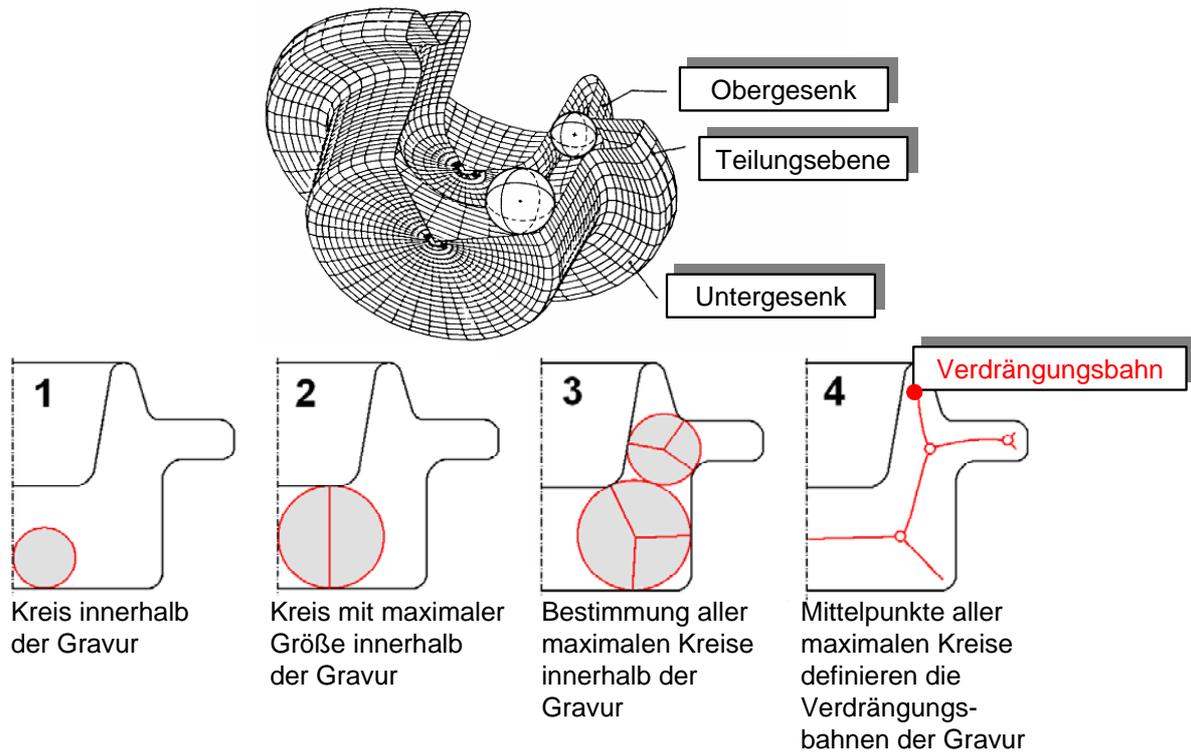


Abbildung 13: Kugelmodell nach *Mathieu /Mat91/*

Damit sind zwar die Bahnen bekannt entlang derer eine Werkstoffverdrängung denkbar ist, nicht aber die Volumenanteile, die in Richtung dieser Bahnen eine Werkstoffbewegung auslösen. Nach *Mathieu* ist die Intensität dieser Werkstoffbewegung abhängig von der Summe der geometrischen Widerstände, die entlang der Verdrängungsbahnen vorliegen. In Abhängigkeit von der Radienänderung, die sich durch Anpassung der Kugel (dehnen bzw. zusammenziehen) an die örtlichen Gravurabmessungen ergibt, sowie des zurückgelegten Weges, wird der Widerstand berechnet.

Nachdem mit Hilfe der Verdrängungsbahnen, der Verzweigungspunkte und der jeweiligen Radienänderungen der Kugel die Gesamtwiderstände der einzelnen Bahnketten ermittelt werden können, kann das durch das Zusammenfahren der Werkzeuge verdrängte Volumen auf die Anlagerungsstellen verteilt werden. Hierbei liegen dem Modell folgende Annahmen zu Grunde: Der Werkstofffluss innerhalb der Gravur folgt während der Umformung stets dem Prinzip des geringsten Zwanges, wobei die Materialbewegungen auf Verdrängungsbahnen stattfinden, die vorwiegend parallel zu den Achsen der Haupt- und Nebenformelemente verlaufen. Außerdem bleibt das Werkstückvolumen während des gesamten Umformprozesses konstant, d.h., dass die zu verarbeitenden Materialien inkompressibel sind und auch keine thermischen Schrumpfungseffekte im Algorithmus Berücksichtigung finden. Ferner erfolgt der Haupteinfluss während der Umformung durch die formgebenden Werkzeuge auf das Werkstück.

Die Aufteilung des verdrängten Volumens V erfolgt im umgekehrt proportionalen Verhältnis zu den berechneten Widerständen W an den Anlagerungsorten der Bahnketten:

$$V \sim \frac{I}{W}. \quad (2.11)$$

Angemerkt sei, dass die Arbeiten von *Mathieu* wesentlich zu den in dieser Arbeit vorgestellten Ansätzen beigetragen haben.

Beneker entwickelte das *Mathieu'sche* Verfahren weiter, indem er das zweidimensionale Modell zur Berechnung rotationssymmetrischer Teile auf solche Weise erweiterte, dass nunmehr auch gedrungene, scheibenförmige und rotationssymmetrische Schmiedeteile mit Nebenformelementen berechnet werden können [Ben95]. Hierzu entwickelte er ein auf das Fertigungsverfahren Schmieden angepasstes Schnittkurvenmodell. Die Beschreibung der geometrischen Gestalt von Werkzeughohlform und Schmiedestück erfolgt durch Schnittebenen.

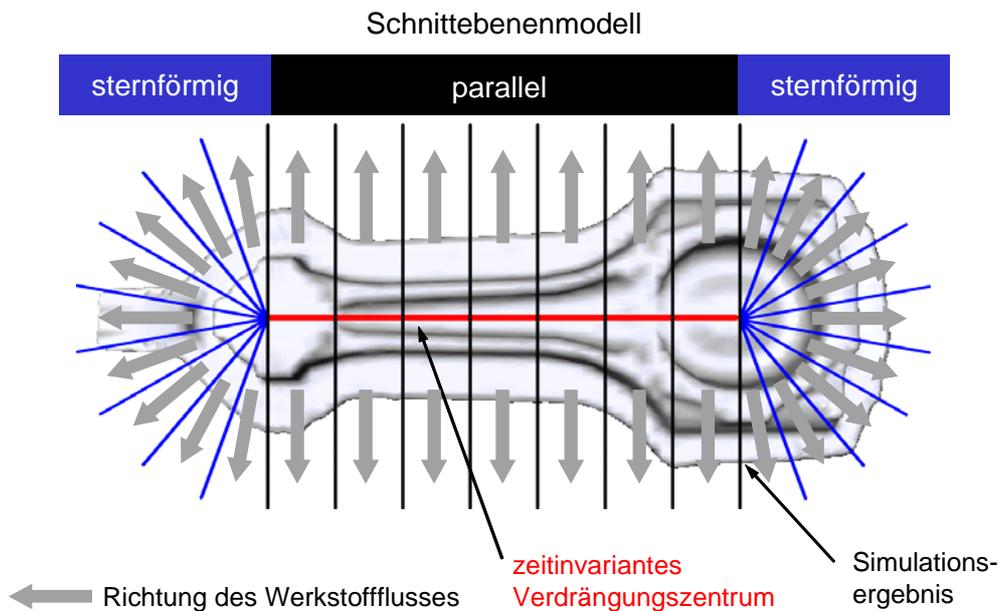


Abbildung 14: Schnittebenenmodell nach *Beneker* [Ben95/

Die Lage der einzelnen Schnittebenen werden bei der Modellbildung zum einen parallel und zum anderen sternförmig vorgegeben (Abbildung 14). Materialbewegungen finden nach diesem Modell stets innerhalb einer Schnittebene statt, wobei das Material sich sukzessiv vom Fließzentrum fort bewegt. Eine einheitlich nach außen laufende Schar von Schnittebenen kommt dem natürlichen Fließverhalten einer Vielzahl von Schmiedeteilen sehr nahe. Aufgrund des festgelegten Modells, das ein vorgegebenes Fließverhalten impliziert, ist die Berechnung beliebig geformter Schmiedeteile nach dieser Methode nicht möglich.

Michael wiederum erweiterte das Verfahren von *Beneker* [Mic99/]. Ausgehend von dem gleichen Schnittebenenmodell wie *Beneker* erweiterte er das Modell dahingehend, dass nun nicht von einem

radialen Werkstofffluss innerhalb der Ebenen ausgegangen werden muss, sondern auch der Querfluss zwischen den Ebenen Berücksichtigung findet.

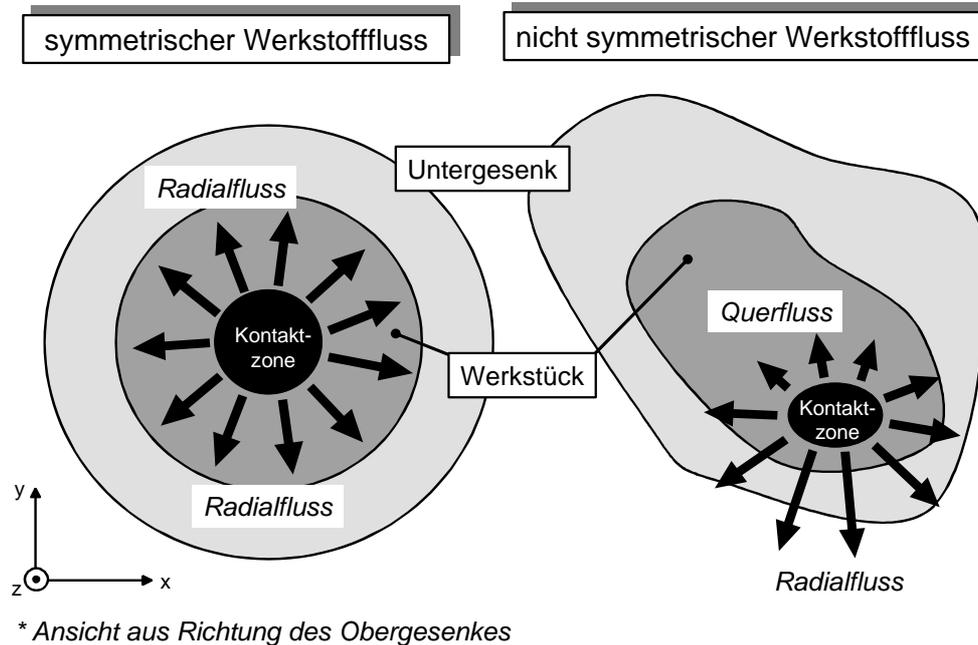


Abbildung 15: Einfluss auf das Fließverhalten durch unterschiedliche Kontaktbedingungen /Mic99/

Nichtsymmetrischer Werkstofffluss entsteht i.d.R. aufgrund vielschichtiger Kontaktbedingungen zwischen Werkstück und Werkzeug während der Umformung. Abbildung 15 verdeutlicht den Unterschied zwischen symmetrischen und nicht symmetrischen Kontaktbedingungen. Um den Querfluss zwischen den Schnittebenen berechnen zu können, bediente sich *Michael* der Fuzzy-Logik. Die Fuzzy-Logik zeichnet sich dadurch aus, dass kein mathematisches Systemmodell entwickelt werden muss, sondern die Erfahrungen und Kenntnisse des Prozessbedieners im Modell verarbeitet werden. Hierzu bedient sich die Methodik einer unscharfen Regelung, indem die Prozesskenngrößen durch linguistische Variablen ersetzt werden. Der Aufwand bei der Verwendung von Fuzzy-Logik ist im Vergleich zur konventionellen Regelungstechnik geringer und entsprechend sinkt auch die Rechenzeit.

2.4 Integration von Konstruktion und Simulation

Die Prozesssimulation stellt insbesondere in der Warmmassivumformung spezielle Anforderungen an die Konstruktion. Aufgrund der hohen Umformgrade, die beim Schmieden erzielt werden können, besitzen Schmiedeteile oftmals geometrisch komplexe Geometrien, die eine dreidimensionale Berechnung erforderlich machen. Wie bereits beschrieben, erlauben kommerzielle FEM-Systeme bereits heute die Berechnung des 3D-Werkstoffflusses einer Umformstufe in wenigen Stunden mit hoher Genauigkeit (in Abhängigkeit von der geometrischen Komplexität des Schmiedeteils und dem Vernetzungsgrad kann die Rechenzeit auch stark ansteigen) und bieten dabei vielfältige Analysemöglichkeiten. Allerdings sollte die Konstruktion

und Simulation der Umformstufen einer Stadienfolge nicht aufeinander folgend sondern integriert erfolgen (Abbildung 16).

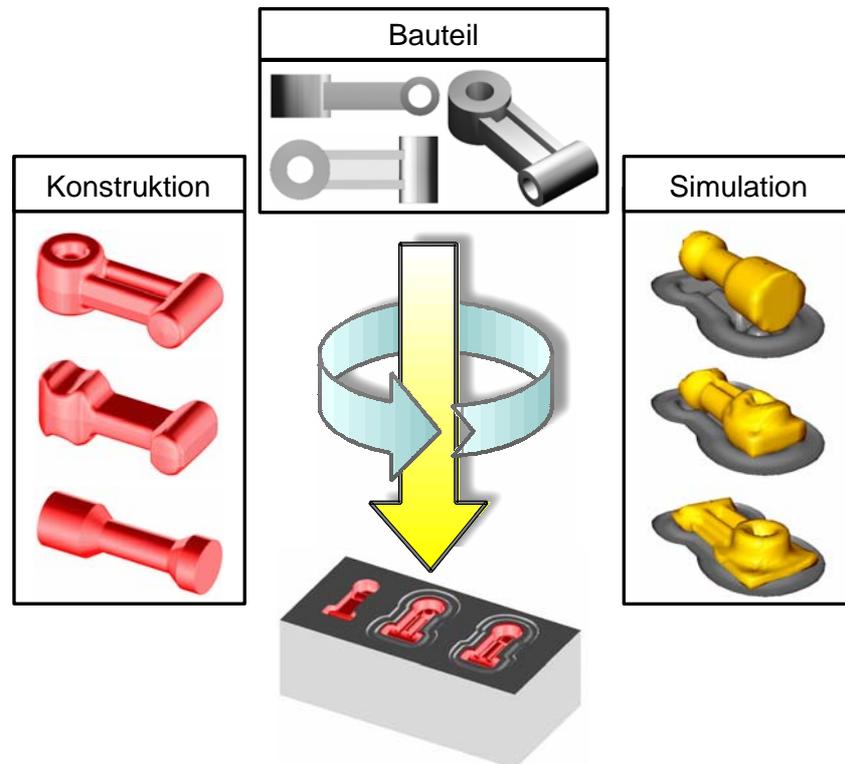
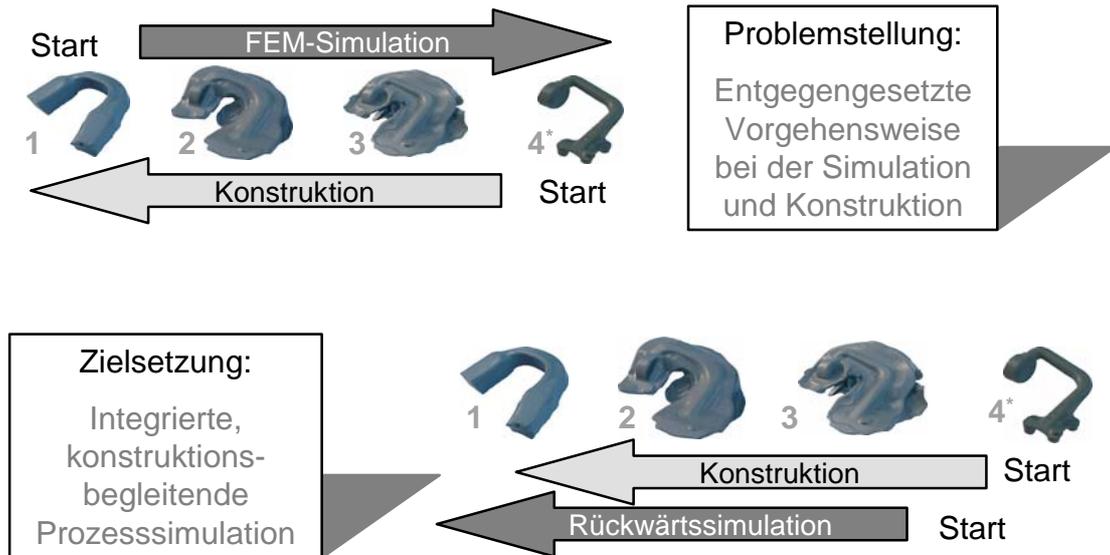


Abbildung 16: Simulationsgestützte Konstruktion von Schmiedeteilen und -werkzeugen /Bro99/

Eine vollständige Integration von Konstruktion und Simulation kann mit kommerziellen Simulationssystemen nur sehr bedingt umgesetzt werden, da es sich um separate, eigenständige Softwaresysteme handelt, wobei der Datentransfer i.d.R. über standardisierte oder direkte Schnittstellen erfolgt. Der Anlass für die fehlende Integration liegt in der grundsätzlichen Vorgehensweise.

Die Konstruktion einer Stadienfolge erfolgt stets rückwärts schreitend, d.h. der Konstrukteur leitet zunächst die Werkzeuge der letzten Umformstufe von der Fertigteilgeometrie ab, anschließend wird eine Vorform entwickelt und ggf. durch Simulation überprüft. Systembedingt wird die Simulation vorwärts schreitend durchgeführt, d.h. beginnend mit dem Vorprodukt findet eine Überprüfung der Formfüllung im Gesenk hinsichtlich möglicher Schmiedefehler statt, so dass bei ausreichender Formfüllung ein „Positiv“ der Werkzeuggeometrie vorliegt. Entspricht die Vorform nicht der Geometrie eines Halbzeugs bzw. kann nicht oder nur unwirtschaftlich durch vorgeschaltete Fertigungsverfahren, wie z.B. Reckwalzen, Querwalzen usw., hergestellt werden, sollte der Prozess durch eine weitere Umformstufe erweitert werden. Abbildung 17, oben illustriert diese sich widersprechenden Vorgehensweisen zwischen Simulation und Konstruktion.



* 3-stufiger Schmiedeprozess mit anschließendem Entgraten

Abbildung 17: Problemstellung und Zielsetzung bei der Auslegung von Stadienfolgen mittels CAE /Wie02/

Eine Integration der Simulation in den Konstruktionsprozess entsteht, wenn die Simulation einhergehend mit der Konstruktion rückwärts schreitend erfolgt (Abbildung 17, unten). Das Ziel dieser Arbeit besteht darin, ein Verfahren bereitzustellen, das diese Vorgehensweise zukünftig ermöglicht.

Anzumerken ist, dass die abgebildete Vorgehensweise in der Praxis nur bei Neuteilen, bei denen noch kein Erfahrungswissen vorliegt, üblich ist. Hingegen liegt das Hauptaugenmerk bei Schmiedeteilen, denen bereits ein großer Erfahrungsschatz zu Grunde liegt, darin, durch eine Prozessoptimierung die Wirtschaftlichkeit zu erhöhen. Beispielsweise erfolgt dies durch die Verringerung der Stadienfolge um ein oder mehrere Umformstufen oder durch Reduzierung des Einsatzgewichtes. Auch hier bietet die Rückwärtssimulation ein adäquates Mittel zur Lösungsfindung.

Neben den geschilderten technologisch wirtschaftlichen Vorteilen reduziert sich auch der Berechnungsaufwand bei Einsatz eines rückwärts gerichteten Simulationsprogramms. Das Flussdiagramm in Abbildung 18 verdeutlicht, dass der Aufwand zur Optimierung mehrstufiger Umformprozesse exponentiell ansteigt. Dies liegt darin begründet, dass die Änderung einer einzigen Zwischenstufe meist die Überprüfung des Gesamtprozesses nach sich zieht, um in der letzten Umformstufe – der Fertigform – stets eine ausreichende Formfüllung sicherstellen zu können. Ein linearer Anstieg des Berechnungsaufwandes liegt hingegen vor, wenn lediglich eine Umformstufe durch mehrere Simulationsdurchläufe optimiert werden muss.

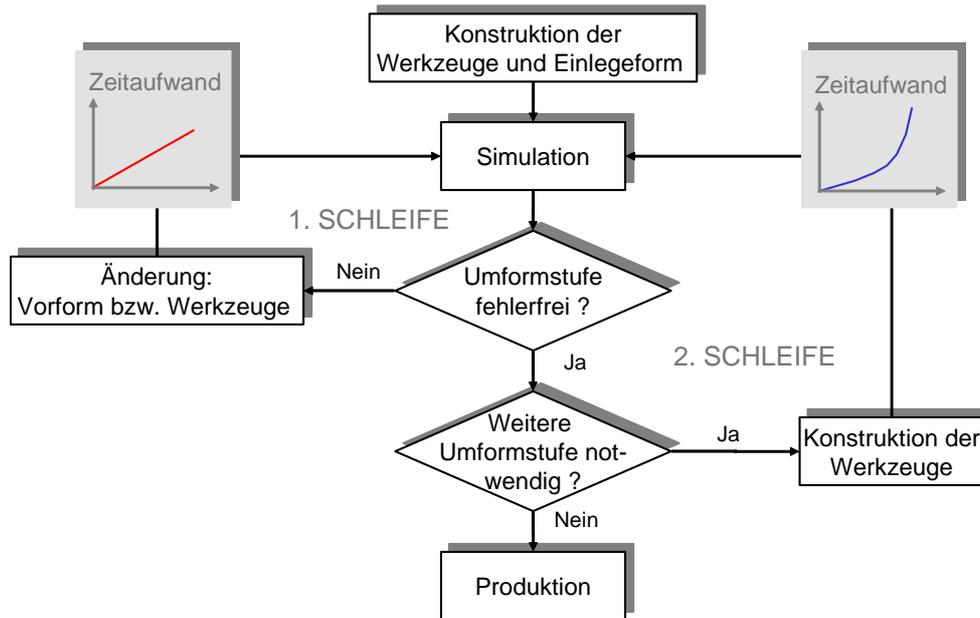


Abbildung 18: Prinzipielle Vorgehensweise zur Prozessauslegung mit konventionellen Simulationsverfahren

Durch den Einsatz eines rückwärts arbeitenden Simulationsverfahrens, das ausgehend vom umgeformten Teil gezielt die Einlegeform ermittelt, lässt sich die Entwicklung und Optimierung von Massivumformprozessen erheblich beschleunigen und einhergehend damit die Produktivität steigern.

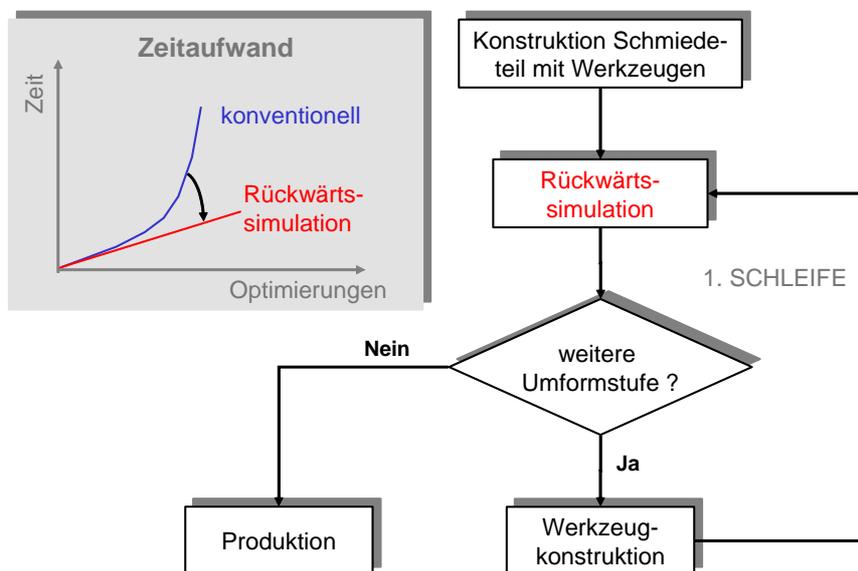


Abbildung 19: Prinzipielle Vorgehensweise zur Prozessauslegung mittels Rückwärtssimulation

Wird ein entsprechendes System bereits während der Konstruktionsphase eingesetzt, könnte zum einen der Konstruktionsaufwand gesenkt und zum anderen fehlendes konstruktionstechnisches Know-how teilweise ersetzt werden. Im Gegensatz zu konventionellen Simulationswerkzeugen, wie z.B. der FEM, erlaubt die Rückwärtssimulation eine eher intuitive und zielgerichtete Vorgehensweise. Entsprechend ermöglicht der Ansatz, dass auch bei der Entwicklung mehrstufiger

Prozesse nur ein moderater Zeitanstieg erfolgt (Abbildung 19). Demzufolge wird die erforderliche Zeitspanne für die Auslegung der Stadienfolge zur Fertigung von Neuteilen besser planbar. Diese Methodik bringt neben der Zeitersparnis auch eine Kostenreduzierung mit sich.

2.4.1 Rückwärtssimulationsverfahren

Bramley et al. stellten erstmals ein schnelles Simulationsprogramm zur Rückwärtssimulation von Schmiedeprozessen vor /Bra01/, /Bra99/. Das Programm UBET (upper bound elemental technique), welches auf dem Oberen-Schranken-Verfahren basiert, ermöglicht es, in 2D sowohl den vorwärts als auch den rückwärts gerichteten Werkstofffluss in kurzer Zeit zu berechnen. Für die Rückwärtssimulation wird von der Annahme ausgegangen, dass das Rohteil stets die simpelste und das Schmiedeteil stets die komplexeste geometrische Form annimmt. Die Vorformgeometrien werden dahingehend analysiert, ob die Komplexität von Umformstufe zu Umformstufe zunimmt. Als Maß für die Komplexität wird das Flächenträgheitsmoment zweiter Ordnung herangezogen. Hinsichtlich der Vorwärtssimulation existiert bereits eine 3D-Version der Software mit dem Namen TEUBA (tetrahedral upper bound analysis).

Yun et al. entwickelten ebenfalls ein System zur zweidimensionalen Berechnung des inversen Werkstoffflusses beim Schmieden. Um die Vorformgeometrie zu ermitteln, werden Gleichungen zur Berechnung elektrischer Feldlinien benutzt /Lee02/. Zusammenfassend kann jedoch konstatiert werden, dass 3D-Rückwärtssimulationssysteme für die Massivumformung noch nicht existieren. Ferner ist die Einbindung wichtiger technologischer Parameter, wie z.B. Reibung und Fließspannung, noch nicht gelungen.

In der Blechumformung haben sich bereits inverse Simulationsverfahren (oder sog. Einschnittverfahren) etabliert. Diese erlauben ausgehend von der Endgeometrie, die Simulation in einem Rechenschritt /EIM91/, /Bat95/. Dabei wird die Endgeometrie auf die Ausgangsform zurückgerechnet. Durch die diesen Programmen zu Grunde liegenden Annahmen ist eine exakte Simulation des Umformvorganges i.d.R. nicht möglich. In einigen Sonderfällen allerdings, beispielsweise wenn die Annahme linearer Dehnungspfade erfüllt ist, lassen sich damit auch nahezu exakte Ergebnisse erzielen. Die Schwierigkeit dieser Anwendung besteht in der Aufgabe zu entscheiden, inwieweit bei einem realen Pressteil die Annahmen der inversen Simulation erfüllt sind. Der sinnvolle Einsatz dieser Verfahren liegt deshalb nicht in der „exakten“ Simulation des Umformvorganges, sondern in Verbindung mit CAD-Systemen darin, schnelle Aussagen über die Machbarkeit umformtechnischer Lösungen treffen zu können /Ro199/.

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer Methode, die die rückwärts gerichtete Simulation von Warmmassivumformprozessen unter Berücksichtigung der Werkzeug- und Werkstückgeometrien, der Fließspannung sowie der Reibung zwischen Werkstück und Werkzeug in wenigen Minuten auf konventionellen Rechnern erlaubt. Hierbei wird erstmalig ein neuartiger Ansatz auf Basis der Medialen-Achsen-Transformation eingesetzt. Dieser erfasst die Umformwiderstände innerhalb der Gravur und leitet daraus den rückwärts gerichteten Materialfluss ab.

3 Aufgabenstellung

Die Gesenkschmieden in Deutschland haben in der Vergangenheit durch kontinuierliche Verbesserung ihrer Leistungsfähigkeit und Innovationskraft die Voraussetzung für eine Erfolg versprechende Zukunft auf den nationalen und internationalen Absatzmärkten geschaffen. Gleichzeitig wurde dadurch auch ihre Position im hart umkämpften Substitutionswettbewerb gefestigt. Auch in konjunkturschwächeren Jahren verzeichnete die Stahl und Metall verarbeitende Industrie in der Vergangenheit noch Umsatzsteigerungen /Rud00/. Dies ist nicht zuletzt darauf zurückzuführen, dass Schmiedeunternehmen durch den Einsatz von modernen Konstruktions- und Simulationsverfahren die Fertigungskosten stetig senken und einhergehend damit die Wertschöpfung weiter steigern konnten.

Das übergeordnete Ziel dieser Arbeit besteht u.a. darin, einen Beitrag zu leisten, um die Wettbewerbsfähigkeit der Schmiedindustrie gegen konkurrierende Herstellverfahren weiter zu steigern. Um diesen Trend aufrecht zu erhalten, sind auch in Zukunft neue innovative Werkzeuge notwendig, die die Prozessauslegung zielführend unterstützen und die Wertschöpfung steigern.

3.1 Problemstellung

Der Schmiedeprozess ist gekennzeichnet durch einen nichtlinearen Werkstofffluss während der Formgebung. Zudem wird das Fließverhalten durch eine Vielzahl technologischer Einflussgrößen bestimmt. Diese Eigenschaft führt in der Praxis dazu, dass die Auslegung der Stadienfolge schwer vorhersagbar ist und ein großes Erfahrungswissen voraussetzt. Bei Neuteilen führt dies zu einem erhöhten Versuchs- bzw. Simulationsaufwand.

Versuchsschmiedungen sind mit hohen Kosten verbunden. Die Durchführung von Versuchen erfordert die Herstellung entsprechender Werkzeugsätze und Vorformen, außerdem blockieren Versuche i.d.R. Produktionsanlagen. Kommt es bei den Versuchen zu Schmiedefehlern, wie z.B. einer unzureichenden Formfüllung, ist eine Änderung der Werkzeuge notwendig. Diese iterative Vorgehensweise ist mit einem hohen Zeitaufwand verbunden. Die Zuverlässigkeit von Versuchsschmiedungen ist extrem hoch, da sie unter Produktionsbedingungen erfolgen. Aus diesem Grund wird auch zukünftig nicht völlig auf Vorversuche verzichtet werden können. Das vorrangige Ziel wird sein, die Vorversuche auf ein Minimum zu reduzieren.

Alternativ bzw. im Vorfeld etwaiger Versuche wird der Umformprozess in der Praxis zunehmend simuliert. Zum Einsatz kommt meist die Finite-Elemente-Methode. Die 3D-Simulationsrechnung einer Umformstufe mit der FEM kann in wenigen Stunden abgeschlossen werden und oftmals als „übernacht“ Simulation vollzogen werden. Wird eine Optimierung des Gesamtprozesses angestrebt, steigen die Rechenzeiten dermaßen, dass ein wirtschaftlicher Einsatz oftmals nicht mehr praktikabel ist. Der Stadienplaner wird sich deshalb auf wenige Simulationen beschränken müssen und verfolgt demzufolge meist lediglich das Ziel der Prozesssicherheit. Dies führt dazu, dass eine Prozessoptimierung selten durchgeführt wird. Zukünftig werden Verfahren benötigt, die sich in den

Konstruktionsablauf integrieren lassen. Eine Integration kann dadurch erfolgen, dass ausgehend von einer optimalen Formfüllung, in wenigen Minuten durch die rückwärts gerichtete Prozesssimulation auf die Vorform geschlossen werden kann.

3.2 Zielsetzung

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines Verfahrens, welches es erlaubt, Schmiedeprozesse zukünftig nicht mehr nur vorwärts- sondern auch rückwärtsschreitend in vergleichsweise kurzer Zeit zu simulieren. Es wird ein Ansatz vorgestellt, der die theoretische Grundlage liefert, die rückwärtsgerichteten Fließvorgänge des Werkstückmaterials innerhalb der Gravur zu beschreiben.

Im Vergleich zu konventionellen Ansätzen, wie z.B. der Finite-Elemente-Methode, konzentriert sich dieser Ansatz im Wesentlichen auf die Erfassung der Fließvorgänge innerhalb der Gravur, mit dem grundsätzlichen Ziel, die Stadienfolge – die eine Schlüsselstellung beim Gesenkschmieden einnimmt – auszulegen. Lokale Größen, wie Temperatur- oder Spannungsverteilungen, werden in diesem Ansatz zunächst nicht berücksichtigt. Entsprechend ergeben sich vergleichsweise kurze Rechenzeiten, welche die Grundvoraussetzung einer integrierten, konstruktionsbegleitenden Softwarelösung darstellen.

Die folgenden beiden Abbildungen stellen die grundsätzlichen Unterschiede der vorwärts und rückwärts gerichteten Vorgehensweise gegenüber. Bei der Vorwärtssimulation, steht grundsätzlich die Frage im Vordergrund, welche Vorformgeometrie die Gravur bestmöglich ausfüllt. Meist sind mehrere Simulationsdurchläufe notwendig, um eine vollständige Formfüllung bei geringem Materialeinsatz zu gewährleisten.

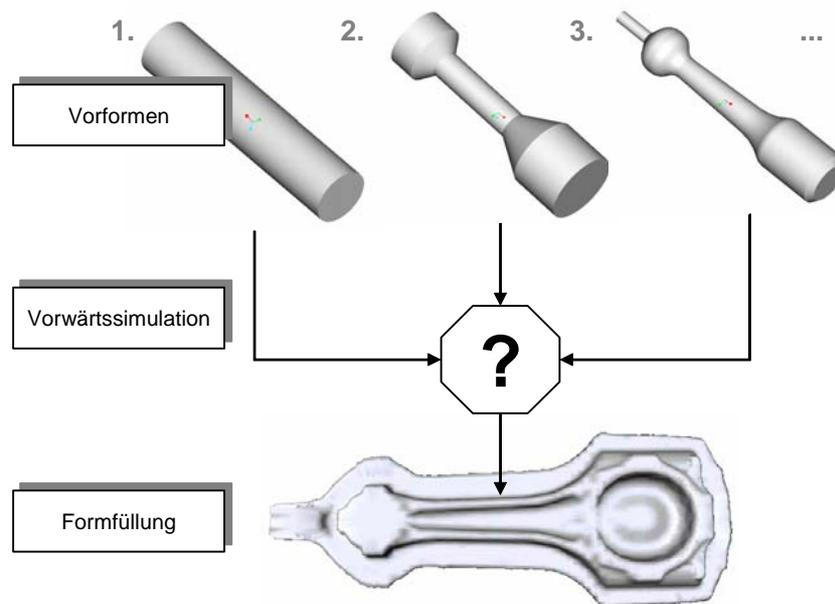


Abbildung 20: Überprüfung der Formfüllung durch eine vorwärts gerichtete Simulation

Der in dieser Arbeit vorgestellte Ansatz hat dagegen zum Ziel, die gewünschte Einlegegeometrie mit einem einzigen Simulationsdurchlauf zu erhalten (Abbildung 21).

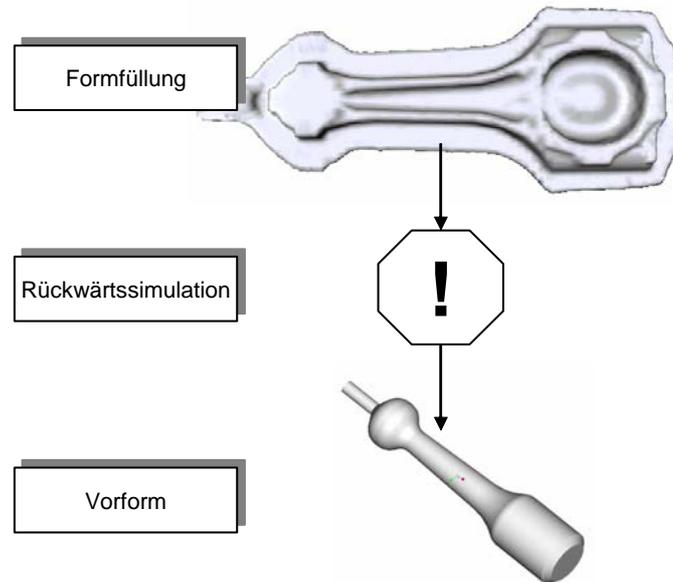


Abbildung 21: Berechnung einer optimalen Vorform durch die rückwärts gerichtete Simulation

Im Einzelnen ergeben sich aus der obigen Zielsetzung folgende Arbeitsschwerpunkte, die innerhalb dieser Arbeit umgesetzt wurden.

3.2.1 Methodenentwicklung

Angesichts der Forderung, ein schnelles und integriertes Simulationsprogramm zu erstellen, soll eine Methode eingesetzt werden, die beide Bedingungen in sich vereint und zudem auch die Rückwärtssimulation ermöglicht. Hierzu wird auf Vorarbeiten von *Mathieu*, *Beneker* und *Michael* zurückgegriffen und das von *Mathieu* entwickelte Kugelmodell zur Berechnung des geometrischen Fließwiderstandes eingesetzt [Mat91], [Ben95], [Mic99]. Dieses Verfahren zeichnet sich durch seinen dimensionsreduzierenden Charakter aus und ermöglicht eine kompakte Repräsentation der Daten und einhergehend damit die Umsetzung kurzer Berechnungszeiten.

3.2.2 Definition und mathematische Beschreibung der Methode

Ein wesentlicher Bestandteil der Methodenentwicklung besteht in der Verallgemeinerung des *Mathieu'schen* Kugelmodells, indem es durch einen allgemein anerkannten Algorithmus beschrieben wird. Allgemein anerkannt heißt in diesem Zusammenhang, dass ein Verfahren eingesetzt wird, das die ingenieurmäßige Denkweise durch mathematisch überprüfte Algorithmen abbildet.

Beispielhaft kann hier die Fourier- bzw. Fast-Fourier-Transformation erwähnt werden, die nach dem französischen Mathematiker *J.B. Fourier* (1768-1830) benannt ist. *Fouriers* Hauptarbeit ist das klassische Werk "La theorie analytique de la chaleur", das 1822 erschien. Darin behandelt er die Probleme der Wärmeleitung und verwendet dazu trigonometrische Reihen und Integrale. Diese Arbeit eröffnete den Weg zur *Fourier-Transformation*, die heute fester Bestandteil vieler

technischer Anwendungen ist. Entsprechend soll auch für die Rückwärtssimulation ein Algorithmus eingesetzt werden, der mathematisch bereits umfassend untersucht ist. Hier bietet sich die Mediale-Achsen-Transformation an, die alle Eigenschaften des *Mathieu'schen* Kugelmodells vereinigt.

3.2.3 Einbindung plastizitätstheoretischer Randbedingungen

Neben der Berechnung des geometrischen Fließwiderstandes, der durch die formgebende Werkzeugkontur bedingt ist, stellt sich die Frage, inwieweit technologische Randbedingungen das Schmiedeergebnis nachhaltig beeinflussen. Zu diesem Zweck wird auf elementarer, plastizitätstheoretischer Basis die Einbindung der Reibung und Fließspannung in das Simulationsmodell vorgenommen, um die Genauigkeit der Ergebnisse bei gleich bleibender Rechenzeit zu steigern.

3.2.4 Anbindung der Rückwärtssimulation an kommerzielle 3D-CAD-Systeme

Um auf der Basis bestehender CAD-Datensätze eine schnelle und einfache Modellbildung zu ermöglichen, soll eine Schnittstelle zu kommerziellen CAD-Systemen erweitert werden, so dass sie neben der konventionellen Vorwärtssimulation zukünftig auch das Datenformat der Rückwärtssimulation unterstützt. Komplexe Werkstück- und Werkzeuggeometrien sollen dabei direkt aus dem 3D-CAD-System mittels einer kommerziellen Schnittstelle exportiert und in den Präprozessor des vorwärts und auch rückwärts gerichteten Simulationsprogramms eingelesen werden. Dieser Präprozessor soll wiederum die Daten für die schnelle, rückwärts gerichtete Simulation aufbereiten.

3.2.5 Exemplarische Umsetzung der Methodik in einer Softwareanwendung

Basierend auf der mathematischen Grundlage wird eine Anwendung erstellt, so dass anschließend die Ergebnisse mittels beliebiger Schmiedeteilgeometrien verifiziert werden können. Die Umsetzung erfolgt zunächst auf zweidimensionaler Basis, wobei gleichzeitig die 3D-Erweiterung berücksichtigt wird. Zur Umsetzung des Berechnungsansatzes in ein Geometrie verarbeitendes Programm, müssen sowohl Werkzeug- als auch Werkstückdaten in diskretisierter Form abgelegt werden. Das zu entwickelnde Datenformat soll sich durch möglichst geringe Datenmengen und elementare Strukturen sowie eine einfache Modellbildung auszeichnen.

3.2.6 Verifikation der entwickelten Methode

Die erzielbare Genauigkeit der Simulationssoftware soll anhand zweier Praxisbeispiele dokumentiert werden. Die Ergebnisse der Rückwärtssimulation sollen denen einer konventionellen FEM-Simulation gegenübergestellt werden, um die Praxistauglichkeit der Methode zu überprüfen. Hierzu wird zunächst mittels der Rückwärtssimulation eine Vorform ermittelt. Mit dieser Vorform und identischen Werkzeugen wird anschließend eine FEM-Berechnung durchgeführt und zum Schluss die Formfüllung mit der Ausgangssituation der Rückwärtssimulation verglichen.

4 Die rückwärts gerichtete Werkstoffflusssimulation

Mit Festlegung von Werkzeug- und Gratbahngeometrie sowie der eingelegten Teileform ist ein bestimmtes Fließverhalten, das es zu optimieren gilt, innerhalb der Gravur weitestgehend vorgegeben. Bei der Gestaltung der Umformstufen ist die Kenntnis von der Auswirkung der abbildenden Geometrie (Werkzeug) auf den Werkstofffluss von entscheidender Bedeutung. Der Kenntnisstand wird mit zunehmender Erfahrung größer, reicht jedoch insbesondere bei Neuentwicklungen nicht aus, um einen fehlerfreien Werkstofffluss sicherzustellen. So wird der Konstrukteur immer wieder in der Fertigungsanlaufphase vor die Frage gestellt, wie auftretende Schmiedefehler, wie z.B. eine Überlappung oder eine unvollständige Füllung der Gravur, zu beheben sind. Er wird fast ausschließlich die Werkzeuggeometrie ändern, eine Einflussnahme auf das Fließverhalten über die Reibung sowie Temperatur kommt – wenn überhaupt – erst in zweiter Linie in Betracht. Diese übliche Vorgehensweise zeigt, wie sehr der Werkstofffluss abhängig ist von den beteiligten Geometrien der /Mat91/:

- Werkzeughohlform und der
- Werkstückeinlegeform.

Aber dennoch bewirken Einflussgrößen, wie:

- die Werkstücktemperatur, die durch die Werkzeugtemperatur, die geleistete Umformarbeit sowie durch die Umgebungstemperatur beeinflusst wird,
- die Reibung, die durch das Schmiermittel beherrscht wird,
- das Material, das über die Fließkennlinie definiert wird, die ihrerseits von der Temperatur, der Formänderung, der Formänderungsgeschwindigkeit abhängig ist

eine Veränderung des Fließverhaltens. Sie tragen zum Schmiedeergebnis zwar vergleichsweise gering bei, dennoch kommt diesen Parametern in der industriellen Praxis, insbesondere bei der Prozessoptimierung, eine wichtige Rolle zu.

Der hier vorgestellte Ansatz hingegen führt, neben der rückwärts gerichteten Berechnung des Werkstoffflusses, das Fließverhalten zunächst auf ein geometrisches Problem zurück. Im zweiten Schritt wird die Methode um technologische Einflussparameter erweitert, so dass die Genauigkeit und Zuverlässigkeit des Verfahrens weiter gesteigert wird.

4.1 Technologische Grundlagen zur Materialflusssimulation

Der Widerstand gegen Umformung ist neben den geometrischen Vorgängen innerhalb der Gravur allgemein charakterisiert durch den Werkstoffeinfluss und der Reibung zwischen Werkstück und Werkzeug während der Umformung. Der Werkstoffeinfluss wiederum wird durch die Fließkurve beschrieben.

4.1.1 Die Fließkurvengleichung

Die Fließspannung k_f charakterisiert die so genannte „Umformbarkeit“ eines Werkstoffes. Sie ist der Betrag der Spannung, die bei einachsigem Spannungszustand zum plastischen Fließen führt. Ferner hängt sie zum einen vom Werkstoff, zum anderen von der vorausgegangenen Formänderung ε , von der momentanen Formänderungsgeschwindigkeit $\dot{\varepsilon}$ und schließlich noch von der Temperatur T ab. Außerdem ist sie die Grundlage für die Berechnung umformtechnischer Zielgrößen wie Kräfte, Energien und Leistungen, aber auch örtlicher Größen wie Spannungen, Formänderungen und Temperaturen. Im verwendeten Modell dient die *Hansel-Spittel*-Fließkurvengleichung (4.1) als Basis für die Simulation:

$$k_f = A \cdot e^{m_1 T} \varepsilon^{m_2} \dot{\varepsilon}^{m_3} e^{\frac{m_4}{\varepsilon}} (1 + \varepsilon)^{m_5 T} \varepsilon^{m_7 \varepsilon} \dot{\varepsilon}^{m_8 T} T^{m_9}. \quad (4.1)$$

Sie ermöglicht es über die Regressionskoeffizienten m_1, \dots, m_9 einzelne Effekte, wie beispielsweise das Verfestigungsverhalten des Materials, während der Umformung zu berücksichtigen oder unberücksichtigt zu lassen. Im Bereich der Warmmassivumformung lassen sich die Fließkurven metallischer Werkstoffe i.d.R. mit den Parametern m_1, \dots, m_4 ausreichend genau beschreiben. Dadurch reduziert sich die Fließkurvengleichung zu:

$$k_f = A \cdot e^{m_1 T} \varepsilon^{m_2} \dot{\varepsilon}^{m_3} e^{\frac{m_4}{\varepsilon}}. \quad (4.2)$$

In obiger Gleichung übernehmen die Regressionskoeffizienten die Beeinflussung folgender Größen:

- A konstanter Faktor
- m_1 charakterisiert die Temperaturabhängigkeit
- m_2 charakterisiert das Verfestigungsverhalten des Materials
- m_3 charakterisiert die Abhängigkeit von der Vergleichsformänderungsgeschwindigkeit
- m_4 charakterisiert die Abhängigkeit von der Vergleichsformänderung

Jedes Material besitzt eine charakteristische Fließkurve, die in Versuchen messtechnisch erfasst werden kann. Metallische Werkstoffe haben stets eine von Null verschiedene Fließspannung. Der elastische Teil des sog. Spannungs-Dehnungs-Diagramms gehört nicht zur Fließkurve, er ist dieser vorgelagert und wird auch im hier vorgestellten Ansatz nicht weiter berücksichtigt. In der Simulation wird die Fließkurve dem Berechnungsalgorithmus durch die *Hansel-Spittel*-Fließkurvengleichung vorgegeben.

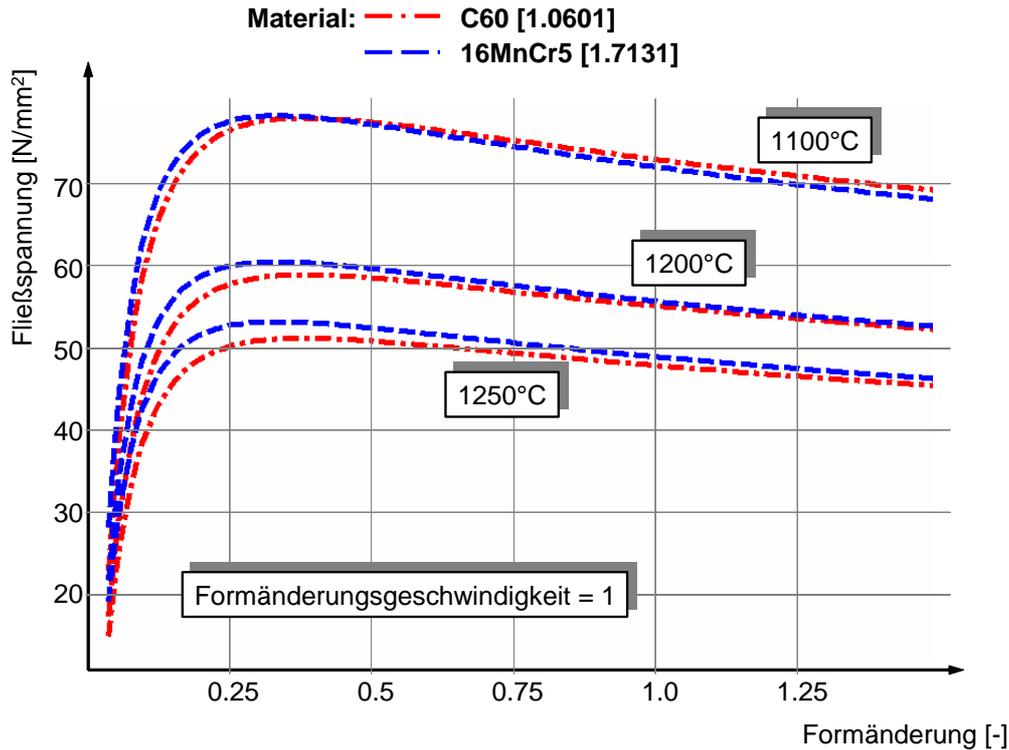


Abbildung 22: Fließkurven (Quelle FORGE3®)

Abbildung 22 stellt beispielhaft die Fließkurven der Werkstoffe C60 und 16MnCr5 in Abhängigkeit der Formänderung für drei unterschiedliche Temperaturen bei konstanter Formänderungsgeschwindigkeit dar. Es wird deutlich, dass mit zunehmender Werkstücktemperatur die Fließspannung stark abnimmt, d.h. der Widerstand mit dem das Material der Umformung entgegen wirkt, sinkt. Die auf der Abszissenachse aufgezeichnete Formänderung lässt die Fließspannung für Werte bis 0,25 zunächst stark ansteigen. Oberhalb dieser Grenze kommt es wiederum zu einem leichten, kontinuierlichen Abfall der Fließspannung. Stähle für die Warmumformung besitzen i.A. eine ähnliche Kurvencharakteristik. Die Reibung beeinflusst die Fließspannung nicht unmittelbar. Dennoch ist eine Wechselwirkung zwischen Reibung und Fließkurve während der Umformung nicht auszuschließen.

4.1.2 Das Reibgesetz

Reibung ist definiert als eine Wechselwirkung zwischen sich berührenden Stoffbereichen von Körpern. Sie wirkt stets der Relativbewegung entgegen. Innerhalb dieser Untersuchung fand ein modifiziertes Reibgesetz nach *Coulomb* Verwendung. Nach *Coulomb* sind die Reibkraft und die Normalkraft F_N linear miteinander verknüpft:

$$|F_R| = \mu \cdot |F_N|. \quad (4.3)$$

Der Proportionalitätsfaktor ist die Reibungszahl μ . Da beiden Kräften i.d.R. die gleiche Reibfläche zugeordnet werden kann, gilt:

$$|\tau_R| = \mu \cdot |\sigma_N| \quad (4.4)$$

mit der Reibschubspannung τ_R . Abbildung 23 veranschaulicht das in der Simulation verwendete Reibgesetz für zwei unterschiedliche Zahlenwerte von μ .

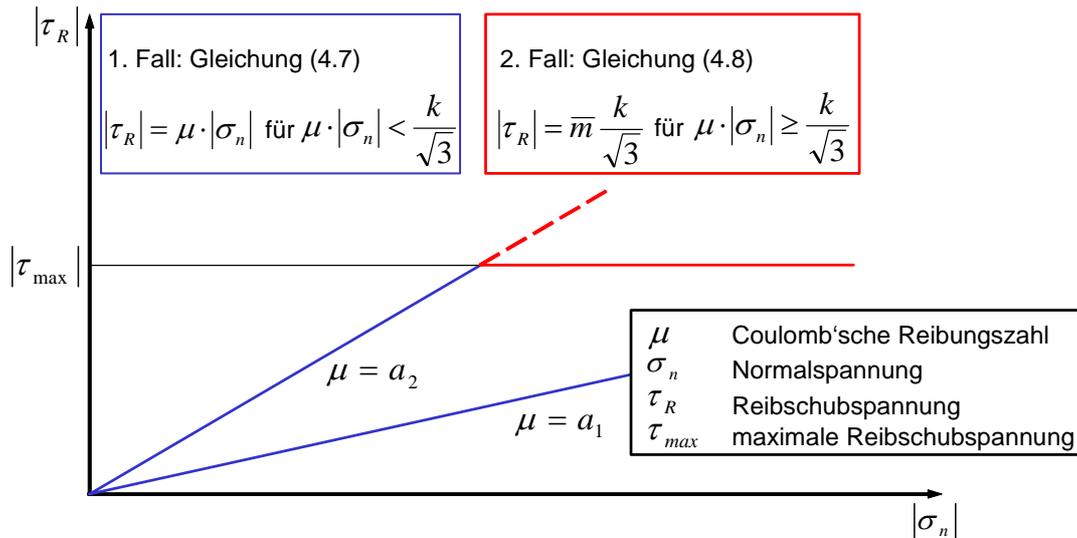


Abbildung 23: Das in der Simulation verwendete Reibgesetz

Tritt in der Kontaktfläche zwischen Werkstück und Werkzeug eine Relativbewegung auf, dann hängt die Reibschubspannung bei konstanter Reibungszahl zunächst linear von der Normalspannung ab. Erreicht die Reibschubspannung jedoch die Größe der Schubfließspannung k des weicheren Körpers, den i.d.R. das Werkstück darstellt, dann reagiert dieser Körper mit Schiebungen unterhalb der Kontaktfläche und die beiden Körper haften im Bereich der Kontaktfläche aneinander. Auch mit zunehmender Normalspannung bleibt die Reibschubspannung gleich der Schubfließspannung. Das *Coulomb'sche* Reibgesetz gilt nicht mehr. Wird für $|\sigma_N|$ die Fließspannung k_f eingesetzt, so ergibt sich nach *von Mises* die Grenzreibungszahl. Daraus ergibt sich folgende Fallunterscheidung:

$$|\tau_R| = \mu \cdot |\sigma_N| \quad \text{wenn} \quad \mu \cdot |\sigma_n| < \frac{k}{\sqrt{3}} \quad \text{und} \quad (4.5)$$

$$|\tau_R| = \bar{m} \cdot \frac{k}{\sqrt{3}} \quad \text{wenn} \quad \mu \cdot |\sigma_n| \geq \frac{k}{\sqrt{3}}. \quad (4.6)$$

Die Reibung ist innerhalb des verwendeten Programms durch den Anwender frei wählbar.

4.2 Mathematische Grundlagen zur Materialflusssimulation

Wie in Kapitel 3 „Aufgabenstellung“ bereits geschildert, besteht ein Ziel dieser Arbeit darin, das *Mathieu'sche* Kugelmodell auch für die Rückwärtssimulation durch einen verifizierten Algorithmus anwendbar zu machen. Verifiziert heißt in diesem Zusammenhang, dass ein Verfahren eingesetzt werden soll, welches die ingenieurmäßige Denkweise durch mathematisch überprüfte Algorithmen abbildet. Algorithmen, die einer breiten Beachtung genügen, zeichnen sich aus durch

- stabiles Laufverhalten,
- optimiertes Laufzeitverhalten,
- geringes Fehlerrisiko,
- definierte Anwendungsgrenzen,
- internationale Akzeptanz,
- Wartungsfreundlichkeit und
- weltweite Publikationen.

Hier bietet sich die Mediale-Achsen-Transformation an, die alle Eigenschaften des *Mathieu'schen* Kugelmodells in sich vereinigt.

Die mediale Achse als Ergebnis der Mediale-Achsen-Transformation – in Kurzform auch MAT – wurde 1967 von *Harry Blum* zur Darstellung und Analyse von Strukturen eingeführt /Blu67/. Ein Medialer Punkt auf der Achse entspricht bei einer zweidimensionalen Kontur dem Mittelpunkt eines Kreises, der an mindestens zwei Stellen die Außenkontur der beliebigen Fläche berührt. Die Mediale Achse ist die Verbindung aller möglichen Mittelpunkte innerhalb der Kontur. Auf der medialen Achse operiert die so genannte Radiusfunktion. Sie ordnet jedem Punkt der medialen Achse den Radius der zugehörigen maximalen Kreisscheibe zu und ermöglicht damit die exakte Rekonstruktion des zu Grunde liegenden Gebietes aus der medialen Achse.

4.2.1 Anwendungsmöglichkeiten der Medialen-Achsen-Transformation

Eine wichtige Anwendung der Mediale-Achsen-Transformation (MAT) besteht in der automatisierten Gittergenerierung, zum Beispiel für die FEM /Arm95/, /Gür89/, /Sri90/, /Tam91/. Der Einsatz der MAT bei der Netzgenerierung von FEM-Modellen ermöglicht eine vollkommen automatisierte Vorgehensweise und stellt somit eine wesentliche Beschleunigung dieses Arbeitsschrittes dar. Die Berechnung des Gitters verläuft dabei in Teilschritten. Zunächst erfolgt eine grobe Unterteilung des Gebietes mittels der MAT in einfache Teilgebiete, die anschließend vernetzt werden.

Die mediale Achse kann auch zur Komplexitätsreduktion eingesetzt werden /Arm95/. So lassen sich jene Teilgebiete des Ausgangsgebietes ermitteln, die für das makroskopische Verhalten der Fläche eine untergeordnete Rolle spielen. Die zu diesen Teilen zugehörigen Abschnitte der

medialen Achse werden entfernt und aus den verbleibenden Segmenten wird mit Hilfe des Rekonstruktionssatzes ein vereinfachtes Modell gewonnen. Sofern diese Teilgebiete und nicht ihre genauen Abmessungen benötigt werden, kann der Rechenaufwand durch die Dimensionsreduzierung verringert werden, indem zum Beispiel eine kreisförmige Aussparung zu einem Punkt zusammengezogen wird.

Die MAT bietet sich weiterhin für die Strukturanalyse beliebiger Formen an. So können mit ihrer Hilfe Symmetrien, Periodizitäten und Zusammenhänge zwischen Randsegmenten schnell und zuverlässig erkannt werden. Dem Analyseprozess kommen dabei wesentlich die dimensionsreduzierende Eigenschaft und die graphenähnliche Gestalt der medialen Achse zugute, die sowohl den Speicherbedarf als auch die Analysezeit reduziert.

Ferner wird sie zur Pfadprogrammierung bzw. -erkennung von Robotern eingesetzt /Gie94/. Bewegt sich ein Roboter in einem Gebiet, so ist die mediale Achse jener Weg, der den Abstand zum Rand maximiert. Insbesondere kann die MAT so auch zur Kollisionsvermeidung eingesetzt werden.

Die mediale Achse dient auch der Formenerkennung, etwa in der Mikrobiologie oder der Texterkennung /Chi92/. *Brand* entwickelte darüber hinaus das Modell einer Dokumentenverwaltung, in der die zu verwaltenden Objekte in Form einer medialen Achse abgelegt werden /Bra91/. Sie ermöglicht neben einer starken Datenkompression auch die freie Skalierbarkeit der Objekte und deren flexible, systemübergreifende Darstellung.

Eingesetzte Algorithmen, die direkt aus dem Ausgangsgebiet die mediale Achse berechnen, können ohne Anspruch auf Vollständigkeit in folgende Klassen unterteilt werden /Chi92/, /Mey88/, /Ogn93/:

- *Grassfire simulation*

Adaptiert das Vorgehen der *Blum'schen* Modellvorstellung. Hierbei wird die mediale Achse durch die isotrope Ausbreitung einer Löschrönt aus dem Gebiet „herausgeschält“.

Problematisch dabei ist jedoch, dass eine solche echte Isotropie im digitalen Raum nicht erreicht werden kann.

- *Boundary tracking simulation*

Ausgehend von einem beliebigen Mittelpunkt einer maximalen Kreisscheibe wird die mediale Achse sukzessiv berechnet. Die Konstruktion benachbarter Punkte erfolgt dabei mit Hilfe von Tangenten an den Rand. In diesem Fall können die diskreten Punkte des Randes auch als Knoten eines Polygons aufgefasst werden.

Die allgemein verfügbaren Algorithmen zur MAT gehen entweder von einem konvexen Randgebiet aus oder bringen aufgrund ihrer Komplexität ein schlechtes Laufzeitverhalten mit. Da der Algorithmus zur Berechnung des rückwärts gerichteten Werkstoffflusses beim Schmieden konstruktionsbegleitend eingesetzt werden soll und innerhalb weniger Minuten abgeschossen

werden sollte, bietet sich eine alternative Vorgehensweise an, die im Weiteren genauer beschrieben wird.

Ein entscheidendes Hilfsmittel zur Konstruktion der mediale Achse ist das *Voronoi* Diagramm – jene Partition der euklidischen Ebene, die jedem Punkt einer vorgegebenen Menge diejenigen Punkte der Ebene zuordnet, deren Abstände zu diesem kleiner als zu allen anderen Punkten der besagten Menge ist. Im weiteren Verlauf werden die Eigenschaften der *Voronoi* Diagramme definiert. Das geometrische Dual eines *Voronoi* Diagramms ist die *Delaunay* Triangulation¹. Diese Art der Vernetzung wird anschließend ausführlich behandelt.

4.2.2 Das Voronoi Diagramm

Beim *Voronoi* Diagramm rührt, wie bei vielen anderen fundamentalen mathematischen Ideen, die Eleganz und Faszination des Konzeptes aus seiner anwendungsreichen und nützlichen Einfachheit her. Geschichtlich gesehen ist das *Voronoi* Diagramm ein antikes Konzept. Die ersten anerkannten Publikationen stammen allerdings von *Dirichlet* aus dem Jahre 1850 /Dir50/ und von *Voronoi* von 1908 /Vor08/. Zu Ehren dieser beiden Mathematiker wird die Bezeichnungen *Voronoi* Diagramm bzw. *Dirichlet* Tessellation verwendet, wobei die Letztere eher ungebräuchlich ist.

Die Beschäftigung mit *Voronoi* Diagrammen hat neben dem theoretischen auch ein praktisches Interesse, denn überraschenderweise gibt es noch immer neue Anwendungsgebiete oder Erweiterungen bestehender Anwendungen dieser Struktur, die bisher unentdeckt waren, schlichtweg übersehen wurden oder deren Notwendigkeit sich noch nicht ergeben hat. Besonders in der Ebene und im Raum findet sich eine große Menge von Anwendungen, die auf dem *Voronoi* Diagramm einer Punktmenge, der dazu dualen *Delaunay* Triangulation einer Punktmenge oder einer der vielfältigen Verallgemeinerungen und Erweiterungen der beiden Strukturen basieren.

Obwohl die Literatur sehr umfangreich ist, gibt es doch eine durchaus überschaubare Menge an zusammenfassenden Übersichtsartikeln und –büchern, die sich mit dem Themenkreisen „Mediale-Achsen-Transformation“, „*Voronoi* Diagramm“ und „*Delaunay* Triangulation“ auseinandersetzen. Zu nennen sind hierbei unter anderem die Bücher von *Mehlhorn* /Meh84/, *Preparata* und *Shamos* /Pre85/, *Edelsbrunner* /Ede87/, *O'Rourke* /Rou94/, *Mulmuley* /Mul94/ sowie das einzige Buch, das sich voll und ganz dem Konzept des *Voronoi* Diagramms widmet /Oka92/. Als Übersichtsartikel bezüglich *Voronoi* Diagramme sind ohne Anspruch auf Vollständigkeit besonders die Artikel /Aur91/, /For/, /Lev/ hervorzuheben und bezüglich Computational Geometry im Allgemeinen die Artikel /Lee84/, /Gui88/, /Yao90/. Die zitierten Quellen geben einen guten Einblick in das Arbeitsgebiet; sie führen dabei grundlegende Begriffe, Techniken und Algorithmen ein und machen Aussagen über die Komplexität der Probleme und Lösungsmöglichkeiten.

¹ Triangulation bezeichnet die Festlegung eines Netzes aus Dreieckselementen (vgl. Kapitel 4.2.3).

Die algorithmischen Möglichkeiten, die die Transformationen, Diagramme und Triangulierungen liefern, fußen zu guter Letzt auf speziellen topologische Eigenschaften der rückwärts gerichteten, plastizitätstheoretischen Aufgabenstellung beim Gesenkschmieden. Deshalb werden im Folgenden die mathematischen Zusammenhänge im Kontext zu dieser Arbeit erläutert.

4.2.2.1 Definition des *Voronoi* Diagramms

Gegeben sei eine endliche Menge P von mindestens zwei unterschiedlichen Punkten in der euklidischen Ebene, die als Erzeugerpunkte (engl. generator point) bezeichnet werden. Werden alle Punkte der Ebene jeweils dem nächstgelegenen Erzeugerpunkt $p_i \in P$ zu geordnet, entsteht eine Unterteilung der Ebene in eine Menge von Regionen. Eine Region korrespondiert mit jeweils einem Punkt $p_i \in P$.

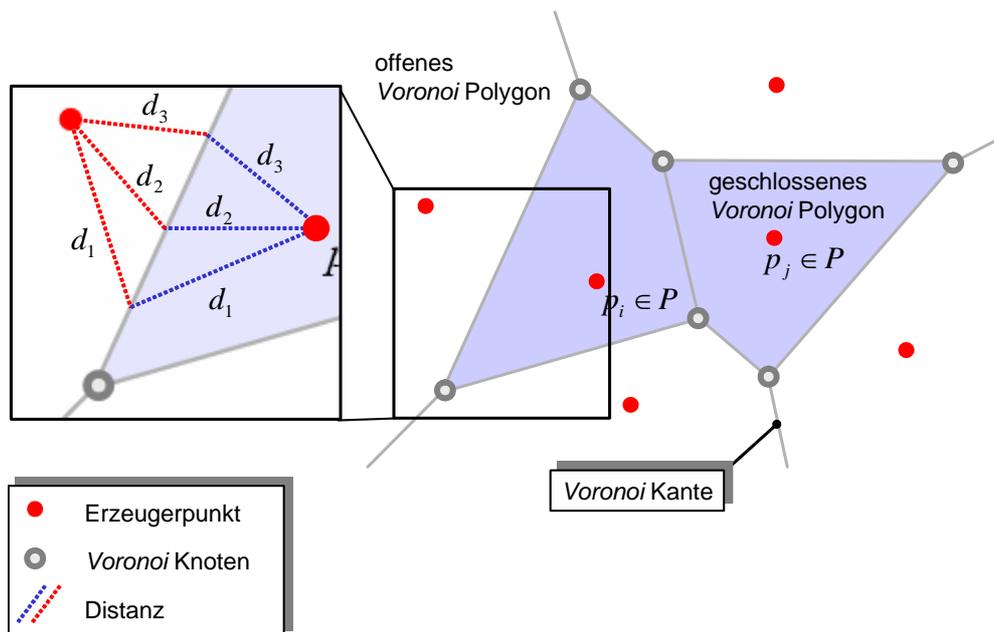


Abbildung 24: *Voronoi* Diagramm bestehend aus sechs Erzeugerpunkten

Das entstandene Mosaik wird als *Voronoi* Diagramm und die einzelnen Regionen, aus denen sich das Diagramm zusammensetzt, werden *Voronoi* Polygone bezeichnet (siehe Abbildung 24). Punkte, die zu zwei oder mehr Punkten der gegebenen Punktmenge P denselben Abstand haben, bilden die Begrenzungslinien der einzelnen *Voronoi* Polygone. Mathematisch formuliert bedeutet dies:

Eine endliche Anzahl von Punkten p_1, \dots, p_n liege in der euklidischen Ebene. Diese Punkte sind durch ihre kartesischen Koordinaten $(x_{11}, x_{12}), \dots, (x_{n1}, x_{n2})$ bzw. durch die Ortsvektoren $\underline{X}_1, \dots, \underline{X}_n$ gegeben, mit:

$$\underline{X}_i \neq \underline{X}_j \text{ für } i \neq j, \text{ wobei } i, j \in I_n = \{ 1, \dots, n \}. \quad (4.7)$$

Sei nun p ein beliebiger Punkt der euklidischen Ebene, der einem der Punkte p_i für $i \in I_n$ zugeordnet werden soll, dann gelingt dies über die euklidische Distanz von p zu p_i . Die euklidische Distanz $d(p, p_i)$ der beiden Punkte p und p_i ist definiert durch:

$$d(p, p_i) = |\underline{X} - \underline{X}_i| = \sqrt{(x_1 - x_{i1})^2 + (x_2 - x_{i2})^2}. \quad (4.8)$$

Der Punkt p_i ist der nächste oder einer der nächsten Punkte von p falls

$$|\underline{X} - \underline{X}_i| \leq |\underline{X} - \underline{X}_j| \text{ für } i \neq j \text{ und } i, j \in I_n \quad (4.9)$$

erfüllt ist. In diesem Fall wird p dem Punkt p_i zugeordnet. Aus diesen Zusammenhängen lässt sich eine erste Definition für ein *Voronoi* Diagramm ableiten:

Gegeben sei eine Menge $P = \{p_1, \dots, p_n\}$, wobei wobei $2 \leq n < \infty$ und $\underline{X}_i \neq \underline{X}_j$ für $i \neq j$, mit $i, j \in I_n = \{1, \dots, n\}$ gilt. Dann heißt die Region $V(p_i)$, die durch:

$$V(p_i) = \{\underline{X} : |\underline{X} - \underline{X}_i| \leq |\underline{X} - \underline{X}_j| \text{ für } i \neq j \text{ und } i, j \in I_n\} \quad (4.10)$$

gegeben ist, *Voronoi* Polygon zum Punkt p_i . Die Menge die durch

$$VD = \{V(p_1), \dots, V(p_n)\} \quad (4.11)$$

gegeben ist, wird als *Voronoi* Diagramm von P bezeichnet. Der Punkt p_i von $V(p_i)$ ist der Erzeugerpunkt (engl.: generator point) des i -ten *Voronoi* Polygons und die Punktmenge $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ die Erzeugermenge (engl.: generation set) des *Voronoi* Diagramms VD .

In Gleichung (4.10) wurde das „ \leq “ Zeichen verwendet. Dies bedeutet, dass das *Voronoi* Polygon geschlossen ist. Alternativ kann eine *Voronoi* Polygon an gleicher Stelle auch durch ein „ $<$ “ Zeichen definiert werden. Ein derartiges Konstrukt wird als offenes *Voronoi* Polygon bezeichnet. Im Folgenden ist ein *Voronoi* Polygon immer als ein geschlossenes Polygon definiert, da nur diese Form im Rahmen der Aufgabenstellung relevant ist. Folglich ist aufgrund der Abgeschlossenheit der *Voronoi* Polygone der äußere Rand $\partial V(p_i)$ in der Menge $V(p_i)$ enthalten. Der Rand eines *Voronoi* Polygons kann aus Liniensegmenten bestehen, die als *Voronoi* Kanten e_i bezeichnet werden. Eine *Voronoi* Kante kann alternativ auch als Liniensegment definiert werden, das zu zwei aneinandergrenzenden *Voronoi* Polygonen gehört. Mathematisch kann dieser Zusammenhang auch folgendermaßen dargestellt werden:

Wenn $V(p_i) \cap V(p_j) \neq \emptyset$ ergibt die Schnittmenge $V(p_i) \cap V(p_j)$ eine Kante des *Voronoi* Diagramms, die zu einem Punkt degenerieren kann. In Übereinstimmung mit der Notation e_i wird $e(p_i, p_j)$ für $V(p_i) \cap V(p_j)$ verwendet, d.h. $e(p_i, p_j)$ ist die durch p_i und p_j erzeugte *Voronoi* Kante. Es ist anzumerken, dass $e(p_i, p_j)$ leer sein kann. Ist $e(p_i, p_j)$ weder leer noch ein Punkt, grenzen die *Voronoi* Polygone $V(p_i)$ und $V(p_j)$ aneinander, sie sind benachbart. Ein Endpunkt einer *Voronoi* Kante wird *Voronoi* Knoten (engl.: vertex) genannt.

Ein *Voronoi* Knoten kann alternativ auch als Punkt definiert werden, der ein Element von mindestens drei *Voronoi* Polygonen ist. Ein *Voronoi* Knoten wird mit q_i bezeichnet. Existiert zumindest ein *Voronoi* Knoten in dem sich vier oder mehr Kanten des Diagramms *VD* treffen, wird das *VD* als degeneriert bezeichnet (Abbildung 25). Degenerierte *Voronoi* Diagramme entstehen häufig, wenn die Erzeugerpunkte in regelmäßiger Form angeordnet sind. Bei der programmtechnischen Umsetzung der Software würden degenerierte *Voronoi* Diagramme eine spezielle, ausführliche Behandlung erfordern, da aus Ihnen keine eindeutige Triangulation erzeugt werden kann.

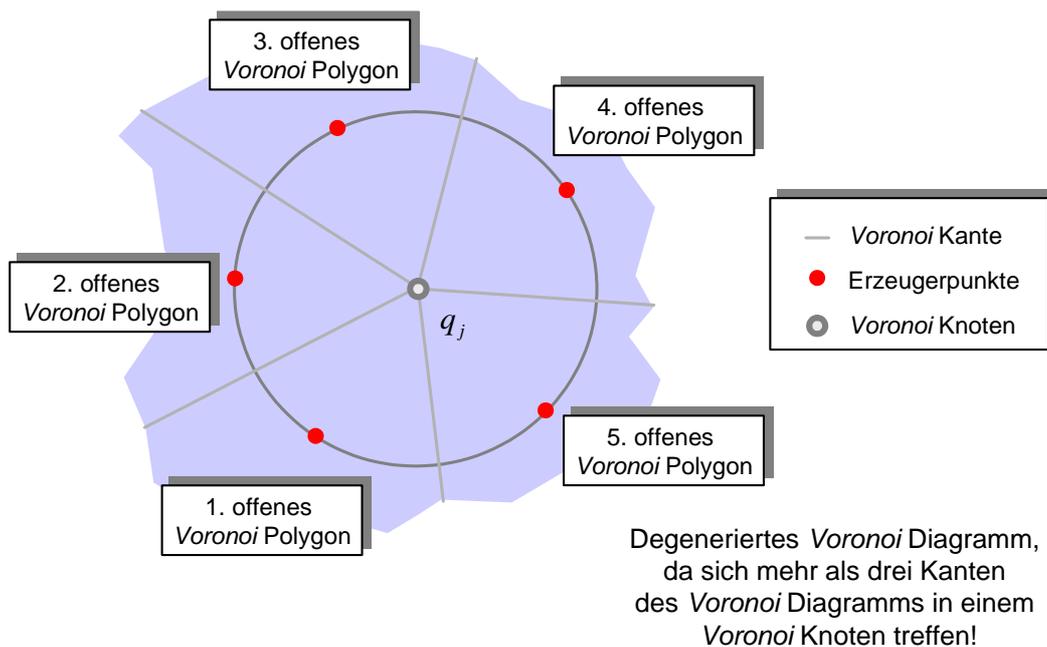


Abbildung 25: Beispiel eines degenerierten *Voronoi* Diagramms

Da hinsichtlich der Problemstellung diese Art der *Voronoi* Diagramme nicht relevant ist, wird im Vorfeld folgende Einschränkung getroffen:

In jedem *Voronoi* Knoten eines *Voronoi* Diagramms treffen sich immer genau drei *Voronoi* Kanten.

Abbildung 26 zeigt im Vergleich zu Abbildung 25 ein nicht degeneriertes *Voronoi* Diagramm. Eine einfache Überprüfung hinsichtlich der Degeneration kann dadurch erfolgen, dass ein Kreis, dessen

Mittelpunkt mit einem *Voronoi* Knoten q zusammenfällt, genau drei Erzeugerpunkte tangiert. Genau diese Punkte dienen später der Triangulation des Gebietes.

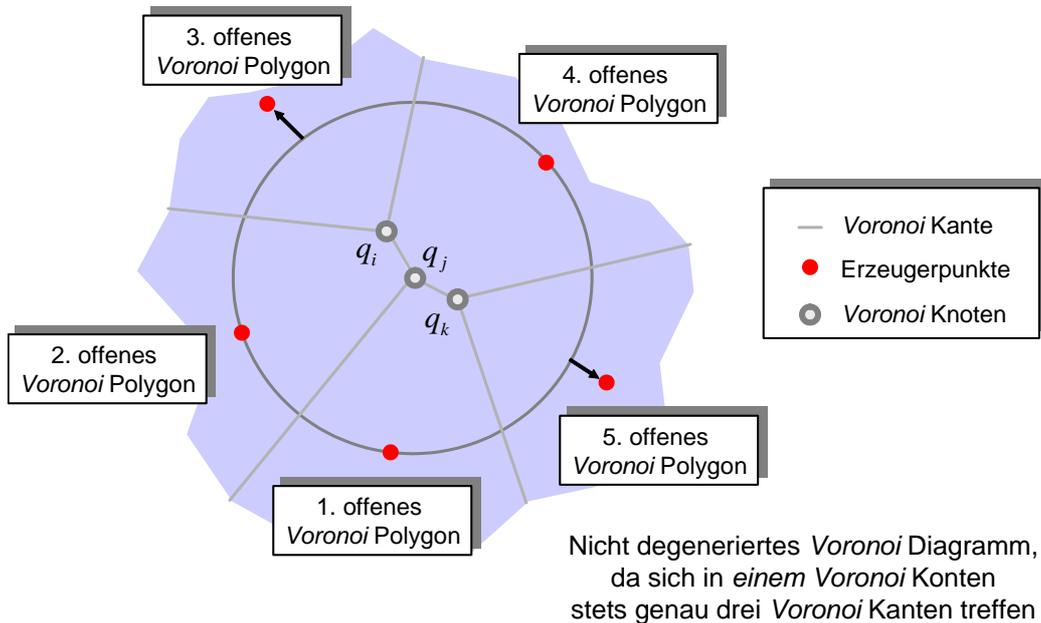


Abbildung 26: Beispiel eines nicht degenerierten *Voronoi* Diagramms

Alternativ kann das *Voronoi* Diagramm auch über Halbebenen definiert werden. Dazu werden der Begriff Bisektor zweier Punkte p_i und p_j sowie der Begriff, der durch einen Bisektor begrenzten Halbebene (engl.: dominance region), eingeführt. Der Bisektor ist die Mittelsenkrechte des Liniensegmentes $\overline{p_i p_j}$, das die zwei Erzeugerpunkte p_i und p_j verbindet und wird als $b(p_i, p_j)$ bezeichnet (Abbildung 27). Die Punkte auf dem Bisektor haben den gleichen Abstand von p_i und p_j , d.h.

$$b(p_i, p_j) = \{X : |\underline{X} - \underline{X}_i| = |\underline{X} - \underline{X}_j| \text{ für } i \neq j \text{ und } i, j \in I_n\}. \quad (4.12)$$

Der Bisektor teilt die Ebene in zwei Halbebenen entsprechend

$$H(p_i, p_j) = \{X : |\underline{X} - \underline{X}_i| \leq |\underline{X} - \underline{X}_j| \text{ für } i \neq j \text{ und } i, j \in I_n\}. \quad (4.13)$$

$H(p_i, p_j)$ wird als Halbebene von p_i über p_j bezeichnet. Diese Region ist die durch den Bisektor begrenzte, offene Halbebene, die p_i enthält.

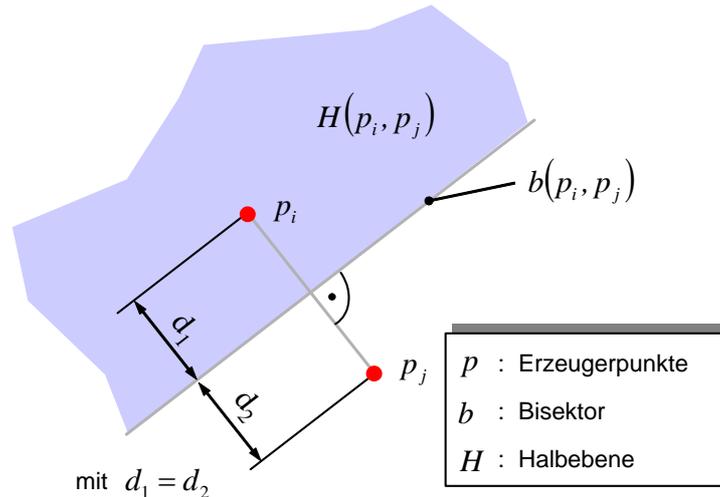
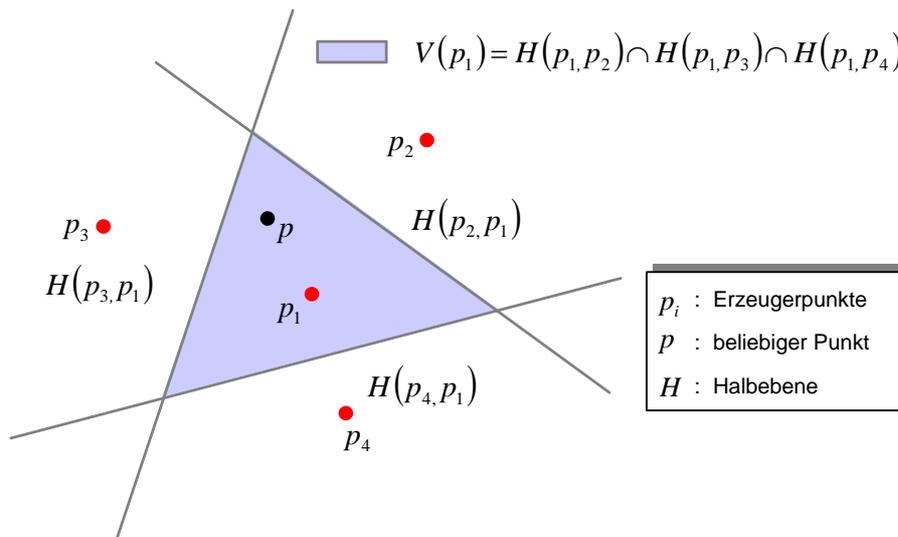


Abbildung 27: Der Bisektor zweier Punkte p_i, p_j und die durch ihn begrenzte offene Halbebene $H(p_i, p_j)$

In **Abbildung 28** sind die Halbebenen der Erzeugerpunkte p_1 über p_2, p_3 und p_4 dargestellt. Es ist offensichtlich, dass in $H(p_i, p_j)$ die Entfernung zum Erzeugerpunkt p_i kleiner oder gleich derjenigen zu p_j ist. Daher ist die Entfernung eines beliebigen Punktes p , der sich innerhalb des Verschneidungsbereiches befindet, kleiner oder gleich der Entfernung von p zum Erzeugerpunkt p_j mit $j = 2,3,4$. Dieser Zusammenhang ist äquivalent zur Definition (4.10) des *Voronoi* Polygons. Folglich ergibt die Schnittmenge $H(p_1, p_2) \cap H(p_1, p_3) \cap H(p_1, p_4)$ das zu p_1 korrespondierende *Voronoi* Polygon.



Innerhalb von $V(p_1)$ ist die Distanz eines beliebigen Punktes p zu p_1 stets kleiner als zu irgend einem anderen Erzeugerpunkt des *Voronoi* Diagramms

Abbildung 28: Über Halbebenen ermitteltes *Voronoi* Polygon

Damit kann alternativ eine weitere Bildungsvorschrift aufgestellt werden, die wie folgt lautet:

Sei die Menge $P = \{p_1, \dots, p_n\} \subset \mathbb{R}^2$ gegeben mit $2 \leq n < \infty$, wobei für die beiden Ortsvektoren $\underline{X}_i \neq \underline{X}_j$ $i \neq j$ mit $i, j \in I_n = \{1, \dots, n\}$ gilt. Die Region

$$V(p_i) = \bigcap_{1 \leq j \leq n, j \neq i} H(p_i, p_j) \quad (4.14)$$

wird als zu p_i korrespondierendes *Voronoi* Polygon und die Menge $VD(P) = \{V(p_1), \dots, V(p_n)\}$ als von P erzeugtem *Voronoi* Diagramm bezeichnet.

Die Definition lässt sich wie folgt auf den m -dimensionalen euklidischen Raum erweitern. Sei $P = \{p_1, \dots, p_n\} \subset \mathbb{R}^m$ mit $2 \leq n < \infty$ und $\underline{X}_i \neq \underline{X}_j$ für $i \neq j$ mit $i, j \in I_n = \{1, \dots, n\}$. Die Region $V(p_i)$ wird als zu p_i korrespondierender m -dimensionaler *Voronoi* Polyeder und die Menge $VD(P) = \{V(p_1), \dots, V(p_n)\}$ als durch P erzeugtes m -dimensionales *Voronoi* Diagramm bezeichnet. Diese Betrachtung ist für die Erweiterung der rückwärts gerichteten Werkstoffflussimulation von außerordentlicher Wichtigkeit, da das Verfahren auch auf dreidimensionale Räume angewendet werden kann.

4.2.3 Triangulation

Unter Triangulation wird allgemein die Vernetzung eines Gebietes aus Dreieckselementen verstanden. Grundsätzlich gibt es unendlich viele Möglichkeiten, ein Gebiet mit Dreieckselementen zu vernetzen. Abbildung 29 zeigt beispielhaft die Vernetzung eines Gebietes, welches durch eine obere und eine untere Konturkurve vorgegeben ist. Um keine degenerierten Dreiecke bei der Triangulation zu erzeugen, muss sichergestellt werden, dass einer der drei Dreiecksknoten stets auf der jeweils anderen Konturkurve liegt.

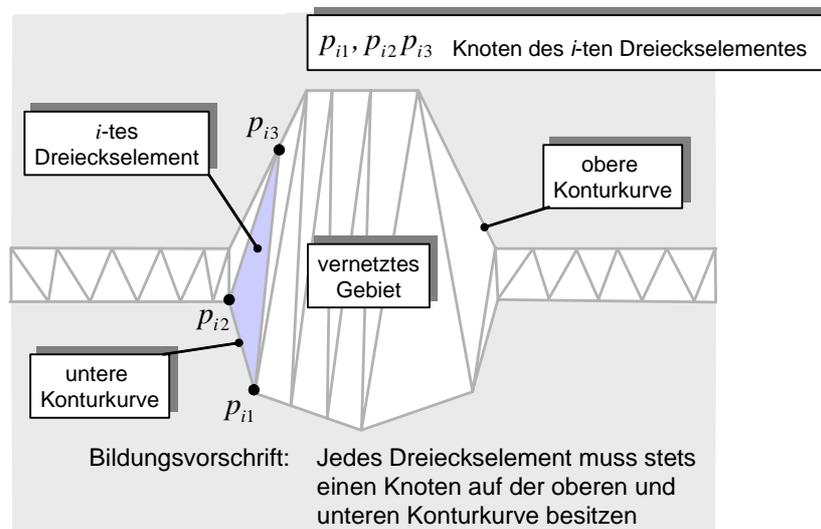


Abbildung 29: Vernetzung eines Gebietes bestehend aus einer oberen und unteren Konturkurve

4.2.4 Die *Delaunay* Triangulation

Eine Triangulation mit genau definierten Eigenschaften stellt die *Delaunay* Triangulation dar. Diese Triangulation einer Punktmenge ist nach dem russischen Mathematiker *Delaunay* benannt, der 1934 in einem Artikel /Del34/ die Grundlage vieler heute verwendeter inkrementeller Algorithmen zu ihrer Konstruktion gelegt hat. Er zeigte für die Ebene, dass der mit geraden Linien gezeichnete duale Graph des *Voronoi* Diagramms eine planare Triangulation der Orte des Diagramms liefert. Aus diesem Grunde wurde die Triangulation nach ihm benannt. Aufgrund der Dualität zwischen dem *Voronoi* Diagramm und der *Delaunay* Triangulation – d.h. aus jedem *Voronoi* Diagramm lässt sich eine *Delaunay* Triangulation konstruieren und umgekehrt – findet diese Art der Vernetzung auch für die Rückwärtssimulation Anwendung und wird im Folgenden näher erläutert.

4.2.4.1 Definition der *Delaunay* Triangulation

Hinsichtlich der Dualität zwischen der *Delaunay* Triangulation und dem *Voronoi* Diagramm gilt jedoch folgende Restriktion:

Für eine gegebene endliche Menge von Punkten $P = \{p_1, \dots, p_n\} \subset \mathbb{R}^m$ mit $n \geq 3$ gilt, dass die Punkte p_1, \dots, p_n nicht auf einer Gerade liegen oder anders formuliert, die Punkte befinden sich in allgemeiner Lage. Zusätzlich wird vorausgesetzt, dass die Anzahl an Punkten in P drei oder mehr beträgt und endlich ist. Es ist anzumerken, dass der Fall für $n = 2$ automatisch zum Ausschluss führt, da zwei Punkte immer auf einer Linie liegen. Bei der Definition des *Voronoi* Diagramms waren die Annahmen nicht nötig, da ein *Voronoi* Diagramm auch konstruiert werden kann wenn $n = 2$ oder wenn die Erzeugerpunkte kollinear liegen. Es ist jedoch unmöglich so eine Triangulation zu generieren.

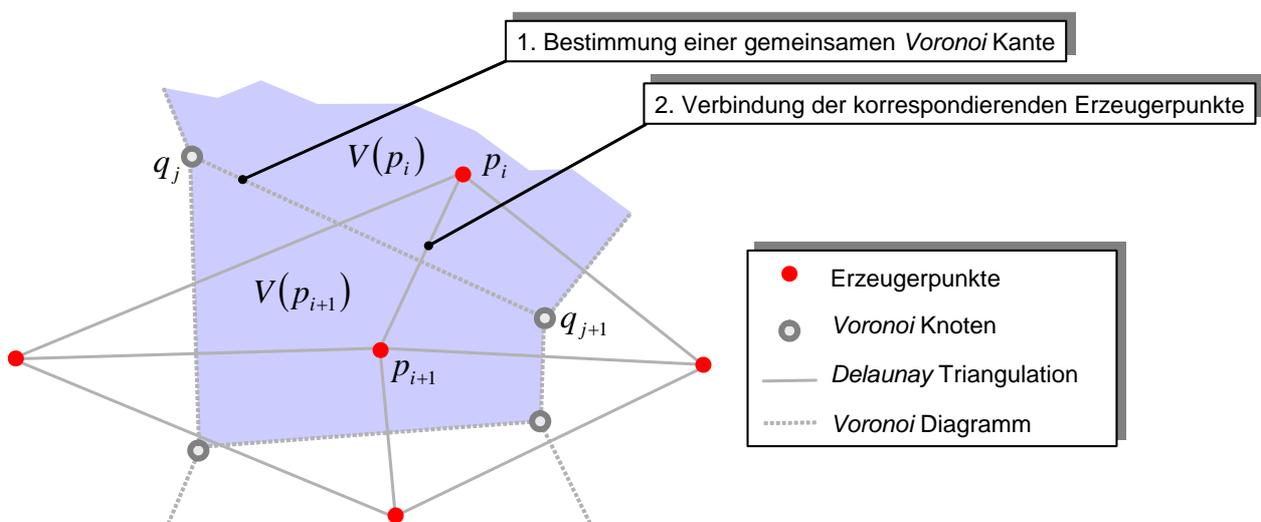


Abbildung 30: *Voronoi* Diagramm und *Delaunay* Triangulation

Liegen die Punkte der Menge P nicht auf einer Linie und ist $3 \leq n < \infty$ erfüllt, dann kann stets aus einem *Voronoi* Diagramm eine *Delaunay* Triangulation konstruiert werden (siehe Abbildung 30). Graphisch erfolgt die Konstruktion einer *Delaunay* Triangulation, indem zuerst eine beliebige *Voronoi* Kante gewählt wird (siehe Abbildung 30, Position 1). Diese Kante gehört stets zu zwei aneinandergrenzenden *Voronoi* Polygonen. Die zu den Polygonen korrespondierenden Erzeugerpunkte werden anschließend durch ein Liniensegment miteinander verbunden (siehe Abbildung 30, Position 2). Wird dieser Vorgang mit allen *Voronoi* Kanten wiederholt, ergibt sich ein zweites Mosaik der Erzeugerpunkte. Wenn zudem ausgeschlossen werden kann, dass es sich bei dem Ausgangsdiagramm um kein degeneriertes *Voronoi* Diagramm handelt (vgl. Abbildung 25) und stets die Ungleichung $3 \leq n < \infty$ erfüllt ist, mündet das erzeugte Mosaik in eine *Delaunay* Triangulation. Wird die Ungleichung nicht erfüllt, erzeugt die oben beschriebene Vorgehensweise keine Dreiecke sondern lediglich Liniensegmente. Wird ein degeneriertes *Voronoi* Diagramm in eine *Delaunay* Triangulation überführt, entsteht ein *Delaunay* Polygon mit mehr als drei Kanten. Entsprechend liegt als Ergebnis keine Triangulation vor. Da aber das Polygon trianguliert werden kann, wird es allgemein als *Delaunay* Vortriangulation bezeichnet. Dieser Fall kann für die Rückwartssimulation ausgeschlossen werden und wird deshalb nicht weiter behandelt.

Eine *Delaunay* Triangulation kann auch auf andere Art und Weise aus dem *Voronoi* Diagramm erstellt werden, wie im Folgenden dargestellt wird. Diese Alternativmethode ist programmierbar und lässt sich zu einer Definition in \mathcal{R}^m bzw. auf den 3D-Fall erweitern.

Ausgegangen wird dabei wiederum von einer Punktmenge P in allgemeiner Lage in der Ebene, durch welche ein *Voronoi* Diagramm erzeugt wird. Betrachtet wird nun ein *Voronoi* Knoten q_i . Ausgehend von diesem Knoten erfolgt zunächst eine Umindizierung der drei angrenzenden *Voronoi* Polygone zu $V(p_{i1})$, $V(p_{i2})$ und $V(p_{i3})$. Die Indizierung der Erzeugerpunkte p_{i1} , p_{i2} und p_{i3} erfolgt im Uhrzeigersinn um q_i herum. Für diese Punkte wird das Dreieck $\Delta p_{i1}p_{i2}p_{i3}$ mit den Liniensegmenten $\overline{p_{ij}p_{ij+1}}$, wobei $p_{i3+1} = p_{i1}$ ist, erzeugt. Als Resultat ergibt sich eine Menge von Dreiecken, die die konvexe Hülle (engl. convex hull) $KH(P)$ mosaikförmig ausfüllen. Eine konvexe Hülle ist die kleinstmögliche Umrandung eines Gebietes, wobei alle Elemente des Gebietes innerhalb der Hülle enthalten sein müssen. Dieses Mosaik wird die P überspannende *Delaunay* Triangulation von $KH(P)$ genannt.

Die mathematische Definition dieses Zusammenhangs lautet wie folgt:

Sei $VD(P)$ ein durch die Menge von n verschiedenen Punkten $P = \{p_1, \dots, p_n\} \subset \mathcal{R}^2$ und $3 \leq n < \infty$ erzeugtes *Voronoi* Diagramm, so gilt:

- $Q = (q_1, \dots, q_n)$ sei die Menge der *Voronoi* Knoten in $VD(P)$.
- Zu jedem Knoten q_i korrespondieren drei *Voronoi* Polygone $V(p_{i1})$, $V(p_{i2})$ und $V(p_{i3})$.

- $\underline{X}_{i1}, \underline{X}_{i2}, \underline{X}_{i3}$ seien die Ortsvektoren der Erzeugerpunkte q_{i1}, q_{i2}, q_{i3} dieser drei *Voronoi* Polygone.

Der Zusammenhang zwischen einem *Voronoi* Diagramm $VD(P)$ und der *Delaunay* Triangulation $DT(P)$ ist dann gegeben durch:

$$DT(P) = \left\{ \{p_k, p_l, p_m\} \in P : V(p_k) \cap V(p_l) \cap V(p_m) \neq \emptyset \right\}. \quad (4.15)$$

Eine durch die Erzeugerpunkte p_k, p_l, p_m aufgespannte maximale Kreisscheibe, besitzt stets als Mittelpunkt den korrespondierenden *Voronoi* Knoten q_i . Daraus ergeben sich für q_i die drei Radiusvektoren $\underline{r}(q_i p_k)$, $\underline{r}(q_i p_l)$ und $\underline{r}(q_i p_m)$ mit $|\underline{r}(q_i p_k)| = |\underline{r}(q_i p_l)| = |\underline{r}(q_i p_m)|$. Weiterhin wird zur Erzeugung eines *Delaunay* Dreiecks

$$T_i = \left\{ \underline{X} : \underline{X} = \sum_{j=1}^3 \lambda_{ij} \underline{X}_{ij} \right\} \text{ wobei } \sum_{j=1}^3 \lambda_{ij} = 1 \text{ und } \lambda_{ij} \geq 0 \quad (4.16)$$

definiert. Aus der Menge aller Dreiecke

$$DT(P) = \{T_1, \dots, T_n\} \quad (4.17)$$

entsteht schließlich die *Delaunay* Triangulation. Die Dreiecke T_i in $DT(P)$ werden als *Delaunay* Dreiecke bezeichnet. Gleichung (4.16) ist eine parametrische Funktion. Der reelle Parameter λ gewichtet hierbei die drei Ortsvektoren der Erzeugerpunkte eines *Delaunay* Dreiecks in der Form, dass alle Positionen innerhalb des Dreiecks eindeutig bestimmt sind. Abbildung 31 verdeutlicht die parametrische Definition der Menge T_1 an einem Beispiel.

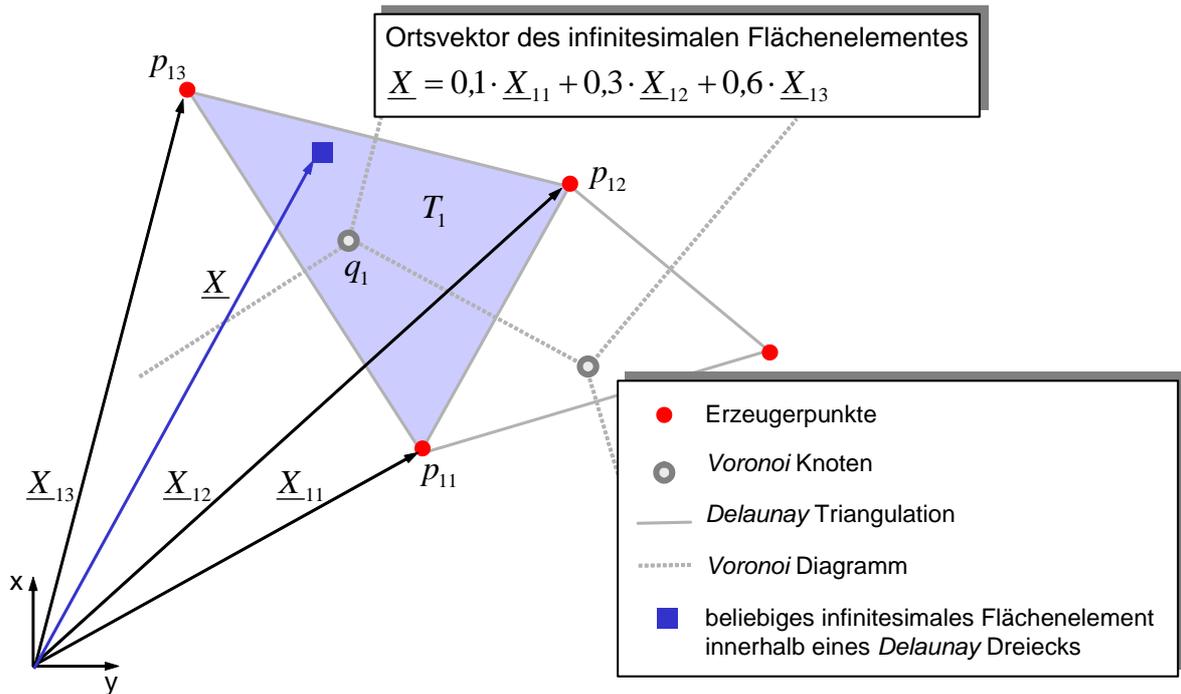


Abbildung 31: Parametrische Repräsentation eines *Delaunay* Dreiecks

Ferner folgt aus Gleichung (4.16), dass ein *Delaunay* Dreieck als geschlossene Menge definiert ist, in der die Begrenzung des Dreiecks enthalten ist. Die Liniensegmente des Dreiecks werden als *Delaunay* Kanten bezeichnet. Teilen sich zwei *Delaunay* Dreiecke eine gemeinsame Kante, ist dies eine innere *Delaunay* Kante, andernfalls ist es eine äußere *Delaunay* Kante.

Ist das *Voronoi* Diagramm nicht degeneriert, entspricht die Anzahl der *Delaunay* Kanten in $DT(P)$ der Anzahl an *Voronoi* Kanten in $VD(P)$. Im Gegensatz zu einer *Voronoi* Kante ist eine *Delaunay* Kante immer beschränkt. Die Endpunkte einer solchen Kante werden als *Delaunay* Knoten bezeichnet. Jeder *Delaunay* Knoten entspricht einem Erzeugerpunkt von $VD(P)$. Die Menge *Delaunay* Knoten ist somit durch die Menge P gegeben.

4.2.5 Das Kreis- und Winkelkriterium

Für einen *Voronoi* Knoten $q_i \in Q = \{q_1, \dots, q_n\}$ existieren eindeutige, leere Kreise K_i mit dem Mittelpunkt q_i , die stets durch drei Erzeugerpunkte gehen sofern das *Voronoi* Diagramm nicht degeneriert ist. Somit gilt: Wenn eine Menge von Erzeugerpunkten $P = \{p_1, \dots, p_n\} \in \mathbb{R}^2$ mit $4 \leq n < \infty$ gegeben ist, gibt es einen Kreis K_i , so dass $p_{i1}, p_{i2}, p_{i3} \in P$ auf K_i liegen und demnach alle Erzeugerpunkte $P \setminus \{p_{i1}, p_{i2}, p_{i3}\}$ außerhalb von K_i liegen. Ist dieses Kriterium erfüllt, so bilden die Punkte $p_{i1}, p_{i2}, p_{i3} \in P$ gleichzeitig ein *Delaunay* Dreieck T_i (Abbildung 32, 1).

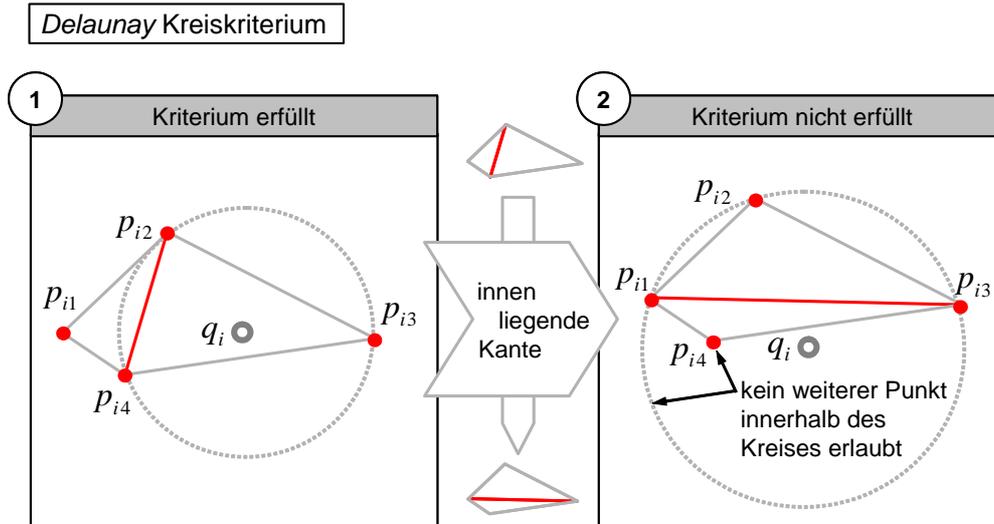


Abbildung 32: Graphische Interpretation des Kreiskriteriums

Für eine gegebene Menge an Punkten P gibt es viele Möglichkeiten, eine P überspannende Triangulation zu erstellen. Es wird also ein Kriterium benötigt, mit dessen Hilfe eine beliebige Triangulation BT in eine *Delaunay* Triangulation DT überführt werden kann. Dieses Kriterium wird in von [Abbildung 33](#) veranschaulicht und stellt sich analytisch wie folgt dar:

In dem durch die Punkte p_{i1}, \dots, p_{i4} gegebenen konvexen Viereck gibt es zwei Möglichkeiten eine Triangulation durchzuführen. Ein solches konvexes Viereck weist demzufolge nachstehende Eigenschaften auf:

Gegeben sind zwei Triangulationen einer Punktmenge aus vier Punkten mit den sechs Winkeln $\alpha_{ij} (j \in I_6)$ der Dreiecke $\Delta p_{i1}, p_{i2}, p_{i4}$ und $\Delta p_{i2}, p_{i3}, p_{i4}$ und den sechs Winkeln $\beta_{ij} (j \in I_6)$ der Dreiecke $\Delta p_{i1}, p_{i2}, p_{i3}$ und $\Delta p_{i3}, p_{i4}, p_{i1}$ ([Abbildung 33](#)). Dann erfüllt die gemeinsame innen liegende Kante $\overline{p_{i2}, p_{i4}}$ das lokale Winkelkriterium, da gilt:

$$\min_j \{\alpha_{ij}, j \in I_6\} \geq \min_j \{\beta_{ij}, j \in I_6\}. \quad (4.18)$$

Daraus folgt: Jede innere Kante einer zunächst beliebigen Triangulation $BT(P)$ erfüllt genau dann das lokale Winkelkriterium, wenn $BT(P)$ eine *Delaunay* Triangulation $DT(P)$ ist.

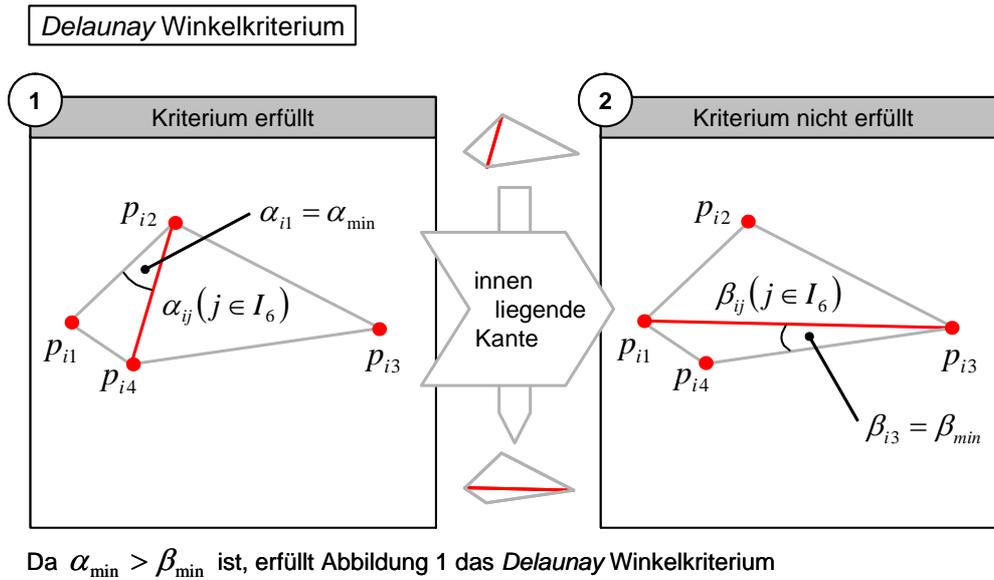


Abbildung 33: Graphische Interpretation des Winkelkriteriums

In Abbildung 33, 1 ist α_{i1} der kleinste der sechs Winkel und in Abbildung 33, 2 ist dies β_{i3} . Werden α_{i1} und β_{i3} mit einander verglichen, so stellt sich heraus, dass $\alpha_{i1} > \beta_{i3}$ bzw. $\beta_{i3} = \min\{\alpha_{i1}, \beta_{i3}\}$ gilt. Folglich ist in Abbildung 33 die linke Darstellung eine *Delaunay* Triangulation, die entsprechend auch das Kreiskriterium erfüllt (Abbildung 32, 1).

Dem Berechnungsalgorithmus dient das Winkelkriterium zur Umwandlung einer beliebigen Triangulation in eine *Delaunay* Triangulation. Anschließend erfolgt mit dem Kreiskriterium eine Gültigkeitsüberprüfung.

4.2.6 Die Mediale-Achsen-Transformation

Dieser Abschnitt behandelt die Gewinnung der medialen Achse aus einem *Voronoi* Diagramm. In diesem Zusammenhang ist die mediale Achse eines Gebietes gesucht, welches durch eine obere und untere Randkurve definiert ist (Abbildung 34). Wird das Gebiet selbst nun durch eine endliche Menge diskreter Punkte der Form $P = \{p_1, \dots, p_n\} \subset \mathbb{R}^2$ approximiert, entstehen konvexe, polygonal berandete *Voronoi* Bereiche, gemäß vorangegangener Definition (Kapitel 4.2.2.1 „Definition des *Voronoi* Diagramms“). Dieser Sachverhalt ist nochmals beispielhaft in Abbildung 34 für 62 Punkte dargestellt, die auf dem Rand des untersuchten Gebietes verteilt sind. Es fällt zugleich auf, dass jene *Voronoi* Kanten, die ganz im Innern des Gebietes enthalten sind, eine gute Näherung der medialen Achse bilden.

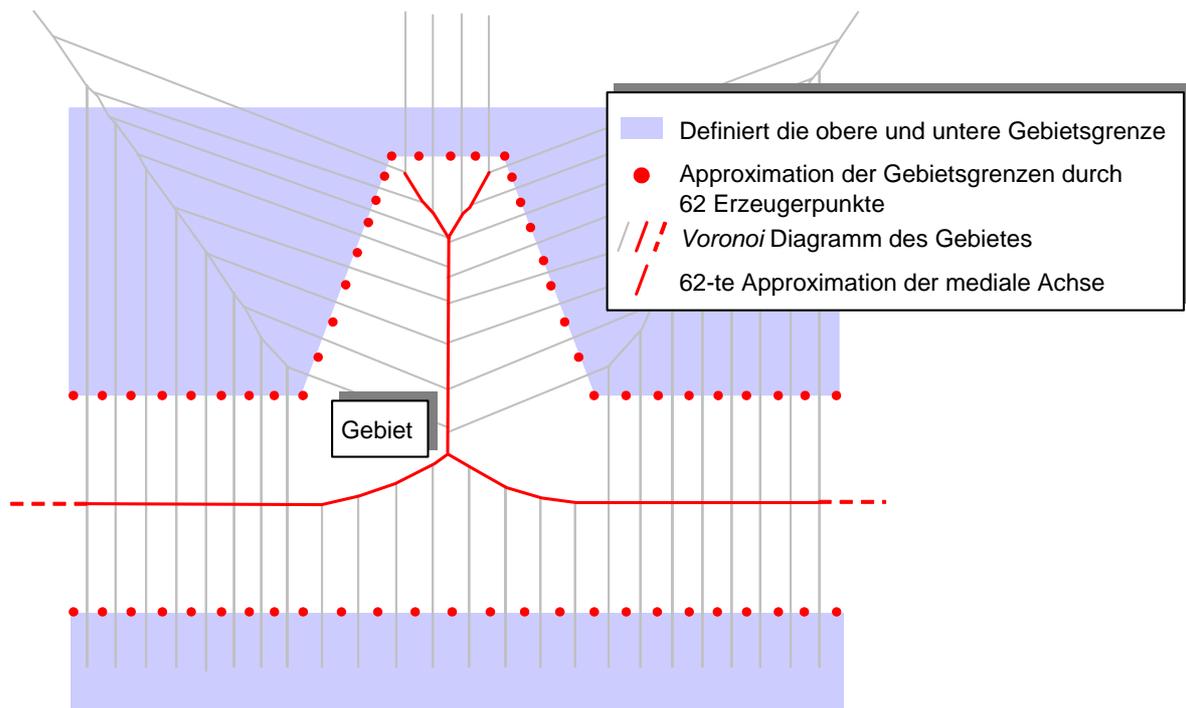


Abbildung 34: Approximierte mediale Achse aus einem Randgebiet aus 62 Punkten

Dass es sich bei der hier vorgestellten Vorgehensweise zur Ermittlung der medialen Achse MA_n stets um eine Approximation der tatsächlichen medialen Achse MA handelt, verdeutlicht [Abbildung 35](#). Hier weichen jene Bereiche des *Voronoi* Diagramms, die auch Teil der approximierten medialen Achse darstellen sollen, zu sehr von der tatsächlichen medialen Achse ab. Somit ist in diesem Fall eine sinnvolle Näherung nicht möglich, was auf eine unzureichende Diskretisierung des Randgebietes zurückzuführen ist. Entsprechend ist stets sicherzustellen, dass das Gebiet durch eine ausreichende Anzahl von Erzeugerpunkten repräsentiert bzw. diskretisiert wird. Mit zunehmender Punktzahl konvergiert die approximierte mediale Achse MA_n gegen die gesuchte mediale Achse MA (Beweis in [Wip97]).

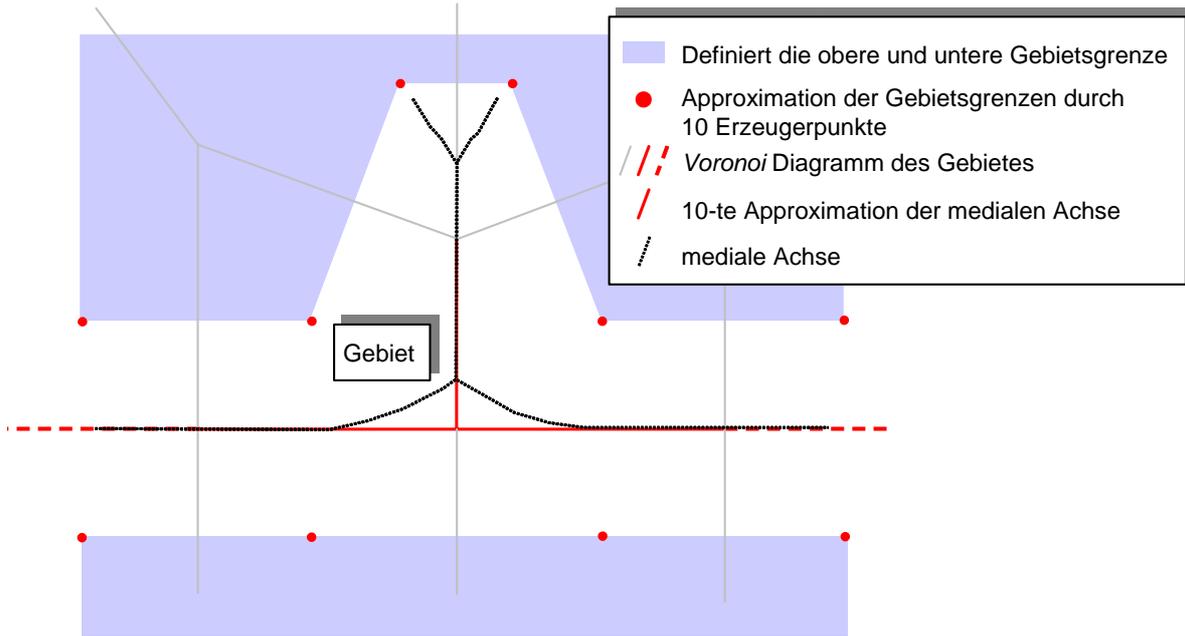


Abbildung 35: approximierte mediale Achse aus einem Randgebiet aus 10 Punkten

Um jene Voronoi Kanten, welche die mediale Achse approximieren, kennzeichnen zu können, werden die Kanten des korrespondierenden Voronoi Diagramms von $VD(P)$ nach dem folgenden, in Abbildung 36 dargestellten Schema bezeichnet.

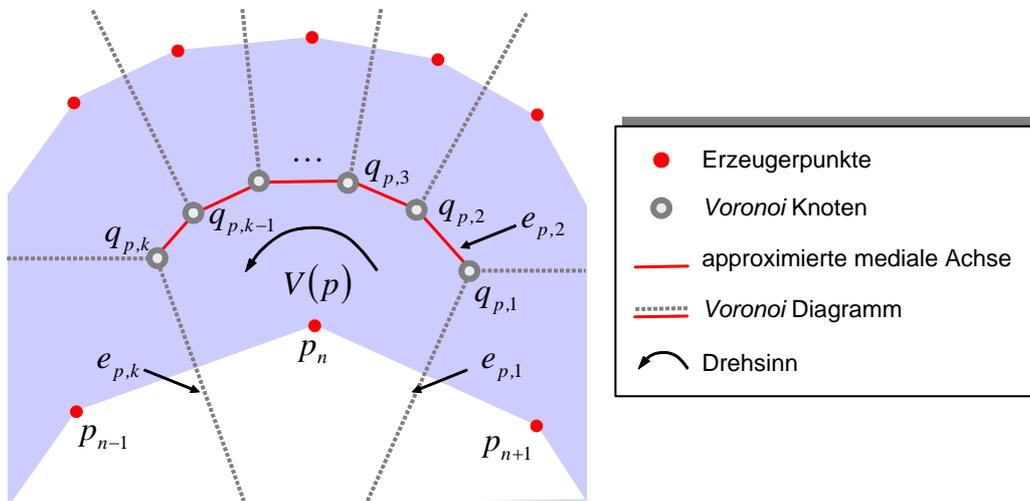


Abbildung 36: Ermittlung der medialen Achse aus einem Voronoi Diagramm

Sei $e_{p,1} = e_{p,p_{n+1}}$ die Voronoi Kante des Punktes p_n mit dessen Nachfolger p_{n+1} in P . Wird nunmehr das Polygon von p gegen den Uhrzeigersinn durchlaufen, so werden die auf $e_{p,1}$ folgenden Voronoi Kanten mit $e_{p,2}, e_{p,3}, \dots, e_{p,k}$ bezeichnet, wobei $e_{p,k}$ die Kante von p mit dessen Nachfolger p_{n-1} sei. Die Knoten $q_{p,m}$ dieses Teil- Voronoi Polygons sind gegeben durch $q_{p,m} = e_{p,m} \cap e_{p,m+1}$. Diese Kennzeichnungen ermöglichen die Definition der folgenden, für die

Approximation der medialen Achse relevanten, Mengen. Jener Anteil $MA_n(p)$ des *Voronoi* Polygons $V(p)$ der die mediale Achse approximiert, wird definiert als

$$MA_n(p) = \left(\bigcup_{m=2}^{k-1} e_{p,m} \right) \cup q_{p,1}. \quad (4.19)$$

Die Gesamtheit dieser Anteile bildet die approximierte mediale Achse $MA_n(P)$ mit

$$MA_n(P) = \bigcup_{p \in P} MA_n(p). \quad (4.20)$$

Mit diesen Eigenschaften lässt sich die approximierte mediale Achse aus einem *Voronoi* Diagramm ermitteln. Die programmtechnische Umsetzung der hergeleiteten Formalien wird im nächsten Kapitel dargestellt.

4.2.7 Umsetzung der Medialen-Achsen-Transformation

Die Vorgehensweise, die dem Berechnungsprogramm zur rückwärts gerichteten Materialflusssimulation zu Grunde liegt, zeigt Abbildung 37.

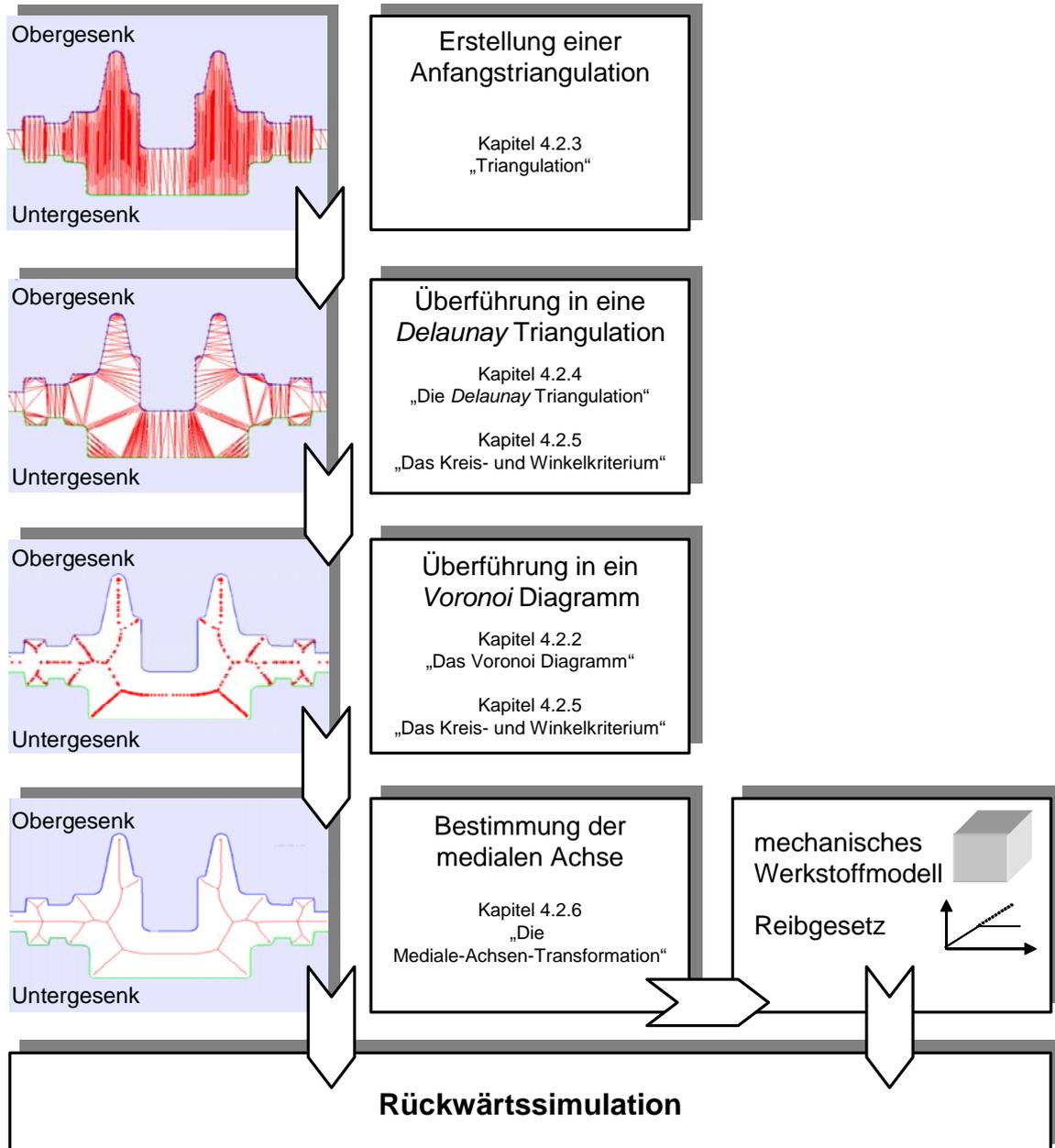


Abbildung 37: Vorgehensweise zur Ermittlung der medialen Achse aus den Konturdaten von Ober- und Unterwerkzeug

Als Ausgangsdaten zur Konstruktion der medialen Achse dienen die Konturdaten des Ober- und Unterwerkzeugs in Form von Polygonzügen. Zunächst erfolgt eine beliebige Triangulation der zwischen den Werkzeugen eingeschlossenen Fläche, die so genannte Anfangstriangulation. Die Anfangstriangulation wird systematisch erzeugt, indem bei einer definierten Durchlaufrichtung (z.B. von links nach rechts) fortlaufend alle Erzeugerpunkte des Ober- und Unterwesens mit

Dreieckselementen vernetzt werden. Die Lage eines Dreiecks ergibt sich aus der Bedingung, dass mindestens ein Erzeugerpunkt des jeweiligen Dreiecks auf der jeweils anderen Werkzeughälfte liegen muss. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so wird ein zusätzlicher Punkt auf der gegenüberliegenden Werkzeughälfte eingefügt. Die Anfangstriangulation wird nur einmal erzeugt, da die Punktzuordnungen sich im Verlaufe einer Umformsimulation nicht weiter ändern.

Mittels Winkelkriterium (Kapitel 4.2.5 „Das Kreis- und Winkelkriterium“) wird die Anfangstriangulation in eine *Delaunay* Triangulation überführt. Eine anschließende Überprüfung der *Delaunay* Triangulation erfolgt durch das Kreiskriterium. Der durch die Werkzeuggravuren definierte Polygonzug muss nicht zwingend konvexe Eigenschaften haben, sondern darf auch konkave Ecken beinhalten, was bei Schmiedegesenken stets zutrifft. Ist die Anfangstriangulation des konkav-konvexen Gebietes in eine *Delaunay* Triangulation überführt, existiert zu jedem *Delaunay* Dreieck ein korrespondierender *Voronoi* Knoten. Die *Voronoi* Knoten repräsentieren das *Voronoi* Diagramm aus dem die mediale Achse ermittelt werden kann. Entsprechend liegen nach der Medialen-Achsen-Transformation nur die *Voronoi* Knoten vor, die auch Teil der medialen Achse sind. Aufgrund des Dualismus zwischen dem *Voronoi* Diagramm und der *Delaunay* Triangulation existieren anschließend nur noch Dreiecke deren korrespondierende *Voronoi* Knoten auch gleichzeitig medialer Punkt ist.

Wenn schließlich alle benachbarten medialen Punkte miteinander verbunden werden, entsteht die durch die Werkzeuggravuren definierte mediale Achse. Diese mediale Achse ist gleichzusetzen mit den Verdrängungsbahnen nach *Mathieu* (Kapitel 2.3.3 „Prinzip des geringsten Zwanges“).

Die *Delaunay* Dreiecke, die den Raum zwischen Ober- und Untergesenk ausfüllen, besitzen definierte Eigenschaften, die werden für die spätere Berechnung des Fließwiderstandes, den das Material innerhalb der Gravur überwinden muss, eine wichtige Rolle spielen.

1. Besitzt ein *Delaunay* Dreieck drei Nachbardreiecke, so ist der korrespondierende mediale Punkt ein Verzweigungspunkt der medialen Achse, d.h. in einem Verzweigungspunkt münden stets drei Achsenabschnitte.
2. Besitzt ein *Delaunay* Dreieck zwei Nachbardreiecke, so ist der korrespondierende mediale Punkt ein regelmäßiger Punkt der medialen Achse. Regelmäßige Punkte kommen am häufigsten vor und stellen später die Grundlage für die Berechnung der Umformbarkeit des Schmiedeteils dar.
3. Besitzt ein *Delaunay* Dreieck lediglich ein Nachbardreieck, so ist der korrespondierende mediale Punkt ein Endpunkt der medialen Achse.

Abbildung 38 illustriert beispielhaft die drei Punktformen einer medialen Achse.

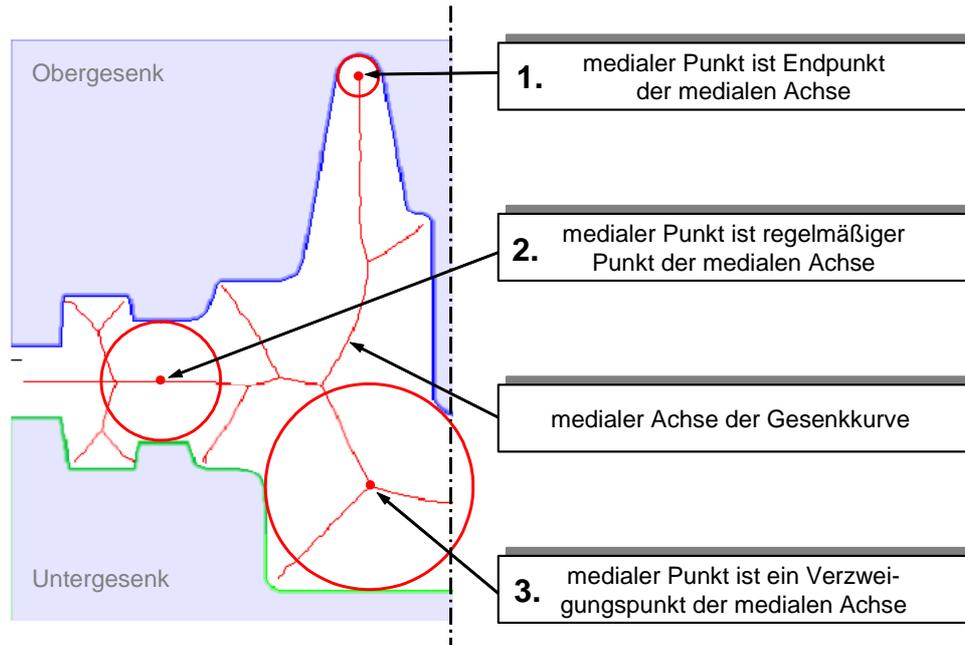


Abbildung 38: Darstellung der unterschiedlichen medialen Punktformen

Zu jedem Kreis bzw. *Delaunay* Dreieck existieren drei Radiusvektoren gleicher Länge und unterschiedlicher Richtung, die ausgehend von einem medialen Punkt zu den drei Erzeugerpunkten der Werkzeuggravur zeigen (vgl. [Abbildung 39](#)).

er zu einem medialen Punkt gehörende ideale Kreis tangiert, sofern der mediale Punkt kein Verzweigungspunkt ist, jeweils Ober- und Untergesenk einmal. Entsprechend existieren zwei Radiusvektoren, die den minimalen Abstand zum Werkzeugrand darstellen. Numerisch hingegen, wird die Kreisscheibe durch die drei Erzeugerpunkte eines *Delaunay* Dreiecks definiert. Entsprechend wird entweder das Ober- oder das Untergesenk (im Beispiel das Obergesenk) nicht einmalig tangiert, sondern zweimal durchlaufen. Diese Verahreenseigenschaft führt zu einem systematischen Fehler der medialen Achse, da der numerisch ermittelte Kreis stets größer als der ideale Kreis ist. Demzufolge beinhaltet auch der Radiusvektor einen systematischen Fehler, da der Vektor etwas länger berechnet wird als er sich tatsächlich im idealen Zustand darstellt. Ggf. ist auch die Richtung des Vektors fehlerbehaftet. Infolge der Berechnung der Fließwiderstände wird dieser systematische Fehler korrigiert.

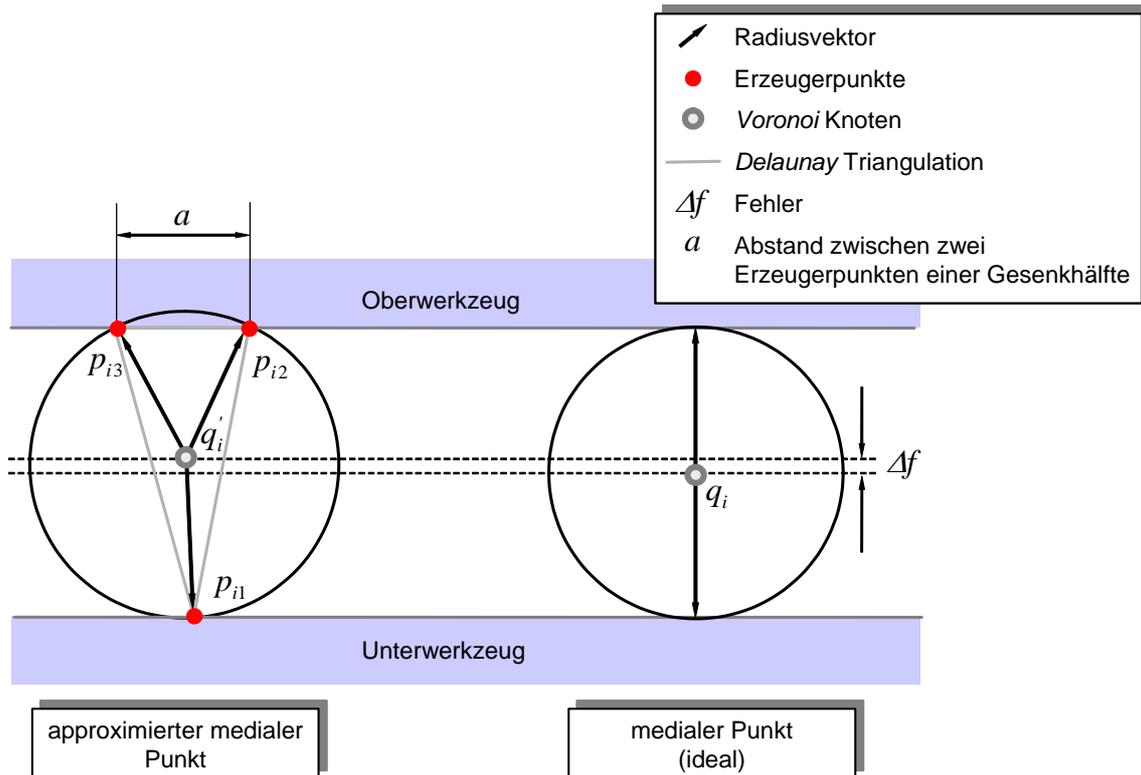


Abbildung 39: Vergleich zwischen approximiertem und idealem medialen Punkt

Die Größe des Fehlers wird direkt beeinflusst durch den Punktabstand der Polygonzüge aus Ober- und Untergesenk, d.h. wenn der Abstand a aus Abbildung 39 kleiner wird ($a \rightarrow 0$), dann nimmt auch der Fehler des medialen Punktes ab ($\Delta f \rightarrow 0$). Dies bedeutet, dass der Anwender stets eine angemessene Punktdichte gewährleisten sollte, um größere, das Simulationsergebnis beeinflussende Fehler auszuschließen. Zu diesem Zweck beinhaltet das Softwareprogramm zur Berechnung des rückwärts gerichteten Werkstoffflusses so genannte „Min-Max-Funktionen“. Mit diesen Funktionen kann der Anwender unabhängig von den vom CAD-System gelieferten Daten sowohl den minimalen Punktabstand, der nicht unterschritten werden kann, als auch maximalen Punktabstand, der demzufolge nicht überschritten werden kann, auf der Gravurkurve festlegen.

4.3 Das Berechnungsmodul

4.3.1 Begriffsdefinition

Der kontinuierliche Vorgang des Werkstoffverdrängens und des gleichzeitigen Werkstoffanlagerns beim realen Schmiedeprozess wird durch einen diskreten Simulationsablauf ersetzt. Die Vorgänge Materialverdrängen, Materialverschieben und Materialanlagern, die beim Realprozess gleichzeitig ineinander greifend ablaufen, werden im Modell getrennt behandelt und durch eine Vielzahl von Einzelzuständen beschrieben.

Die Materialverdrängung tritt infolge der Werkzeugbewegung ein. Das verdrängte Material wird im nächsten Schritt entlang der berechneten Verdrängungsbahnen innerhalb der Werkzeuggravur zu

den potenziellen Anlagerungsstellen transportiert. Das Maß der Materialanlagerung wird schließlich durch das „Prinzip des geringsten Zwanges“ bestimmt (vgl. Kapitel 2.3.3). Wichtig ist dabei, dass die diskreten Schritte klein genug gewählt werden, um den realen Prozess möglichst genau abzubilden. Entsprechend ist der Fehler durch das Simulationsmodell zu vernachlässigen. Diese Grundvoraussetzung gilt grundsätzlich auch für die Simulation des rückwärts gerichteten Materialflusses. Allerdings ändert sich der Ablauf. In Tabelle 1 sind die jeweiligen Vorgänge sowohl der vorwärts gerichteten als auch der rückwärts gerichteten Vorgehensweise gegenübergestellt.

Tabelle 1: Gegenüberstellung der Simulationsschrittfolge und Begriffsdefinition

	Vorwärtssimulation	Rückwärtssimulation
1.	Materialverdrängung	inverse Materialverschiebung
2.	Materialverschiebung	Materialrückbildung an den Endpunkten der medialen Achse
3.	Materialanlagerung an den Anlagerungsköpfen	inverse Materialverdrängung

Nachfolgend werden obige Begriffe aus der Tabelle für die Darstellung der Simulationsabfolge verwandt.

4.3.1.1 Modularer Programmaufbau

Aufgrund der Annahme, dass der Werkstoff bei der Warmformgebung stets in Richtung des kleinsten Zwanges fließt und dass der größte Einfluss auf die Werkstoffbewegung durch die Geometrie des Werkzeuges gegeben ist, wurde ein Programmpaket zur Berechnung des rückwärts gerichteten Materialflusses entwickelt, das in den folgenden Ausführungen in seinen wesentlichen Merkmalen dargestellt wird (Abbildung 40). Das System ist modular aufgebaut, was folgende Vorteile in sich vereint:

- Die Software trägt dem Status als Forschungs- und Entwicklungswerkzeug Rechnung, indem flexibel Unter- oder Zusatzprogramme hinzugefügt oder ausgetauscht werden können.
- Die einzelnen Module lassen sich einfach warten.
- Eine einfache Aufteilung der Prozesse kann ohne großen Aufwand realisiert werden, um zukünftig auch Mehrprozessorsysteme bestmöglich unterstützen zu können.

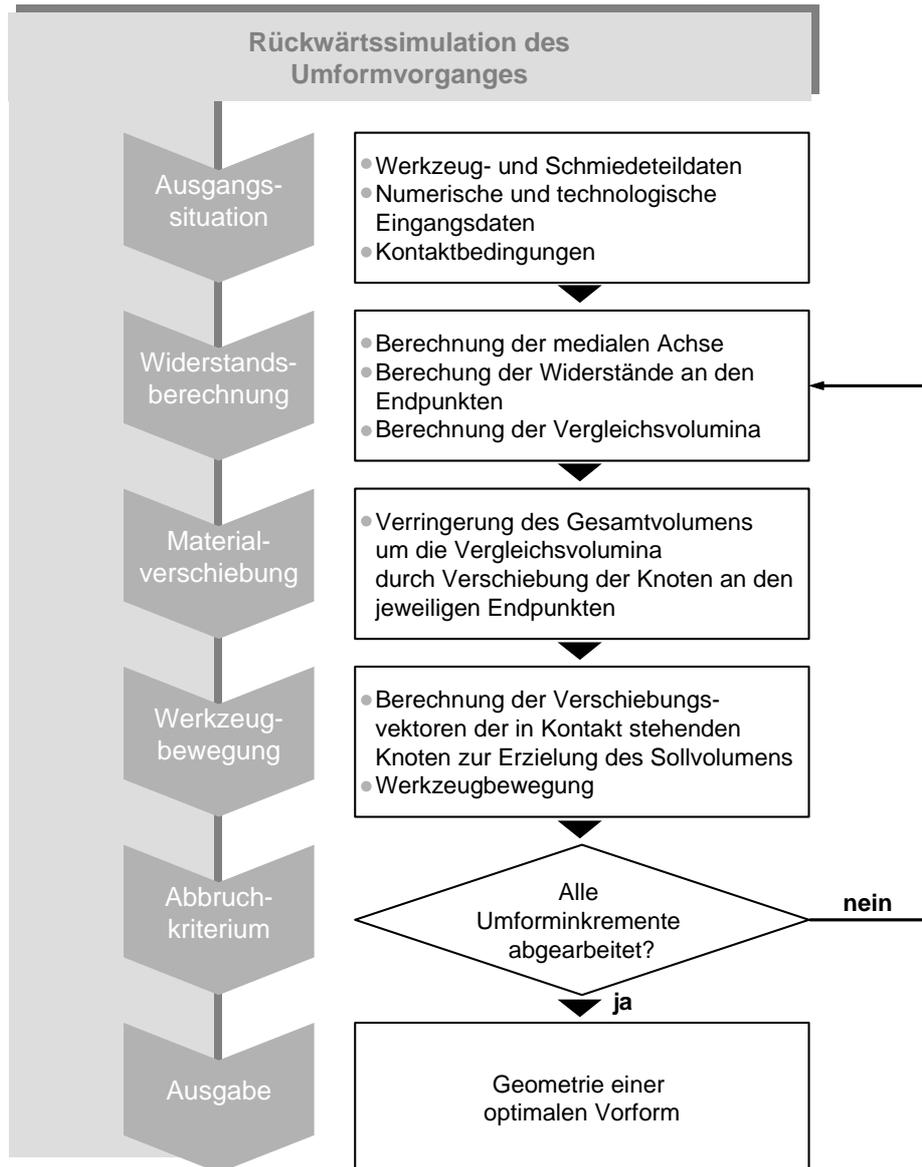


Abbildung 40: Schematische Darstellung der rückwärts gerichteten Umformsimulation zur Generierung einer optimalen Vorform

Im Folgenden werden die einzelnen Programmmodule dargestellt. Sie sind Grundvoraussetzung für jeden einzelnen Simulationslauf.

4.3.2 Ausgangssituation

Voraussetzung für die Rückwärtssimulation des Schmiedevorganges ist das Vorhandensein von 3D-CAD-Modellen der Werkzeuge und des Schmiedeteils. Aus den CAD-Daten wird ein Schnittdatenmodell des Ober- und Untergesenkes sowie des Werkstücks generiert (vgl. Kapitel 4.4.2). Die Schnittdaten stellen schließlich die Eingangsdaten für die Simulationsrechnung dar.

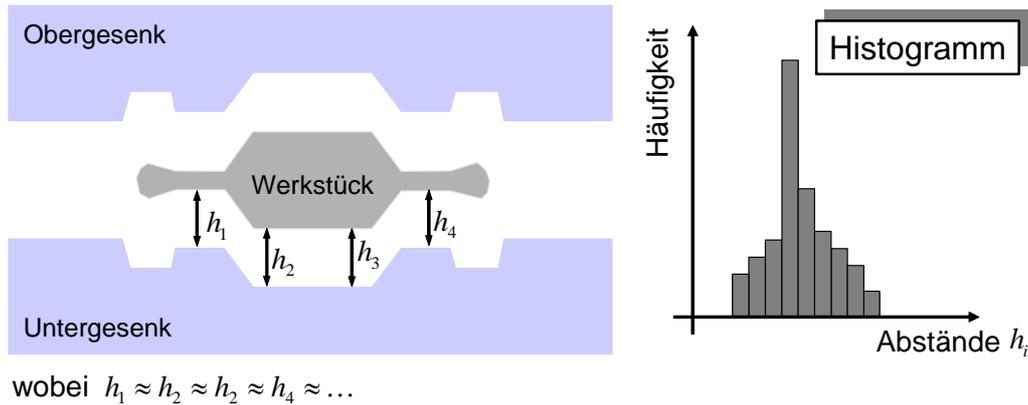


Abbildung 41: Statistische Auswertung zur Erstellung definierter Kontaktbedingungen

Die Kontaktbedingungen zwischen Werkzeug und Werkstück stellen ein wichtiges Merkmal zur Berechnung des Materialflusses dar. Deshalb werden zu Anfang einer jeden Berechnung definierte Kontaktbedingungen erzeugt.

Die generierten Schnittdaten beinhalten numerische Ungenauigkeiten. Demzufolge kann das Werkstück nicht exakt auf das Untergesenk bzw. anschließend das Obergesenk auf das Werkstück positioniert werden. Mit Hilfe der in Abbildung 41 dargestellten statistischen Auswertung, wird der Abstand ermittelt, der entlang der Kontaktlinie am häufigsten vorliegt. Im nächsten Schritt werden Bereiche, die aufgrund der numerischen Ungenauigkeit entlang der Kontaktlinie noch keinen Kontakt aufweisen auf Kontakt getrimmt. Die statistische Auswertung erfolgt histogrammisch.

Ein Histogramm ist eine flächenproportionale Darstellung der Häufigkeitsverteilung einer i.d.R. kontinuierlichen Variablen. Dazu muss diese zunächst klassifiziert werden. Das Histogramm besteht aus mehreren, direkt aneinandergrenzenden Säulen, deren Breite Toleranzmaß ist. Die Fläche der einzelnen Säulen ist proportional der Häufigkeit der jeweiligen Klasse und errechnet sich aus Breite und Höhe einer Säule. Um die Auswertung zu vereinfachen werden Säulen gleicher Breite verwendet, wobei die Breite ein Maß für die Toleranzzone ist, mit der die Variable noch einer Klasse zugeordnet werden kann oder nicht. Durch diese Bedingung ist die Höhe einer Säule proportional zur Häufigkeit der auszuwertenden Variablen. Mit dieser Vorgehensweise lassen sich sowohl der Abstand zwischen Werkstück und Untergesenk als auch anschließend der zwischen Obergesenk und Werkstück zielsicher ermitteln. Hinterher erfolgt die Verschiebung um den Betrag, der die größte Häufigkeit aufweist. Im letzten Schritt findet eine direkte Kopplung zwischen Werkzeug- und Werkstückkontur statt, d.h. jeder in Kontakt stehende Oberflächenpunkt des Werkzeuges wird entlang der Werkzeuggravur so verschoben, dass er nachher mit einem Oberflächenpunkt des Werkstücks korreliert. Diese Verschiebung ist notwendig, da die Werkzeugkontur die medialen Eigenschaften aus der Medialen-Achsen-Transformation besitzt, jedoch im Zuge der Umformung die Materialverschiebung durch die Oberflächenpunkte des Werkstücks realisiert wird. Nach der Verschiebung übernehmen die Punkte auf der Werkstückkontur die medialen Eigenschaften Oberflächenpunkte des Werkzeuges.

Vor Beginn einer Simulationsrechnung müssen weiterhin technologische und numerische Anfangs- und Randbedingungen bestimmt werden, die den Prozess während der Umformung steuern. Sie stellen ein Modell des neben den Geometriedaten in der Realität vorhandenen Umfeldes dar.

4.3.3 Der Umformvorgang

Die Formänderung des Materials während des Umformvorganges sowie der Fließwiderstand, der die Umformbarkeit und somit das Fließverhalten widerspiegelt, stellen die Grundlage des Berechnungskerns dar. Nachstehend wird die Ermittlung dieser umformtechnischen Größen für die rückwärts gerichtete Materialflusssimulation dargestellt. Die aus der Medialen-Achsen-Transformation resultierenden geometrischen Größen werden zu einem kombinierten, materialabhängigen Reib-Fließgesetz ausgebaut. Die Materialabhängigkeit erfolgt dabei über die *Hansel-Spittel*-Fließkurvengleichung nach (4.1). Dieser Ansatz stellt aufgrund der Allgemeingültigkeit zukünftig die Berücksichtigung weiterer technologischer Parameter, wie z.B. die Beschreibung thermomechanischer Wechselwirkungen, sicher.

4.3.3.1 Die Formänderung mit zeitlich veränderlichem Fließzentrum

Die in Kapitel 2.3.3 „Prinzip des geringsten Zwanges“ beschriebenen Vorarbeiten gehen bei der Berechnung des Werkstoffflusses von einem statischen, zeitinvarianten Verdrängungszentrum aus (siehe [Abbildung 42, links](#)). Verdrängungszentren sind dadurch charakterisiert, dass in ihnen orthogonal zur Werkzeugbewegung mindestens eine der drei Komponenten des Geschwindigkeitsvektors eines Volumenelementes keine Geschwindigkeit aufweist. Ausgehend von diesem Verdrängungszentrum bewegt sich der Werkstoff in entgegengesetzter Richtung fort, d.h. es tritt am Verdrängungszentrum eine Geschwindigkeitsumkehr ein. Das Verdrängungszentrum kann für eine (typisch für ein axialsymmetrisches Schmiedeteil) oder zwei (typisch für ein rotationsymmetrisches Schmiedeteil) der drei Komponenten des Vektors während des gesamten Umformvorganges keine Geschwindigkeit aufweisen.

Zurückzuführen ist der Ansatz eines statischen, zeitinvarianten Verdrängungszentrums auf die Berechnung des geometrischen Widerstandes nach dem *Mathieu'schen* Kugelmodell. Er lässt die Algorithmen der Formänderung jeweils von einem Bezugspunkt ausgehend berechnen, was für die von ihm betrachteten rotationssymmetrischen Schmiedeteile auch stets zulässig ist. Das Verdrängungszentrum wird vom Anwender der Simulationssoftware vorgegeben und ist während der gesamten Berechnung zeitinvariant.

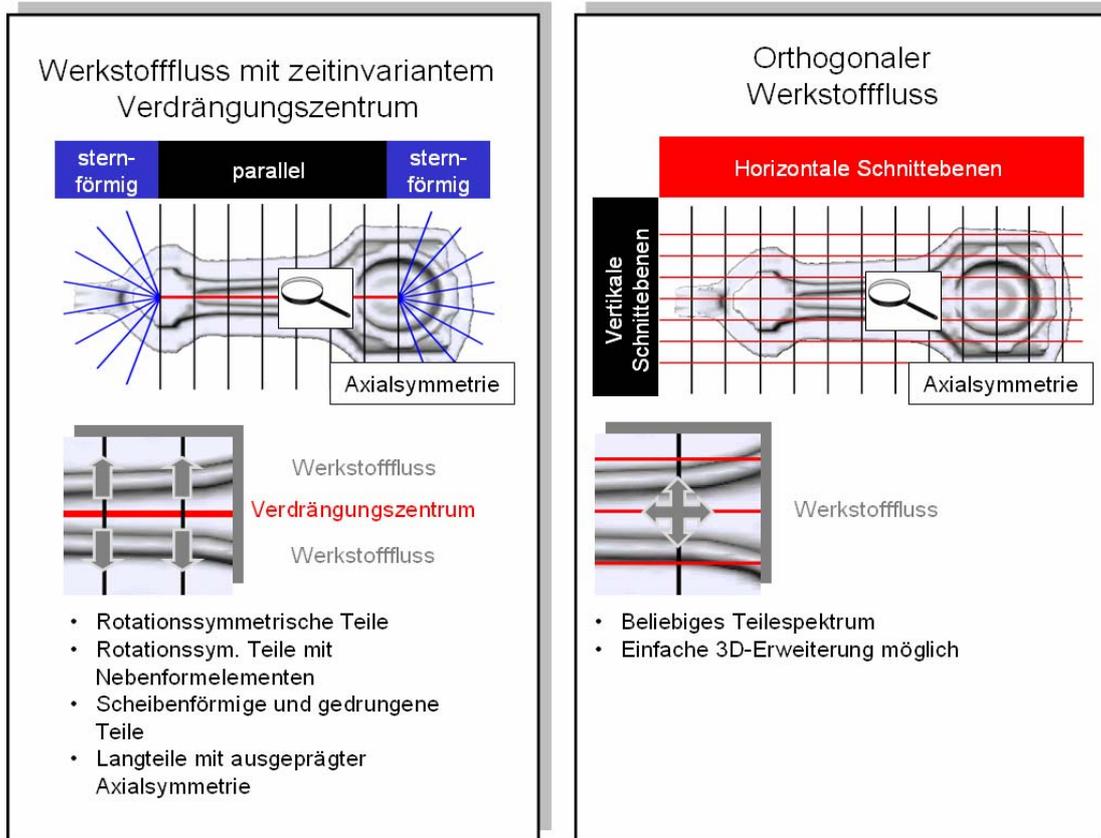


Abbildung 42: Vergleich der verschiedenen Schnittdatenkonzepte

Auch für gedrungene, scheibenförmige und rotationssymmetrische Schmiedeteile mit Nebenformelementen ist diese Annahme mit ausreichender Sicherheit gegeben. Im Vergleich dazu gestaltet sich die Festlegung des Verdrängungszentrums bei komplexeren, nichtsymmetrischen Schmiedeteilen erheblich schwieriger und kann oftmals nur mit entsprechender Erfahrung des Bedieners festgelegt werden. Die Widerstandsberechnung und damit das Umformergebnis ist von der Lage des Verdrängungszentrums abhängig, deshalb ist dessen exakte Bestimmung ein wichtiges Erfolgskriterium bei der Berechnung des Materialflusses. Auf Umformprozesse, die aufgrund ihrer Kontaktbedingungen zwischen Werkstück und Werkzeug ein zeitlich veränderliches Verdrängungszentrum aufweisen, ist der Algorithmus nicht zulässig. Wie in Abbildung 42, rechts dargestellt, werden in diesem Fall sowohl die Werkzeuge als auch das Schmiedeteil – aufgrund der besseren Übersicht ist in der Abbildung nur das Schmiedeteil abgebildet – in horizontale und vertikale Schnittebenen zerlegt.

Diese Vorgehensweise hat zwei entscheidende Vorteile:

1. 2½D-Ansatz (3D-Modell aus mehreren 2D-Ebenen):

Innerhalb eines Schnittes, sowohl horizontaler als auch vertikaler Art, muss kein Verdrängungszentrum vom Anwender definiert werden. Die Formänderung lässt sich aus den Schnittdaten des Ober- und Untergesenks völlig autark berechnen. Die anschließende

Zusammenführung der Schnittebenen erlaubt die 2½D-Betrachtung des rückwärts gerichteten Werkstoffflusses für beliebige Schmiedeteile.

2. 3D-Ansatz:

Die durch die horizontalen und vertikalen Schnittebenen definierten Würfel bzw. Hexaederelemente lassen sehr einfach die Erweiterung des Simulationsansatzes auf einen dreidimensionalen Ansatz zu, ohne das Datenformat modifizieren zu müssen. Auch bei diesem Ansatz kann auf eine Festlegung des Verdrängungszentrums verzichtet werden. Somit ist auch hier die Simulation von Schmiedeteilen mit beliebiger Formgebung möglich.

Wie bei anderen Vernetzungsalgorithmen auch, erhöht die Netz- bzw. Schnittebenendichte die Genauigkeit der Simulationsergebnisse.

Zunächst wird die Formänderungsberechnung für den 2½D-Ansatz an einer Schnittebene erläutert. Anschließend erfolgt in Kapitel 6 ein Ausblick für die Implementierung der 3D-Rückwärts-simulation.

4.3.3.2 Klassifizierung der mediale Achse

Im Unterschied zum Freiformen, wo der Werkstoff, von der Reibkraft behindert, quer zur Beanspruchungsrichtung fließt, werden beim Gesenkschmieden im Werkstück Volumenströme sowohl in Umformrichtung der Werkzeugbewegung als auch quer dazu erzwungen. Abbildung 43 stellt eine Momentaufnahme eines Umformprozesses dar (FEM-Berechnung). Die eingezeichneten Geschwindigkeitsvektoren zeigen, dass zu einem bestimmten Zeitpunkt sowohl Fließprozesse parallel als auch orthogonal zur Werkzeugbewegung stattfinden. Man spricht hier auch von „geführter Verdrängung“ des Werkstoffes /Mic99/.

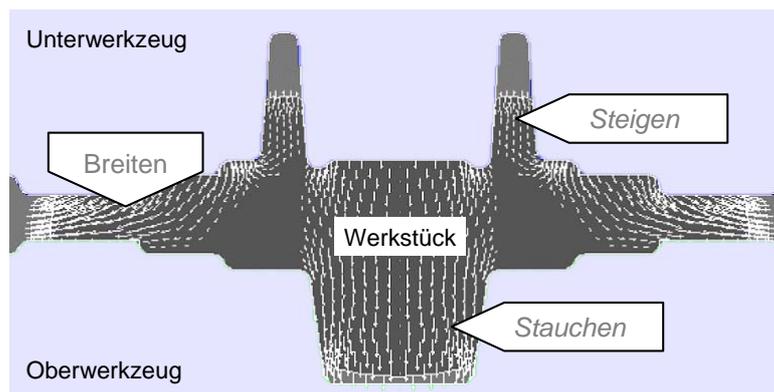


Abbildung 43: Geschwindigkeitsfeld als Ergebnis einer 2D-FEM-Simulation

Die zu beobachtenden drei Grundvorgänge werden auch *Stauhen*, *Breiten* und *Streichen* genannt /Lan77/. Wie in Abbildung 43 erkennbar ist, sind die Übergänge fließend. Bei jedem Gesenkschmiedevorgang treten mindestens zwei der drei Grundvorgänge auf. Um dieses Verhalten auch auf die rückwärts gerichtete Umformsimulation mittels der Medialen-Achsen-Transformation abzu-

bilden, erfolgt zunächst die Einteilung der medialen Achsenabschnitte bzw. der Verdrängungsbahnen in unterschiedliche Klassen, welche die drei Grundvorgänge repräsentieren (Abbildung 44).

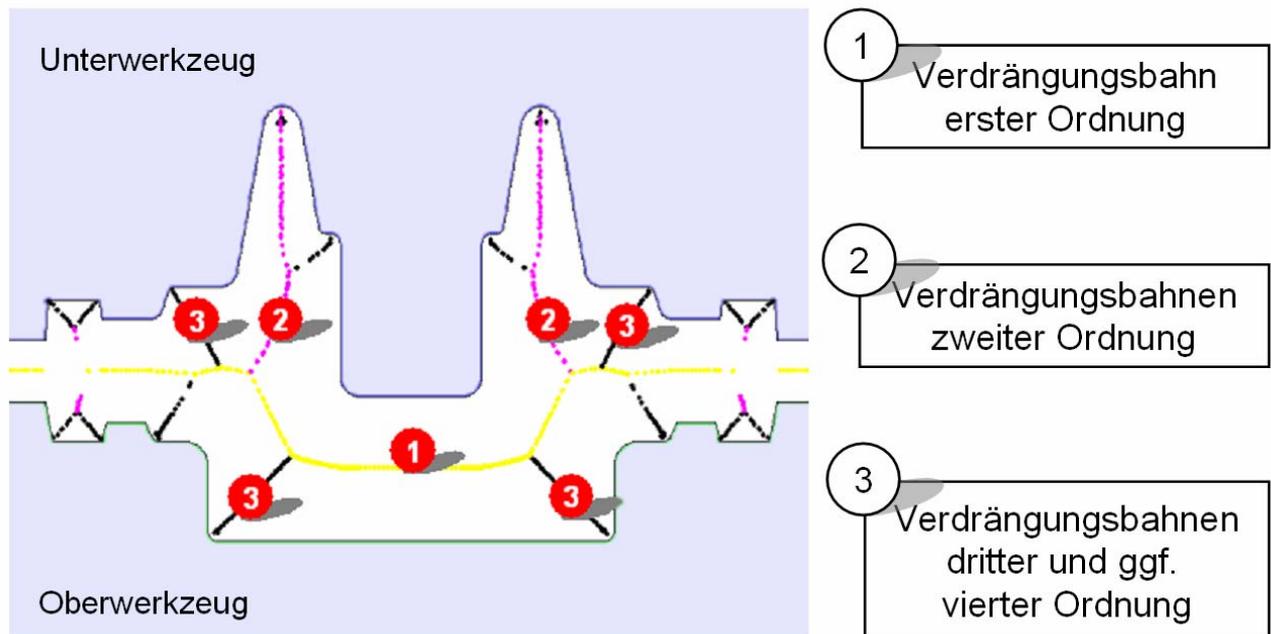


Abbildung 44: Klassifizierung der medialen Achse einer Werkzeuggravur

Im Weiteren wird die Aufteilung der Klassen in Verdrängungsbahnen unterschiedlicher Ordnungen erläutert:

a) Verdrängungsbahn 1. Ordnung:

Dieser Teil der medialen Achse stellt grundsätzlich eine Hauptverdrängungsbahn dar. Hauptverdrängungsbahnen 1. Ordnung repräsentieren stets den Grundvorgang *Breiten*. Sie verlaufen durchgehend zwischen der oberen und unteren Gesenkhälfte von einer Gratbahn bis zur gegenüberliegenden und sind entsprechend weitestgehend waagrecht orientiert. Alle Verdrängungsbahnen höherer Ordnung zweigen von dieser Bahn ab. Es existiert genau eine Verdrängungsbahn 1. Ordnung für jedes Umforminkrement.

b) Verdrängungsbahnen 2. Ordnung:

Eine Verdrängungsbahn 2. Ordnung mündet generell auf der Hauptverdrängungsbahn. Sie beschreibt das Füllverhalten der Nebenformelemente. Je nachdem, ob diese ober- oder unterhalb der Hauptverdrängungsbahn angeordnet sind, repräsentiert die Verdrängungsbahn 2. Ordnung den Grundvorgang *Steigen* oder *Stauchen* des Materials. Aus der Direktive, dass Schmiedeteile keine Hinterschnitte haben – zweiteilige Schmiedewerkzeuge vorausgesetzt – verlaufen Verdrängungsbahnen 2. Ordnung im Mittel senkrecht zur Hauptverdrängungsbahn bzw. parallel zur Werkzeugbewegung. Diese Eigenschaft dient als Klassifizierungsmerkmal. Verdrängungsbahnen 2. Ordnung können einmalig, mehrmals oder gar nicht

vorkommen und haben stets eine untergeordnete Funktion im Vergleich zur Hauptverdrängungsbahn 1. Ordnung.

c) Verdrängungsbahnen 3. Ordnung:

Diese Art der Verdrängungsbahn beschreibt das Füllverhalten in engen Innenradien und konvexen Ecken innerhalb der Werkzeuge. Sie können auf Verdrängungsbahnen 1. oder 2. Ordnung münden und verlaufen im Mittel in einem Winkel von $+45^\circ$ oder -45° bezogen auf die Mittelachsen der Haupt- und Nebenformelemente. Diese Eigenschaft dient dem Algorithmus als stabiles Klassifizierungsmerkmal. Verdrängungsbahnen 3. Ordnung können einmalig, mehrmalig oder gar nicht vorkommen und haben stets eine untergeordnete Funktion im Vergleich zu Bahnen niedrigerer Ordnung. Verdrängungsbahnen 3. Ordnung werden vom Algorithmus detektiert, bleiben jedoch bis dato für die Berechnung des Werkstoffflusses unberücksichtigt.

d) Verdrängungsbahnen höherer Ordnung:

Auch Verdrängungsbahnen höherer Ordnung können entstehen. Diese numerisch bedingten Verdrängungsbahnen besitzen keinen technologischen Nutzen und werden demzufolge unmittelbar nach der Berechnung der medialen Achse eliminiert. Sie entstehen dadurch, dass Radien infolge der Diskretisierung nicht durch Kurven sondern durch Liniensegmente approximiert werden.

4.3.3.3 Berechnung des Gesamtwiderstandes

Die Definition des Widerstandes σ_{ges} , den das Material einer erzwungenen Formgebung entgegensetzt, folgt dem Verlangen nach einer der Fließspannung k_f analogen Größe, in der außer dem Werkstoffeinfluss die Reibungs- und Schiebungsverluste zusammengefasst sind. Für Verfahren mit direkter Druckeinwirkung wird der Gesamtwiderstand als Funktion folgender Größen definiert:

$$\sigma_{ges} = |\overline{\sigma_N}| = f(k_f, \mu, \text{Geometrie}). \quad (4.21)$$

Auch kann der Widerstand als Betrag der mittleren Normalspannung $\overline{\sigma_N}$ interpretiert werden. Aufgrund dieser „spannungsbezogenen“ Definition ist er bei instationären Umformprozessen eine momentane, zeitabhängige Größe. Dieser Definition soll nachstehend Rechnung getragen werden.

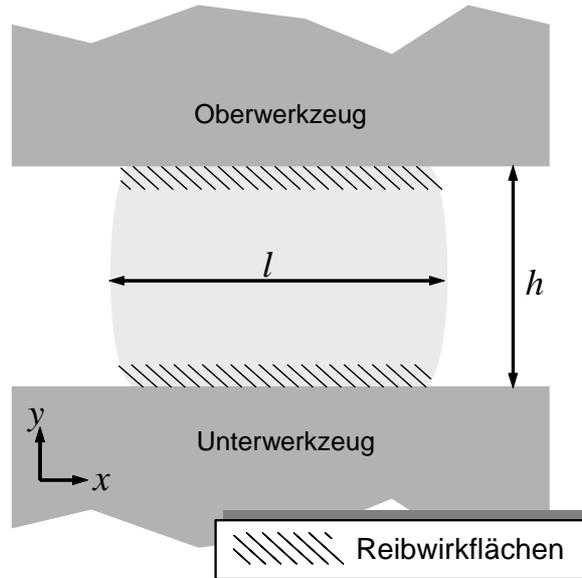


Abbildung 45: Stauchversuch

Ausgehend von einem in Abbildung 45 abgebildeten ebenen Stauchvorgang zwischen planparallelen Werkzeughälften und der Annahme, dass für kleine Reibwerte $\mu = \tan(\beta)$ gilt, vereinfacht sich Gleichung (2.7) aus Kapitel 2.3.1 „Elementare Methoden“ zu

$$\frac{d\sigma_x}{dx} + \frac{2}{h} \cdot \mu \cdot \sigma_x - \frac{2}{h} \cdot \mu \cdot k_f = 0 \quad \text{mit } \alpha = 0 \text{ (planparallele Werkzeughälften)}. \quad (4.22)$$

Diese gewöhnliche, lineare inhomogene Differentialgleichung kann im zu Grunde gelegten Stauchversuch mit dem allgemeinen Ansatz zur Lösung der Differentialgleichung aus Gleichung (2.9) geschlossen berechnet werden. Die Lösung nimmt folgende Form an:

$$\sigma_x = -k_f \cdot \left(e^{\frac{2}{h} \mu \left(\frac{l-x}{2} \right)} - 1 \right). \quad (4.23)$$

Lokale Größen sollen ausdrücklich nicht betrachtet werden. Ziel des Simulationsalgorithmus ist die Berechnung globaler Größen. Aus diesem Grund werden Spannungen über das Werkstückvolumen als gemittelte Größen betrachtet. Aus der Mittelwertbildung folgt für σ_x :

$$\overline{\sigma_x} = \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{l/2} \sigma_x dx = k_f \cdot \left[1 + \frac{h}{2 \cdot l \cdot \mu} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot l \cdot \mu}{h}} \right) \right]. \quad (4.24)$$

Zur Berechnung der mittleren Spannung $\overline{\sigma_y}$ wird die Fließbedingung nach *Tresca* hinzugezogen. Wie der elementaren Plastizitätstheorie entnommen werden kann, besagt diese, dass Fließen eintritt, wenn die größte Hauptnormalspannungsdifferenz den Wert der Fließspannung erreicht oder

$$\sigma_v = \sigma_{max} - \sigma_{min} = k_f. \quad (4.25)$$

Die Zuordnung der mittleren Spannungen $\overline{\sigma}_x$ und $\overline{\sigma}_y$ hinsichtlich σ_{max} und σ_{min} erfolgt über die von ihnen bewirkten Formänderungen. σ_y bewirkt in y -Richtung aufgrund der erzwungenen Werkzeugbewegung eine negative Formänderung ($\varepsilon_y < 0$), wogegen die Formänderung ε_x stets positiv ist, da die Abmessung l des Körpers sich beim Stauchen vergrößert (vgl. [Abbildung 45](#)). Entsprechend ergibt sich folgende Fließbedingung für den betrachteten Fall:

$$\sigma_v = \sigma_x - \sigma_y = k_f \text{ bzw. für die gemittelten Größen } \overline{\sigma}_v = \overline{\sigma}_x - \overline{\sigma}_y = k_f. \quad (4.26)$$

Wird Gleichung (4.24) in (4.26) eingesetzt, folgt daraus:

$$\overline{\sigma}_v = k_f \cdot \left[1 + \frac{h}{2 \cdot l \cdot \mu} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot l \cdot \mu}{h}} \right) \right] - \overline{\sigma}_y \text{ bzw. mit } \overline{\sigma}_v = k_f \text{ und nach } -\overline{\sigma}_y \text{ aufgelöst} \quad (4.27)$$

$$-\overline{\sigma}_y = k_f - k_f \cdot \left[1 + \frac{h}{2 \cdot l \cdot \mu} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot l \cdot \mu}{h}} \right) \right].$$

Der Gesamtwiderstand, der stets der auf das Material einwirkenden Kraft entgegen wirkt, kann, wie in Gleichung (4.21) bereits dargelegt, als Betrag der mittleren Normalspannung interpretiert werden. Dies führt – unter der Voraussetzung planparalleler Werkzeuge (d.h. die Normalspannung wirkt ausschließlich in y -Richtung) – zu folgendem Zusammenhang:

$$|\overline{\sigma}_y| = -\sigma_y \equiv \sigma_{ges} \quad (4.28)$$

Damit lässt sich die Gleichung für den Gesamtwiderstand für ein Element ermitteln.

$$\sigma_i = k_f \cdot \frac{h}{2 \cdot l \cdot \mu} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2 \cdot l \cdot \mu}{h}} \right) \quad (4.29)$$

Einhergehend mit Gleichung (4.21) kann nun der Gesamtwiderstand beim ebenen Stauchvorgang als Funktion der Geometrie (l, h), der Reibung μ und der Fließspannung k_f dargestellt werden. Diese Gleichung stellt eine Basis des rückwärtsgerichteten Simulationsalgorithmus dar. Im Falle des reibungsfreien Zustandes, bezeichnet man den Gesamtwiderstand als ideellen Widerstand σ_{id} .

Um den ideellen Widerstand berechnen zu können wird für Gleichung (4.29) eine Grenzwertbetrachtung mit $\mu \rightarrow 0$ durchgeführt.

$$\sigma_{id} = \lim_{\mu \rightarrow 0} k_f \cdot \frac{h}{2 \cdot l \cdot \mu} \cdot \left(1 - e^{\frac{2l \cdot \mu}{h}} \right) \quad (4.30)$$

Da der Grenzwert zu einem unbestimmten Ausdruck der Form „0/0“ führt, wird zuvor die Regel von *Bernoulli/De l'Hospital* angewendet [Bar91].

$$\sigma_{id} = \lim_{\mu \rightarrow 0} \frac{f(\mu)}{g(\mu)} = \lim_{\mu \rightarrow 0} \frac{f'(\mu)}{g'(\mu)} = \lim_{\mu \rightarrow 0} -k_f \frac{2 \cdot l}{2 \cdot l} \cdot \left(e^{\frac{2l \cdot \mu}{h}} \right) = -k_f \quad (4.31)$$

Es wird sofort deutlich, dass im reibungsfreien Zustand der ideelle Widerstand σ_{id} lediglich der Fließspannung k_f entspricht und dieser unabhängig von der Geometrie bzw. von den Kontaktbedingungen ist (gemäß Gleichung (4.28) ist der Gesamtwiderstand aufgrund der Betragsbedingung stets positiv).

Wie in den vorherigen Kapiteln dargelegt, ist die mediale Achse eine Funktion der Werkzeugkontur, d.h. die Punktverteilung der medialen Achse ergibt sich aus der Punktdichte des Polygonzuges aus Ober- und Untergesenk. Darüber hinaus ist die Verteilung der medialen Punkte auf der medialen Achse nicht gleichmäßig. Hinsichtlich der Berechnung der Widerstände muss jedoch sichergestellt werden, dass dieser unabhängig von der Punktverteilung der Werkzeuggeometrie ist. Um den Gesamtwiderstand mit den medialen Größen beschreiben zu können, wird zunächst ein Ersatzelement definiert.

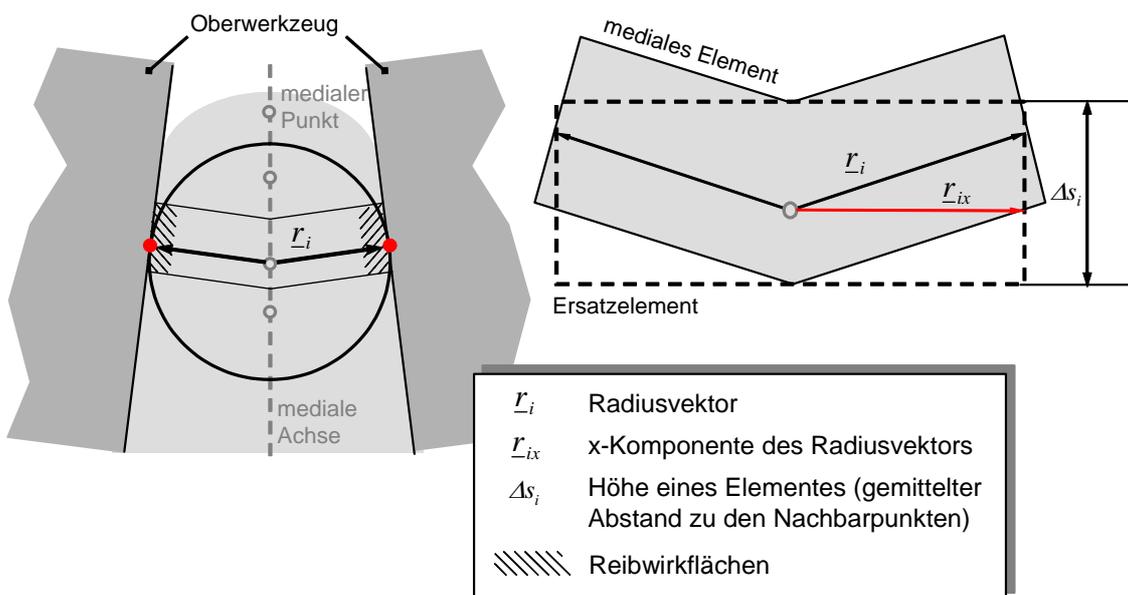


Abbildung 46: Definition eines medialen Elementes

Hierbei korrespondiert jeder mediale Punkt auf einer Verdrängungsbahn mit jeweils einem medialen Element (mit Ausnahme der Verzweigungspunkte, da diese im Sinne der Umformung neutral sind). Abbildung 46 zeigt ein mediales Element sowie das zugehörige Ersatzelement einer Verdrängungsbahn zweiter Ordnung.

Die Länge der Reibwirkfläche l eines Elementes ergibt sich aus dem Abstand Δs_i eines medialen Punktes zu seinen Nachbarpunkten. Die Höhe (bzw. je nach Lage des Elementes innerhalb des Werkzeuges auch Breite) ist gegeben durch $h \approx 2 \cdot r_i$, somit stellt sich der Gesamtwiderstand in Abhängigkeit der Geometrie, der Fließspannung und der Reibung in Anlehnung an Gleichung (4.29) wie folgt dar:

$$\sigma_i = -k_f \cdot \frac{r_i}{\Delta s_i \cdot \mu} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta s_i \cdot \mu}{r_i}} \right) \quad (4.32)$$

Der korrespondierende Kreis tangiert die Kontur der Werkzeuge an mindestens zwei Punkten. Dadurch ist gewährleistet, dass der Radiusvektor jeweils (beide Seiten) normal zur Werkzeugkontur orientiert ist. Diese Eigenschaft, lässt einen direkten Zusammenhang zwischen Umformgrad und Werkzeugbewegung zu.

Der Gesamtumformgrad kann schließlich durch Aufsummierung der einzelnen Umformgrade der jeweiligen medialen Elemente für das gesamte Werkstück errechnet werden und aus ihm auf die Umformkraft geschlossen werden.

$$\sigma_{ges} = |\bar{\sigma}| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i = \frac{F}{A_{Kontakt}} \quad (4.33)$$

4.3.3.4 Berechnung des Umformgrades

Bei einer plastischen Umformung metallischer Werkstoffe kommt es i.d.R. zu einer Volumenvergrößerung. Diese Volumenvergrößerung ist jedoch so geringfügig, dass sie für die Berechnung der Formänderung im Allgemeinen außer acht gelassen werden kann und somit von Volumenkonstanz ausgegangen werden kann. Einhergehend mit Abbildung 47 gilt bei Einhaltung der Volumenkonstanz für die globale Formänderung folgende Beziehung:

$$l_1 \cdot b_1 \cdot h_1 = l_0 \cdot b_0 \cdot h_0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{l_1}{l_0} \cdot \frac{b_1}{b_0} \cdot \frac{h_1}{h_0} = 1. \quad (4.34)$$

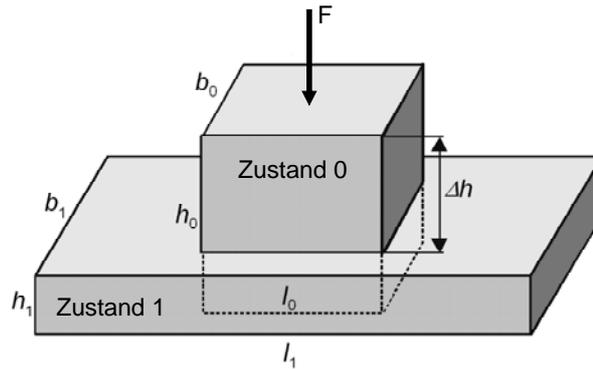


Abbildung 47: Quader vor (Zustand 0) und nach (Zustand 1) der Umformung

Der Umformgrad φ ist die über die Körperabmessungen eines Werkstückes gemittelte lokale Gesamtformänderung $\bar{\varepsilon}$. Beispielsweise gilt in x-Richtung:

$$\varphi_x = \bar{\varepsilon} = \frac{1}{l_x} \int_0^{l_x} \varepsilon_x dx \quad (4.35)$$

Da der hier vorgestellte Ansatz die Berechnung lokaler Größen nicht erlaubt, wird für die weitere Betrachtung stets der Umformgrad als Maß für den Formänderungszustand des Werkstückes zugrunde gelegt. Im Falle einer homogenen Umformung lässt sich der Zusammenhang zwischen den Körperabmessungen vor und nach der Umformung darstellen durch

$$d\varphi = \frac{dh}{h} \text{ bzw. mit } \varphi = \int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{h} = \ln \frac{h_1}{h_0}. \quad (4.36)$$

Übertragen auf das in Abbildung 10 dargestellte Steifenmodell bei planparallelen Werkzeugkonturen, stellt sich der Umformgrad gemäß allgemeiner Plastizitätstheorie dar als

$$\text{Höhe: } \varphi_h \equiv \varphi_y = \ln(h_1/h_0)$$

$$\text{Länge: } \varphi_l \equiv \varphi_x = \ln(l_1/l_0)$$

(4.37)

$$\text{Breite: } \varphi_b \equiv \varphi_z = 0 \text{ für } b \gg l$$

Die Intensität der Werkstoffbewegung ist abhängig von den Formänderungen bzw. den Umformgraden, die entlang der medialen Achse bzw. Verdrängungsbahn vorliegen. Um diese erfassen zu können, wurde die mediale Achse und der korrespondierende Radiusvektor berechnet und in Datenfeldern abgelegt. Eine weitere wichtige Größe zur Berechnung der Umformgrade ist der Winkel zwischen dem Radiusvektor und der Richtung der Werkzeugbewegung (Abbildung 48). Aufgrund der Orthogonalität zwischen Werkzeugkontur und Radiusvektor kann der Umformgrad eines Elementes als Funktion der Werkzeugverschiebung dargestellt werden.

$$\varphi_{\max}(s_{WKS}) = \ln\left(\frac{2 \cdot r_i \pm \sin(\alpha) \cdot s_{WKZ}}{2 \cdot r_i}\right) \quad (4.38)$$

Entsprechend wirkt der er stets als maximaler Umformgrad (4.38). Für die Rückwärtssimulation wird das Vorzeichen positiv eingesetzt und einhergehend damit werden positive Umformgrade erzielt. Grundsätzlich ist die Gleichung auch mit negativem Vorzeichen für die Vorwärtssimulation anwendbar. Im Simulationsprogramm ist die Gleichung für alle medialen Punkte der Hauptverdrängungsbahnen erster und zweiter Ordnung wirksam.

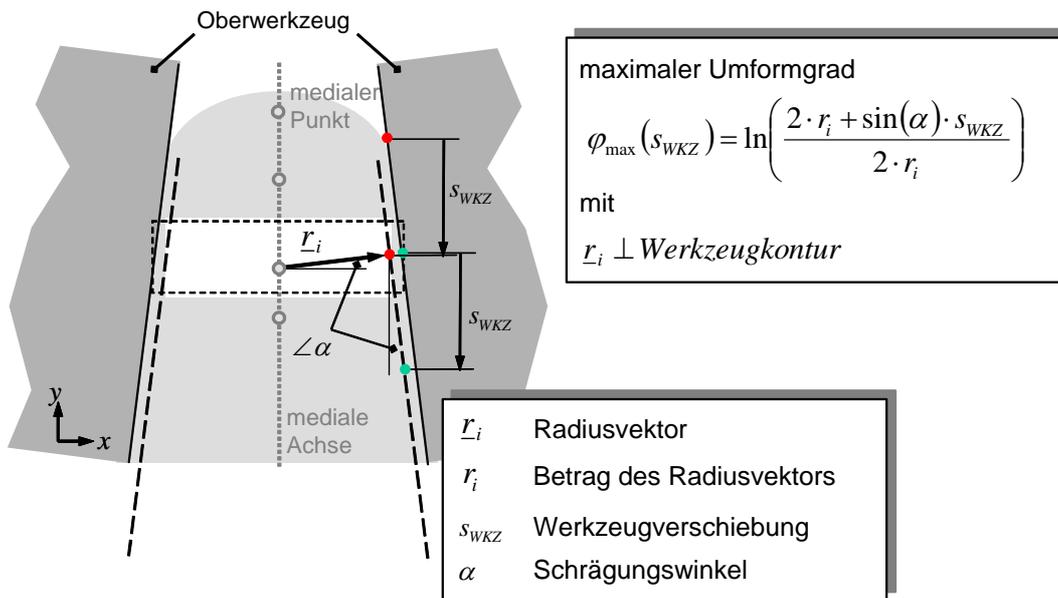


Abbildung 48: Maximaler Umformgrad am medialen Element

Im Falle des reinen Stauchens ist die Sinusfunktion in Gleichung (4.38) eins und der Umformgrad entspricht dem des reinen Stauchvorganges (Abbildung 49, linke Darstellung). Dringt beispielsweise das Material infolge der Werkzeugbewegung in eine Rippe ein, tritt dort eine geringere Umformung auf als beim reinen Stauchen. In diesem Fall stehen Radiusvektor und Geschwindigkeitsvektor der Werkzeugbewegung nahezu orthogonal zueinander und die Sinusfunktion liefert Werte nahe Null. Besitzt die Rippe keine Aushebeschrägen, findet keine Umformung in der Rippe mehr statt und bedingt durch die Sinusfunktion wird der Umformgrad ebenfalls null (Abbildung 49, rechte Darstellung).

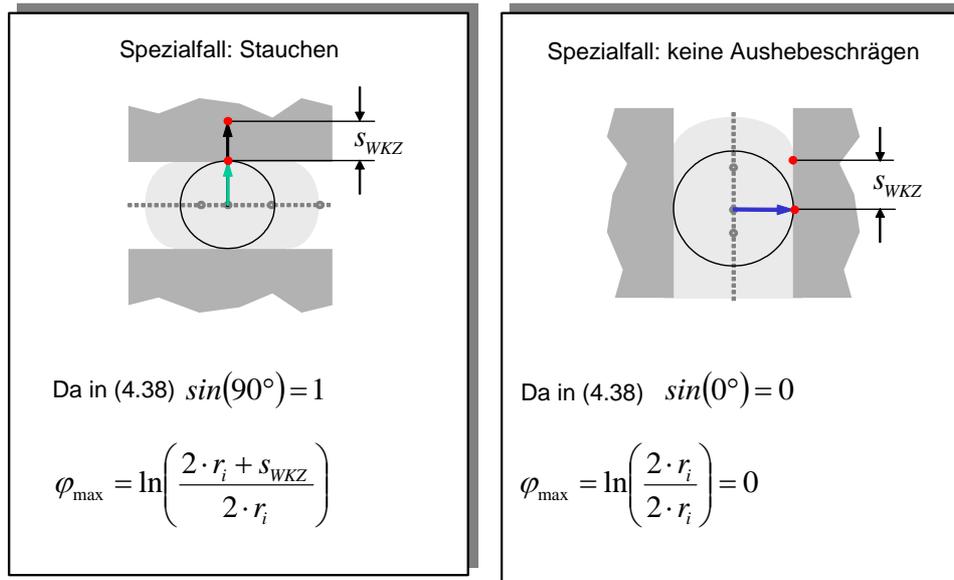


Abbildung 49: Spezialfälle des allgemeinen Zustandes

4.3.3.5 Beispielrechnung für die Widerstandsbestimmung

An einem Beispiel ist der prinzipielle Ablauf zur Bestimmung des Widerstandes gegen Umformung sowie der daraus resultierenden Umformkraft mittels des hier entwickelten Ansatzes dargestellt. Demgegenüber ist die Berechnung auf Basis der elementaren Plastizitätstheorie aufgezeigt, wobei die Lösung der Differentialgleichung für den in Tabelle 2 (rechte Grafik) dargestellten Steifen folgende Gleichung liefert /Kop98/:

$$\sigma_x = -k_f \frac{\tan(\alpha + \rho)}{\tan(\alpha + \rho) - \tan(\alpha)} \left[\left[\frac{h - l \cdot \tan(\alpha)}{h - 2x \cdot \tan(\alpha)} \right]^{\left(1 - \frac{\tan(\alpha + \rho)}{\tan(\alpha)}\right)} - 1 \right] \quad (4.39)$$

mit $\alpha \neq 0$ und $\tan(\rho) = \mu \neq 0$.

Die Berechnung des Widerstandes geschieht analog zur Vorgehensweise in Kapitel 4.3.3.3. Des Weiteren werden folgende Randbedingungen und Prozessparameter festgelegt, um eine Vergleichbarkeit der Ansätze sicherzustellen:

- Material: C60 [1.0601]
- Reibung: $\mu = 0,1$
- Temperatur: 1200°C
- Formänderungsgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_{\max}$ für $\dot{\varepsilon}: 20s^{-1}$

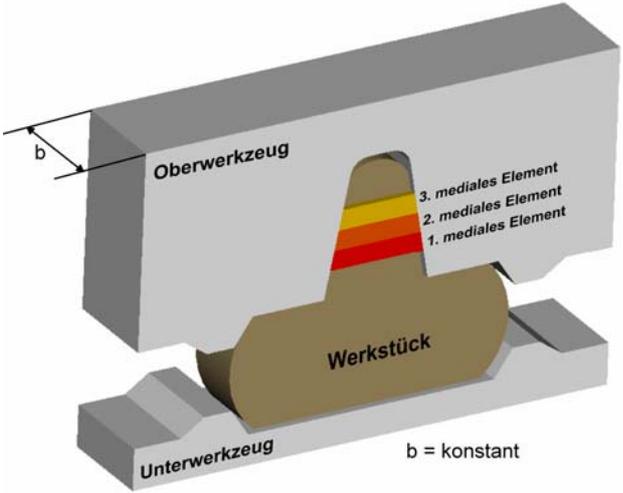
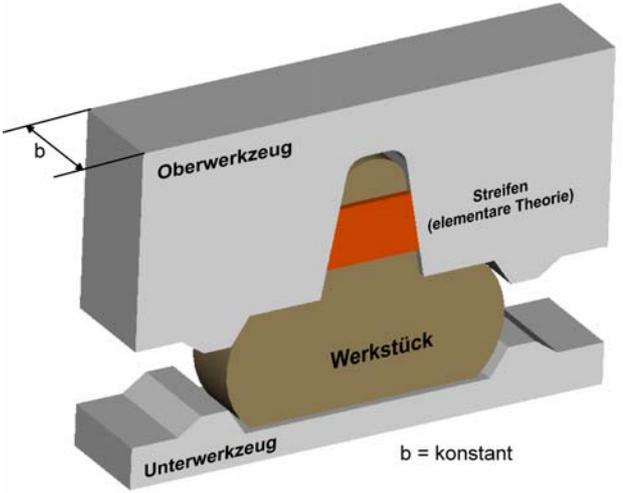
Aus den obigen Parametern wird die Fließspannung mittels der Fließkurvengleichung nach (4.2) bestimmt (Quelle Regressionskoeffizienten: FORGE3®):

$$k_f = 1707 \cdot e^{-0,0028T} \cdot \dot{\epsilon}^{-0,19371} \cdot \epsilon^{0,1467} \cdot e^{\frac{-0,07421}{\epsilon}}$$

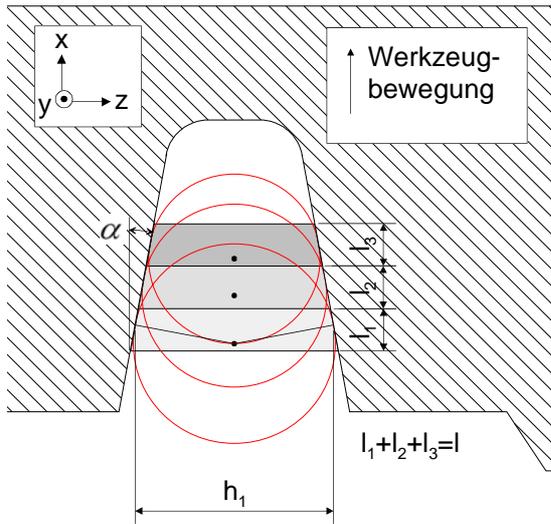
Ferner werden für die Berechnung geometrische Größen benötigt.

- Werkzeugbewegung: $s_{WKZ} = 40mm$
- Schrägungswinkel in der Rippe: $\alpha = 10^\circ$
- Elementbreite (konstant in y-Richtung): $b = 100mm$

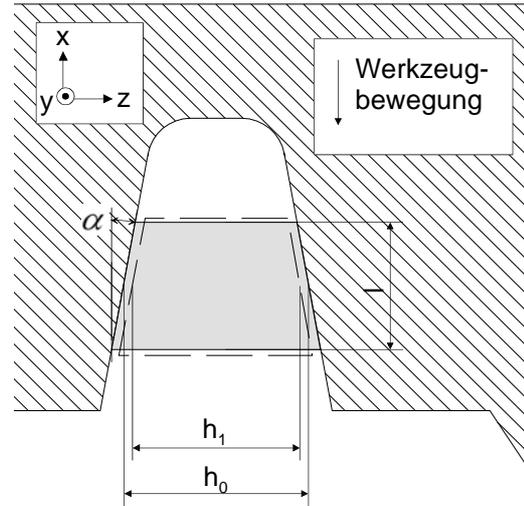
Tabelle 2: Verfahrensvergleich zwischen der Rückwärtssimulation (MAT) und der elementaren Theorie am Beispiel des Spannungszustandes innerhalb einer Rippe

Rückwärtssimulation	Elementare Theorie
	
<p>Berechnung des Widerstandes gegen Umformung an drei medialen Elementen innerhalb einer Rippe mit Aushebeschrägen</p>	<p>Berechnung des Widerstandes an einem Streifenelement innerhalb einer Rippe mit Aushebeschrägen</p>

Elementendarstellung



Elementdarstellung



Maximaler Umformgrad nach (4.38) entlang r_i :

$$\varphi_{1max} = \ln\left(\frac{94 + \sin(10^\circ) \cdot 40}{94}\right) = 0,071$$

$$\varphi_{2max} = \ln\left(\frac{86 + \sin(10^\circ) \cdot 40}{86}\right) = 0,078$$

$$\varphi_{3max} = \ln\left(\frac{80 + \sin(10^\circ) \cdot 40}{80}\right) = 0,083$$

Maximaler Umformgrad nach (4.36) entlang z:

$$|\varphi_{max}| \approx \ln\left(\frac{79,21}{86,16}\right) = 0,084$$

Berechnung der Fließspannung mit φ_{max} für ε
(lokale Größen werden nicht betrachtet):

$$k_{1f} = 57,28MPa$$

$$k_{2f} = 61,78MPa$$

$$k_{3f} = 64,64MPa$$

Berechnung der Fließspannung mit $|\varphi_{max}|$ für ε
(lokale Größen werden nicht betrachtet):

$$k_f = 65,18MPa$$

<p>Berechnung der Elementwiderstände nach (4.32) und des Gesamtwiderstandes nach (4.33):</p> $\sigma_1 = 58,75MPa$ $\sigma_2 = 63,37MPa$ $\sigma_3 = 66,30MPa$ $\sigma_{ges} = \frac{1}{3}(58,75 + 63,37 + 66,30)MPa$ $\sigma_{ges} = 62,47MPa$	<p>Berechnung des Widerstand gegen Umformung gemäß elementarer Theorie mit (4.39):</p> $\sigma_{ges} = 65,18MPa$
<p>Berechnung der Umformkraft mit $l_{Kontakt} = 2 \cdot 63,93mm$ und $b = 100mm$ nach (4.33)</p> $F = \frac{62,47MPa \cdot (127,87 \cdot 100)mm}{1000} \approx 799kN$	<p>Berechnung der Umformkraft mit $l_{Kontakt} = 2 \cdot 63,93mm$ und $b = 100mm$ nach (4.33)</p> $F = \frac{65,18MPa \cdot (127,87 \cdot 100)mm}{1000} \approx 833kN$

Betrachtet man die drei Einzelelemente der Rückwärtssimulation, so wird sofort deutlich, dass mit abnehmendem Rippendurchmesser der Widerstand gegen Umformung und einhergehend damit die Spannung ansteigt. Bei kleinen Umformgraden, wie sie oftmals im Bereich von Stegen und Rippen vorliegen, ist die Sensitivität der Fließspannung und damit auch indirekt die des Widerstandes aufgrund eines steilen Kurvenverlaufes sehr groß (vgl. [Abbildung 50](#)). Dennoch ist insgesamt eine gute Übereinstimmung der Gesamtwiderstände beider Methoden festzustellen.

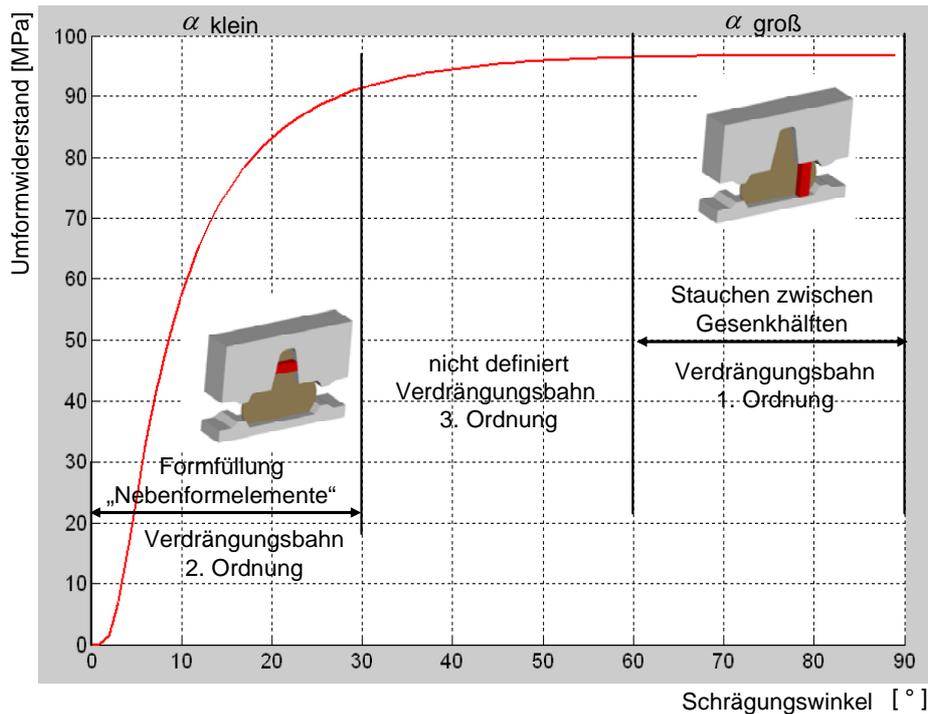


Abbildung 50: Abhängigkeit des Widerstandes vom Schrägungswinkel α bei der Rückwärtssimulation

In Abbildung 50 ist der Schrägungswinkel des Umformgrades eines Elementes nach der MAT in Abhängigkeit des Widerstandes aufgetragen. Bei einem Schrägungswinkel von Null tritt keine Umformung ein – der Widerstand ist demzufolge ebenfalls null. Kleine Winkel beschreiben das Füllverhalten von Nebenformelementen und repräsentieren die Grundvorgänge *Steigen* und *Stäuchen*. Dies geschieht stets entlang Verdrängungsbahnen zweiter Ordnung. Mit größer werdendem Schrägungswinkel steigt der Umformwiderstand zunächst steil an, und offenbart so eine große Sensitivität gegenüber kleinen Winkeln.

Große Schrägungswinkel beschreiben das Umformverhalten entlang der Verdrängungsbahn erster Ordnung. Sie repräsentiert stets den Grundvorgang *Breiten*. Die Verdrängungsbahn erster Ordnung verläuft durchgehend zwischen der oberen und unteren Gesenkhälfte von einer Gratbahn bis zur gegenüberliegenden. Bei einem Schrägungswinkel von 90° erreicht der Widerstand für die Rückwärtssimulation sein Maximum. Bedingt durch die Richtung des Radiusvektors liegt hier reines Stäuchen vor.

Winkel mittlerer Größe sind derzeit im Berechnungsansatz nicht definiert. Ihnen liegen Verdrängungsbahnen dritter Ordnung zugrunde.

4.3.3.6 Widerstandsberechnung

Die mediale Achse gibt die Verdrängungsbahnen innerhalb einer Gravur wieder. Damit sind zwar die möglichen Bahnen, entlang derer eine Werkstoffverdrängung denkbar ist bekannt, nicht aber die Volumenanteile, die in Richtung dieser Bahnen eine Werkstoffbewegung auslösen. Die

Intensität dieser Werkstoffbewegung ist abhängig von der Summe der Widerstände σ_i , die entlang der Verdrängungsbahnen vorliegen.

Ausgehend von einem Endpunkt der medialen Achse besteht die Aufgabe letztendlich darin, die Materialverschiebung an diesem Endpunkt im Kontext zu den anderen potentiellen Endpunkten der medialen Achse durch einen repräsentativen Widerstandswert zu charakterisieren. Um dieses Ziel erfüllen zu können, erweist sich die in Kapitel 4.3.1 "Begriffsdefinition" vorgenommene Einteilung der medialen Punkte in

- regelmäßige Punkte,
- Verzweigungspunkte (VZP) und
- Endpunkte (EP)

als sehr nützlich, da sich die mediale Achse so auch als binärer Baum interpretieren lässt (Abbildung 51).

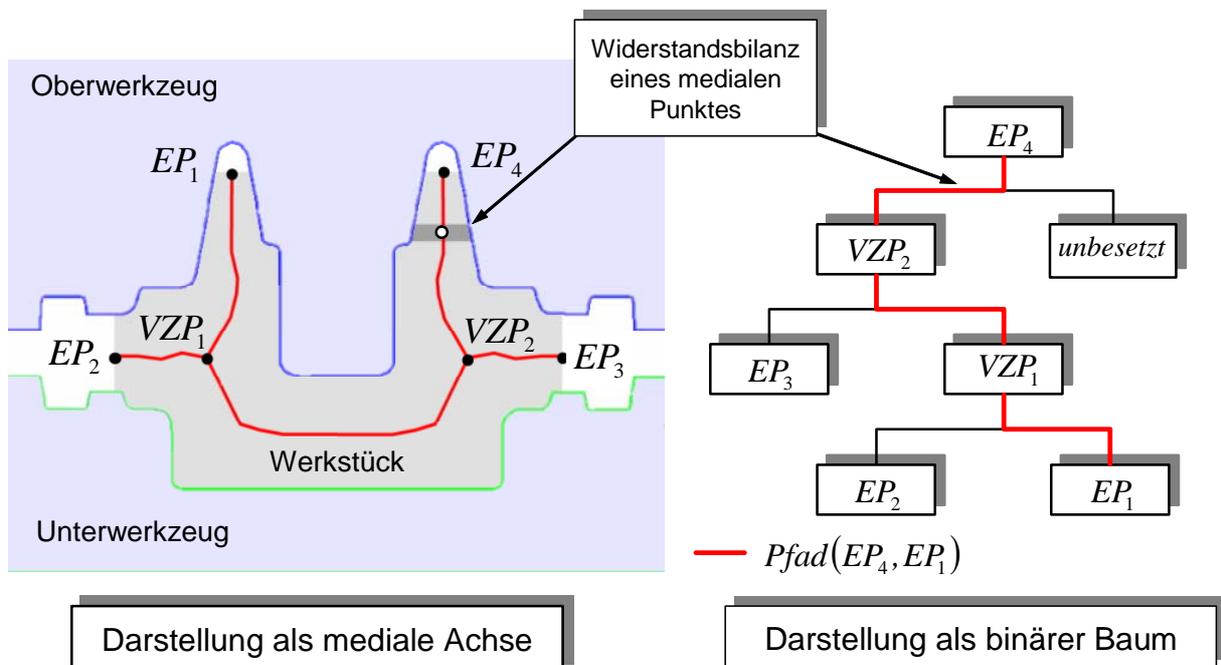


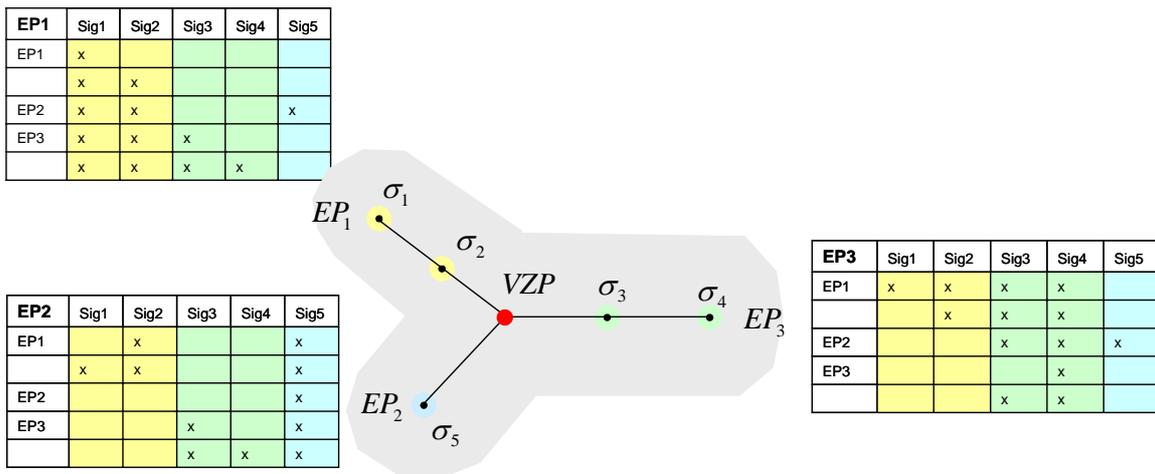
Abbildung 51: Die mediale Achse als binärer Baum

Diese Art der Baumstruktur ist dadurch definiert, dass jeder Knoten (bzw. jedes Element des Baumes) genau zwei Nachfolger haben muss. Dabei kann ein Nachfolger auch unbesetzt sein. Diese Eigenschaft macht den binären Baum zu einer der am häufigsten verwendeten Baumstrukturen. Darüber hinaus existieren für diese Art der Bäume leistungsfähige Verfahren, die systematisch Wege durch den Baum finden.

Das so genannte *Backtracking*-Verfahren (backtrack engl. für zurückverfolgen) ist die Bezeichnung für ein Lösungsverfahren, das, basierend auf der Tiefensuche, eine Teillösung sukzessiv zu einer Gesamtlösung ausbaut. Für einen baumartigen Suchraum heißt das, dass Schritt für Schritt ein Pfad

in die Tiefe gesucht wird. Wenn das Baumende erreicht wird (Sackgasse), springt der Algorithmus ein oder mehrere Elemente des Baumes zurück, um einem anderen Pfad zu folgen. Schematische Ablaufprotokolle dokumentieren schließlich die Pfade vom Ausgangspunkt über die Verzweigungspunkte zu allen Endpunkten.

Mit diesem Algorithmus ist es möglich, von einem medialen Punkt die Pfade zu allen Endpunkten zu finden. Alle regulären Punkte und Endpunkte der medialen Achse sind gleichzeitig Träger eines elementaren Widerstandes σ_i nach Gleichung (4.32). Entsprechend der Lage des medialen Punktes bzw. des durch ihn repräsentierten Flächenelementes sind die Widerstände festgelegt, die das Material infolge einer Umformeinwirkung entlang der medialen Achse überwinden muss. Um nun ausgehend von einem medialen Punkt zu einem Endpunkt zu gelangen, werden die Widerstände aller passierten regulären Punkte und aller Endpunkte der medialen Achse aufaddiert. Ausgenommen sind dabei Verzweigungspunkte, da diese im Sinne der Umformung neutral sind. Die Summe aller Widerstände bis zu einem Endpunkt, wird diesem schließlich zugeordnet. Diese Vorgehensweise wird ausgehend vom medialen Punkt für alle Endpunkte durchgeführt, so dass jeder Endpunkt einen punktspezifischen Widerstand zugeordnet bekommt.



- Verzweigungspunkte VZP sind neutrale Punkte.
- Der Widerstand eines Endpunktes EP_i berechnet sich aus der Summe aller elementaren Umformwiderstände $\sigma_i = Sig$, die in der zugehörigen Tabelle mit x gekennzeichnet sind.

Abbildung 52: Berechnung der Endpunktwiderstände einer medialen Achse

Abbildung 52 zeigt exemplarisch für drei Endpunkte einer medialen Achse die jeweils zu berücksichtigenden Einzelwiderstände. Entsprechend ergibt sich für die Endpunkte folgende Widerstandsbilanz:

$$\sigma(EP_1) = 5 \cdot \sigma_1 + 4 \cdot \sigma_2 + 2 \cdot \sigma_3 + 1 \cdot \sigma_4 + 1 \cdot \sigma_5$$

$$\sigma(EP_2) = 1 \cdot \sigma_1 + 2 \cdot \sigma_2 + 2 \cdot \sigma_3 + 1 \cdot \sigma_4 + 5 \cdot \sigma_5 \text{ bzw. in Matrizenform}$$

$$\sigma(EP_3) = 1 \cdot \sigma_1 + 2 \cdot \sigma_2 + 4 \cdot \sigma_3 + 5 \cdot \sigma_4 + 1 \cdot \sigma_5.$$

$$\sigma_{Bilanz} = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

Als Ergebnis liegt jedem Endpunkt (EP_i) ein Endpunktwiderstand $\sigma(EP_i)$ vor, der in Abhängigkeit

- der Werkzeuggeometrie,
- den Kontaktbedingungen,
- der Reibung und
- dem Material

ermittelt wurde. Da das Material grundsätzlich den Weg des geringsten Widerstandes wählt, kann mittels einer Widerstandsbilanz bereits qualitativ die inverse Materialverschiebung angegeben werden.

Der Rechenaufwand für die hier beschriebene Widerstandsberechnung wäre sehr groß, da von jedem Punkt der medialen Achse zu jedem Endpunkt ein punktspezifischer Widerstand berechnet werden müsste. Um eine Mehrfachberechnung der Widerstände entlang der medialen Achse zu umgehen, werden für jeden Verzweigungs- bzw. Endpunkt einmalig die Widerstände der hier beginnenden Bahnlinie bis zum nächsten Verzweigungs- bzw. Endpunkt berechnet und abgespeichert. Somit verarbeitet der Algorithmus für die Widerstandsberechnung lediglich noch End- und Verzweigungspunkte und keine regulären Punkte, die am häufigsten innerhalb der Gravur auftreten.

Grundsätzlich kann bei der hier vorgestellten Vorgehensweise auf die Definition eines statischen Verdrängungszentrums durch den Anwender verzichtet werden. Die Widerstandswerte regulieren sich innerhalb einer Schnittebene durch den Algorithmus selbständig. Dies stellt eine grundlegende Erweiterung hinsichtlich der bisherigen Arbeiten zu diesem Thema dar /Mat91/, /Ben95/, /Mic99/. Insbesondere bei einer Ausweitung von $2^{1/2}$ D (Schnittkurvenmodell) auf 3D beinhaltet diese Art der Widerstandsberechnung ein enormes Entwicklungspotenzial.

4.3.4 Materialverschiebung

Durch die Berechnung der medialen Achse bzw. Verdrängungsbahnen sind die Bahnen innerhalb der Gravur, entlang derer Werkstofffluss stattfinden kann, festgelegt. Darüber hinaus erlauben die berechneten Widerstände an den Endpunkten die qualitative Abschätzung der Materialbewegung während der Umformung (Abbildung 53). Eine quantitative Verschiebung der Materialanteile hingegen kann noch nicht berechnet werden und wird im Folgenden hergeleitet.

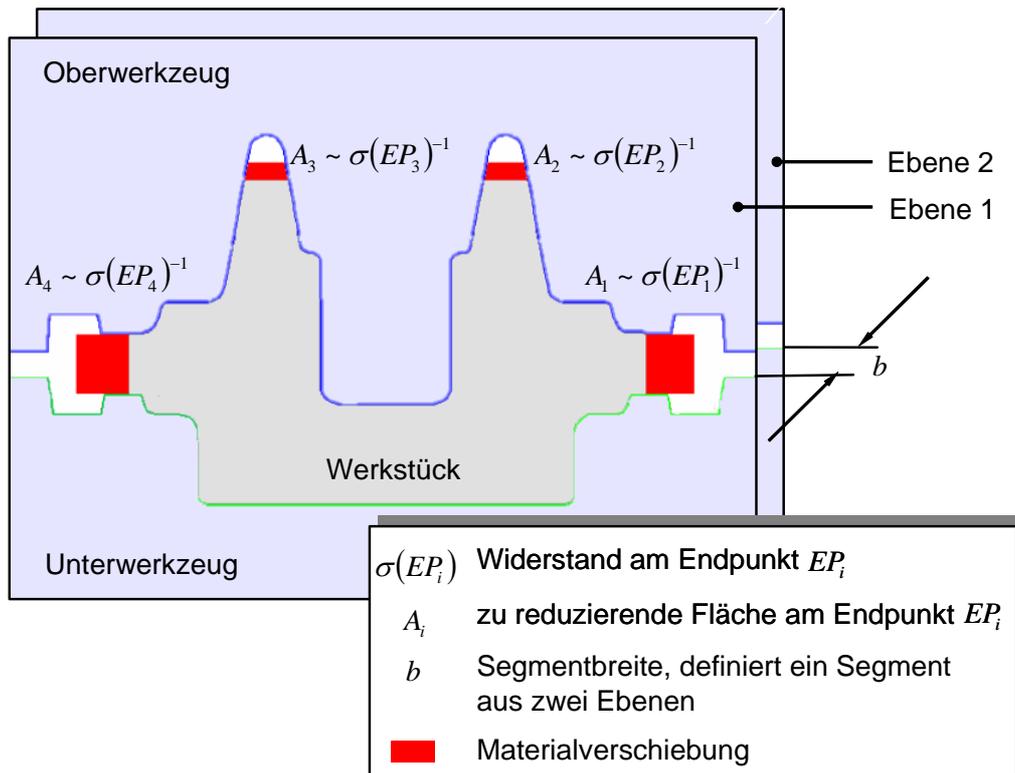


Abbildung 53: Definition eines Segmentes und Materialrückbildung

Die Berechnung des Werkstoffflusses erfolgt in Segmenten. Hierbei spannen zwei benachbarte Schnittebenen ein Segment auf. In Abbildung 53 ist beispielhaft ein solches Segment dargestellt. Der Abstand zweier benachbarter Schnittebenen liefert jeweils die korrespondierende Segmentbreite b . Aufgrund dieser Segmentdefinition mit konstanter Breite und der Restriktion, dass kein Volumenfluss innerhalb der Segmentbegrenzung zugelassen wird, kann die Bedingung, dass während der Umformung Volumenkonstanz herrscht, dahingehend erweitert werden, dass auch Flächenkonstanz vorherrscht. Demzufolge kann der Volumenfluss durch Betrachtung einer Fläche abgebildet werden. Entsprechend wird die Segmentbreite b nachfolgend eliminiert, da sie innerhalb des Algorithmus in allen Termen auftaucht.

Die Größe eines Umforminkrementes der rückwärts gerichteten Werkstoffflusssimulation muss durch Festlegung der zu verdrängenden Fläche durch den Anwender vorgegeben werden. Die Bestimmung erfolgt prozentual bezogen auf die Werkstückfläche. Erfahrungsgemäß liefert ein Wert von 5% der Werkstückfläche einer Schnittebene einen in der Praxis guten Kompromiss

zwischen Simulationsgenauigkeit und –geschwindigkeit. D.h. 5% der Werkstückfläche A stehen innerhalb eines Umforminkrements zur Materialverschiebung bereit. Nachfolgend wird die zur Verschiebung bereitstehende Gesamtfläche mit $A_{\%}$ und die reduzierte Werkstückfläche mit A_{ist} bezeichnet (Abbildung 54).

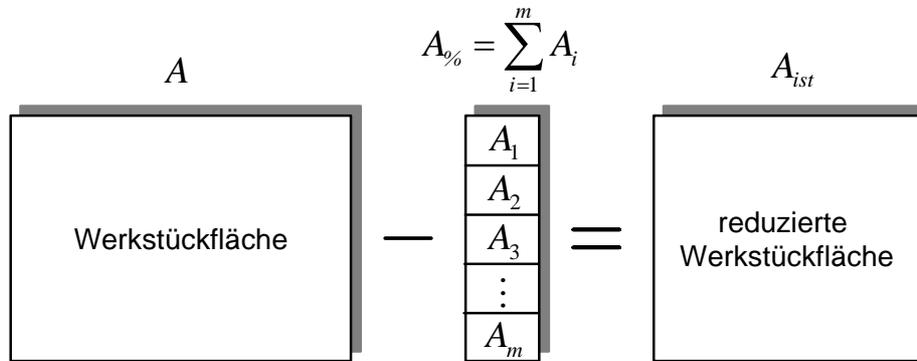


Abbildung 54: Flächenbilanz während der Materialrückbildung

Zunächst wird an jedem Endpunkt eine dem Endpunktwiderstand $\sigma(EP)$ adäquate Fläche A_i entnommen. Die Summe dieser Teilflächen entspricht der zur Verschiebung bereitstehenden Fläche $A_{\%}$. Die Ermittlung der Teilflächen erfolgt im umgekehrt proportionalen Verhältnis zu den berechneten Endpunktwiderständen (vgl. Gleichung (2.11)):

$$A \sim \frac{1}{\sigma_{ges}} \quad (4.41)$$

Der Proportionalitätsfaktor lässt sich aus dem Verhältnis von Gesamtwiderstand σ_{ges} zu Endpunktwiderstand $\sigma(EP_m)$ und der zu reduzierenden Teilfläche am Endpunkt A_m zur Fläche $A_{\%}$ bestimmen. Daraus ergibt sich folgende Berechnungsvorschrift

$$\begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{Bmatrix} = \sigma \cdot A_{\%} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma(EP_1)^{-1} \\ \sigma(EP_2)^{-1} \\ \vdots \\ \sigma(EP_n)^{-1} \end{Bmatrix} \text{ mit } \sigma = \sum_{i=1}^n \sigma(EP_i). \quad (4.42)$$

Aus obiger Gleichung lassen sich alle Teilflächen berechnen. Damit können die nicht in Kontakt stehenden Bereiche um eine dem Widerstand adäquate Fläche reduziert werden.

4.3.5 Werkzeugbewegung

In den nachfolgenden Schritten muss die Werkstückfläche – aufgrund der Flächenkonstanzbedingung – um den zuvor reduzierten Betrag wieder vergrößert werden.

Die Flächenzunahme wird in der Rückwärtssimulation durch die Werkzeuge verursacht. Es handelt sich daher um eine erzwungene (inverse) Formgebung des Werkstücks. Alle Werkstückpunkte werden um den gleichen Betrag in Bewegungsrichtung des sich öffnenden Werkzeugs verschoben. Dies ist in Abbildung 55 dargestellt.

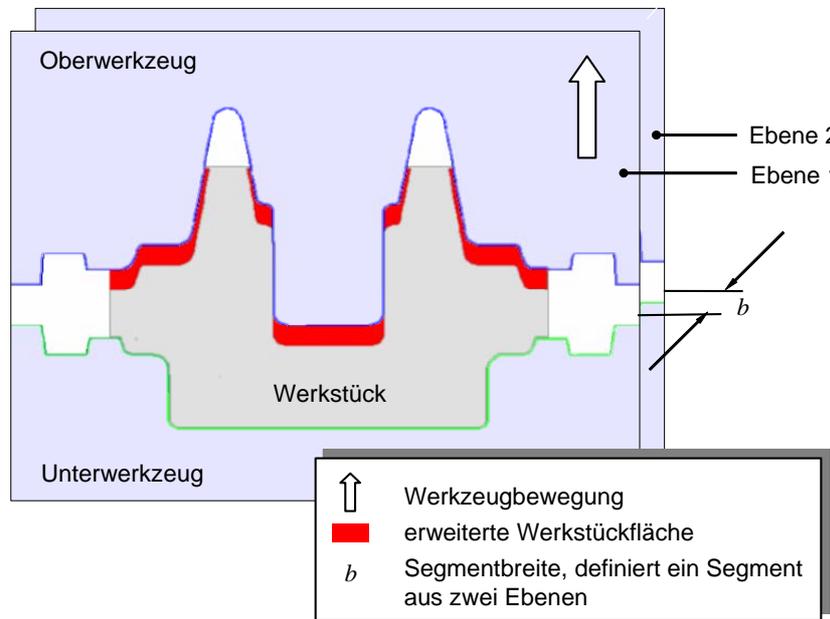


Abbildung 55: Materialausbildung und Werkzeugbewegung innerhalb eines Segmentes

Gesucht ist in diesem Zusammenhang der Betrag des Verschiebungsvektors s , um den das Oberwerkzeug verschoben werden muss damit die Flächenkonstanzbedingung wieder erfüllt wird. Abbildung 56 stellt den Sachverhalt mathematisch dar.

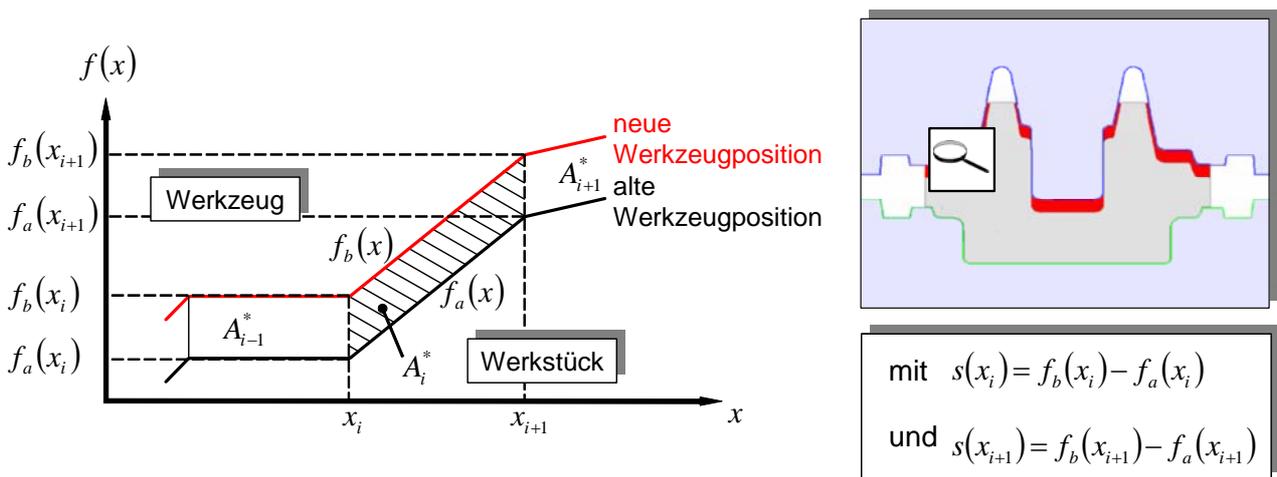


Abbildung 56: Berechnung des Verschiebungsvektors s

Aufgrund der Kopplung von Werkzeug- und Werkstückpunkten durch Lageanpassung der Werkstückpunkte entlang der Gravur, besitzt jeder Werkstückpunkt die Eigenschaften bzw. Lagekoordinaten eines korrespondierenden Werkzeugpunktes.

Ein Flächeninkrement A_i^* lässt sich mittels Flächenintegral aus folgender Gleichung berechnen:

$$A_i^* = \int_{x_i}^{x_{i+1}} [f_b(x) - f_a(x)] dx. \quad (4.43)$$

Die Lösung der obigen Gleichung führt zur Berechnungsvorschrift einer Teilfläche

$$A_i^* = \frac{1}{2} [s(x_{i+1}) \cdot x_{i+1} - s(x_{i+1}) \cdot x_i + s(x_i) \cdot x_{i+1} - s(x_i) \cdot x_i]. \quad (4.44)$$

Gleichung (4.44) impliziert, dass der Betrag der Verschiebung entlang der in Kontakt stehenden Gravurbereiche nicht zwingend konstant sein muss. Diese Voraussetzung ermöglicht auch komplexere Kontaktbedingungen, wie beispielsweise die Abbildung elastischer Werkzeuge. Da die Werkzeuge im Simulationsansatz jedoch starr sind, ist der Betrag der Verschiebung in Bewegungsrichtung über die gesamte Gravur stets konstant. Entsprechend wird $s(x_i) = s(x_{i+1}) = s$ und Gleichung (4.44) vereinfacht sich zu

$$A_i^* = s \cdot (x_{i+1} - x_i). \quad (4.45)$$

Per Definition muss die Summe der Teilflächen A_i^* entlang der in Kontakt stehenden Bereiche wieder der zuvor subtrahierten Fläche $A_{\%}$ entsprechen. Mathematisch lässt sich dieser Zusammenhang wie folgt darstellen:

$$A_{\%} = \sum_{i=1}^n A_i^* = s \cdot \sum_{i=1}^n (x_{i+1} - x_i). \quad (4.46)$$

In Gleichung (4.46) ist lediglich der Betrag des Verschiebungsvektors s unbekannt, die x -Koordinaten der in Kontakt stehenden Werkzeug-/Werkstückpunkte und die Fläche $A_{\%}$ liegen dem Algorithmus vor.

Ferner gibt Gleichung (4.46) den kausalen Zusammenhang zwischen der zu verdrängenden Fläche $A_{\%}$, die durch den Benutzer zu Anfang des Prozesses vorgegeben wird und der daraus folgenden Schrittweite der Werkzeugbewegung wieder. Dadurch, dass der Benutzer die Fläche $A_{\%}$ vor der Berechnung eines Umformvorganges festlegt, errechnet sich in Abhängigkeit der jeweiligen Kontaktverhältnisse innerhalb eines Umforminkrementes die Schrittweite, um die das Oberwerkzeug verschoben werden muss.

Gemäß Gleichung (4.46) ergibt sich s zu

$$s = \frac{A_{\%}}{\sum_{i=1}^n (x_{i+1} - x_i)}. \quad (4.47)$$

Nun kann die Werkstückfläche mit den neuen Kontaktbedingungen ohne auf eine iterative, zeitaufwendige Vorgehensweise zurückgreifen zu müssen unmittelbar berechnet werden, um die Flächenkonstanzbedingung zu erfüllen. Abbildung 57 illustriert den abschließenden Schritt eines jeden Umforminkrementes.

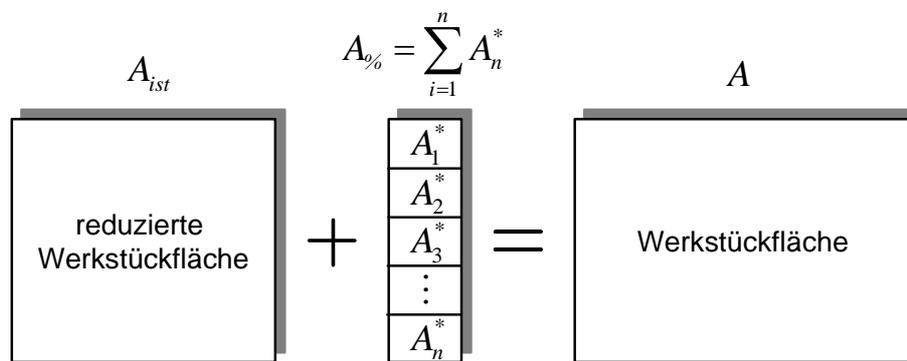


Abbildung 57: Flächenbilanz vor und nach der inversen Materialverdrängung

4.3.6 Anwendungsgrenzen

Die mit dieser Arbeit verbundene Zielsetzung, nämlich zur interaktiven Auslegung einer Stadienfolge dem Konstrukteur ein Werkzeug an die Hand zu geben, machte es notwendig, einen geeigneten Algorithmus zu entwickeln, der eine einfache Handhabung bei kurzen Rechenzeiten auf konventionellen Computern zulässt. Diese Zielsetzung erforderte im Vorfeld die Definition einiger Rahmenbedingungen, aus denen sich auch die Anwendungsgrenzen ableiten lassen:

- a) Die Geometrie der Werkzeuge hat den größten Einfluss auf das Fließverhalten des Materials infolge der Werkzeugbewegung.
- b) Der Werkstofffluss läuft nach dem Prinzip des kleinsten Zwanges ab, wobei die örtliche Werkstoffbewegung nicht betrachtet wird.
- c) Materialbewegungen finden auf Verdrängungsbahnen statt, die vorwiegend parallel zu den Achsen der Haupt- und Nebenformelemente verlaufen.
- d) Das Werkstückvolumen bleibt während der gesamten Umformung konstant.

Aus a) geht hervor, dass wenn die Werkzeuge nicht den größten Einfluss auf die Formgebung des Materials haben, wie es beispielsweise beim Freiformschmieden der Fall ist, es zu einer fehlerhaften Berechnung des Werkstoffflusses kommen kann. Aus b) ist ersichtlich, dass örtliche

Werkstoffbewegungen nicht betrachtet werden, deshalb wird weder die Formänderung bzw. Formänderungsgeschwindigkeit noch die Temperaturverteilung in die Berechnung einbezogen. Dies führt dazu, dass der Algorithmus zur Simulation des rückwärts gerichteten Werkstoffflusses beim Gesenkschmieden im Wesentlichen auf der Annahme beruht, dass im Werkstück ein hydrostatischer Spannungszustand vorherrscht. Demzufolge nimmt die Fließkurve einen dem Material entsprechenden, linearen horizontalen Verlauf an. Dies mündet folglich in ein starr-ideal plastisches Werkstoffmodell. Der Werkstoff erfährt keine Verfestigung und erhält keine Belastungsgeschichte während eines Simulationslaufes. Allerdings kann zwischen durchzuführenden Berechnungen die Fließspannung auch hinsichtlich eines abgekühlten Werkstücks geändert werden. Weiterhin bleiben auch alle elastischen Einflüsse während der Umformung unberücksichtigt.

Hingegen führt die Volumenkonstanz aufgrund der Inkompressibilität der eingesetzten Werkstoffe zu keinen nennenswerten Einschränkungen.

4.4 Das Simulationspaket

4.4.1 MATLAB® als Entwicklungsumgebung

Die Entwicklung einer Simulationssoftware zur rückwärts schreitenden Berechnung von Warmmassivumformprozessen unterliegt der Forderung, die zu entwickelnden Algorithmen hocheffizient in einen hardwarenahen Maschinencode zu übersetzen. Programmiersprachen wie C, C++, Fortran77 u.a. erfüllen diesen Anspruch. Nachteilig wirkt sich bei der Verwendung dieser Programmiersprachen jedoch aus, dass wenig umfangreiche Bibliotheken zur Verarbeitung von Matrizen und Vektoroperationen zur Verfügung stehen. Die numerische Umsetzung gebräuchlicher Routinen, wie z.B. die Multiplikation zweier Matrizen, verursacht einen erheblichen Zeitaufwand, ohne ein optimales Laufzeitverhalten zu gewährleisten. Aus diesem Grund wurde das Softwarewerkzeug MATLAB® als Programmierwerkzeug eingesetzt. MATLAB® eignet sich zur Bearbeitung eines weiten Feldes von rechnerintensiven, wissenschaftlichen und technischen Aufgaben von der Datenerfassung und -analyse bis hin zur Entwicklung von Anwendungen. Die Mathematik ist für Matrizen und Vektoroperationen optimiert, so dass diese an Stelle hardwarenaher Sprachen wie C und C++ bei gleicher Leistung, aber geringerem Programmieraufwand, eingesetzt werden kann. Eine umfangreiche Sammlung optimierter Berechnungsroutinen ist fester Bestandteil dieses Entwicklungswerkzeugs. Entsprechend entfällt oftmals die zeitaufwendige Programmierung von Standardalgorithmen. Neben der integrierten Entwicklungsumgebung vereint die Programmiersprache auch umfangreiche Visualisierungsmöglichkeiten, die während der Programmentwicklung zielführend genutzt werden können. Die Programmiersprache ist speziell für interaktive und automatisierte Berechnungen ausgelegt worden. Mit Hilfe der für Matrizen optimierten Funktionen können interaktive Analysen durchgeführt und aufgrund der strukturierten Eigenschaften sehr einfach neue Algorithmen und Anwendungen entworfen werden. Darüber hinaus ermöglicht der in MATLAB® integrierte Compiler (die Einbindung externer Compiler ist ebenfalls möglich) den erstellten Quellcode zu kompilieren. Dies umfasst auch die

graphische Darstellung der Ergebnisse. Nach erfolgter Kompilierung entsteht ein von MATLAB® unabhängiges Programmpaket (*Stand-Alone-Lösung*), das dann in Abhängigkeit vom Betriebssystem auf beliebigen PC's eingesetzt werden kann. Ferner steigt die Effizienz des kompilierten Codes weiter an, so dass anschließend ein Simulationsdurchlauf im Mittel lediglich $\frac{1}{4}$ der Zeit gegenüber dem nicht kompilierten Zustand benötigt. Abbildung 58 zeigt die Einbindung des mit MATLAB® entwickelten Algorithmus in z.T. vorhandene Module.

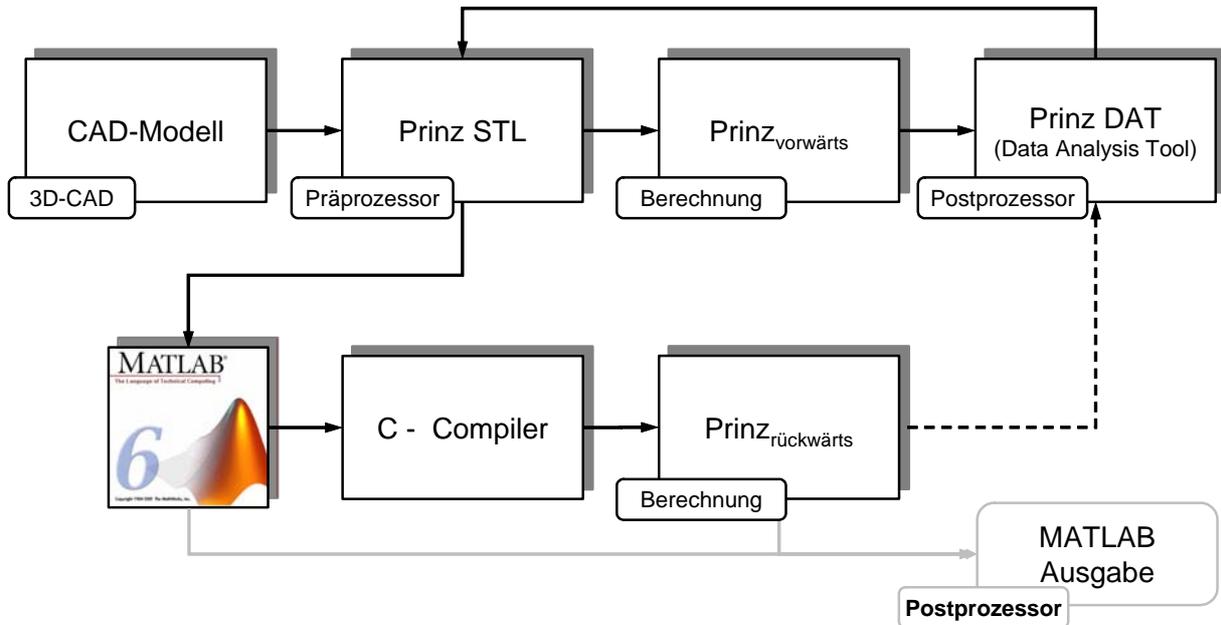


Abbildung 58: Integration und Anbindung der Rückwärtssimulation

Michael entwickelte in /Mic99/ für sein Simulationspaket *Prinzip* (Prinzip des geringsten Zwanges) einerseits den Präprozessor *Prinzip STL*, der 3D-STL-Daten der Werkzeuge sowie der Vorform für die darauf folgende Vorwärtssimulation präparieren kann. Andererseits entstand unter seiner Leitung mit *Prinzip DAT* (Data-Analysis-Tool) ein Analysewerkzeug, das dem Benutzer umfangreiche Möglichkeiten zur Visualisierung und Analyse der Simulationsdaten zur Verfügung stellt. Der in dieser Arbeit vorgestellte Algorithmus zur rückwärts gerichteten Materialflusssimulation sollte ebenfalls in den vorhandenen Prä- und Postprozessor integriert werden.

4.4.2 Der Präprozessor *Prinzip STL*

Die Geometriedaten von Umformwerkzeugen und Schmiedeteilen sind für die Berechnung des Werkstoffflusses, sowohl in der vorwärts als auch rückwärts gerichteten Variante von großer Wichtigkeit. In konsequenter Umsetzung des Gedankens der Interaktivität und Intuitivität der entwickelten Software, wäre eine vollständige Integration des Berechnungsprogramms in die CAD-Umgebung erstrebenswert. Leider steht dem die heterogene Welt der CAD-Systeme entgegen. Aus diesem Grund wurde auf die universelle Schnittstelle *Prinzip STL*, die grundsätzlich mit jedem 3D-CAD-System nutzbar ist, zurückgegriffen. Ausgehend von einem 3D-Volumenmodell der Werkzeuge und des Schmiedeteils erfolgt der Export der CAD-Daten im STL-Datenformat. STL

steht dabei für Stereolithographie und wurde seinerzeit für Rapid-Prototyping-Anwendungen entwickelt. Heute greifen eine Vielzahl kommerzieller Programme und Anwendungen auf dieses Datenformat zurück.

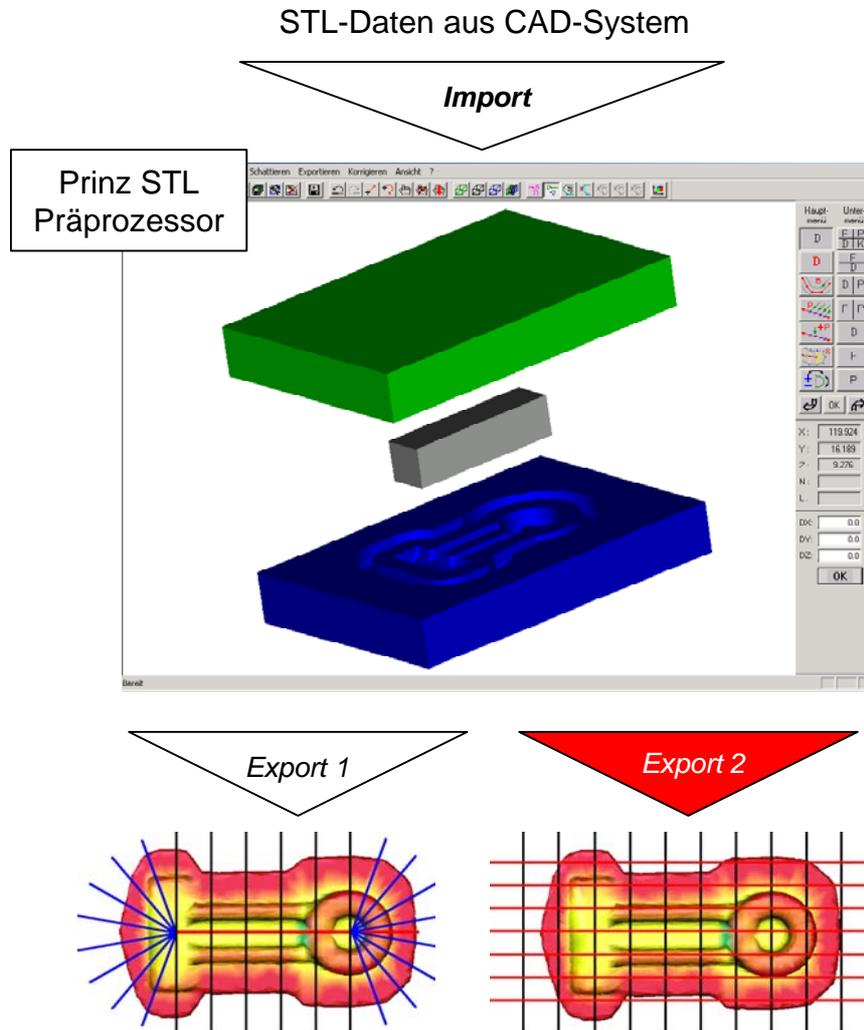


Abbildung 59: Der Präprozessor zur Erstellung der Eingangsdaten für die Simulation

Prinz STL erlaubt den Import von STL-Daten. Auf der Grundlage der importierten Daten, wird ein Schnittdatenmodell generiert. Da die rückwärts gerichtete Simulation auf ein anderes Datenformat zugreift als die Vorwärtssimulation, wurde das Programm *Prinz STL* um eine zweite Export-Schnittstelle erweitert, so dass nun beide Simulationsprogramme mit einem 3D-Datensatz bedient werden können (Abbildung 59).

4.4.3 Die graphische Oberfläche zur Simulationssteuerung

Nachdem aus *Prinz STL* das Schnittdatenmodell exportiert wurde, muss der Anwender, bevor er die rückwärts gerichtet Simulation startet, zunächst noch einige technologische und numerische Randbedingungen festlegen. Hierzu wurde eine graphische Oberfläche entwickelt, die, wenn sie

vom Anwender systematisch von oben nach unten abgearbeitet wird, die Festlegung aller notwendigen Parameter sicherstellt (Abbildung 60).

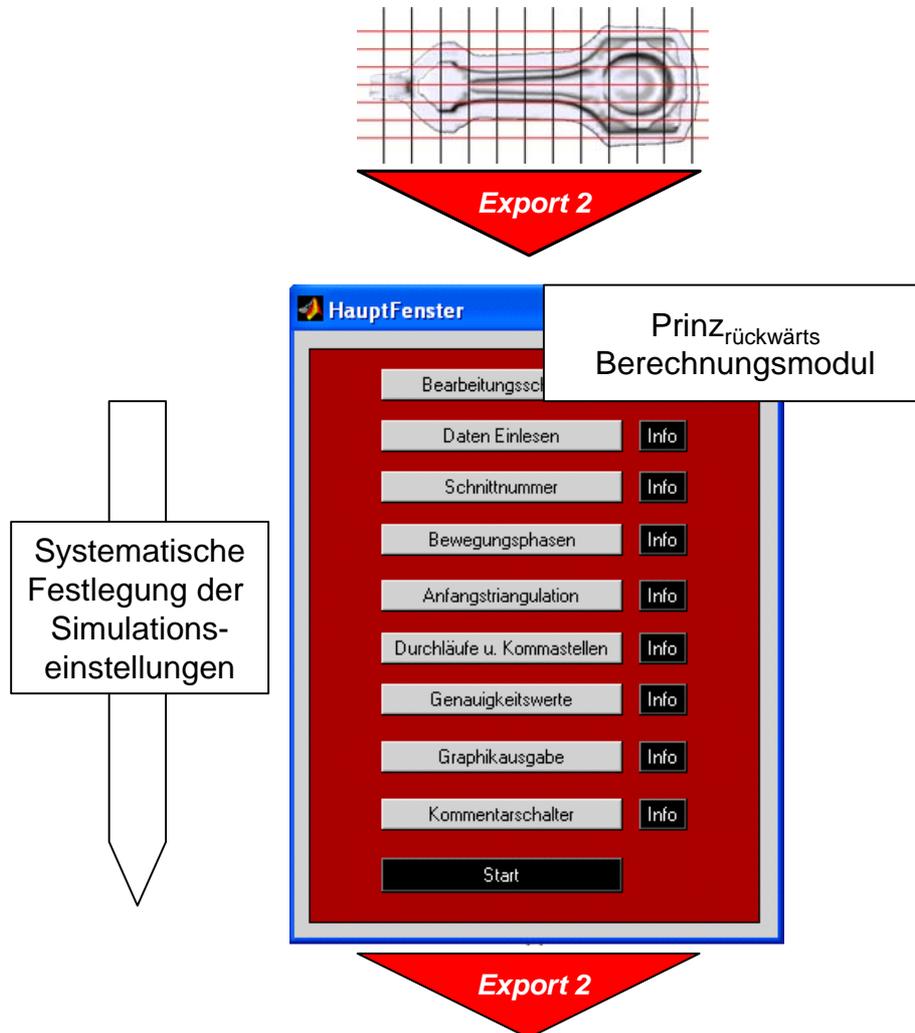


Abbildung 60: Graphische Oberfläche zur Festlegung aller Simulationsparameter

Des Weiteren sind die Menüs und Untermenüs mit Info-Buttons versehen, mit denen der Anwender bei Bedarf weitere Information bzw. Hilfen hinsichtlich aller notwendigen Einstellungen abrufen kann. Sind alle Voreinstellungen getätigt, kann die rückwärts gerichtete Simulation über den Startschalter erfolgen. Während der Berechnung erhält der Anwender umfangreiche Informationen über den Status quo der Simulationsrechnung in einem Ausgabefenster. Nach Beendigung der Simulation werden automatisch die Ergebnisdateien erzeugt, die u.a. die Umformhistorie des Schmiedeteils beinhalten.

4.4.4 Der Postprozessor *Prinz DAT*

Zur Auswertung der Berechnungsergebnisse dient das Programm *Prinz DAT*. Grundsätzlich kommt einem Analysewerkzeug eine wichtige Rolle zu, da vom Benutzer über die Graphikausgabe, Benutzerführung sowie weiterer Funktionalitäten erst eine Auswertung der Simulationsergebnisse vorgenommen werden kann. Alle Funktionen sind in *Prinz DAT* über eine Funktionsleiste einfach

und intuitiv wählbar. Die Software bietet komfortable Funktionen zum Verschieben und Drehen der dargestellten Objekte. Ferner können diese aus- oder eingeschaltet bzw. transparent dargestellt werden. Aufgrund der genannten Vorteile ist, ähnlich wie bei *Prinz STL* geschehen, die Implementierung einer weiteren Schnittstelle sinnvoll, die schließlich die Analyse der Ergebnisse aus der Rückwärtssimulation gleichwohl ermöglicht. Diese Funktion ermöglicht einen einfachen Abgleich und letztendlich erst den kombinierten Einsatz der beiden Simulationsverfahren.

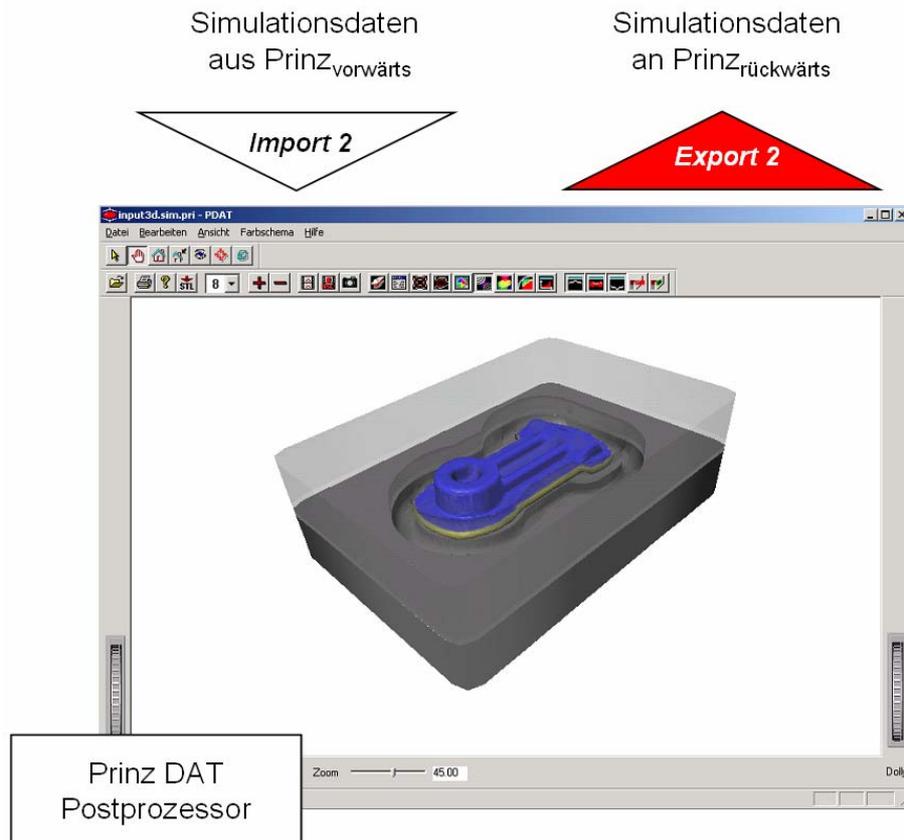


Abbildung 61: Zusammenspiel zwischen Vorwärts- und Rückwärtssimulation

Ausgehend von den Ergebnisdaten der Vorwärtssimulation können die Daten eines jeden Umforminkrementes im STL-Datenformat exportiert werden. Wird beispielsweise das Schmiedeteil am Ende der Umformung einer Vorwärtssimulation als STL-Datei exportiert, kann es mittels *Prinz STL* wiederum der Rückwärtssimulation zugeführt und schließlich der Materialfluss auf die Vorformgeometrie zurückgerechnet werden. Abbildung 61 illustriert diesen ein- und ausgehenden Datenfluss.

4.4.5 Das Projektmanagementsystem

Als übergeordnetes Softwareelement ist im Rahmen dieser Arbeit ein internetbasiertes Projektmanagementsystem entstanden, das die komfortable Datenverwaltung aller simulationsrelevanten Dateien erlaubt (Abbildung 62).

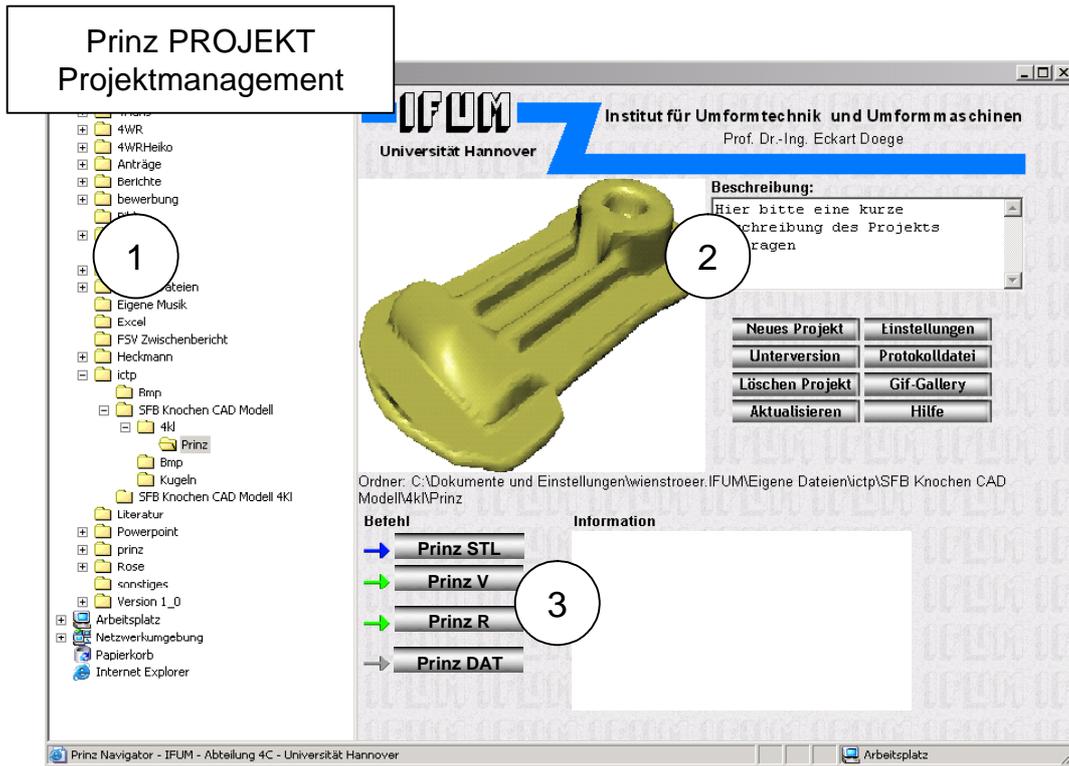


Abbildung 62: Internetbasiertes Projektmanagementsystem

Das System ist in Java programmiert und kann deshalb als Applikation im Web-Browser aufgerufen werden. Dadurch wird eine serverbasierte Installation der Programme ermöglicht.

Das System gliedert sich in drei Bereiche (Abbildung 62):

Unter 1. befindet sich die Navigationsebene. Hier ist es dem Anwender ermöglicht, auf alle für ihn freigegebenen Verzeichnissen im Netzwerk zuzugreifen bzw. Daten abzulegen. Diese Vorgehensweise ist dienlich, wenn im Projektteam gearbeitet wird und mehrere Personen auf ein Projekt zugreifen müssen.

Unter 2. befindet sich die Projektverwaltungsebene. Hier kann der Anwender gezielt Projekte anlegen, löschen, kopieren oder verschieben. Vordefinierte Filterfunktionen erlauben anwendungsspezifische Kopiervorgänge zur Erstellung von Unterprojekten. Es kann eine Projektbeschreibung oder aber graphische Informationen hinterlegt oder abgerufen werden. Dadurch wird dem Anwender schnell und komprimiert der Projektstatus angezeigt.

Unter 3. befindet sich die Programmverwaltungsebene. Von hier aus können alle Anwendungen lokal oder auch über freigegebene Laufwerke im Netzwerk gestartet und beendet werden. Wichtige Informationen werden direkt angezeigt, so dass unterschiedliche Projektbearbeiter zeitlich versetzt miteinander projektbezogen kommunizieren können.

5 Berechnungsbeispiele

Im Rahmen dieser Arbeit wurden unterschiedliche Geometrien hinsichtlich des rückwärts gerichteten Materialflusses untersucht und jeweils mit der vorwärts gerichteten FE-Methode verifiziert. Die Rückwärtssimulation benötigt als Eingangsdaten neben dem Ober- und Untergesenk auch das Fertigteil. Hierbei sollte das Fertigteil am Anfang der Rückwärtssimulation die Gravur völlig ausfüllen. Entsprechend liegt nach der rückwärts gerichteten Simulation eine Vorformgeometrie vor. Diese Geometrie dient schließlich der FE-Methode als Grundlage für die anschließende Überprüfung des Füllverhaltens mit den vorgegebenen Randbedingungen in der Vorwärtssimulation. Alle nachfolgenden FEM-Simulationen wurden mit dem Programm FORGE3® Version 6.2 der Firma *Transvalor* durchgeführt.

5.1 Kolben

Abbildung 63 zeigt einen Stahlkolben ohne Kolbenhemd. Diese Kolben werden in Nutzfahrzeuge eingebaut und i.d.R. umformtechnisch hergestellt. Das Kolbenhemd wird bei dieser Variante separat aus Aluminium gefertigt und nachträglich mit dem Kolbenbolzen montiert. Die Herausforderung bei diesem Bauteil liegt in der vollständigen Füllung der beiden gegenüberliegenden Stege.



Abbildung 63: Untersuchtes Bauteil „Kolben ohne Kolbenhemd“

In Tabelle 3 sind die Modellparameter dargestellt, die den Simulationsrechnungen als Grundlage dienen.

Tabelle 3: Simulationseinstellungen für den Kolben

Parameter	FEM-Simulation	Rückwärts- simulation ²
Material	42CrMo4 (1.7225)	58 MPa
Werkstück-/ Werkzeugtemperatur	1200 °C / 350 °C (thermisch gekoppelt)	1200 °C
Reibung	$\mu = 0,15$, $\bar{m} = 0,3$	$\mu = 0,15$, $\bar{m} = 0,3$

Um die Simulationsergebnisse der Rückwärtssimulation besser mit denen der FEM-Simulation vergleichen zu können, ist die Darstellung der Rückwärtssimulation, der der Vorwärtssimulation angepasst, d.h. in Abbildung 64 Ausschnitt 4b ist das letzte Umforminkrement der rückwärts gerichteten Simulationsrechnung dargestellt. Entsprechend gibt Ausschnitt 1b die Ausgangssituation wieder.

² Mit starr-idealplastischem Ansatz berechnet

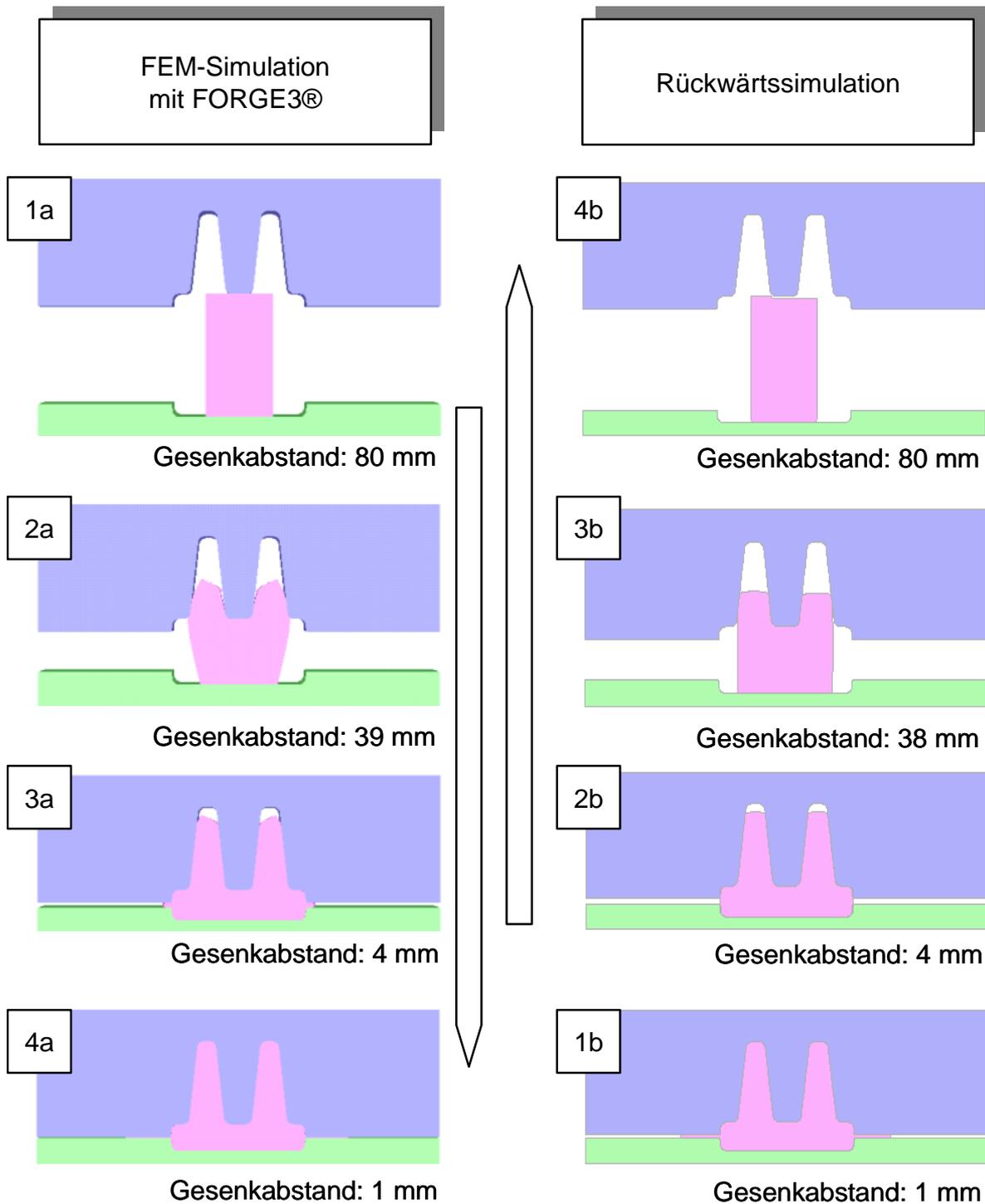


Abbildung 64: Vergleich zwischen FEM- und Rückwärtssimulation am Beispiel eines Kolbens

Unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Simulationsrichtungen wird für ein Segment im Stegbereich des Kolbens bei gleicher Vorform ein nahezu identisches Umformergebnis erzielt. Weiterhin kann konstatiert werden, dass die Materialverteilung bzw. die Formfüllung während der gesamten Umformung sehr ähnlich verläuft. Einzig die sich ausbreitende Werkstofffront im Steg- und im Gratbereich zeigt ein unterschiedliches Fließverhalten. Besonders ausgeprägt ist dieser Zustand in den Ausschnitten 2a und 3b. Zurückzuführen ist dieser Effekt auf eine unzureichende

Kontaktbedingung. Im Gegensatz dazu arbeitet die FEM mit einem örtlich aufgelösten Gebiet und unterliegt demnach keiner vergleichbaren Einschränkung. Allerdings zeigt sich Abbildung 64 deutlich, dass dieser vermeintliche Fehler mit fortschreitender Umformung und zunehmender Kontaktbedingung automatisch eliminiert wird und die globale Materialverteilung während der Umformung gut berechnet wird.

5.2 Planetenträger

Weiterhin wurde wie in Abbildung 65 dargestellt, ein Planetenträger sowohl vorwärts als auch rückwärts schreitend simuliert und anschließend die Berechnungsergebnisse miteinander verglichen. Alle wesentlichen Einstellungen zur Festlegung der Randbedingungen sind in Tabelle 4 dargestellt.

Tabelle 4: Simulationseinstellungen des Planetenträgers

Parameter	FEM-Simulation	Rückwärts-simulation ³
Material	C60 (1.0601)	80 MPa
Werkstück-/ Werkzeugtemperatur	1100 °C / 350 °C (thermisch gekoppelt)	1100 °C
Reibung	$\mu = 0,15$, $\bar{m} = 0,3$	$\mu = 0,15$, $\bar{m} = 0,3$

Beide Simulationen, sowohl die des Kolben als auch des Planetenträgers, zeigen am Anfang und am Ende der Umformung im Vergleich zur FEM-Simulation gute Ergebnisse (Abbildung 65). Wiederum ist die Qualität der Ergebnisse während des Prozesses abhängig von den Kontaktbedingungen (Ausschnitt 2a und 3b). Mit zunehmendem Kontakt steigt die Übereinstimmung der Ergebnisse aus der Rückwärtssimulation mit denen aus der FEM-Simulation (Ausschnitt 4a und 1b).

³ Mit starr-idealplastischem Ansatz berechnet

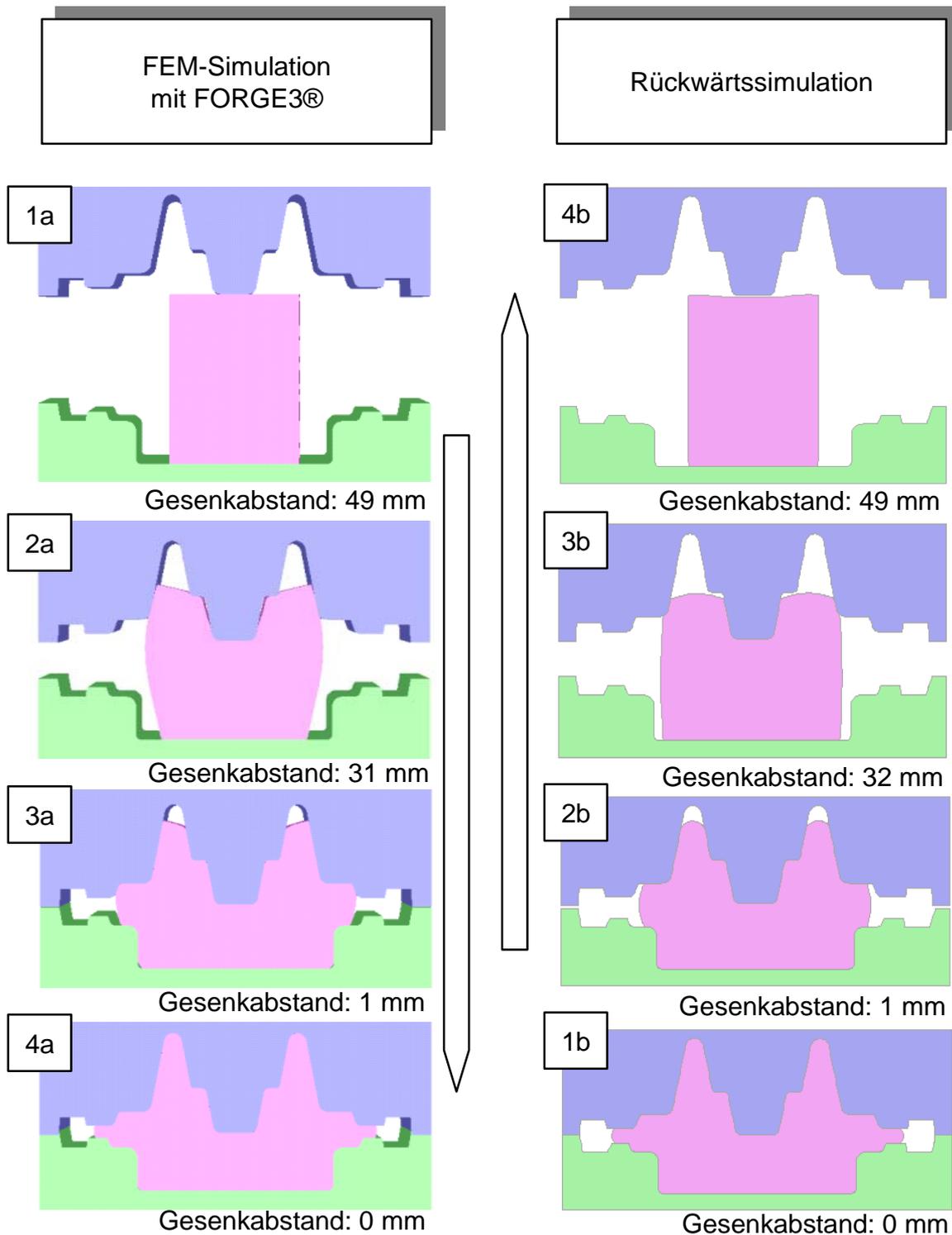


Abbildung 65: Vergleich zwischen FEM- und Rückwärtssimulation am Beispiel eines Planetenträgers (ohne Welle)

In den beiden obigen Beispielen führte die Rückwärtssimulation jeweils zu einer Vorform, die auch aus praktischer Sicht sinnvoll erscheint. Es stellt sich jedoch die Frage, welches Ergebnis die rückwärts gerichtete Simulation liefert, wenn vorwärts gerichtet keine ausreichende Formfüllung erzielt werden kann. Abbildung 66 gibt hierüber Auskunft. Die rechte Darstellung in Abbildung 66

zeigt eine Gravur, die aufgrund der Steghöhe in einem einzigen Umformschritt kaum gefüllt werden kann. In der Rückwärtssimulation führt dies zu einer Vorform, die aus praktischer Sicht ein untypisches Höhen/Breiten-Verhältnis aufweist. Wird beispielsweise die Steghöhe verringert, führt dies aus fertigungstechnischer Sicht zu einer praktikablen Vorformgeometrie, wie aus Abbildung 66 hervorgeht. In der Praxis ist hier eine weitere Umformstufe vorzusehen, da die Endgeometrie der Werkzeuge i.d.R. nicht geändert werden kann.

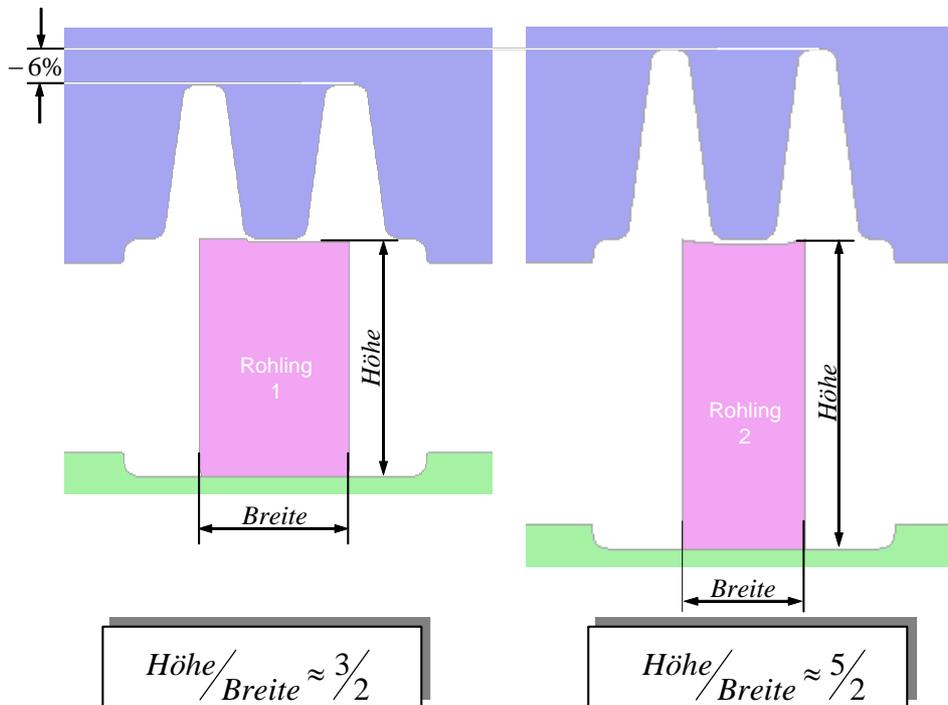


Abbildung 66: Ergebnisse der Rückwärtssimulation für Gravuren mit unterschiedlicher Steghöhe

RESÜMEE:

Beide Simulationsmethoden liefern vergleichbare Ergebnisse, insbesondere jeweils am Anfang und Ende der Umformung. Die FEM-Simulationen wurden auf einer 2-Prozessor-Workstation mit 2GHz Taktfrequenz unter Windows2000 durchgeführt. Die Berechnung eines Segmentes benötigte zwischen 6 und 10 Stunden, wobei im Gratbereich mittels einer „Meshbox“ das Netz partiell verfeinert wurde. Alle FEM-Simulationen wurden thermisch gekoppelt mit starren Werkzeugen berechnet. Die Elastizität der Werkzeuge blieb unberücksichtigt.

Die rückwärts gerichteten Simulationen der Segmente, bestehend aus jeweils zehn Schnittebenen bzw. fünf Segmenten (dargestellt ist nur eine einzelne Schnittebene), wurden auf einem konventionellen 1 Prozessor WindowsXP Rechner mit 2GHz Taktfrequenz durchgeführt. Alle Berechnungen wurden innerhalb der MATLAB®-Entwicklungsumgebung, d.h. im unkompilierten Zustand simuliert. Die Berechnungszeiten lagen zwischen 10 und 15 Minuten. Da es sich bei der entwickelten Software um ein Forschungsobjekt handelt, bietet der Quellcode durchaus weiteres Optimierungspotenzial hinsichtlich der Berechnungszeiten.

6 Ausblick

Die Forderung nach Softwarewerkzeugen, die vollständig in den Konstruktionsprozess der Stadienfolgen beim Schmieden integriert sind, lassen auch in Zukunft die Weiterentwicklung des in dieser Arbeit vorgestellten Systems zur rückwärts gerichteten Berechnung des Werkstoffflusses sinnvoll erscheinen. Hier steht der Steigerung der Simulationsgenauigkeit und der Verbesserung der Anwenderfreundlichkeit die Forderung nach kurzen Rechenzeiten gegenüber. Somit liegt der Einsatzbereich der schnellen Rückwärtssimulation eher in der groben Vorformauslegung. Es sei bemerkt, dass das in dieser Arbeit entwickelte Verfahren keinen Beitrag zur Bestimmung von lokal auftretenden Größen wie Spannungen, Dehnungen und Temperaturverteilungen leistet, hierzu wird auch in Zukunft die FE-Methode unerlässlich sein. Vielmehr soll mit diesem Verfahren die Anzahl kostspieliger Vorversuche oder aber die Anzahl zeitaufwendiger FEM-Berechnungen zur Auffindung der Stadienfolge drastisch reduziert werden. Demzufolge könnte die Entwicklungszeit eines Produktes in einem sehr frühen Stadium sicherer bestimmt und letztendlich gesenkt werden. Hinsichtlich einer Verbesserung der Simulationsgenauigkeit bzw. Erweiterung der Software zur Bestimmung zusätzlicher technologischer Zielgrößen sind in Zukunft folgende Entwicklungsschritte zweckmäßig:

- Trotz der Forderung nach kurzen Rechenzeiten bietet die Kopplung thermischer Vorgänge während des Umformens eine attraktive Aussicht. Aufgrund der dimensionsreduzierenden Eigenschaft der Medialen-Achsen-Transformation wird die Werkzeuggravur durch die mediale Achse und den korrespondierenden Radiusvektor repräsentiert. Letzterer gibt Richtung und Entfernung des nächstgelegenen Werkzeugpunktes zum Werkstückkern an. Aufgrund der hohen Schmiedetemperatur und der relativ niedrigen Werkzeugtemperatur sind in dieser Richtung auch stets das größte Temperaturgefälle und somit auch der Hauptwärmestrom zu erwarten. Der Wärmeaustausch würde zwischen medialem Punkt und den korrespondierenden Punkten auf der Gravur stattfinden. Bei Umformprozessen treten allerdings Wärmeleitung, Strahlung und Konvektion gleichzeitig auf. Vor einer ggf. aufwendigen Berechnung sollte jedoch abgeschätzt werden, welcher dieser drei Mechanismen jeweils den dominierenden Einfluss hat.

Durch die Berücksichtigung thermischer Vorgänge ergeben sich Potenziale, z.B. beim Fließen von Werkstoff in enge Rippen, in denen das Material aufgrund großer Kontaktflächen im Verhältnis zum dort befindlichen Volumen schnell abkühlt. Abhängig von diesen Temperaturänderungen steigt der Widerstand des Materials gegen eine weitere Verformung, der im Realprozess zu immer wiederkehrenden Formfüllfehlern führen kann. Die verwendete Fließkurvengleichung erlaubt bereits die Berücksichtigung thermischer Einflüsse.

- Ein weiterer Schwerpunkt besteht darin, die Kraftberechnung in die Simulation zu integrieren. Der Aufwand erscheint vom momentanen Stand der Forschungstätigkeiten

gering. Insbesondere deswegen, weil die wesentlich zur Kraftberechnung beitragende Größe, der Widerstand bzw. die gemittelte Normalspannung, bereits berechnet werden kann, allerdings bisher noch thermisch ungekoppelt.

- Die größte Herausforderung zukünftiger Forschungsarbeiten besteht jedoch in der Ausweitung des $2^{1/2}$ D-Schnittkurvenmodell zu einem 3D-Modell. Ausgehend von der verwendeten Vernetzung aus horizontalen und vertikalen Ebenen über die Mediale-Achsen-Transformation bis hin zur Widerstandsberechnung und Materialverschiebung erscheint die 3D-Berechnung umsetzbar und durchaus sinnvoll. Besonders durch den kombinierten Einsatz mit der FEM ermöglicht die 3D-Form der rückwärts gerichteten Werkstücksimulation die Erschließung weiterer Optimierungspotenziale.

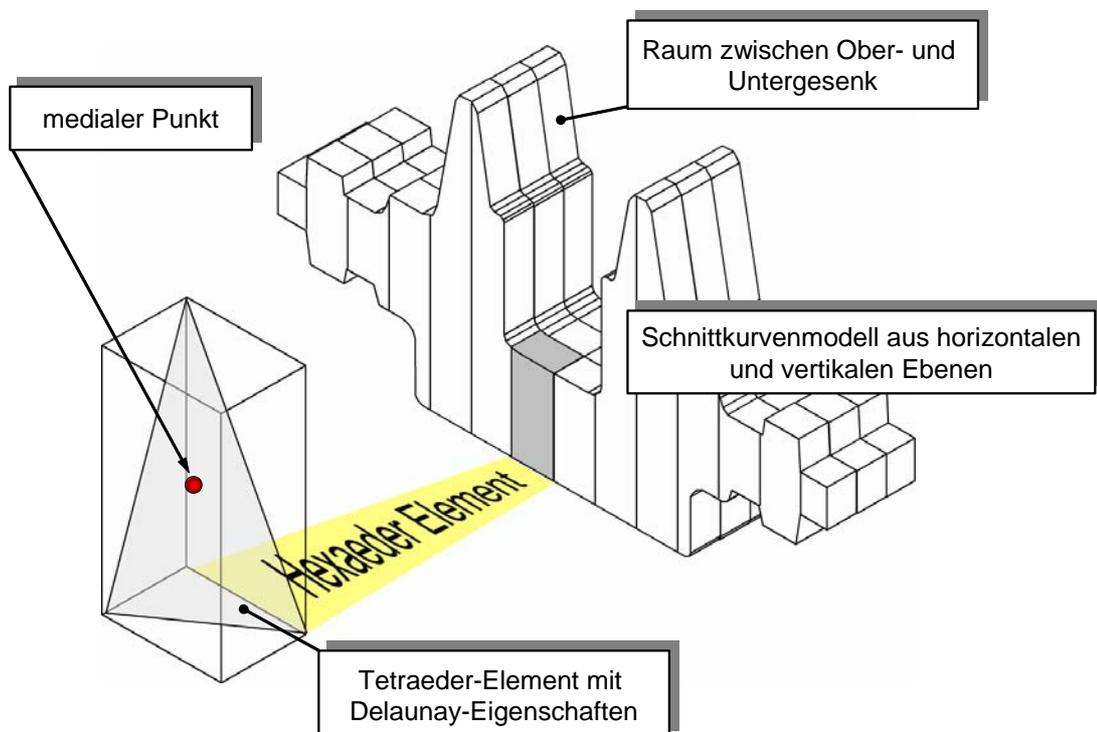


Abbildung 67: Konzept zur 3D Rückwärtssimulation mittels Medialer-Achsen-Transformation

- Analog zur $2^{1/2}$ D-Simulation müssen zunächst die Verdrängungsbahnen der 2D-Schnittebenen bestimmt werden, entlang derer der Werkstofffluss stattfinden kann. Durch die Berücksichtigung einer weiteren Dimension erhöht sich somit auch die Dimension der Verdrängungsbahn und es entsteht eine Verdrängungsebene. Für die Berechnung dieser Verdrängungsebene werden die durch das Netz aus horizontalen und vertikalen Schnittebenen entstehenden Hexaederelemente zu Grunde gelegt (vgl. [Abbildung 42](#)). Weiterhin muss eine Zerlegung der Hexaederelemente in Tetraederelemente erfolgen ([Abbildung 67](#)). Durch die Zerlegung eines Hexaederelementes entstehen jeweils sechs Tetraederelemente. Wird diese Vorgehensweise für alle Hexaederelemente wiederholt, so entsteht eine Vernetzung, die der Anfangstriangulation einer 2D-Schnittebene entspricht.

Die vier Eckpunkte eines Tetraederelementes bestimmen dabei eindeutig eine Kugel. Befindet sich innerhalb dieser Kugel kein Eckpunkt eines benachbarten Tetraeders ist das *Delaunay* Kriterium erfüllt und es handelt sich bei dem Element um ein *Delaunay* Tetraederelement. Der Mittelpunkt dieser Kugel repräsentiert dabei einen Punkt der Verdrängungsebene. Wird diese Operation für alle Hexaederelemente durchgeführt und erfüllen schließlich alle Tetraeder das *Delaunay* Kugelkriterium, so entsteht die für das Gesenk charakteristische Verdrängungsebene. Es sei erwähnt, dass das *Delaunay* Winkelkriterium nicht in 3D angewendet werden kann (in 2D dient dieses Kriterium zur Umwandlung einer Anfangstriangulation in eine *Delaunay* Triangulation), da im Gegensatz zum 2D-Fall eine Kante des Tetraederelementes durchaus mehrere Nachbarelemente besitzen kann. Hier gilt es weitere Methoden zu entwickeln, die die Überführung einer Anfangsvernetzung in eine *Delaunay* Vernetzung sicherstellen. Gelingt es jedoch, eine eindeutige Verdrängungsebene zu generieren, so lassen sich alle weiteren Bestimmungsgrößen, wie z.B. die Berechnung des Widerstandes, Volumens, etc., auf die 3D-Simulation übertragen bzw. erweitern.

- Letztendlich sollte auch die vollständige Integration – insbesondere nachdem die Erweiterung der Simulationsergebnisse in 3D erfolgt ist – in den *Prinz*-Postprozessor zur graphischen Analyse der Ergebnisdaten erfolgen. Gerade in der industriellen Praxis spielen die Analysewerkzeuge zur Darstellung der Simulationsergebnisse eine ebenso wichtige Rolle wie die Berechnungsergebnisse selbst.

7 Zusammenfassung

Die Massivumformung gilt als ein Fertigungsverfahren für die ressourcenschonende und zugleich wirtschaftliche Herstellung hochwertiger Produkte. Aufgrund der Leistungsdichte, die sich aus der mechanischen Belastbarkeit der Bauteile ergibt, werden diese häufig als Sicherheitsbauteile in kritischen Bereichen komplexer Baugruppen eingesetzt.

Zumeist erfolgt die Formgebung des Materials durch eine mehrstufige Umformung in verschiedenen Gesenkgravuren. In diesem Zusammenhang wird das Ausgangsmaterial über Zwischenstufen schrittweise der gewünschten Endform angenähert, zusammengefasst spricht man von einer Stadienfolge. Für die Auslegung der Stadienfolge ist die Kenntnis über den sich einstellenden Werkstofffluss in der jeweiligen Umformstufe von großer Bedeutung. In der Praxis spielt deshalb das Erfahrungswissen der Mitarbeiter eine große Rolle.

Durch die Simulation des Umformprozesses kann der Konstrukteur in einem frühen Stadium der Prozessplanung bereits mögliche Fertigungsfehler erkennen und weitgehend durch Optimierung der Umformstufen beseitigen. Zur Simulation eines Umformprozesses werden heute unterschiedliche Methoden eingesetzt, wobei die FEM die größte Bedeutung erlangt hat. Allerdings stellt die Anwendung der 3D-FEM in der Umformtechnik noch immer eine gewisse Herausforderung dar, da umformtechnische Anwendungen im Allgemeinen durch große plastische Formänderungen, nichtlineares Materialverhalten und instationäre Temperaturfelder gekennzeichnet sind. Das führt dazu, dass die FEM im Planungszeitraum, in dem es um schnelle Entscheidungen geht, unter Berücksichtigung der wirtschaftlichen Kriterien nicht immer eingesetzt werden kann, auch unter der Prämisse, dass durch Optimierungsmaßnahmen i.d.R. mehrere Simulationsdurchläufe notwendig sind. Aus diesen Gründen hat eine Integration der Simulation in den Konstruktionsprozess bisher noch nicht stattgefunden.

Grundsätzlich ist eine Kombination aus „schnellen“ Simulationsverfahren und umfangreichen, zeitaufwendigen Berechnungen, etwa zur gezielten Problemlösung bei hoher Wertschöpfung oder zur detaillierten Auslegung von Präzisionsschmiedeprozessen, anzustreben. In der Planungsphase sind Berechnungsprogramme gefordert, die eine Auslegung der Umformstufen konstruktionsbegleitend ermöglichen und Ergebnisse kurzfristig liefern.

Das Ziel dieser Arbeit ist es, eine Methode zu entwickeln, die es erlaubt, ausgehend von der Fertigteilgeometrie, durch eine rückwärts gerichtete Vorgehensweise gezielt eine optimale Vorformgeometrie zu ermitteln. Durch den Einsatz eines rückwärts arbeitenden Simulationsverfahrens lässt sich die Entwicklung von Warmmassivumformprozessen erheblich beschleunigen und die Produktivität der Unternehmen steigern.

Davon ausgehend, dass der Werkstoff stets in Richtung des geringsten Zwanges fließt und der Annahme folgend, dass bei der Warmformgebung der größte Einfluss auf die Werkstoffbewegung durch die Geometrie des Werkzeuges gegeben ist, entwickelte *Mathieu* eine Methode zur

Beschreibung des Werkstoffflusses beim Schmieden. Im *Mathieu'schen* Modell findet die Materialbewegung infolge der Werkzeugbewegung auf Verdrängungsbahnen statt. Das Maß der Materialbewegung bestimmt dabei der geometrische Fließwiderstand, hervorgerufen durch die Geometrie der Werkzeuge.

Der in dieser Arbeit verfolgte Ansatz fußt ebenfalls auf der Modellvorstellung nach dem Prinzip des geringsten Zwanges. Zur numerischen Umsetzung wurde erstmals das anerkannte mathematische Verfahren der Medialen-Achsen-Transformation eingesetzt. Dieses interdisziplinäre Konzept findet bereits Anwendung in verschiedensten Wissenschaftsgebieten, wie z.B. in der Anthropologie, Archäologie, Astronomie, Biologie, Kartographie, Kristallographie, Geographie, Geologie, Metallurgie, Meteorologie, im Marketing sowie in der Statistik. Hier ist aber in besonderem Maße die Anwendung in der „*Computational Geometry*“ von Bedeutung.

Heute ist es möglich, den rückwärts gerichteten Materialfluss auf plastizitätstheoretischer Grundlage in wenigen Minuten mit ausreichender Genauigkeit auf konventionellen PC's zu berechnen.

FAZIT:

Durch die kontinuierliche Weiterentwicklung der Methode nach dem „Prinzip des geringsten Zwanges“ für Warmmassivumformprozesse, bei denen der Haupteinfluss während der Umformung durch die formgebenden Werkzeuge gegeben ist, ist eine Methode entstanden, die es erlaubt, entsprechende Prozesse in kürzester Zeit sowohl vorwärts als auch rückwärts gerichtet zu simulieren. Der Einsatz der rückwärts gerichteten Umformsimulation bedeutet für Unternehmen der Warmmassivumformung einen strategischen Schritt mit dem Ziel, konsequent „time-to-market“ zu verkürzen, Kosten zu reduzieren und dabei gleichzeitig die Qualität auf dem gewohnten Niveau zu halten.

8 Literatur

- /Arg55/ Argyris, J.H.:
Energy theorems and structural analysis. Butterworth: Aircraft Engineering 27,
S. 125-154, 1955
- /Arm95/ C.G. Armstrong, et al.:
Medials for Meshing and More. Proceedings, 4th International Meshing
Roundtable, Sandia National Laboratories, Seiten 277-288, 1995
- /Aur91/ Aurenhammer, F.:
Voronoi Diagrams-A Survey of a Fundamental Geometric Data Structure. ACM
Computing Surveys, 1991
- /Bal01/ Balendra R., Xian L.:
Finite element simulation for die-cavity compensation. Journal of Materials
Processing Technology 115, Elsevier Science, 2001
- /Bar91/ Bartsch, H.-J.:
Taschenbuch mathematischer Formeln. Fachbuchverlag Leipzig, 1991
- /Bat95/ Batoz, J.L.; Guo, Y.Q.; Mercier, F.:
The inverse approach including bending effects for the Analysis and design of
sheet metal forming parts. In: NUMIFORM 95, Balkema, S.661-667, 1995
- /Bau96/ Bauer, D.; Krebs, R.:
Wiederholung erforderlich. Zeitschriftenaufsatz: Qualität und Zuverlässigkeit.
Band 41, Heft 6, S. 698-704, 1996
- /Ben95/ Beneker, W.:
Rechnergestützte Simulation des Füllverhaltens beim Gesenkschmieden.
Fortschritt-Berichte VDI Reihe 20 Nr. 187; Düsseldorf VDI-Verlag; 1995
- /Ber03/ Bertram, T.; Muckelbauer, M.:
Die Schmiedesimulation auf dem Prüfstand. Schmiede-Journal, S.18-20, März
2003
- /Bib01/ Biba, N.; Stebounov, S.; Lishiny, A.:
Cost effective implementation of forging simulation. Journal of Materials
Processing Technology 113, Elsevier Science, 2001
- /Bib02/ Biba, N.; Stebounov, S.:
3D finite-element simulation of material flow. Metallurgia, pp 8-10, February
2002
- /Bib97/ Biba, N. et al.:
Form-2D. Finite Element System for Simulation and Analysis of Forming
Processes. Version 2.12. User's Guide. Quantor Soft. Ltd, Moscow (1997)
- /Blu67/ Blum, H.:
A transformation for extracting new descriptors of Shape. In. Proc. Symp.
Models for Perception of Speech and Visual Form. W. Whaten-Dunn
(Herausgeber), Cambridge, MA, MIT Press, Seiten 362-380, 1967
- /Bra01/ Bramley, A.N.:
UBET and TEUBA: fast methods for forging simulation and perform design.
Journal of Materials Processing Technology 116, Elsevier Science, 2001

- /Bra91/ J. W. Brandt:
Theory and application of the skeleton representation of continuous shapes. PhD Dissertation, University of California, Davis, 1991
- /Bra99/ Bramley, A.N. et al.;
Forging Simulation – TEUBA: A fast preform design simulation package, Metallurgia, Redhill, Band 66, Heft 3, Seite 27-28, 1999
- /Bre97/ Breuer, H.-W.
Zukunftschancen für stahlgeschmiedete Bauteile in Kraftfahrzeugen. Schmiede-Journal, S. 105-116, 1997
- /Bro99/ Brooks, D.; Michael, M.; Wienströer, M.:
Process Modeling for Forging Using Rapid Simulation. 16.Umformtechnisches Kolloquium Hannover 1999
- /CBM00/ Confederation of British Metalforming :
Computer simulation of metalforming - The lessons so far. Forging Technology, November 2000
- /Chi92/ C.-S. Chiang:
The Euclidean distance transform. PhD Dissertation, Purdue University, 1992
- /Cou43/ Courant, R.:
Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations. Bulletin of American Mathematical Society 49, S. 1-23, 1943
- /Del34/ Delaunay, B.:
Sur la sphère vide, Izv. Adad. Nauk SSSR, Otdelenie Matematicheskii i Estestvennyka Nauk 7, 1934
- /Dir50/ Dirichlet, G. L.:
Über die Reduktion der Positiven quadratischen Formen mit drei unbestimmten ganzen Zahlen. Journal für die Reine und Angewandte Mathematik, 40, 1840
- /Doe02/ Doege, E.; Alasti, M.; Schmidt-Jürgensen, R.:
Erhöhung der Simulationsgenauigkeit von Präzisionsschmiedeteilen. VDI-Z 144, Nr. 6, S. 46-48, Juni 2002
- /Dre02/ Dreyer, G.:
Untersuchungen zur Herstellung von komplexen Antriebsbauteilen durch Präzisionsschmieden. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 2 Nr. 619, Düsseldorf VDI-Verlag, 2002
- /Ede87/ Edelsbrunner, H.:
Algorithms in Combinatorial Geometry. Springer-Verlag, 1987
- /ElM91/ El-Mouatassim, M.; Detraux, J.M.; Batoz, J.L.; Guo, Y.Q.:
Application of an inverse FE-Procedure to sheet forming. In: FE-Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes in Automotive Industry. Tagungsbericht der VDI-Gesellschaft Fahrzeugtechnik, VDI-Verlag, VDI-Bericht 894, S. 647-664, 91
- /Fel01/ Feldhaus, U.:
Simulieren geht über Probieren. Schmiede-Journal, S. 30- 31, 2001

- /Fel94/ Felippa, C.A.:
50 Year classic reprint: an appreciation of Richard Courant's "Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations". Internat. J. Numer. Methods Engineering 37(13), S. 2159-2187, 1994
- /For/ Fortune, S.:
Voronoi Diagrams and Delaunay Triangulations ,aus: Computing in Euclidean Geometry,Herausgeber:D.-Z. Du, F.Hwang, World Scientific Publishing Co.
- /Gal15/ Galerkin, B. G.:
Series solution of some problems of elastic equilibrium of rods and plates. Vest. Inzh. Tech. 19, S. 897-908, 1915
- /Geb03/ Gebald, Ch.:
Finite Elemente – Ein Rückblick. CAD-FEM Infoplaner 1/2003. S. 38, 2003
- /Gie94/ Giering, O.; Hoschek, J. (Herausgeber)
Geometrie und ihre Anwendungen. Carl Hanser Verlag, 1994
- /Gim91/ Gimbel, B.:
Qualitätsgerechte Optimierung von Fertigungsprozessen. Dissertation RWTH Aachen, 1991
- /Gui88/ Guibas, L.; J,Stolfi, J.:
Ruler, Compass, and Computer-The Design and Analysis of Geometric Algorithms. Theoretical Foundations of Computer Graphics and CAD. Herausgeber: R.A. Earnshaw, Springer-Verlag 1988
- /Gür89/ H.N. Gürsoy:
Shape interrogation by medial axis transform for automated analysis. PhD Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1989
- /Ham00/ Hambrecht, J.:
Erfolgreicher Schmmiederoundtable über Simulationstechnologie. Schmiede Journal, S.38, 2000
- /Hir01/ Hirschvogel Umformtechnik GmbH
Massivumformtechniken für die Fahrzeugindustrie. Verlag Moderne Industrie, 2001.
- /Kar25/ v. Karman, T.:
Beitrag zur Theorie des Walzvorganges. Z. Angew. Math. Mech. 5, S. 139-141, 1925
- /Kim00/ Kim, H.; Yagi, T.; Yamanaha, M.:
FE-Simulation as a must tool in cold/warm forging process and tool design. Journal of Materials Processing Technology 98, S. 143-149, 2000
- /Kop98/ Kopp, R.; Wiegels, H.:
Einführung in die Umformtechnik. 1. Auflage, Verlag der Augustinosbücherei, 1998
- /Lan77/ Lange, K.; Meyer-Nolkemper, H.:
Gesensschmieden. 2. Auflage, Springer Verlag Berlin, 1977
- /Lan84/ Lange, K.:
Umformtechnik, 2. Auflage, Massivumformung, Springer Verlag Berlin, 1984

- /Lee02/ Lee, S.R.; Lee, Y.K.; Park, C.H.; Yang, D.Y.:
A new method of perform design in hot forging by using electric field theory. International Journal of Mechanical Sciences 44,Elsevier Science, 2002
- /Lee84/ Lee, D. T.,Preparata, F. P.:
Computational Geometry-A Survey,IEEE Transactions on Computer Science,1984
- /Lem98/ Lempio, F.:
Über zwei Jahrtausenden Finite Elemente – Von Eudoxos bis zur Hyperthermietherapie. 27. Kolloquium der Mathematik-Didaktik der Universität Bayreuth, S. 11, 1998
- /Lev/ Leven, Sharir:
Intersection and Proximity Problems and Voronoi Diagrams. Advances in Robotics, Vol.1: Algorithms and Geometric Aspects of Robotics, Herausgeber: Schwartz, Yap, Lawrence Erlbaum Associates
- /Lip67/ Lippmann, H.; Mahrenholz, O.:
Plastomechanik der Umformung metallischer Werkstoffe. Bd. I, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York (1967)
- /Mar01/ Martin, P. K.:
Simulationstechnik für optimierte Schmiedeteile. MM Das Industrie Magazin, Heft 50, S 48-50, 2001
- /Mat91/ Mathieu, H.:
Ein Beitrag zur Auslegung der Stadienfolge beim Gesenkschmieden mit Grat. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 2 Nr. 213; Düsseldorf VDI-Verlag, 1991
- /Meh84/ Mehlhorn, K.:
Data Structures and Algorithms 3: Multi-dimensional Searching and Computational Geometry, Springer-Verlag, 1984
- /Mei01/ Meinen, J.:
Entwicklung eines Verfahrens zur adaptiven Netzgenerierung für die Dreidimensionale FEM-Analyse von Massivumformprozessen. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 2 Nr. 586, Düsseldorf VDI-Verlag, 2001
- /Mey88/ F. Meyer:
Skeletons in Digital Spaces. Image Analysis and Mathematical Morphology, Volume 2: Theoretical Advances, J. Serra (Herausgeber), Seiten 257-296, 1988
- /Mic99/ Michael, M.:
Konstruktionsbegleitende Modellierung von Schmiedeprozessen. Dissertation Universität Hannover; 1999
- /Muc00/ Muckelbauer, M.; Böse, L.:
Virtuelle Prozessentwicklung mit Schmiedesimulationssoftware. Schmiede-Journal, 09/2000
- /Muc01/ Muckelbauer, M.; Genesisius, J.; Bertram, Th.:
Komplexe Schmiedeprozesse Simulieren. Schmiede-Journal, 09/2001
- /Muc99/ Muckelbauer, M.:
Entwicklung eines Systems zur funktionsorientierten Schmiedeteilkonstruktion. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 1 Nr. 315, Düsseldorf VDI-Verlag, 1999

- /Mul94/ Mulmuley, K.:
Computational Geometry –An Introduction Through Randomized Algorithms, Prentice-Hall, 1994
- /Ogn93/ R.L. Ogniewicz:
Discrete Voronoi Skeletons. Hartung-Gorre Verlag Konstanz, 1993
- /Oka92/ Okabe, A.; Boots, B.; Sugihara, K.:
Spatial Tesselations: Concepts and Applications of Voronoi Diagrams, John Wiley&Sons, 1992
- /Pah97/ Pahl, G.; Beitz, W.:
Konstruktionslehre: Methoden und Anwendung. 4. Auflage, Berlin [u.a.]: Springer, 1997
- /Paw00/ Pawelski, H.; Pawelski, O.:
Technische Plastomechanik. Verlag Stahleisen GmbH, 2000
- /Pre85/ Preparata, Shamos:
Computational Geometry: An Introduction, Springer-Verlag, 1985
- /Rit09/ Ritz, W.:
Über eine neue Methode zur Lösung gewisser Variationsprobleme der mathematischen Physik. Journal für die reine und Angewandte Mathematik 135, Heft 4, S. 1-61, 1909
- /Rol99/ Roll, K.; Altan, T.; Tekkaya, A.E.; Herrmann, M.:
Virtuelle Umformtechnik. In: Umformtechnik 2000PLUS, Herausgeber: M. Geiger, Meisenbach Bamberg Verlag, 1999
- /Rou94/ O'Rourke, J.:
Computational Geometry in C, Cambridge University Press, 1994
- /Rud00/ Rudau, E.:
Deutsche Gesenkschmiedeindustrie gerüstet für die Zukunft. Schmiedejournal September 2000
- /Sac25/ Sachs, G.:
Zur Theorie des Ziehvorgangs. Z. Angew. Math. Mech. 7, S. 235-236, 1925
- /Sac92/ Sachs, L.:
Angewandte Statistik. Berlin, Heidelberg, New York, Tokio: Springer, 1992
- /Sch52/ Schellbach, K.:
Probleme der Variationsrechnung. Journal für die reine und Angewandte Mathematik 41, Heft 4, S. 293-363, 1852
- /Sie25/ Siebel, E.:
Kräfte und Materialfluß bei der bildsamen Formänderung. Stahl, Eisen 45, S. 1563-1566, 1925
- /Sie28/ Siebel, E.; Pomp, A.:
Zur Weiterentwicklung des Druckversuchs. Mitt. K.-Wilh.-Inst. f. Eisenforschung 10, S. 55-62, 1928
- /Sri90/ V. Srinivasan, L.R. Nackman, J-M. Tang, S.N. Meshkat:
Automatic Mesh Generation Using the Symmetric Axis Transformation of Polygonal Domains. IBM Research Division, Research Report 90A005786, 1990

- /Ste71/ Steck, E.:
Numerische Behandlung von Verfahren der Umformtechnik. Verlag W. Girardet, Essen (1971)
- /Tam91/ Tam, T.K.H.; Armstrong, C.G.:
2D finite element mesh generation by medial axis subdivision. Advances in Engineering Software Workstn. 13, No. 5/6, Seiten 313-324, 1991
- /TMS02/ Technology Management Services Pty Ltd:
Simulating software solution. Metallurgia, April 2002
- /UEF00/ United Engineering Forging Ltd:
The industrial application of forging simulation at UEF Ltd. Forging Technology
- /VDI02/ VDI Nachrichten:
Beim CAD regiert neue Nüchternheit. Nr. 23, 7.Juni 2002
- /VDI90/ N.N.
VDI Richtlinie 2234 „Wirtschaftliche Grundlagen für den Konstrukteur“. Verein Deutscher Ingenieure, Düsseldorf, 1990
- /Vor08/ Voronoi, G.:
Nouvelles applications des parametres continue a la teorie des formes quadratiques, deuxieme memoire, recherches sur paralleloedres primitif, Journal für die Reine und Angewandte Mathematik,134,1908
- /Wid00/ Widdermann S.:
FEM-Aktivitäten der deutschen Schmiedeindustrie. Schmiede-Journal, S.7, 2000
- /Wie02/ Wienströer, M.; Mathieu, H.:
Reverse Process Simulation for Forging using the Medial Axis Transformation. Proceedings of the 7th ICTP, Oct 28-31, Japan, 2002
- /Wip97/ Wipper, J.:
Mediale Achsen und Voronoi-Diagramme in der euklidischen Ebene. Mathematisches Institut A der Universität Stuttgart, 1997
- /Yao90/ Yao, F.:
Computational Geometry, aus: Handbook of Theoretical Computer Science A, Herausgeber: J. van Leeuwen, Elsevier Science Publishers B.V.,1990
- /Zie67/ Zienkiewicz, O.W.:
The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics. First Edition New York: McGraw Hill 1967

Lebenslauf

Name: Martin Wienströer
Geburtsdatum: 03. August 1970
Geburtsort: Herzebrock-Clarholz
Familienstand: verheiratet, 2 Kinder

Schulbildung:
8/77 – 8/81 Grundschule Herzebrock
7/81 – 7/87 Realschule Herzebrock
1/89 – 10/90 Volkshochschule Herzebrock
9/91 – 6/92 Fachoberschule für Technik

Berufsausbildung
8/87 – 6/90 Ausbildung zum Kraftfahrzeugmechaniker

Studium
9/92 – 5/96 Maschinenbaustudium an der Fachhochschule Bielefeld
Studienschwerpunkt: Konstruktionstechnik
Abschluss: Diplom-Ingenieur (FH)
5/95 – 9/97 Studium an der De Montfort Universität Leicester/GB
Studienschwerpunkt: CAE-Techniken
Abschluss: Master of Science

Berufliche Tätigkeit
10/98 7/03 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Umformtechnik und Umformmaschinen an der Universität Hannover
Abteilung: CA-Techniken
Seit 9/03 Benteler Automobiltechnik GmbH
Entwicklungsseitige Leitung von Projekten im Bereich Chassis