

Realitätsnahe Modellierung aerodynamischer Randbedingungen für hochaufgelöste Strömungsberechnungen in Niederdruckturbinen-Kaskaden

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von
M. Sc. Mark Zieße

2023

Englischer Titel:

Realistic Modelling of Aerodynamic Boundary Conditions for High Resolution Flow Simulations in Low-Pressure Turbine Cascades

Schlagwörter:

Large Eddy Simulation, Turbine, Randbedingungen, Turbulenzerzeugung, Synthetische Wirbelmethode

Keywords:

Large Eddy Simulation, Turbine, Boundary Conditions, Turbulence Generation, Synthetic-Eddy Method

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Nyhuis

1. Referent: Prof. Dr.-Ing. Jörg Seume

2. Referent: Prof. Dr.-Ing. Dragan Kožulović

Tag der mündlichen Prüfung: 16. Juni 2023

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wird eine numerische Modellierungskette vorgestellt, deren Ziel eine verbesserte Wiedergabe des Einflusses realitätsnaher Randbedingungen auf die Aerothermodynamik der Niederdruckturbinen-Beschaukelungen ist. Nach einer Einleitung in die Thematik werden zunächst die realitätsnahen Randbedingungen eingeführt, gefolgt von einem Überblick, wie diese realitätsnahen Randbedingungen in experimentellen und numerischen Untersuchungen erzeugt werden können.

Die vorgestellte Modellierungskette lässt sich hierbei nach der Modellierung des Rechengebietes und der Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen unterscheiden. Für die Modellierung des Rechengebietes wurde die Large Eddy Simulation (LES) verwendet. Bei einer LES werden große turbulente Strukturen direkt aufgelöst ohne den Einfluss einer zusätzlichen Turbulenzmodellierung. Aufgrund dieses reduzierten Modellierungsgrades liefert die LES eine genauere Vorhersage turbulenter Strömungen im Vergleich zu den Simulationsverfahren, die in industriellen Auslegungsketten eingesetzt werden und auf den Reynolds-averaged Navier-Stokes-Gleichungen (RANS-Gleichungen) basieren. Nach einer ausführlichen Beschreibung der LES wird der eigentliche Modellierungsansatz der realitätsnahen Randbedingungen vorgestellt. Die Erzeugung der Zuströmturbulenz basiert hierbei auf einer synthetischen Wirbelmethode. Es folgt eine detaillierte Verifizierung und Validierung dieses Modellierungsansatzes anhand überwiegend generischer Testfälle. Diese Verifikation und Validierung zeigen, dass es möglich ist, die in einer Niederdruckturbinen vorherrschenden Randbedingungen in einer numerischen Simulation zu erzeugen.

Zum Schluss erfolgt die Validierung der gesamten Modellierungskette anhand verschiedener Niederdruckturbinen-Kaskaden mit jeweils unterschiedlichen Transitionsmodi. Die Ergebnisse dieser Validierung belegen, dass die vorgestellte Modellierungskette in der Lage ist, alle in einer Niederdruckturbinen vorkommenden Transitionsmodi korrekt vorherzusagen. Darüber hinaus konnten im Vergleich zu den industriell üblichen RANS-basierten Simulationsverfahren bessere Vorhersagen für alle aerodynamischen Größen erzielt werden. Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Modellierungskette stellt somit ergänzend zum Experiment eine weitere Säule zur Untersuchung der Aerothermodynamik der Niederdruckturbinen dar. Hierbei kann die Modellierungskette insbesondere Parameterräume der Randbedingungen abdecken, die im Experiment nicht realisierbar sind und somit einen wesentlichen Beitrag leisten zur effizienteren Auslegung der Niederdruckturbinen und entsprechend auch Flugzeugtriebwerken im Allgemeinen.

Abstract

A numerical modelling chain is presented in this thesis, with the aim of improving the reproduction of the influence of realistic boundary conditions on the aerothermodynamics of low-pressure turbine blades. After an introduction to the topic, the realistic boundary conditions are initially introduced, followed by an overview of how these realistic boundary conditions can be generated in experimental and numerical investigations.

The presented modelling chain can be classified according to the modelling of the computational domain and the modelling of the realistic boundary conditions. For the modelling of the computational domain, the Large Eddy Simulation (LES) was used. With LES, large turbulent structures are directly resolved without the influence of additional turbulence modelling. Due to this reduced modelling depth, a LES provides a more accurate prediction of turbulent flows compared to the simulation methods used in industrial design chains, which are based on the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations (RANS equations). After a detailed description of the LES, the actual modelling approach of the realistic boundary conditions is presented. The generation of the inflow turbulence is based on a synthetic eddy method. This is followed by a detailed verification and validation of this modelling approach using primarily generic test cases. This verification and validation shows that it is possible to generate the prevailing boundary conditions in a low-pressure turbine in a numerical simulation.

Finally, the entire modelling chain is validated using various low-pressure turbine cascades, each with a different transition mode. The results of this validation show that the presented modelling chain is able to correctly predict all transition modes occurring in a low-pressure turbine. Furthermore, significantly better predictions could be made for all aerodynamic quantities compared to the RANS-based simulation methods commonly used in industry. The modelling chain presented in this work thus represents a further pillar for investigating the aerothermodynamics of low-pressure turbines in addition to the experiment. In particular, the modelling chain can cover parameter spaces of the boundary conditions that cannot be realised in experiments and thus make a significant contribution to the more efficient design of low-pressure turbines and thus also aircraft engines in general.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik an der Leibniz Universität Hannover. Insbesondere möchte ich mich sehr herzlich bei Prof. Dr.-Ing. Jörg Seume für seine Unterstützung und die Möglichkeit bedanken, in einem solch interessanten und relativ neuen Themengebiet promovieren zu dürfen. Ohne sein entgegengebrachtes Vertrauen und seine hilfreichen Ratschläge, auch abseits der Promotion, wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Kožulović danke ich für die Übernahme des Koreferats und die fachlichen Anmerkungen für das weitere Präzisieren der Arbeit. Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Nyhuis danke ich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Der MTU Aero Engines AG und der Abteilung Numerische Methoden des Instituts für Antriebstechnik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt möchte ich für die vertrauensvolle Zusammenarbeit und die Möglichkeit danken, regelmäßig aktuelle Arbeitsfortschritte im Kreis von Fachexperten diskutieren zu können. Die zugehörigen anregenden Diskussionen haben die Richtung der vorliegenden Arbeit maßgeblich beeinflusst. Besonders danken möchte ich Herrn Dr. Patrick Bechlars, dessen Wissen bzgl. skalenauflösender Simulationen und seine zahlreichen Impulse einen wesentlichen Anteil zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Sowohl für die bereitgestellten Rechenressourcen, als auch für den uneingeschränkten Support bei den komplexesten Anfragen, danke ich dem Norddeutschen Verbund für Hoch- und Höchstleistungsrechnen.

Ein besonderer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Florian Herbst und Herrn Dr.-Ing. Christoph Müller-Schindewolffs, ohne deren Weitblick, Hilfsbereitschaft und fachliche Expertise diese Arbeit nie entstanden wäre.

Des Weiteren gilt ein besonderer Dank Herrn Dr.-Ing. Matthias Teich, der bereits während meines Studiums mein Augenmerk auf skalenauflösende Simulationen und Turbomaschinen gelenkt, mich unterstützt und gefördert hat.

Weiterhin danke ich Simon Schmid, dessen Masterarbeit einen wertvollen Beitrag an der Dissertation geleistet hat.

Allen Kolleginnen und Kollegen des Instituts für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik danke ich für das immer sehr kollegiale und freundschaftliche Arbeitsklima, die uneingeschränkte Hilfsbereitschaft und die interessanten Diskussionen, insbesondere auch abseits der Arbeit. Dank Euch habe ich meine Zeit am Institut sehr genossen und viel dazu gelernt. Besonders danken möchte ich an dieser Stelle Stephanie Lehnhoff, Torben Wolff, Thorge Kentschke und Philipp Gilge für deren große Unterstützung und zahlreichen Ratschläge. Zusätzlich gilt mein Dank Lars Wein und Dajan Mimic für die vielen hilfreichen Impulse und Anregungen. Malte Nyhuis danke ich für die Initiative,

das in dieser Arbeit behandelte Themengebiet mit voller Überzeugung weiter voranzubringen.

Meinen Freundinnen und Freunden danke ich herzlichst für die inspirierenden Gespräche sowie moralische Unterstützung.

Mein größter Dank gilt meiner Familie, insbesondere meinen Eltern Anne und Bernd ohne deren unermüdliche Unterstützung während meines gesamten Lebensweges mein Studium und Dissertation nicht möglich gewesen wäre.

Kassel, im September 2023

Mark Zieße

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	v
Tabellenverzeichnis	x
Formelzeichen	xii
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Ziele und Aufbau der Arbeit	3
2 Aerothermodynamik der Niederdruckturbinen	5
2.1 Randbedingungen der Niederdruckturbinen	5
2.1.1 Stromfadentheoretische Randbedingungen	6
2.1.2 Freistromturbulenz	12
2.1.3 Nachlauf	13
2.2 Strömungsmaschinenkaskade	15
2.3 Strömungsphänomene und Transition	16
2.3.1 Ablöseinduzierte Transition	18
2.3.2 Bypass-Transition	19
2.3.3 Transition im Nachlauf	20
2.3.4 Relaminarisierung	20
2.3.5 Nachlaufinduzierte Transition	21
3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen	24
3.1 Experimentelle Untersuchungen	24
3.1.1 Stromfadentheoretische Randbedingungen	25
3.1.2 Freistromturbulenz	25
3.1.3 Eintretende Nachläufe	28
3.2 Numerische Untersuchungen	30
3.2.1 Fourier-Ansatz	33
3.2.2 Digitale Filtermethode	34
3.2.3 Proper Orthogonal Decomposition-basierte Methode	36
3.2.4 Diffusionsbasierter Ansatz	37
3.2.5 Synthetische Wirbelmethode	37
3.2.6 Vergleich der Methoden zur Erzeugung synthetischer Turbulenz	40

4	Large Eddy Simulation	44
4.1	Grundlegendes Gleichungssystem	44
4.1.1	Erhaltungsgleichungen	45
4.1.2	Zustandsgleichungen	45
4.1.3	Navier-Stokes-Gleichungen	46
4.1.4	Turbulenzmodellierung	47
4.2	Diskretisierung des Gleichungssystems	50
4.2.1	Finite-Volumen-Verfahren	50
4.2.2	Räumliche Diskretisierung	51
4.2.3	Zeitliche Diskretisierung	53
4.3	Numerische Randbedingungen	53
4.4	Lösung des Gleichungssystems	55
5	Modellierungsansatz realitätsnaher Randbedingungen der Niederdruckturbinen	58
5.1	Wellendurchlässigkeit	58
5.2	Freistromturbulenz	60
5.3	Bewegte Nachläufe	62
5.4	Potenzialfeldaufprägung	66
5.5	Wandnahe Turbulenzreduzierung	67
6	Verifikation und Validierung der Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen	69
6.1	Wellendurchlässigkeit	70
6.1.1	Konzept und Vorgehensweise	70
6.1.2	Ergebnisse	71
6.2	Isotrope Turbulenz	74
6.2.1	Konzept und Vorgehensweise	74
6.2.2	Ergebnisse	75
6.3	Anisotrope Turbulenz	78
6.3.1	Konzept und Vorgehensweise	78
6.3.2	Ergebnisse	78
6.4	Bewegte Nachläufe	80
6.4.1	Konzept und Vorgehensweise	80
6.4.2	Ergebnisse	81
6.5	Potenzialfeldaufprägung	87
6.5.1	Konzept und Vorgehensweise	87
6.5.2	Ergebnisse	87
6.6	Wandnahe Turbulenzreduzierung	88
6.6.1	Konzept und Vorgehensweise	88
6.6.2	Ergebnisse	89

Inhaltsverzeichnis

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi	91
7.1 Ablöseinduzierte Transition	92
7.1.1 Bewertung der Randbedingungen	92
7.1.2 Ergebnisse	93
7.2 Transition im Nachlauf	97
7.2.1 Bewertung der Randbedingungen	97
7.2.2 Ergebnisse	99
7.3 Bypass-Transition	103
7.3.1 Bewertung der Randbedingungen	103
7.3.2 Ergebnisse	106
7.4 Nachlaufinduzierte Transition	113
7.4.1 Bewertung der Randbedingungen	113
7.4.2 Ergebnisse	115
8 Schlussfolgerungen und Ausblick	122
8.1 Schlussfolgerungen	122
8.2 Ausblick	123
9 Literaturverzeichnis	125
A Vergleich Flugtriebwerke	141
B Konstante Simulationsparameter	142
C Beschreibung der Testfälle	145
C.1 T106D-Kaskade	145
C.2 MTU-T161-Kaskade	148
C.3 Basisgitter A	149
C.4 T104-Kaskade	150
C.5 T106C-Kaskade	152
D Beschreibung der Mittelungsverfahren	155
E Bestimmung der Unsicherheiten	158
E.1 Experimentelle Unsicherheiten	158
E.2 Bewertung der statistischen Konvergenz in der LES	159
F Vorgehensweise zur Aufprägung stufennaher Nachläufe	161
G Beschreibung RANS-Simulationen	168
G.1 Grundlegende Gleichungen	168
G.2 Turbulenzmodellierung	168
G.3 Turbulente Randbedingungen	169

Inhaltsverzeichnis

H Bewertung der Netzauflösung	170
H.1 Erzeuger instationärer Zuströmung	170
H.2 T106D-Kaskade	172
H.3 MTU-T161-Kaskade	174
H.4 Basisgitter A	176
H.5 T106C-Kaskade	178
H.6 T104-Kaskade	180
 Wissenschaftlicher Werdegang	 182

Abbildungsverzeichnis

1.1	Vergleich der numerischen Verfahren URANS, LES und DNS und Einfluss der realitätsnahen Randbedingungen auf die Nachlaufverluste einer NDTK	2
2.1	Beispielhafte Darstellung eines Gitters und zugehöriger Geschwindigkeitsdreiecke einer Turbinen-Repetierstufe	6
2.2	Vorkommende Reynolds-Zahlen in einem Triebwerk	10
2.3	Variation des Drucks und der Temperatur in Abhängigkeit von der Flughöhe	11
2.4	Freistromturbulenzgrade in einer mehrstufigen Niederdruckturbinen	13
2.5	Einfluss der Durchflusszahl und Strouhal-Zahl auf eintretende Nachläufe	14
2.6	Beispielhafte Darstellung der geometrischen Transformation des Rotors bzw. des Stators zur Kaskade	15
2.7	Abhängigkeit des Transitionsmodus von der Reynolds-Zahl und dem Turbulenzgrad	17
2.8	Prinzipieller Ablauf der ablöseinduzierten Transition	18
2.9	Prinzipieller Ablauf der natürlichen und der Bypass-Transition	19
2.10	Beispielhafter Verlauf der Schiefe entlang der Saugseite einer NDTK bei Transition	21
2.11	Weg-Zeit-Diagramm des Grenzschichtzustands und Aufrollen der Scherschicht bei nachlaufinduzierter Transition	22
3.1	Beispielhafte Darstellung eines ebenen Gitterwindkanals	24
3.2	Darstellung des IXgK Turbulenzgitters und dessen beispielhafte Einbauposition	26
3.3	Einflussparameter des Turbulenzgrades und Formfaktoren des IXgK Turbulenzgitters	27
3.4	Vergleich konstruktiver Ansätze zur Untersuchung des Einflusses eintretender Nachläufe auf eine Kaskade	29
3.5	Gegenüberstellung des phasengemittelten und zeitlich gemittelten Zuström winkels experimenteller Ansätze zur Erzeugung eintretender Nachläufe	30
3.6	Mittels Zufallssignal erzeugte unphysikalische Turbulenz	33
3.7	Funktionsprinzip der synthetischen Wirbelmethode	38
3.8	Abbildbare Zustände der Anisotropie der Turbulenz der DFSEM	41
3.9	Gegenüberstellung der Methoden DFM und DFSEM für den Turbulenzgrad und der Formfaktoren	42

Abbildungsverzeichnis

3.10	Gegenüberstellung der Methoden DFM und DFSEM für die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Fluktuationsgeschwindigkeiten und Energiespektrum	42
5.1	Berücksichtigung periodischer Ränder mittels Sekundärwirbel der C-DFSEM	61
5.2	Physikalische Eigenschaften eintretender Nachläufe	63
5.3	Beispielhafte Darstellung potenzieller Impulsdefizit-Variationen mit der W-DFSEM	64
5.4	Repositionierung der Wirbel für die Nachlaufaufprägung der W-DFSEM	66
5.5	Potenzialfeldeinfluss für eine unterschiedliche axiale Position einer NDTK	67
5.6	Problematik der wandnahen Diskretisierung synthetischer Wirbel und Ansatz der wandnahen Turbulenzreduzierung	68
6.1	Zeitlicher Druckverlauf zwischen zwei Schaufeln im Mittelschnitt für eine wellenundurchlässige und wellendurchlässige Randbedingung	72
6.2	Rel. Abweichungen der aktuellen Randbedingungswerte vom einzuhaltenden Wert für Simulationen mit variierendem l_∞	73
6.3	Profilverteilung der isentropen Mach-Zahl des Validierungstestfalls bzgl. Wellendurchlässigkeit der W-DFSEM	74
6.4	Ergebnisse der Verifikation der W-DFSEM für die Erzeugung der HIT . .	76
6.5	Kennfeld der W-DFSEM für HIT 0,01 m stromab des Eintritts	77
6.6	Ergebnisse der Verifikation der W-DFSEM für die Erzeugung anisotroper Turbulenz	79
6.7	Gegenüberstellung von dem Nachlauf der Referenz und dem von der W-DFSEM reproduzierten Nachlauf im Mittelschnitt des Validierungstestfalls der anisotropen Turbulenzerzeugung	79
6.8	Gegenüberstellung von dem Nachlauf der Referenz und dem von der W-DFSEM reproduzierten Nachlauf an unterschiedlichen axialen Positionen des Validierungstestfalls der anisotropen Turbulenzerzeugung . .	80
6.9	Geschwindigkeitsbetrag und TKE des Verifikations-Testfalls der Nachlaufaufprägung der W-DFSEM	82
6.10	Vergleich des eintretenden Nachlaufs zwischen Experiment, W-DFSEM und vernetztem Stab des 1. Validierungsschrittes der Nachlaufaufprägung mittels W-DFSEM	83
6.11	Profilverteilung der isentropen Mach-Zahl des 2. Validierungsschrittes der Nachlaufaufprägung der W-DFSEM	84
6.12	Nachlauf-Verluste des 2. Validierungsschrittes der Nachlaufaufprägung der W-DFSEM	84
6.13	Betrag der saugseitigen phasengemittelten Wandschubspannung des 2. Validierungsschrittes der Nachlaufaufprägung der W-DFSEM	86
6.14	Vergleich des Geschwindigkeitsbetrages im Mittelschnitt der Verifikation und Validierung der Potenzialfeldaufprägung	87
6.15	Geschwindigkeitskomponenten über die Teilung des Testfall der Verifikation und Validierung der Potenzialfeldaufprägung	88

Abbildungsverzeichnis

6.16	Turbulente Schwankungsgrößen im Mittelschnitt und entlang einer Stromlinie für den Testfall der wandnahen Turbulenzreduzierung	89
6.17	Überblendungs-Faktor und TKE über die Kanalhöhe an zwei axialen Positionen für den Testfall der wandnahen Turbulenzreduzierung	90
6.18	Konturplot der TKE in Kanalmitte für den Testfall der wandnahen Turbulenzreduzierung	90
7.1	Übersicht der Testfälle zur Validierung der Gesamtmodellierung	91
7.2	Zuströmturbulenzgrad des Testfalls für ablöseinduzierte Transition	93
7.3	Profilverteilung der isentropen Mach-Zahl des Testfalls für ablöseinduzierte Transition	95
7.4	Nachlaufverluste des Testfalls für ablöseinduzierte Transition	95
7.5	Saugseitige Grenzschichtgrößen des Testfalls für ablöseinduzierte Transition	96
7.6	Integrale Verluste des Testfalls für ablöseinduzierte Transition	97
7.7	Zuströmturbulenzgrad des Testfalls für Transition im Nachlauf	98
7.8	Profilverteilung der isentropen Mach-Zahl des Testfalls für Transition im Nachlauf	99
7.9	Nachlaufverluste des Testfalls für Transition im Nachlauf	100
7.10	Saugseitige Grenzschichtgrößen des Testfalls für Transition im Nachlauf	101
7.11	Darstellung der räumlichen Ausrichtung der Turbulenz des Testfalls für Transition im Nachlauf	102
7.12	Integrale Verluste des Testfalls für Transition im Nachlauf	103
7.13	Zuströmturbulenzgrad des Testfalls für Bypass-Transition	106
7.14	Profilverteilung der isentropen Mach-Zahl des Testfalls für Bypass-Transition	106
7.15	Saugseitige Grenzschichtgrößen des Testfalls für Bypass-Transition	108
7.16	Saugseitiges Weg-Zeit-Diagramm der Geschwindigkeit tangential zur Wand der ersten Zellschicht im Mittelschnitt	109
7.17	Energiespektrum der turbulenten kinetischen Energie der ersten Zellschicht entlang der Saugseite	110
7.18	Wandnormale Geschwindigkeitsfluktuationen in einer zur Schaufel parallelen Fläche	112
7.19	Vergleich der eintretenden Nachläufe des Testfalls für nachlaufinduzierte Transition	114
7.20	Profilverteilung der isentropen Mach-Zahl des Testfalls für nachlaufinduzierte Transition	116
7.21	Nachlaufverluste des Testfalls für nachlaufinduzierte Transition	117
7.22	Zeitlich gemittelte saugseitige Wandschubspannung für den Testfall mit nachlaufinduzierter Transition	118
7.23	Phasenmittel aller Phasen der saugseitigen isentropen Mach-Zahl des Testfalls für nachlaufinduzierte Transition	119
7.24	Ausgewählte Phasenmittel der saugseitigen isentropen Mach-Zahl des Testfalls für nachlaufinduzierte Transition	120
7.25	Integrale Verluste des Testfalls für nachlaufinduzierte Transition	120

Abbildungsverzeichnis

C.1	Geometrische Größen und Randbedingungs-Parameter der T106D-Kaskade unter stationärer Zuströmung	146
C.2	Geometrische Größen und Randbedingungs-Parameter der T106D-Kaskade unter instationärer Zuströmung	147
C.3	Geometrische Größen und Randbedingungs-Parameter der MTU-T161-Kaskade unter stationärer Zuströmung	149
C.4	Geometrische Größen und Randbedingungs-Parameter des Basisgitters A unter stationärer Zuströmung	150
C.5	Geometrische Größen und Randbedingungs-Parameter der T104-Kaskade unter stationärer Zuströmung	151
C.6	Geometrische Größen und Randbedingungs-Parameter der T106C-Kaskade unter stationärer Zuströmung	153
C.7	Geometrische Größen und Randbedingungs-Parameter der T106C-Kaskade unter instationärer Zuströmung	154
D.1	Grafische Darstellung der Amecke-Auswertung	156
F.1	Ansatz der Nachlaufaufprägung	161
F.2	Definition der geometrischen Abmessungen des Preprocessings der Nachlaufaufprägung	162
F.3	Geschwindigkeitsdreieck der Zuströmung und rotierter Schnitt des Preprocessings der Nachlaufaufprägung	163
F.4	Gegenüberstellung der Werte des geraden Schnittes, des schiefen Schnittes und der zusätzlich rotierten Reynolds-Spannungen	164
F.5	Ansatz der Skalierung der Nachlaufbreite	165
F.6	Einfluss der Skalierung der Nachlaufbreite	166
F.7	Kürzung der Nachlauf-Teilung aufgrund eines reduzierten Teilungsverhältnisses	166
F.8	Überblendung an den periodischen Rändern	167
H.1	Nachlaufgrößen der Netzstudie des EIZ-Stabes	171
H.2	Profilverteilung der Netzstudie der T106D-Kaskade	172
H.3	Nachlaufverluste der Netzstudie der T106D-Kaskade	172
H.4	GCI-Studie der T106D-Kaskade	173
H.5	Profilverteilung der Netzstudie der MTU-T161-Kaskade	174
H.6	Nachlaufverluste der Netzstudie der MTU-T161-Kaskade	174
H.7	GCI-Studie der MTU-T161-Kaskade	175
H.8	Profilverteilung der Netzstudie des Basisgitters A	176
H.9	Nachlaufverluste der Netzstudie des Basisgitters A	176
H.10	GCI-Studie des Basisgitters A	177
H.11	Profilverteilung der Netzstudie der T106C-Kaskade	178
H.12	Nachlaufverluste der Netzstudie der T106C-Kaskade	178
H.13	GCI-Studie der T106C-Kaskade	179
H.14	Profilverteilung der Netzstudie der T104-Kaskade	180
H.15	Nachlaufverluste der Netzstudie der T104-Kaskade	180

Abbildungsverzeichnis

H.16 GCI-Studie der T104-Kaskade 181

Tabellenverzeichnis

1.1	Vergleich der beiden Flugtriebwerke PW1100G-JM und LEAP-1A	2
3.1	Verwendete Längenmaßverhältnisse und zugehörige Koeffizienten C_2 der DFSEM	40
3.2	Gegenüberstellung der benötigten Rechenzeit für die Simulation ohne Zuströmturbulenz, mit DFSEM und DFM	43
6.1	Zeitlich gemittelte relative Abweichungen der Randbedingungswerte vom einzuhaltenden Wert und die Standardabweichung der Randbedingungswerte	73
6.2	Auszüge der Erprobung des Kennfeldes der W-DFSEM aus Abb. 6.5 . .	77
6.3	Vergleich der benötigten rel. Rechenressourcen des 2. Validierungsschrittes der Nachlaufaufprägung mittels W-DFSEM	86
7.1	Stromfadentheoretische Randbedingungen des Testfalls für ablöseinduzierte Transition	92
7.2	Stromfadentheoretische Randbedingungen des Testfalls für Transition im Nachlauf	98
7.3	Berücksichtigung der Dreidimensionalität bzgl. des Zuströmturbulenzgrades des Testfalls für Bypass-Transition	104
7.4	Stromfadentheoretische Randbedingungen des Testfalls für Bypass-Transition	105
7.5	Stromfadentheoretische Randbedingungen des Testfalls für nachlaufinduzierte Transition	113
A.1	Vergleich des Flugtriebwerks LEAP-1A von CFM International mit dem PW1100G-JM von Pratt & Whitney	141
B.1	Modell-Konstanten und Stoffparameter aller Simulationen	142
B.2	Verwendete Schema der räumlichen und zeitlichen Diskretisierung . . .	143
B.3	Verwendete Solver und deren Parameter	144
H.1	Netzparameter und Vergleich der dimensionslosen Zellabmessungen der Netzstudie des EIZ-Stabs	171
H.2	Netzparameter und Vergleich der dimensionslosen Zellabmessungen der Netzstudie der T106D-Kaskade	173
H.3	Netzparameter und Vergleich der dimensionslosen Zellabmessungen der Netzstudie der MTU-T161-Kaskade	175
H.4	Netzparameter und Vergleich der dimensionslosen Zellabmessungen der Netzstudie des Basisgitters A	177

Tabellenverzeichnis

H.5	Netzparameter und Vergleich der dimensionslosen Zellabmessungen der Netzstudie der T106C-Kaskade	179
H.6	Netzparameter und Vergleich der dimensionslosen Zellabmessungen der T104-Kaskade	181

Formelzeichen

Lateinische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Beschreibung	Definition
A	m^2	Fläche	
\mathbf{A}	–	Cholesky-Zerlegung	Gl. (3.1)
a	$m s^{-1}$	Schallgeschwindigkeit	
A_0	–	Zentralkoeffizient	Gl. (4.38)
a_k	–	zufällige Zeitkoeffizienten	
A_s	$Pa s$	Referenz-Viskosität des Sutherland-Modells	
b	m	Gitterteilung	Gl. (2.9)
BF	–	Überblendungs-Faktor der wandnahen Turbulenzreduzierung	Gl. (5.30)
b_s	–	Filterkoeffizienten der DFM	Gl. (3.6)
c	$m s^{-1}$	Betrag der Absolutgeschwindigkeit	
\vec{c}	$m s^{-1}$	Vektor der Absolutgeschwindigkeit	
C_1	–	Normierungskoeffizient der DFSEM	Gl. (3.15)
C_2	–	Anisotropie-Koeffizient der DFSEM	Gl. (3.16)
c_p		spezifische isobare Wärmekapazität	Gl. (2.4)
	$J kg^{-1} K^{-1}$		
C_{ij}	$N s m^{-2}$	Kreuz-Spannungen	Gl. (4.19)
$c_{i,PA,n}$	–	Koeffizienten der Polynome der Potentialfeldaufprägung	
d	–	Wirbeldichte	
Δy_{peri}	m	Abstand periodische Ränder in Umfangsrichtung	
d_S	m	Stabdurchmesser	
e_t	$J kg^{-1}$	Totalenergie	Gl. (4.6)
f	$N kg^{-1}$	Volumenkräfte	
FF	–	Formfaktor	
F_S	N	Schaufelkraft	Gl. (2.4)
F_U	–	Anteil der Schaufelkraft in Umfangsrichtung	Gl. (2.7)
G	–	Operator der diskretisierten Energieflüsse	Gl. (4.44)

Formelzeichen

H	m	Schaufel- oder Kanalhöhe	
\mathbf{H}	–	Vektor der Erhaltungsgrößen	Gl. (4.33)
H_{12}	–	Formfaktor der Grenzschicht	
h_{rel}	–	rel. Kanalhöhe	
$h_{\text{rel},o}$	–	oberes Limit der Überblendung der wandnahen Turbulenzreduzierung	
$h_{\text{rel},u}$	–	unteres Limit der Überblendung der wandnahen Turbulenzreduzierung	
k	–	Faktor des Reflexionsgrades	Gl. (5.3)
L	m	repräsentatives Längenmaß	
l	m	Profilschneidlänge	
$Ma_{2,\text{is}}$	–	isentropische Abström-Mach-Zahl	Gl. (2.18)
$Re_{2,\text{is}}$	–	isentropische Abström-Reynolds-Zahl	Gl. (2.20)
l_{ax}	m	axiale Sehnenlänge des Profils	
l_e	m	Einlaufstrecke	
\mathbf{L}_{ein}	m	vorgegebenes Längenmaß-Feld der DFSEM	
L_{ij}	N s m^{-2}	Leonard-Spannungen	Gl. (4.19)
l_{∞}	m	Fernfeldabstand	
L_{int}	m	integrales Längenmaß	Gl. (6.3)
Ma	–	Mach-Zahl	Gl. (2.17)
Ma_{is}	–	isentropische Mach-Zahl	
N	–	Anzahl an Moden; Wirbelanzahl	
N_S	–	Anzahl an Schaufeln	
N_{ST}	–	Anzahl an Stufen	
p	N m^{-2}	statischer Druck	
P_F	W	Leistung des Fans	Gl. (2.1)
Φ	–	Durchflusszahl	Gl. (2.26)
ϕ	–	beliebige Erhaltungsgröße	
P_{NDT}	W	Leistung der Niederdruckturbinenstufe	Gl. (2.2)
Pr	–	Prandtl-Zahl	Gl. (4.10)
P_{ST}	W	Leistung der Stufe	Gl. (2.10)
\dot{q}	$\text{J s}^{-1} \text{kg}^{-1}$	spez. Wärmefluss	Gl. (4.4)
q_{β}	–	Formfunktion	Gl. (3.13)
q_k	–	räumliche Moden	
R	–	Operator der räumlichen Diskretisierung	
r_{β}^k	–	normierte Distanz der aktuellen Position zum Wirbelzentrum	
Re	–	Reynolds-Zahl	Gl. (2.19)
\mathbf{R}_{ein}	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	vorgegebenes Reynolds-Spannungs-Feld der DFSEM	
\mathbf{R}_{ij}	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	Reynolds-Spannungs-Tensor	Gl. (2.22)
$R_{ij,FS}$	N s m^{-2}	Feinstruktur-Reynolds-Spannungen	Gl. (4.19)

Formelzeichen

$R_{im}^{H \rightarrow G}$	–	Matrix zur Transformation vom lokalen zum globalen Koordinatensystem	
\mathbf{R}^k	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	Reynolds-Spannungen des Wirbels	
R_L	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	spezifische Gaskonstante für Luft	
r_m	m	mittlerer Radius	
R_{xy}	–	Kreuzkorrelationsfunktion	
\widehat{S}_{ij}	N s m^{-2}	Scherspannungstensor der aufgelösten großen Skalen	Gl. (4.21)
S_{ij}^d	N s m^{-2}	symmetrischer Anteil des Quadrats des Tensors der Geschwindigkeitsgradienten	Gl. (4.23)
S	–	Schiefe der Geschwindigkeitsfluktuationen	
S_Q	–	Quellterme	
S_r	–	Strouhal-Zahl	Gl. (2.27)
s_{rel}	–	rel. Lauflänge der Saugseite	
T	K	statische Temperatur	
t	s	Zeit	
TKE	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	turbulente kinetische Energie	Gl. (2.24)
T_s	K	Referenztemperatur des Sutherland-Modells	
Tu	–	Turbulenzgrad	Gl. (2.25)
b_{wake}	m	Teilung der eintretenden Nachläufe	
u	m s^{-1}	Betrag der Umfangsgeschwindigkeit	
\vec{u}	m s^{-1}	Vektor der Umfangsgeschwindigkeit	
\mathbf{u}	m s^{-1}	Geschwindigkeitsvektor	
U	m s^{-1}	Betrag der Geschwindigkeit	
$u_{c,i}$	m s^{-1}	über die Eintrittsfläche gemittelte Geschwindigkeit	
u'_i	m s^{-1}	diskretisierte Wirbelfluktuationen der DFSEM	Gl. (3.12)
\mathbf{u}_{ein}	m s^{-1}	vorgegebenes Geschwindigkeitsfeld der DFSEM	
u_i	m s^{-1}	Geschwindigkeitsvektor	
$\Delta u_{i,\text{IN}}$	m s^{-1}	Impulsdefizit Nachlauf	Gl. (5.15)
$u_{i,\infty}$	m s^{-1}	Fernfeld-Geschwindigkeit	
$u_{i,\text{kon}}$	m s^{-1}	Konvektionsgeschwindigkeit der Wirbel	Gl. (5.27)
$\Delta u_{i,\text{offset}}$	m s^{-1}	Geschwindigkeitsoffset der Nachlaufaufprägung	
$u'_{i,R}$	m s^{-1}	Zufälliges Geschwindigkeitssignal	
u, v, w	m s^{-1}	Geschwindigkeitskomponenten in Axial-, Teilungs- und Spannweitenrichtung	
U_{wake}	m s^{-1}	Translationsgeschwindigkeit der eintretenden Nachläufe	

Formelzeichen

V	m^3	Volumen	
V_{Box}	m^3	Volumen der virtuellen Box	
vF	–	Überblendungs-Faktor der Wellendurchlässigkeit	Gl. (5.5)
V_{Wirbel}	m^3	aufsummiertes Volumen aller Wirbel	
w	m s^{-1}	Betrag der Relativgeschwindigkeit	
\vec{w}	m s^{-1}	Vektor der Relativgeschwindigkeit	
w_s	m s^{-1}	Geschwindigkeit der Domian verlassenden Strukturen	Gl. (5.4)
\mathbf{x}	m	Ortsvektor	
x_{ax}	m	axiale Koordinate	
$x/\Delta x$	–	rel. Axialposition	
\mathbf{x}^k	m	Wirbelzentrum	
x, y, z	m	kartesische Koordinaten	
y_{ein}	m	Umfangsposition der Wirbel am Eintritt ohne Korrektur	Gl. (5.20)
y_{neu}	m	korrigierte Wirbelposition	Gl. (5.25)
y_{rel}	–	rel. Teilung	
y_{soll}	m	einzuhaltende Umfangsposition der Wirbel am Eintritt	Gl. (5.21)
$z/\Delta z$	–	rel. spannweite Position	

Griechische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Beschreibung	Definition
α	°	Absolutwinkel; Strömungswinkel zwischen Axial- und Umfangskomponente der Absolutgeschwindigkeit	
α_l	–	Wirbelintensitäten	Gl. (3.16)
β	°	Relativwinkel; Strömungswinkel zwischen Axial- und Umfangskomponente der Relativgeschwindigkeit	
Δ	m	Zellabstand oder Filterweite	Gl. (4.16)
Δ_i	m	Zellabmessung	
Δt_{ein}	s	Konvektionszeit des Wirbelkerns bis zum Eintritt	Gl. (5.19)
ΔT_K	s	Durchströmzeit einer Kaskade	
$\Delta u_{i,PA}$	m s^{-1}	Geschwindigkeitsdefizit der Potentialfeldaufprägung	Gl. (5.28)
Δx_{ein}	m	Axialabstand vom Wirbelkern zum Eintritt	
Δx_S	m	Axialabstand vom Stab zum Eintritt	
Δy_{move}	m	Änderung der Umfangsposition der Wirbel durch die Nachlaufbewegung	Gl. (5.23)
Δy_{offset}	m	Differenz zwischen unkorrigierter und korrigierter Umfangsposition der Wirbel	Gl. (5.24)
$\epsilon_{\beta jl}$	–	Levi-Civita-Operator	
η	N s m^{-2}	dynamische Viskosität	Gl. (4.8)
Γ	–	Längenmaßverhältnis	
Γ	s^{-1}	Zirkulation	Gl. (2.6)
γ_{int}	–	über die Grenzschicht aufintegrierter Transitionsfaktor	
Γ_ϕ	–	Diffusionskoeffizient der betrachteten Erhaltungsgröße	
κ	–	Isentropenexponent	
λ_i	–	Eigenwerte des Reynolds-Spannungs-Tensors	
ν	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	kinematische Viskosität	
ν_t	Pa s	Wirbelviskosität	Gl. (4.22)
Ω	–	Eintrittsfläche	
ω	–	spezifische turbulente Dissipationsrate	
$\vec{\omega}$	s^{-1}	Wirbelstärke	
$\omega_{i,\text{stretch}}$	–	Parameter für die Nachlaufbreite der W-DFSEM	
ρ	kg m^{-3}	Dichte	Gl. (4.5)
σ_i	m	Vektor der Wirbellängenmaße	

Formelzeichen

$\sigma_{i,\text{shape}}$	–	Parameter für die Nachlauftiefe der W-DFSEM	
τ	N s m^{-2}	Schubspannung	Gl. (4.11)
τ_{ij}	N m^{-2}	viskoser Spannungstensor	Gl. (4.12)
$\tau_{ij,SGS}$	N s m^{-2}	Feinstrukturspannungstensor	Gl. (4.18)
τ_w	N m^{-2}	Wandschubspannung	
t/T	–	rel. Phase einer Nachlauf-Periode	
ζ	–	lokale Totaldruckverluste	Gl. (D.1)
ζ_{int}	–	integraler Totaldruckverlust	Gl. (D.1)

Tiefgestellte Indizes

Index	Bedeutung
∞	Größe der ungestörten Zu- oder Außenströmung
0	Eintrittsgröße der Kaskade; Bezugsebene LeitradEintritt
1	Bezugsebene zwischen Leit- und Laufrad
2	Austrittsgröße der Stufe oder Kaskade
am	nach Amecke gemittelte Größe
exp	experimentelle Größe
ref	Referenzgröße
F	Größe des Fans
ST	Größe einer Stufe
NDT	Größe der Niederdruckturbine
u	Komponente in Umfangsrichtung
U	Absolutgröße in Umfangsrichtung
S	Größe der Schaufel
ein	Eintrittsgröße
aus	Austrittsgröße
is	isentrop
t	Totalgröße
rel	Relative Größe
ax	Komponente in Axialrichtung
kor	korrigierte Größe

Überstreichungen

Symbol	Bedeutung
'	zeitlicher Mittelwert nach Reynolds
'	Schwankungsgröße nach Reynolds
<>	gleitender Mittelwert
<i>GS</i>	Grobstrukturanteil
<i>FS</i>	Feinstrukturanteil
*	resultierende Größe des 1. PISO-Korrektur-Schritts
**	resultierende Größe des 2. PISO-Korrektur-Schritts
.	zeitliche Änderung

Mathematische Zeichen

Symbol	Bedeutung
mod	Modulo
$sign$	Signumfunktion
exp	Exponentialfunktion
∂	partielle Ableitung
\int	Integral
∇	Nabla-Operator
\otimes	Faltung

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
ADP	A erodynamischer D esign- P unkt
AVDR	A xial V elocity D ensity R atio
C-DFSEM	C ompressible D ivergence- F ree S ynthetic- E ddy M ethod
CFL	C ourant- F riedrichs- L ewy
DFM	D igitale F iltermethode
DFSEM	D ivergence- F ree S ynthetic- E ddy M ethod
DNS	D irekte N umerische S imulation
DS	D ruckseite
FST	F reistromturbulenz
FVV	F inite- V olumen- V erfahren
GWK	G itterwindkanal
HDT	H ochdruckturbine
HDV	H ochdruckverdichter
HIT	H omogene I sotrope T urbulenz
HK	H interkante des Profils
KHI	K elvin- H elmholtz- I nstabilitäten
LES	L arge E ddy S imulation
LSE	L inear S tochastic E stimation
LUD	L inear- U pwind- D ifferenzen
LUST	L inear- U pwind S tabilised T ransport
NDT	N iederdruckturbine
NDTK	N iederdruckturbinen- K askade
NDV	N iederdruckverdichter
POD	P roper O rthogonal D ecomposition
PISO	P ressure- I mplicit- S plit- O perator
PIV	P article I mage V elocimetry
Q3D	Q uasi 3D

Formelzeichen

RANS	R eynolds- A veraged N avier- S tokes
RB	R and b edingung
RFG	R andom F low G eneration
RRB	R ealitätsnahe R and b edingungen
SEM	S ynthetic- E ddy M ethod
SGS	S ubgrid- S cales
SPOD	S pectral P roper O rthogonal D ecomposition
SRS	S cale- R esolving S imulations
SS	S augseite
TS	T ollmien- S chlichting
VE	V olumenelement
VK	V orderkante des Profils
WALE	W all- A dapting L ocal E ddy- V iscosity
W-DFSEM	W akes and Compressible D ivergence- F ree S ynthetic- E ddy M ethod

1 Einleitung

1.1 Motivation

Das übergeordnete Ziel heutiger technischer Entwicklungen in der Luftfahrt sind die Effizienzsteigerung, die Reduzierung der Betriebskosten und die Einhaltung internationaler CO₂-Emissionsstandards. Der Niederdruckturbinen (NDT) kommt bei Erreichung dieser Ziele eine besondere Bedeutung zu, da eine Effizienzsteigerung der Niederdruckturbinen zu einer vergleichsweise hohen Wirkungsgradsteigerung des gesamten Triebwerks führt (Vasquez et al. 2003). Zusätzlich ist die NDT eine der schwersten (Chamis und Blankson 2003) und teuersten Komponenten eines Triebwerks. Ein Schwerpunkt aktueller Forschung ist daher die stetige Verbesserung der Strömungsführung in einer NDT mit dem Ziel der Verlustreduzierung.

Insbesondere der von der Europäischen Kommission vorgestellte European Green Deal (Europäische Kommission 2019) mit dem Ziel, bis 2050 die Netto-Emissionen von Treibhausgasen in der Europäischen Union auf Null zu reduzieren, erfordert jedoch neuartige Konzepte. Ein vielversprechender beispielhafter Ansatz zur Einsparung von Treibstoff und somit auch Treibhausgasen ist die Verwendung eines Getriebefans. Bei einem Getriebefan ist die Drehzahl von Fan und NDT durch die Verwendung eines Getriebes entkoppelt. Dadurch sinken Belastung und Durchflusszahl, während der Wirkungsgrad steigt (Smith 1965). Den daraus resultierenden ökonomischen Vorteil verdeutlicht Tab. 1.1. Gegenübergestellt sind das LEAP-1A (ohne Getriebefan) und das PW1100G-JM (mit Getriebefan, Übersetzungsverhältnis ca. 1 : 3) Triebwerk. Beide Triebwerke besitzen den gleichen Schub und sind Optionen des Airbus A320neo Flugzeugs. Während die Stufenanzahl für den Niederdruckverdichter (NDV) identisch und die maximale Drehzahl der Hochdruckwelle vergleichbar ist, zeigt sich der Vorteil des Getriebefans bei der Anzahl der NDT-Stufen. Das PW1100G-JM benötigt lediglich 3 NDT-Stufen im Vergleich zum LEAP-1A mit 7 NDT-Stufen für die Bereitstellung des gleichen Schubs. Aufgrund dieser reduzierten Anzahl an NDT-Stufen des PW1100G-JM gegenüber dem LEAP-1A folgt sowohl ein geringeres Gewicht, als auch geringere Herstellungskosten für die NDT.

Tabelle 1.1 zeigt jedoch auch, dass die maximale Drehzahl der Niederdruckwelle des PW1100G-JM (ca. 10000 min⁻¹) deutlich höher ist als die des LEAP-1A (ca. 4000 min⁻¹). Die damit einhergehende höhere Umfangsgeschwindigkeit erfordert eine angepasste Strömungsführung durch eine neuartige NDT-Beschaufelung. Die Auslegung einer Beschaufelung erfolgt heutzutage simulationsgestützt. Für die Simulation turbulenzbehafteter Strömungen existieren drei unterschiedliche Ansätze: Reynolds-Averaged Navier-Stokes Verfahren (RANS-Verfahren), Large Eddy Simulation (LES) und Direkte Numerische Simulation (DNS). Aufgrund des guten Verhältnisses von Vorhersage-

1 Einleitung

Tabelle 1.1: Vergleich der beiden Flugtriebwerke PW1100G-JM von Pratt & Whitney (mit Getriebe) und dem LEAP-1A von CFM international (ohne Getriebe). Für einen detaillierteren Vergleich siehe Anhang A.1

Kenngroße		LEAP-1A	PW1100G-JM
Stufenanzahl	NDV	3	3
	NDT	7	3
maximale Drehzahl	Niederdruckwelle	3894 min^{-1}	10047 min^{-1}
	Hochdruckwelle	19391 min^{-1}	22300 min^{-1}

genauigkeit zu Rechenaufwand werden RANS-Verfahren auch mittelfristig für Parametervariationen in der Auslegung verwendet werden. Da die Turbulenz der RANS-Verfahren vollständig modelliert wird, muss eine Kalibrierung des Verfahrens erfolgen. RANS-Verfahren besitzen somit nur in einem bestimmten Parameterbereich ihre Gültigkeit. Die konzeptionell neuartigen Beschauelungen liegen jedoch außerhalb dieses Parameterbereiches und RANS-Verfahren sind somit nur nach aufwändiger Validierung vertrauenswürdig für deren Auslegung. Zusätzlich sind in Experimenten die Parameterbereiche der neuartigen Beschauelungen nicht abbildbar. Die heutige verfügbare Rechenleistung ermöglicht es hingegen, die exakteren skalenauflösenden Simulationen (engl. Scale-Resolving Simulations, kurz SRS) LES und DNS durchzuführen, die aufgrund ihres geringen Modellierungsgrades keine spezifische Kalibrierung erfordern. Wie Abb. 1.1 links zeigt, können LES und DNS die Nachlauf-Verluste einer

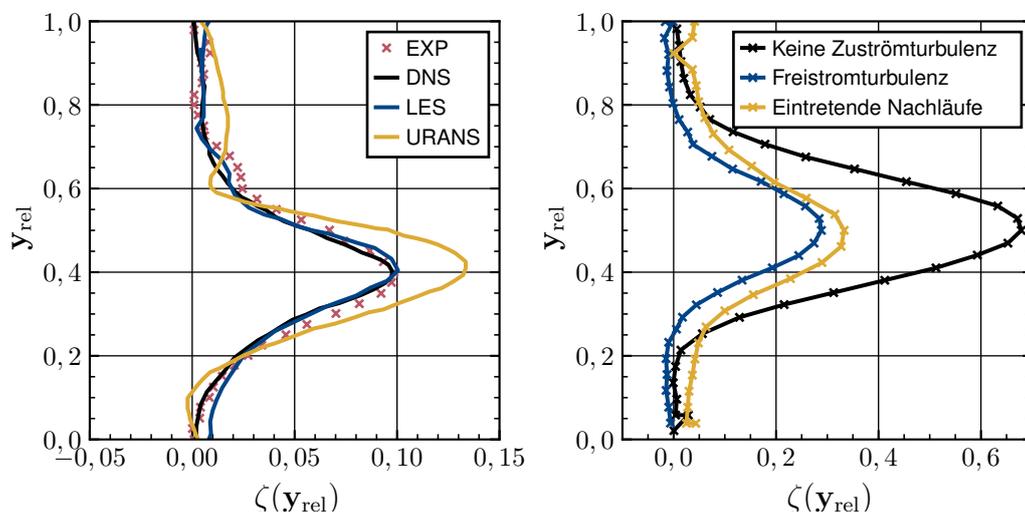


Abbildung 1.1: Vergleich der numerischen Verfahren URANS, LES und DNS nach Michelassi et al. (2003) (links) und Einfluss der realitätsnahen Randbedingungen nach den Experimenten von Stadtmüller und Fottner (2001) (rechts) auf die Nachlaufverluste einer NDTK

Niederdruckturbinen-Kaskade (NDTK) besser vorhersagen, als RANS-Verfahren. Es bietet sich daher an, SRS für die Parameterbereiche einzusetzen, die im Experiment

1 Einleitung

nicht realisierbar sind und auf Basis der Ergebnisse der SRS die Zuverlässigkeit industriell eingesetzter RANS-Verfahren zu erhöhen. Aufgrund der Ergebnisse in Abb. 1.1 links wurde die LES als Simulationsverfahren gewählt, da der zusätzliche Informationsgewinn der DNS in keinem Verhältnis zum erhöhten Rechenressourcenbedarf steht. Die exakte Wiedergabe der Strömung in einer NDT erfordert zusätzlich die Vorgabe von Randbedingungen, die in der Strömung eines realen Triebwerks vorherrschen. Wie Abb. 1.1 rechts zeigt, haben hierbei insbesondere turbulente Schwankungen im Freistrom und die Nachläufe stromauf liegender Schaufelreihen einen Einfluss auf die Verluste. So liegen lokal ohne Berücksichtigung der Zuströmturbulenz und eintretender Nachläufe doppelt so hohe Verluste vor. Da in RANS-Verfahren die Turbulenz vollständig modelliert wird, können die realitätsnahen Randbedingungen direkt vorgegeben werden, während in SRS hierfür eigene Methoden genutzt werden müssen. Die Modellierung verschiebt sich somit von der Modellierung der Turbulenz selbst bei den RANS-Verfahren zur Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen bei den SRS. Die vorliegende Arbeit greift diese Entwicklungen auf, indem sie mittels LES speziell den Einfluss realitätsnaher Randbedingungen auf die Beschaukelung einer NDT untersucht. Der Fokus liegt hierbei insbesondere auf der hierfür notwendigen Modellierung dieser realitätsnahen Randbedingungen, inklusive Nachläufe vorangegangener Schaufelreihen und Freistromturbulenz.

1.2 Ziele und Aufbau der Arbeit

Die der Arbeit zugrunde liegende Hypothese lautet:

Die in Niederdruckturbinen vorherrschenden realen Randbedingungen und deren Einfluss auf die aerothermodynamischen Eigenschaften der Niederdruckturbinen-Beschaufelung lassen sich durch skalenauflösende Simulation korrekt wiedergeben.

Aus dieser Hypothese wiederum lassen sich zwei Teilhypothesen ableiten:

- **Teilhypothese I:** Es ist möglich, die in Niederdruckturbinen vorherrschenden realen Randbedingungen in skalenauflösenden Simulationen zu erzeugen.
- **Teilhypothese II:** Der Einfluss dieser realen Randbedingungen auf die aerothermodynamischen Eigenschaften der Niederdruckturbinen-Beschaufelungen wird in skalenauflösenden Simulationen korrekt wiedergegeben.

Beide Teilhypothesen sind notwendige Bedingungen zur Bestätigung der eigentlichen Hypothese. Das Ziel dieser Arbeit ist somit die Bestätigung der beiden Teilhypothesen. Nach erfolgreicher Bestätigung der Hypothese liegt ein umfangreich verifiziertes und validiertes numerisches Verfahren vor, dass durch die Kombination der skalenauflösenden Simulationen und der realitätsnahen Randbedingungen die Basis darstellt für:

1 Einleitung

- die hochgenaue Analyse des aerodynamischen Verhaltens der neuen, experimentell noch völlig unbekanntem Niederdruckturbinen-Beschaufelungen unter dem Einfluss realitätsnaher Randbedingungen und
- die Bereitstellung zeitlich und räumlich hochaufgelöster Ergebnisse mit triebwerksnahen Konfigurationen zur Weiterentwicklung aktueller Auslegungsmethoden, ergänzend zum Experiment.

Ersteres ist zwingend notwendig, um für kommende Beschaufelungen das optimale aerodynamische Design abzuleiten. Zweiteres würde es ermöglichen, aktuelle Auslegungsverfahren für die neuen Beschaufelungen zu kalibrieren und somit deren Vertrauenswürdigkeit zu erhöhen bzw. den Gültigkeitsbereich zu vergrößern hinsichtlich der Vorhersage aerodynamischer Größen, wodurch diese zuverlässiger in der Auslegung eingesetzt werden könnten, ohne dass eine Messung notwendig ist. Die in dieser Arbeit vorgestellte Modellierungskette stellt somit die Basis für die Entwicklung neuer Niederdruckturbinen dar und dient somit unmittelbar dem übergeordneten Ziel der Effizienzsteigerung, Lärmreduzierung und Treibhausgasreduzierung von Flugtriebwerken. In Kap. 2 wird zunächst auf die realitätsnahen Randbedingungen selbst und die in der Niederdruckturbinen vorkommenden Strömungsphänomene eingegangen. Im nachfolgenden Kap. 3 wird detailliert erläutert, wie aktuell sowohl in experimentellen als auch numerischen Untersuchungen diese realitätsnahen Randbedingungen erzeugt werden. Das verwendete numerische Verfahren wird in Kap. 4 und die Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen in Kap. 5 beschrieben. Im anschließenden Kap. 6 folgt die Verifikation und Validierung der Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen, gefolgt von der Validierung der Gesamtmodellierung in Kap. 7. Kap. 6 behandelt hierbei die Teilhypothese I und das Kap. 7 die Teilhypothese II. Im abschließenden Kap. 8 werden die aus dieser Arbeit resultierenden Schlussfolgerungen dargelegt und ein Ausblick gegeben.

2 Aerothermodynamik der Niederdruckturbinen

Zu Beginn dieses Kapitels erfolgt zunächst die Einführung der realitätsnahen Randbedingung in Abschn. 2.1. Die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen wurden an stark vereinfachten Geometrien der Niederdruckturbinen durchgeführt, sogenannten Niederdruckturbinen-Kaskaden, detaillierter beschrieben in Abschn. 2.2. Dass die Ergebnisse dieser vereinfachten Geometrien auf eine gesamte Niederdruckturbinen übertragbar sind, liegt unter anderem daran, dass die vorkommenden Strömungsphänomene sich ähnlich verhalten. Welche Strömungsphänomene dies sind, wird in Abschn. 2.3 erläutert.

2.1 Randbedingungen der Niederdruckturbinen

Allgemein lassen sich die Randbedingungen der Niederdruckturbinen wie folgt unterteilen mit zunehmender Komplexität hinsichtlich der Erzeugung dieser im Experiment bzw. in der Simulation:

1. **Stromfadentheoretische Randbedingungen:** Mit stromfadentheoretischen Randbedingungen sind die Randbedingungen gemeint, die vor und nach der Niederdruckturbinen eingehalten werden müssen, um die von der NDT bereitzustellende Leistung P_{NDT} für den Fan zu gewährleisten. Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Strömung durch die Niederdruckturbinen einer Stromlinie folgt, wodurch sich die wesentlichen Eigenschaften einer Innenströmung erfassen lassen (Durst 2006). Zusätzlich schließen diese stromfadentheoretischen Randbedingungen auch den Einfluss des unterschiedlichen globalen Druckniveaus bedingt durch die Variation der Flughöhe mit ein.
2. **Freistromturbulenz:** Mit Freistromturbulenz ist das grundsätzliche Vorhandensein stochastischer, turbulenter Schwankungen in der Zuströmung einer Niederdruckturbinen gemeint. Diese entstehen im Wesentlichen durch vorangegangene andere Hauptkomponenten des Triebwerks, wie z. B. die Brennkammer und die Hochdruckturbinen.
3. **Nachläufe:** Aufgrund viskoser Effekte kommt es hinter umströmten Körpern ohne spitze Hinterkante zu einer Strömungsablösung bzw. Wirbelbildungen und ein daraus resultierendes Verlustgebiet, was auch Nachlauf genannt wird. Eine Besonderheit der Turbomaschinen ist hierbei, dass es aufgrund der unter anderem

von Biester (2016) gezeigten Notwendigkeit der Instationarität für die Leistungsabgabe einer Turbine und der daraus bedingten relativen Bewegung zwischen Leit- und Laufrad, zu instationären Nachlaufinteraktionen aufeinander folgender Schaufelreihen kommt.

2.1.1 Stromfadentheoretische Randbedingungen

Damit ein Turbofantriebwerk den für den Flug benötigten Schub bereitstellt, muss die Niederdruckturbine die Leistung für den Fan P_F zur Verfügung stellen, sodass dieser die notwendige Drehzahl erreicht:

$$P_F = P_{\text{NDT}} \quad . \quad (2.1)$$

Die Niederdruckturbine ist in der Regel mehrstufig ausgelegt. Die Gesamtleistung der Niederdruckturbine P_{NDT} ergibt sich somit aus der Summe der Leistung aller einzelnen Stufen P_{ST} :

$$P_{\text{NDT}} = \sum_{n=1}^{N_{\text{ST}}} P_{\text{ST}} \quad . \quad (2.2)$$

Nachfolgend wird aus Gründen der Einfachheit von einer Repetierstufe und zunächst von einer adiabaten, inkompressiblen, reibungsfreien und stationären Strömung ausgegangen. Weiterhin wird davon ausgegangen, dass die von der Niederdruckturbine bereitzustellende Leistung P_{NDT} und die Kanal- und Schaufelgeometrie bekannt sind. Die Geschwindigkeitsdreiecke einer beispielhaften Repetierstufe und die jeweiligen Zu- und Abströmgrößen sind in Abb. 2.1 dargestellt. Allgemein lässt sich

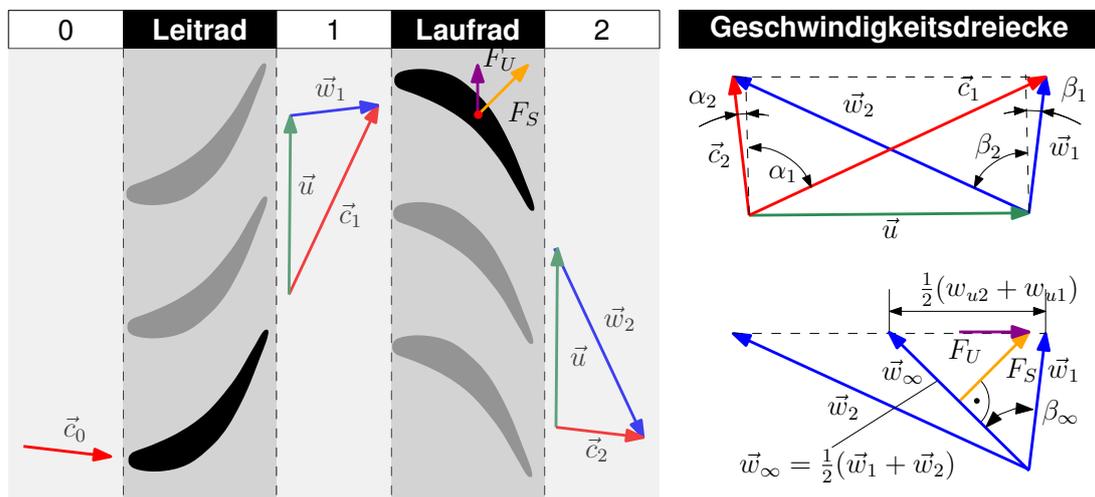


Abbildung 2.1: Beispielhafte Darstellung eines Gitters und zugehöriger Geschwindigkeitsdreiecke einer Turbinen-Repetierstufe

die von einer Welle abgegebene Leistung beschreiben als das Produkt aus einer zur

2 Aerothermodynamik der Niederdruckturbine

Rotation der Welle tangential angreifenden Kraft F_U und der zugehörigen Umfangsgeschwindigkeit u . Die Leistung einer Stufe P_{ST} ist somit auch gegeben durch

$$P_{ST} = F_U \cdot u \cdot N_S \quad . \quad (2.3)$$

Hierbei beschreibt, wie grafisch in Abb. 2.1 gezeigt, F_U den Anteil der tangentialen Schaufelkraft F_S der in Umfangsrichtung zeigt und N_S ist die Anzahl der Schaufeln. Nach Traupel (2001) folgt aus dem Satz von Kutta-Joukowski für die Schaufelkraft für eine reibungsfreie Strömung

$$F_S = \rho \frac{1}{2} |\vec{w}_\infty| \Gamma \cdot H \quad (2.4)$$

mit

$$\vec{w}_\infty = \frac{1}{2} (\vec{w}_1 + \vec{w}_2) = \frac{1}{2} (\vec{c}_1 + \vec{c}_2) \quad (2.5)$$

und der Zirkulation

$$\Gamma = b \cdot (w_{u2} - w_{u1}) = b \cdot (c_{u2} - c_{u1}) \quad . \quad (2.6)$$

Die Schaufelhöhe H wird als gegeben angenommen. F_S steht hierbei senkrecht auf der Geschwindigkeit \vec{w}_∞ wodurch

$$F_U = F_S \cdot \cos(\beta_\infty) \quad (2.7)$$

folgt, mit

$$\beta_\infty = \tan \left(\frac{c_2 \cdot \cos(\alpha_2)}{\frac{1}{2} (\vec{w}_1 + \vec{w}_2)} \right) \quad . \quad (2.8)$$

Für die Teilung b gilt weiterhin:

$$b = \frac{2\pi r_m}{N_S} \quad (2.9)$$

mit dem mittleren Radius r_m . Unter Anwendung der Gl. (2.4), Gl. (2.6), Gl. (2.7) und Gl. (2.9) lässt sich die Leistung der Stufe jetzt auch darstellen als:

$$P_{ST} = \rho \underbrace{2\pi r_m H}_A \underbrace{c_\infty \cos(\beta_\infty)}_{c_{ax}} \underbrace{u \Delta c_u}_a \quad . \quad (2.10)$$

Hierbei beschreibt der erste Teil gerade die durchströmte Kreisringfläche A , das Produkt aus c_∞ und $\cos(\beta_\infty)$ die Axialgeschwindigkeit c_{ax} und $u \Delta c_u$ die spezifische Schaufelarbeit nach der Eulerschen Strömungsmaschinenhauptgleichung. Da es sich bei dem betrachteten Fluid um ein Gas handelt, sind die durch die Druckänderungen resultierenden Dichteänderungen nicht mehr vernachlässigbar klein. Unter Annahme eines idealen Gases lässt sich die Dichte ρ in Abhängigkeit vom Druck p_0 , der Temperatur T_0 und der spezifischen Gaskonstante für Luft R_L wie folgt berechnen

$$\rho = \frac{p_0}{R_L T_0} \quad . \quad (2.11)$$

Die Verwendung der Gl. (2.11) ist in diesem Zusammenhang zulässig, solange die auftretenden Temperaturänderungen entsprechend so gering sind, dass von konstanten

2 Aerothermodynamik der Niederdruckturbine

spezifischen Wärmekapazitäten ausgegangen werden kann (White 2011). Unter der Vernachlässigung von Dichteänderungen liefert der Satz von Bernoulli für das Leitrad

$$p_0 = p_1 + \frac{1}{2}\rho (c_1^2 - c_0^2) \quad . \quad (2.12)$$

Für die Nutzung des Satzes von Bernoulli zwischen Eintritt und Austritt des Laufrades muss er zusätzlich noch um die Energieabfuhr $u\Delta c_u\rho$ des Laufrades erweitert werden (erweiterter Satz von Bernoulli):

$$p_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho (c_2^2 - c_1^2) - u\Delta c_u\rho \quad . \quad (2.13)$$

Durch Gl. (2.13) lässt sich der statische Druck am Eintritt p_0 jetzt auch schreiben als:

$$p_0 = p_2 + \frac{1}{2}\rho (c_2^2 - c_0^2 - 2u\Delta c_u) \quad . \quad (2.14)$$

Durch die Annahme einer Repetierstufe ($\vec{c}_0 = \vec{c}_2$) folgt unmittelbar

$$p_0 = p_2 - u\Delta c_u\rho \quad . \quad (2.15)$$

Durch Nutzen der Gl. (2.11), (2.15) und des trigonometrischen Zusammenhangs $c_{ax} = c_0 \cdot \cos(\alpha_0)$ folgt für 2.10:

$$P_{ST} = \frac{P_2}{R_L T_0 + u\Delta c_u} A c_0 \cdot \cos(\alpha_0) u \Delta c_u \quad . \quad (2.16)$$

Aus Gl. (2.16) ergeben sich unmittelbar die stromfadentheoretischen Randbedingungen. Während A von der Kanalgeometrie abhängt und Δc_u aus der Beschauelung resultiert, folgt u unmittelbar durch die Gleichung selbst unter Vorgabe der weiteren unbekanntenen Größen. Dies bedeutet, dass bei gegebener Beschauelung und Kanalgeometrie die stromfadentheoretischen Randbedingungen einer Niederdruckturbinenstufe bei einer vorgegebenen einzuhaltenden Leistung P_{ST} eindeutig definiert sind durch

- eine Zuströmgeschwindigkeit c_0 ,
- einen Zuströmwinkel α_0 ,
- die Temperatur der Zuströmung T_0 und
- den statischen Druck am Austritt der Stufe p_2 .

Die in einer NDT vorherrschende Strömung ist jedoch nicht inkompressibel. Allgemein erschweren die unterschiedlichen physikalischen Größen sowohl einen Vergleich verschiedener Turbinen untereinander, als auch die Randbedingungen einer Turbine selbst. Daher ist es üblich, sogenannte dimensionslose Kennzahlen zu nutzen. Eine Zustandsänderung lässt sich in der Regel durch mehrere dimensionslose Kennzahlen eindeutig beschreiben. Erfahren zwei Turbinen jeweils vergleichbare dimensionslose

2 Aerothermodynamik der Niederdruckturbine

Randbedingungen, so sind deren physikalische Vorgänge vergleichbar. Eine dimensionslose Größe für das Maß an Kompressibilität ist die Mach-Zahl:

$$\text{Ma} = \frac{c}{\sqrt{\kappa R_L T}} \quad (2.17)$$

Der Nenner aus Gl. (2.17) entspricht dabei der Schallgeschwindigkeit. Für größere Mach-Zahlen steigt der Einfluss der Kompressibilität. Nach Batchelor (2000) liegt der Fehler in der Dichte zwischen kompressibler und inkompressibler Betrachtung bei $\approx 5\%$ für $\text{Ma} < 0,3$. Neben der Definition der Mach-Zahl aus Gl. (2.17) ist auch nachfolgende Definition bei experimentellen Untersuchungen üblich (Hoheisel et al. 1986):

$$\text{Ma}_{2,\text{is}} = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1} \left[\left(1 + \frac{p_{t0} - p_2}{p_2} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right]} \quad (2.18)$$

Hierbei wird von einer isentropen Strömung vom Stufeneintritt zum Stufenaustritt ausgegangen. Diese Definition der Mach-Zahl erleichtert im Experiment sowohl das Einstellen des Betriebspunktes, da lediglich ein Totaldruck im Eintritt p_{t0} , als auch ein statischer Druck am Austritt p_2 variiert werden müssen, was messtechnisch leicht umzusetzen ist und relativ geringe Messfehler impliziert.

Bis jetzt wurde von einer reibungsfreien Strömung ausgegangen. Ein Maß für den Einfluss der Viskosität ist die dimensionslose Reynolds-Zahl:

$$\text{Re} = \frac{c l}{\nu} \quad (2.19)$$

gebildet mit der kinematischen Viskosität ν , der Strömungsgeschwindigkeit c und einer charakteristischen Länge, für die üblicherweise bei Betrachtung von Schaufeln und Tragflügeln die Profilschneidlänge l gewählt wird. Analog zu $\text{Ma}_{2,\text{is}}$ gibt es für die Reynolds-Zahl ebenfalls eine isentrope Definition, bezogen auf den Austrittsdruck:

$$\text{Re}_{2,\text{is}} = \sqrt{\frac{\kappa}{R_L}} \cdot \frac{l}{A_s} \frac{\text{Ma}_{2,\text{is}} p_2 \left(\frac{T_{t0}}{1 + \left(\frac{\kappa - 1}{2}\right) \text{Ma}_{2,\text{is}}^2} + T_s \right)}{\left(\frac{T_{t0}}{1 + \left(\frac{\kappa - 1}{2}\right) \text{Ma}_{2,\text{is}}^2} \right)^2} \quad (2.20)$$

Nach Einführung der Viskosität liegt keine isentrope Zustandsänderung mehr vor und die vorherigen Herleitungen sind streng genommen nicht mehr gültig. Eine Definition der Randbedingungen auf Basis einer isentropen Zustandsänderung ist trotzdem sinnvoll, da die auftretenden Verluste vom Ein- zum Austritt in der Regel unbekannt und zusätzlich ein Teil der Untersuchungsgrößen sind. Eine exakte Bestimmung der Reynolds-Zahl nach Gl. (2.19) wäre somit am Austritt einer Niederdruckturbine z. B. erst nach der Durchführung einer eigentlichen Messung möglich. Trotzdem sind die zu untersuchenden Strömungsphänomene, wie später im Abschnitt 2.3 gezeigt, abhängig von der Reynolds-Zahl, was die Verwendung einer isentropen Reynolds-Zahl $\text{Re}_{2,\text{is}}$ motiviert.

Durch Einführung von $\text{Ma}_{2,\text{is}}$ und $\text{Re}_{2,\text{is}}$ sind die stromfadentheoretischen Randbedingungen wie folgt definiert:

2 Aerothermodynamik der Niederdruckturbine

- isentrope Abström-Mach-Zahl $Ma_{2,is}$
- isentrope Abström-Reynolds-Zahl $Re_{2,is}$
- Totaltemperatur in der Zuströmung T_{t0}
- Zuströmwinkel α_0

Diese lassen sich sowohl auf die komplette Niederdruckturbine, als auch auf die im nachfolgenden Abschnitt eingeführte vereinfachte Geometrie eines Leitrades, genannt Strömungsmaschinenkaskade, übertragen. Die Eintrittsgrößen der Stufe mit dem tiefgestellten Index 0 entsprechen hierbei den Eintrittsgrößen der Kaskade mit dem tiefgestellten Index ein und die Austrittsgrößen der Stufe mit dem tiefgestellten Index 2 den Austrittsgrößen der Kaskade mit dem tiefgestellten Index aus . Die Angabe einer Totaltemperatur anstatt einer statischen Temperatur folgt daraus, dass die isentrope Zustandsänderung auf die totalen Größen angewendet wurde, weil $Ma_{2,is}$ vom Totaldruck abhängig ist.

Die beiden dimensionslosen Größen $Ma_{2,is}$ und $Re_{2,is}$ stellen nur repräsentative dimensionslose Größen dar. Insbesondere bei der Betrachtung der kompletten Niederdruckturbine kommt es sowohl lokal in den Stufen als auch von Stufe zu Stufe zu Unterschieden. Während das Geschwindigkeitsniveau in den verschiedenen Stufen vergleichbar und der Massenstrom identisch ist (unter Vernachlässigung der zusätzlichen Ein- und Ausblasungen) kommt es aufgrund der kontinuierlichen Expansion von Stufe zu Stufe zu unterschiedlichen Drücken und Temperaturen und somit auch Reynolds- und Mach-Zahlen, was gut zu erkennen ist in Abb. 2.2. Dargestellt ist der Verlauf der Reynolds-

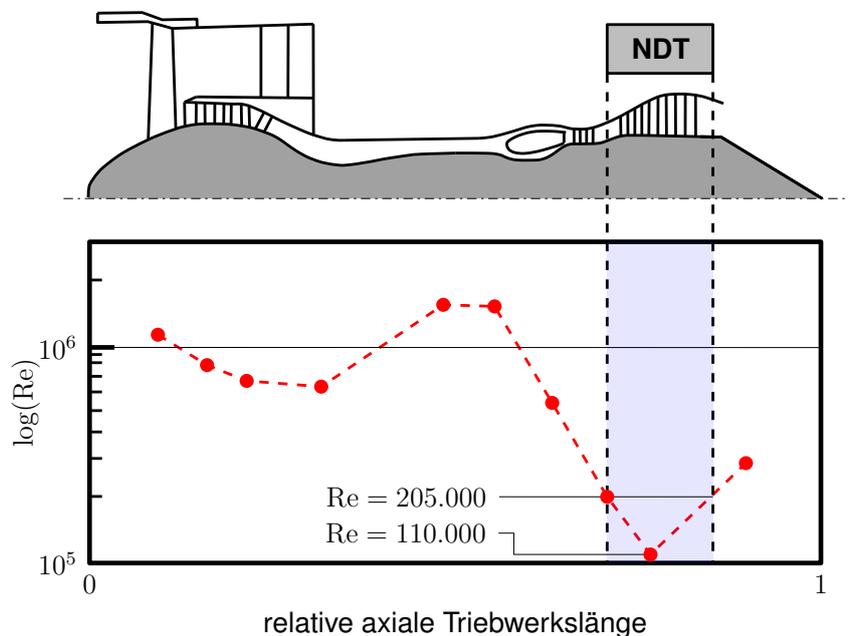


Abbildung 2.2: Vorkommende Reynolds-Zahlen in einem Triebwerk nach Hourmouziadis (1989). Grafische Darstellung in Anlehnung an Kožulović (2007).

2 Aerothermodynamik der Niederdruckturbine

Zahl durch ein Triebwerk in Abhängigkeit von der axialen Länge. Die Reynolds-Zahl liegt in der NDT ca. im Bereich von 100.000 bis 200.000 und variiert somit innerhalb der NDT um den Faktor 2. Es fällt weiterhin auf, dass im Vergleich zu den anderen Triebwerkskomponenten die NDT die deutlich geringsten Reynolds-Zahlen aufweist. Das ist der Grund dafür, warum aktuell skalenauflösende Simulationen zunächst verstärkt im Bereich der NDT eingesetzt werden, bedingt durch die überproportionale Zunahme der benötigten Rechenressourcen mit steigender Reynolds-Zahl.

Neben den lokalen Variationen der Strömungsgrößen innerhalb der NDT selbst ergibt sich ebenfalls ein Einfluss der Flughöhe auf die vorherrschenden Randbedingungen in einer NDT. In Abb. 2.3 ist beispielsweise die Variation von Temperatur, Druck,

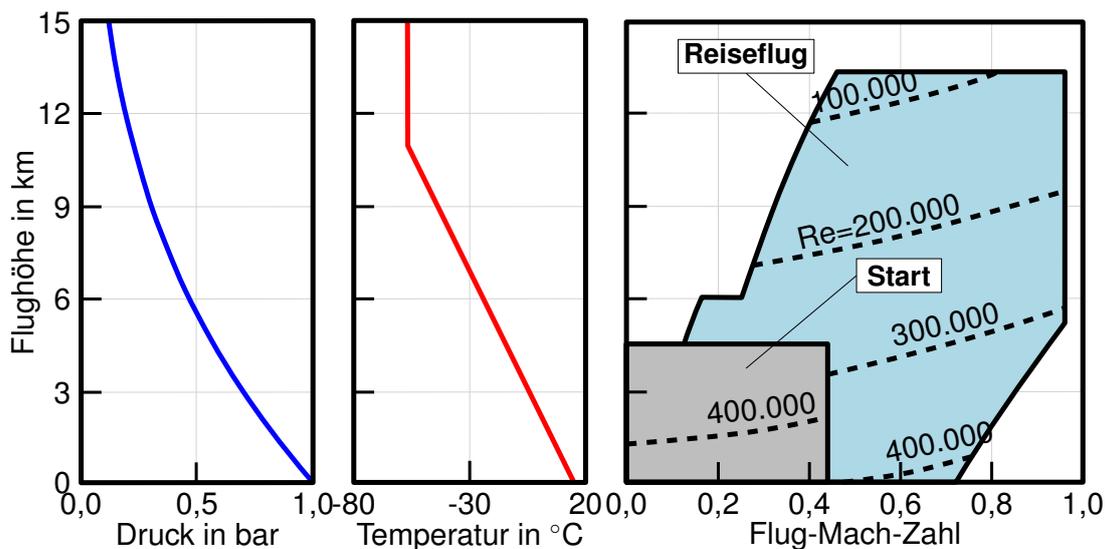


Abbildung 2.3: Variation des Drucks und der Temperatur in Abhängigkeit von der Flughöhe nach Standardatmosphäre (ISO 2533:1975) und Reynolds-Zahl-Bereich einer Niederdruckturbine eines Triebwerks in Abhängigkeit von der Flughöhe und der Flug-Mach-Zahl (Hourmouziadis 1989)

Reynolds- und Mach-Zahl gezeigt. Eine Flughöhe von ca. 10 km entspricht hierbei der Reiseflughöhe aktueller ziviler Flugzeuge. Während beim Start die Reynolds-Zahl nahe 400.000 liegt, nimmt diese auf einer Reiseflughöhe von ca. 10 km Werte nahe 100.000 bis 200.000 an. Diese Abnahme von Re folgt unmittelbar aus der Abnahme von Druck und Temperatur mit der Flughöhe. Während Vera-Morales et al. (2006) zeigen konnten, dass die Mach-Zahl bezüglich der Verluste eine untergeordnete Rolle spielt, hat die vorherrschende Reynolds-Zahl einen wesentlichen Einfluss auf die Verluste (Coull und Hodson 2012).

Zusätzlich sind die auftretenden Verluste abhängig von in der Zuströmung auftretenden turbulenten Schwankungen, welche im nachfolgenden Abschnitt genauer erläutert werden.

2.1.2 Freistromturbulenz

Der überwiegend größte Anteil technischer Strömungen ist turbulent. Eine turbulente Strömung zeichnet sich durch ein dreidimensionales Strömungsfeld mit Verwirbelungen unterschiedlichster Zeit- und Längenskalen aus. Obwohl diese Schwankungen einer turbulenten Strömung chaotisch verteilt wirken, lassen sie sich jedoch durch statistische Modellierung abbilden. Daher werden üblicherweise bei der Betrachtung turbulenter Strömungen Zeitsignale der Strömungsgrößen nach der Reynolds-Mittelung in einen Mittelwert $\bar{\phi}$ und einen Schwankungsanteil ϕ' unterteilt:

$$\phi(t) = \bar{\phi} + \phi'(t) \quad . \quad (2.21)$$

Durch Anwenden der Reynoldsmittelung aus Gl. (2.21) auf die Navier-Stokes-Gleichungen folgen Zusatzterme der zeitlich gemittelten Produkte der Schwankungsanteile aller Raumrichtungen $\overline{u'_i u'_j}$. Diese werden auch Reynolds-Spannungen genannt und zusammengefasst zum sogenannten Reynolds-Spannungs-Tensor:

$$\mathbf{R}_{ij} = \overline{u'_i u'_j} \quad . \quad (2.22)$$

Nach Lumley und Newman (1977) lässt sich die räumliche Ausrichtung turbulenter Schwankungen durch \mathbf{R}_{ij} beschreiben. Hierbei lassen sich zwei unterschiedliche Turbulenzarten klassifizieren:

1. homogene, isotrope Turbulenz (HIT) und
2. anisotrope Turbulenz.

Eine HIT liegt vor, wenn die Schubspannungen des Reynolds-Spannungs-Tensors \mathbf{R}_{ij} null sind und die Formfaktoren aller Raumrichtungen den Wert

$$\frac{\overline{u'u'}}{\text{TKE}} = \frac{\overline{v'v'}}{\text{TKE}} = \frac{\overline{w'w'}}{\text{TKE}} = \frac{2}{3} \quad (2.23)$$

annehmen. Hierbei beschreibt TKE die turbulente kinetische Energie:

$$\text{TKE} = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad . \quad (2.24)$$

Als Freistromturbulenz (FST) sind nun turbulente Schwankungen gemeint, welche bereits in der ungestörten Zuströmung, auch Freistrom genannt, eines betrachteten Strömungsproblems vorliegen. Aus Gründen der Einfachheit wird bei fehlenden detaillierten Kenntnissen der Zuströmung die FST als HIT angenommen. Die HIT ist die einfachste Form der Turbulenz, jedoch existiert diese nicht in der Realität (Ting 2016). Allgemein kann Turbulenz nur in Scher- oder Grenzschichten entstehen. FST lässt sich also als eine Turbulenz fernab des Entstehungsprozesses verstehen, die sich näherungsweise wie HIT verhält (Schubauer und Skramstad 2003). Um die Intensität der turbulenten Schwankungen ins Verhältnis zur mittleren Geschwindigkeit zu setzen, wird der sogenannte Turbulenzgrad verwendet:

$$\text{Tu} = \frac{1}{U} \sqrt{\frac{2}{3} \text{TKE}} \quad . \quad (2.25)$$

2 Aerothermodynamik der Niederdruckturbinen

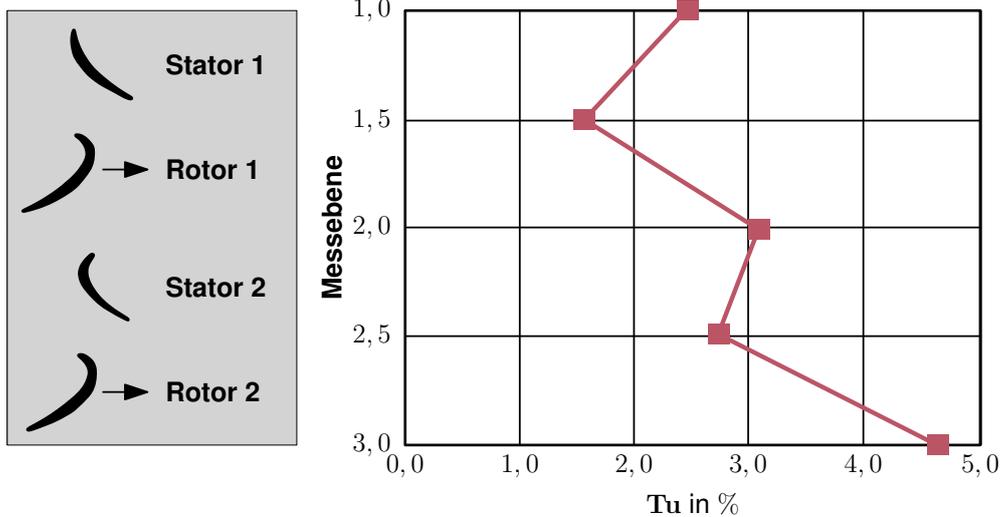


Abbildung 2.4: Freistromturbulenzgrade in einer mehrstufigen Niederdruckturbinen nach Halstead et al. (1997)

Wie in Abb. 2.4 dargestellt, besitzt bereits die Zuströmung einer NDT ein hohes Maß an FST ($Tu > 2\%$), deren Niveau über die verschiedenen Stufen zusätzlich ansteigt ($\approx 1,5\%$ -Punkte pro Rotor). Die FST resultiert im Wesentlichen aus der Turbulenz der Brennkammer und der ausgemischten Nachläufe der stromauf befindlichen Stufen der Hochdruckturbinen, sowie auch der vorangegangenen Schaufelreihen der NDT selbst. Eine NDT erfährt also ein hohes Maß an FST, die näherungsweise als HIT angenommen wird. Die FST hat, wie Abb. 1.1 zeigt, einen Einfluss auf das Verlustverhalten und somit auf die Gesamtleistung der NDT. Die Freistromturbulenz muss also bei einer Modellierung der Randbedingungen einer NDT berücksichtigt werden.

2.1.3 Nachlauf

Nachläufe sind der anisotropen Turbulenz zuzuordnen. Für Turbomaschinen übliche Reynolds-Zahl-Bereiche entstehen aufgrund viskoser Effekte hinter umströmten Körpern sich zeitlich abwechselnde gegenläufig rotierende Wirbelgebiete. Mit deren Konvektion stromab durch die Hauptströmung resultiert eine Wirbelstraße. Diese Wirbelstraße ist vergleichbar mit der von Kármánschen Wirbelstraße, die stromab quer angeströmter Zylinder auftritt. Im zeitlichen Mittel führen die viskosen Effekte zu einer Delle im Totaldruck- und Geschwindigkeitsverlauf über die Teilung. Durch den Nachlauf kommt es also im Vergleich zur Freistromung zu einem Impuls- und Totaldruckdefizit. Zusätzlich lässt sich im Vergleich zum Freistrom im Nachlauf ein deutlich erhöhter Turbulenzgrad feststellen. Der maximale Turbulenzgrad ist stark abhängig von dem Abstand zur betrachteten Geometrie, hinter der der Nachlauf entsteht. So ist der maximale Turbulenzgrad unmittelbar in Wandnähe deutlich größer als 20% , was jedoch messtechnisch schwer zu erfassen ist. Dies gilt ebenfalls für die Ausprägung des Impuls- und Totaldruckdefizits. Die Höhe des Impuls- und Totaldruckdefizits nimmt stromab ab,

2 Aerothermodynamik der Niederdruckturbine

während die Breite zunimmt. Dies lässt sich mit dem Abklingen der Turbulenz und der durch die turbulenten Schwankungen verstärkten Ausmischung erklären. Wie später in Abschn. 6.4 gezeigt, lässt sich der Totaldruckverlust über die Teilung näherungsweise mittels einer Gauß-Kurve beschreiben für einen beliebigen Abstand zur betrachteten Geometrie. Der Verlauf des Turbulenzgrades hingegen ist stark fallspezifisch. Dies ist unter anderem ein Grund, warum in der später vorgestellten Modellierung das aus dem Totaldruckverlust resultierende Geschwindigkeitsdefizit mittels analytischer Funktion und der erhöhte Turbulenzgrad bzw. Reynolds-Spannungen diskret vorgegeben werden.

Die Besonderheit im Bereich der Turbomaschinen ist, dass durch die Anordnung des

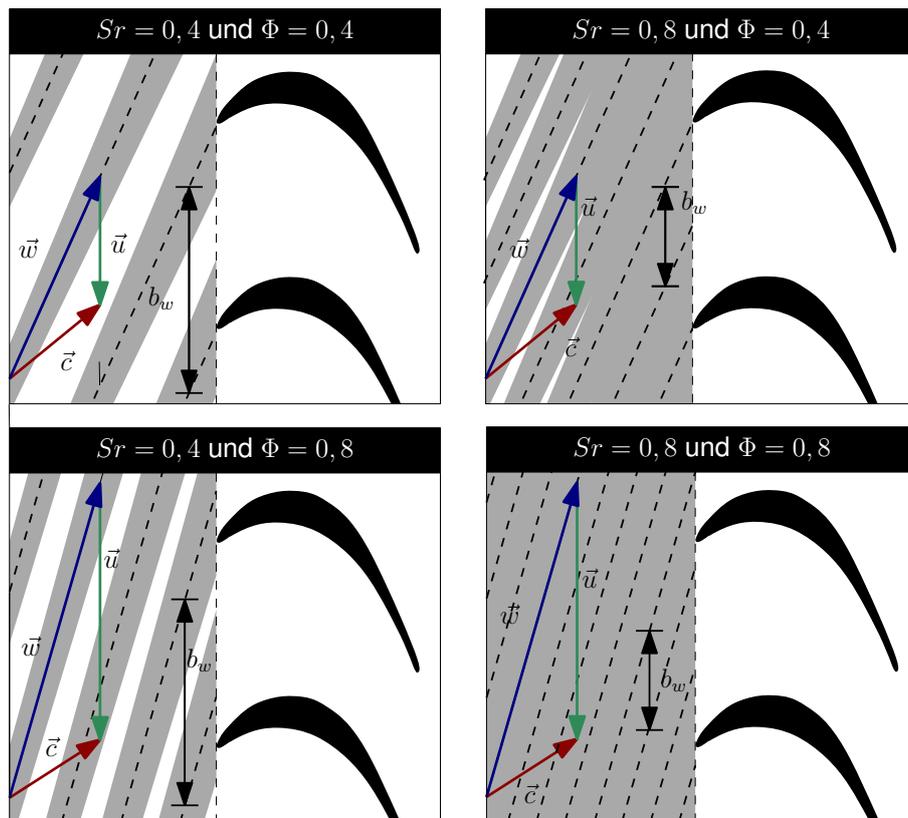


Abbildung 2.5: Einfluss der Durchflusszahl Φ und Strouhal-Zahl S_r auf eintretende Nachläufe am Beispiel des Testfalls aus Anhang C.2

Rotors und des Stators die Nachläufe periodisch-instationär auf die betrachtete Beschaukelung im jeweiligen relativen Bezugssystem treffen. Die Nachläufe werden durch die Rotation in Umfangsrichtung mit der Geschwindigkeit U_{wake} mitbewegt, wodurch die Instationarität resultiert. Die Periodizität folgt unmittelbar aus der Rotationssymmetrie. Durch die zusätzliche Geschwindigkeitskomponente in Umfangsrichtung U_{wake} wird die Ausrichtung der Nachläufe steiler. Diese Ausrichtung der Nachläufe lässt sich durch die dimensionslose Durchflusszahl beschreiben:

$$\Phi = \frac{c_{\text{ax}}}{U_{\text{wake}}} \quad (2.26)$$

2 Aerothermodynamik der Niederdruckturbine

Ein weiterer Einflussfaktor ist das Verhältnis der Teilung der eintretenden Nachläufe zur Teilung der betrachteten Beschaukelung b_{wake} / b . Die zugehörige dimensionslose Kennzahl ist die Strouhal-Zahl:

$$Sr = \frac{l_{\text{ax}} U_{\text{wake}}}{c_{\text{ax}} b_{\text{wake}}} \quad (2.27)$$

Der Effekt der Variation dieser beiden Kenngrößen auf die Nachlaufausrichtung und -dichte ist beispielhaft in Abb. 2.5 dargestellt. Es ist gut zu erkennen, dass mit der Zunahme von Sr die Anzahl der eintretenden Nachläufe zunimmt und eine Erhöhung von ϕ zu einer steileren Ausrichtung der Nachläufe führt. Bei einer hinreichend großen Durchfluss- und Strouhal-Zahl mischen die eintretenden Nachläufe sogar vollständig aus und die Beschaukelung stromab erfährt dauerhaft den Einfluss eintretender Nachläufe (Michelassi et al. 2015). Mahallati und Sjolander (2012) konnten zeigen, dass sowohl Sr als auch ϕ einen Effekt auf die integralen Verluste haben, was unmittelbar mit der im nachfolgenden Abschnitt beschriebenen Transition zusammenhängt. Die später eingeführte Modellierung muss also auch in der Lage sein, Nachläufe unterschiedlicher Strouhal- und Durchflusszahlen zu ermöglichen, da diese einen Einfluss auf das Designziel der Verlustreduzierung haben.

Die charakteristischen Eigenschaften der Nachläufe in Turbomaschinen sind somit das Impulsdefizit, die erhöhte Turbulenz, die periodische Instationarität und die Ausrichtung der Nachläufe zur Rotationsachse. All diese charakteristischen Eigenschaften müssen durch die Modellierung abbildbar sein.

2.2 Strömungsmaschinenkaskade

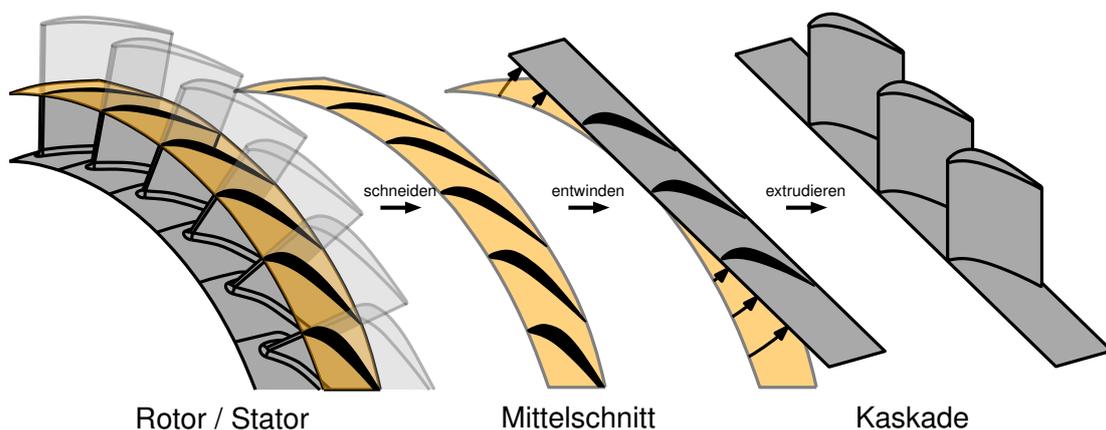


Abbildung 2.6: Beispielhafte Darstellung der geometrischen Transformation des Rotors bzw. des Stators zur Kaskade

Die Strömung in einer Turbomaschine ist im Allgemeinen sehr komplex. Daher ist es üblich, für die Analyse die Komplexität zu reduzieren. Eine wesentliche Vereinfachung der axialen Turbomaschinen wird durch die Aufteilung der Schaufelringe in koaxiale

Zylinderabschnitte erreicht (siehe Abb. 2.6). Unter der Voraussetzung, dass die idealisierte Strömung einer coaxialen Zylinderoberfläche nur geringfügig von der Strömung in einer realen Maschine im mittleren Bereich abweicht, ist eine Reduzierung eines dreidimensionalen Problems auf ein zweidimensionales Problem möglich. Die Abwicklung der zentralen Zylinderoberfläche führt zu einer relativ einfachen Geometrie, die sowohl numerisch als auch experimentell (z. B. in zugehörigen Gitterwindkanälen, siehe Abschn. 3.1) gut untersucht werden kann. Diese Konfiguration wird auch als „Linearkaskade“ bezeichnet.

Durch diesen einfachen Aufbau ist es möglich, bestimmte Mechanismen und deren Einfluss auf die aerodynamischen Eigenschaften der Turbomaschinenschaufeln isoliert zu untersuchen. Diese geometrische Vereinfachung ist nach den Untersuchungen von Ludwig et al. (1977) legitim, da die Beschaukelungen der Niederdruckturbinen relativ große spannweite Abmessungen besitzen, verglichen zur Profilschneidlänge (nach Vera-Morales et al. (2006) zwischen 3 und 7). Dies bedeutet, der spannweite Bereich, in dem Sekundärströmungen, die aufgrund der Kanalwände entstehen, auftreten können, ist im Verhältnis zur Schaufelhöhe sehr gering. Untersuchungen an Niederdruckturbinen-Kaskaden (NDTK) sind somit für einen großen spannweiten Bereich auf eine reale Beschaukelung übertragbar.

2.3 Strömungsphänomene und Transition

Neben den Variationen der Randbedingungen einer Niederdruckturbine können zusätzlich lokal verschiedene Strömungsphänomene auftreten. Diese Strömungsphänomene folgen nicht der beabsichtigten Hauptströmung und werden deshalb auch als Sekundärströmungen bezeichnet. Die Sekundärströmungen resultieren aus der Haftbedingung des Fluides an Wänden. Die Haftbedingung wiederum folgt unmittelbar aus der Reibung zwischen Fluid und Wand. Durch diese Haftbedingung ist die Relativgeschwindigkeit der Strömung an der Wand null, wodurch sich die sogenannte Grenzschichtströmung ausbildet. Ist der positive Druckgradient jetzt zu groß, kommt es zur Rückströmung und Wirbelbildung. Dadurch können komplexe Wirbelsysteme entstehen wie z. B. der Hufeisenwirbel (Sjolander 1975). Die in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen besitzen eine Q3D-Konfiguration (Quasi-3D-Konfiguration). Dies bedeutet, dass alle Wände, die keine Oberflächen der Profile sind, als reibungsfrei angenommen werden. Diese Annahme ist legitim, da das Verhältnis der Schaufelhöhe zur Profilschneidlänge in einer NDT so groß ist, sodass der Einfluss der Sekundärströmungen auf die Verluste und somit auch auf die Leistung vernachlässigbar ist (Curtis et al. 1997). Daher wird auf eine Beschreibung der Sekundärströmungen verzichtet und es wird lediglich die Grenzschichtströmung direkt auf dem Profil betrachtet.

Der Übergang einer laminaren zu einer turbulenten Grenzschichtströmung wird als Transition bezeichnet. Je nachdem wie dieser Übergang erfolgt, werden unterschiedliche Transitionsmodi unterschieden. Der vorherrschende Transitionsmodus hat einen unmittelbaren Einfluss auf die Verluste bzw. Leistung der NDT. Welcher Transitionsmodus vorliegt, hängt bei unveränderter Geometrie im Wesentlichen von den stromfa-

2 Aerothermodynamik der Niederdruckturbine

dentheoretischen Randbedingungen (Kiock 1982), hier insbesondere sowohl von der Reynolds-Zahl, als auch von der Zuströmturbulenz (Hoheisel et al. 1986) ab. In Abb. 2.7 ist beispielhaft die Abhängigkeit des Transitionsmodus der Saugseite einer NDTK vom Turbulenzgrad und der Reynolds-Zahl dargestellt. Für niedrige Turbulenzgrade

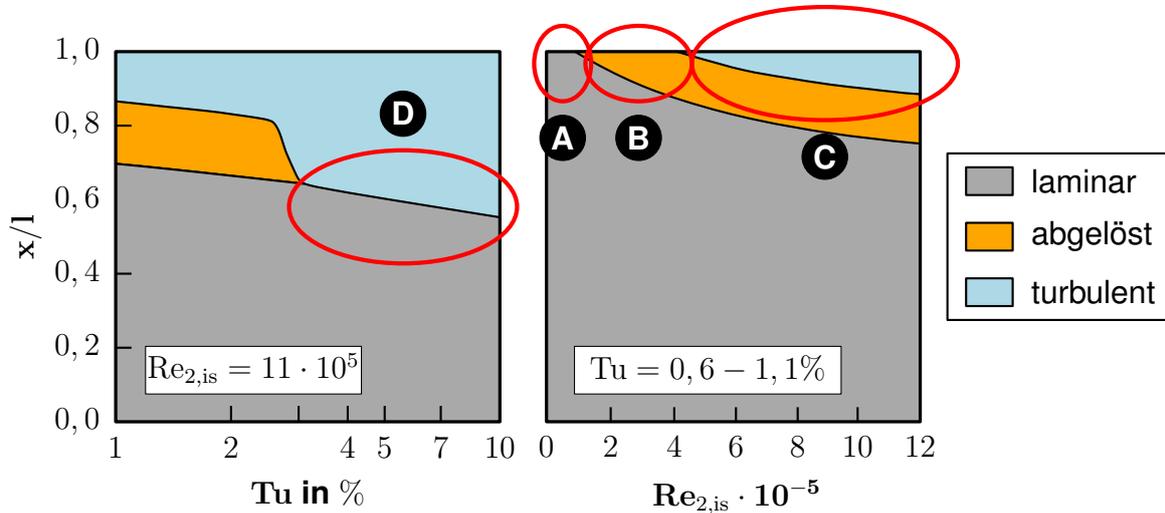


Abbildung 2.7: Abhängigkeit des Transitionsmodus von der Reynolds-Zahl und dem Turbulenzgrad für die Saugseite einer NDTK nach Hoheisel et al. (1986) und Kiock (1982)

und Reynolds-Zahlen (siehe Bereich **A** in Abb. 2.7 rechts) lässt sich keine Ablösung oder turbulente Strömung feststellen. Die Strömung bleibt bis zur Hinterkante laminar und wird erst im Nachlauf bedingt durch die Hinterkante in eine turbulente Strömung umschlagen. Es liegt somit Transition im Nachlauf vor. Bei einer Erhöhung der Reynolds-Zahl kommt es zu einer Ablösung im hinteren Bereich der Saugseite, auch ablöseinduzierte Transition genannt. Liegt die Strömung nicht wieder an (siehe Bereich **B**) wird von einer offenen Ablösung gesprochen. Bei einer weiteren Anhebung der Reynolds-Zahl und bzw. oder Turbulenzgrad kommt es zu einem turbulenten Wiederanlegen der Strömung (siehe Bereich **C**), was auch Ablöseblase genannt wird. Ist jetzt sowohl die Reynolds-Zahl als auch der Turbulenzgrad hinreichend groß genug, wird das Ablösungsgebiet unterdrückt und es folgt ein direkter Umschlag der laminaren in eine turbulente Grenzschicht (siehe Bereich **D** in Abb. 2.7 links), was auch als Bypass-Transition bezeichnet wird. Diese drei unterschiedlichen Modi sind die wesentlichen Transitionsmechanismen in einer NDTK. Durch das Vorhandensein der Nachläufe erfährt die Profilhrenzschicht nun eine periodische Variation der vorherrschenden Transitions-Einflussparameter wie z. B. des Turbulenzgrads. Dadurch kann es ebenfalls zu einer periodischen Variation des vorliegenden Transitionsmechanismus kommen oder einer dauerhaften Veränderung des Transitionsmechanismus (Halstead et al. 1997). Der Einfluss der eintretenden Nachläufe auf das Transitionsverhalten wird auch nachlaufinduzierte Transition genannt. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass verschiedene Transitionmodi während des Betriebs einer NDT auftreten können. Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Gesamtmodellierung muss somit in der Lage sein,

alle diese verschiedenen Transitionsmodi abbilden zu können. Nachfolgend werden alle relevanten Transitionmodi erläutert.

2.3.1 Ablöseinduzierte Transition

Der prinzipielle Ablauf einer ablöseinduzierten Transition ist schematisch in Abb. 2.8 skizziert. Wird eine Strömung zu stark verzögert, kann sie der Profilkontur nicht mehr folgen. Beim Unterschreiten der Stabilitätsgrenze löst die zunächst laminare Strömung ab, auch laminarer Ablösepunkt genannt. Es bildet sich eine freie Scherschicht aus. Diese Scherschchicht wird instabil durch Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten und die Strömung schlägt durch zusätzlichen Impulseintrag (erzeugt durch die Instabilität) der Außenströmung in eine turbulente Strömung um. In Abhängigkeit von verschiedenen Einflussgrößen lässt sich die ablöseinduzierte Transition nun in zwei weitere Modi unterteilen, je nachdem ob die sich ausgebildete Scherschicht wieder anlegt oder nicht. Legt die Strömung wieder an, kommt es im zeitlichen Mittel zur Ausbildung einer sogenannten laminaren Ablöseblase (Gaster 1969). Bei einer transitionellen Ablöseblase erfolgt der Umschlag von laminar zu turbulent unmittelbar innerhalb der Ablöseblase (siehe Abb. 2.8), sodass die Strömung nach dem Wiederanlegepunkt vollständig turbulent ist. Legt die Scherschicht nicht mehr an, wird von einer offenen Ablösung gesprochen. Bei einer offenen Ablösung steigen die Verluste an und die Umlenkung der Beschauung wird deutlich reduziert. Diese erhöhten Verluste und die reduzierte Umlenkung folgen aus einem Totwassergebiet stromabwärts der Ablösung, was zu einer größeren Verdrängung und somit zu einer Erhöhung des Druck- und Reibungswiderstandes führt (Oertel 2012). Eine offene Ablösung ist deshalb für eine verlustarme Auslegung zu verhindern. Ist die Grenzschicht stromauf der Ablöseblase bereits turbulent, wird von einer

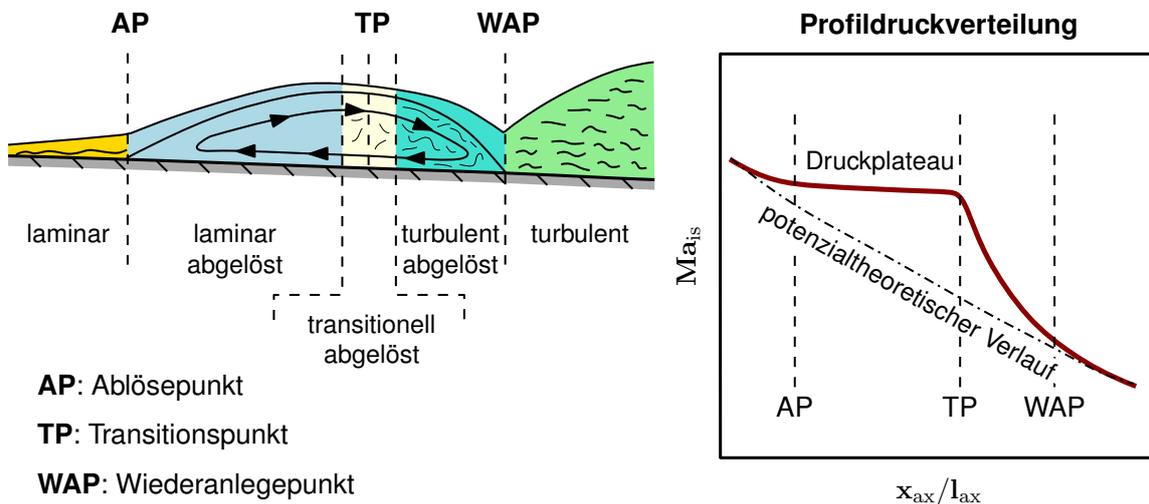


Abbildung 2.8: Prinzipieller Ablauf der ablöseinduzierten Transition in Anlehnung an Römer (1990)

turbulenten Ablöseblase gesprochen (Mohammed-Taifour und Weiss 2016). Innerhalb der Ablöseblase liegt ein charakteristisches Druckplateau vor. Aufgrund dessen bietet

sich zur Identifizierung einer ablöseinduzierten Transition die Analyse der Profildruckverteilung an. Wie in Abb. 2.8 beispielhaft gezeigt, lässt sich eine hinreichend große Ablöseblase durch ein Druckplateau in der Profildruckverteilung erkennen. Der Beginn dieses Plateaus stellt den Ablösepunkt (AP) und das Ende den Transitionspunkt (TP) dar. Der Wiederanlegepunkt (WAP) entspricht dem Schnittpunkt der tatsächlichen Druckverteilung mit dem Verlauf der potenzialtheoretischen Druckverteilung. Diese potenzialtheoretische Druckverteilung lässt sich beispielsweise durch eine Simulation mit reibungsfreien Profilwänden bestimmen. Bei einer offenen Ablösung kann die Strömung dem potenzialtheoretischen Verlauf nicht folgen und es liegt ausschließlich vom Ablösepunkt bis nahe der Hinterkante ein nahezu konstanter Druck vor.

2.3.2 Bypass-Transition

Der Übergang zwischen einer natürlichen und einer Bypass-Transition ist fließend (Kožulović 2007). Diese beiden Transitionsarten sind grafisch in Abb. 2.9 gegenübergestellt. Bei der natürlichen Transition ist die Strömung zunächst laminar, bis sich so-

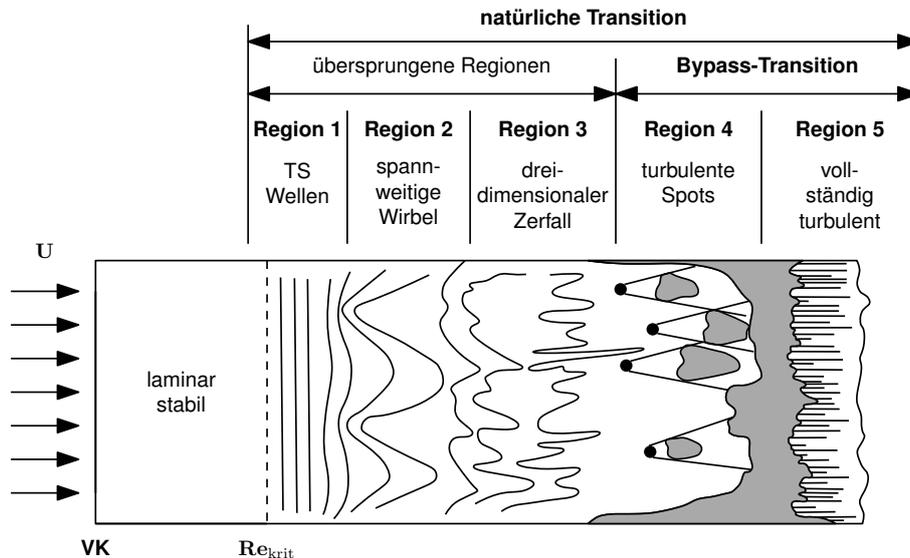


Abbildung 2.9: Prinzipieller Ablauf der natürlichen und der Bypass-Transition nach White (2006), Schlichting (1965) und Halstead et al. (1997)

nannte instabile zweidimensionale Tollmien-Schlichting-Wellen (TS-Wellen) ausbilden. Durch sekundäre Instabilitäten überlagern sich dreidimensionale Störungen der Grenzschicht, wodurch Strukturen entstehen, die eine Λ -Form besitzen und daher auch als Λ -Wirbel bezeichnet werden. Diese Λ -Strukturen zerfallen im Anschluss und es entstehen lokal zufällig auftretende Turbulenzflecken in unregelmäßigen zeitlichen Abfolgen. Diese Turbulenzflecken wachsen stromab an und leiten den Umschlag in eine vollturbulente Grenzschichtströmung ein. Nach Dick und Kubacki (2017) tritt diese Art der Transition nur für $Tu < 0,5\%$ auf. Wie in Abb. 2.4 gezeigt, liegt der in NDT vorherrschende Turbulenzgrad jedoch deutlich über $0,5\%$, womit keine natürliche Transition

zu erwarten ist. Bei deutlich höheren Turbulenzgraden ($Tu > 1\%$) kann hingegen die Bypass-Transition auftreten. Bei der Bypass-Transition kommt es zu keiner Bildung der TS-Wellen oder Λ -Strukturen, diese werden übersprungen. Nach der rein laminaren Strömung bilden sich direkt die Turbulenzflecken aus, gefolgt von dem Umschlag in eine vollturbulente Strömung. Diese Art der Transition ist somit lediglich abhängig von der Entstehung, dem Anwachsen und der Konvektion dieser Turbulenzflecken (Mayle 1991). Für eine ausführliche Beschreibung dieser Turbulenzflecken sei auf Emmons (1951) verwiesen.

2.3.3 Transition im Nachlauf

Bei einer ausschließlichen Transition im Nachlauf bleibt die Strömung auf dem Profil selbst vollständig laminar. Erst nach der Hinterkante kommt es zum Umschlag in eine turbulente Strömung. Die resultierenden Verluste sind im Wesentlichen Mischungs- und Hinterkantenverluste, die Profilverluste sind hingegen sehr gering. Die Bewertung des Zustandes einer Profilhrenzschicht kann unter anderem durch die Analyse der Schiefe-Verteilung der Geschwindigkeitsfluktuationen in Hauptströmungsrichtung auf dem Profil erfolgen. Die Schiefe ist hierbei wie folgt definiert:

$$S = \frac{\overline{u_{\parallel}^3}}{\overline{u_{\parallel}^2}^{\frac{3}{2}}} \quad (2.28)$$

mit den Geschwindigkeitsfluktuationen in Hauptströmungsrichtung u_{\parallel} . Die Schiefe ist ein Maß für die Asymmetrie der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Geschwindigkeitsfluktuationen. Nach Goerttler et al. (2018) liegt bei einer rein laminaren oder turbulenten Strömung eine symmetrische Verteilung der Geschwindigkeitsfluktuationen ($S \approx 0$) vor. $S > 0$ bedeutet nach Halstead et al. (1997), dass die transitionelle Strömung mehr laminar als turbulent ist und bei $S < 0$ ist die Strömung mehr turbulent als laminar. In Abb. 2.10 ist ein beispielhafter Verlauf der Schiefe entlang der saugseitigen Profiloberfläche bei Transition dargestellt. Bei Transition steigt die Schiefe zunächst an bis zu einem Maximum. Im Anschluss folgt ein linearer Abfall bis auf ein Minimum inkl. Nulldurchgang. Nach Veerasamy und Atkin (2019) stellt das Minimum der Schiefe den Zusammenbruch der stetig angewachsenen Grenzschichtstörungen in lokale turbulente Stellen dar. Diese lokalen Stellen nehmen dann mit der Lauflänge zu, bis eine vollständig turbulente Strömung vorliegt (Schlatte et al. 2008). Entsprechend ist die Transition abgeschlossen, wenn erneut $S \approx 0$ gilt. Bei einer Transition im Nachlauf ist kein oder ein leichter Anstieg der Schiefe zu erwarten ohne anschließendem Abfall mit Nulldurchgang und erneutem Anstieg auf ≈ 0 .

2.3.4 Relaminarisierung

Während die vorherigen Transitionsmodi den Übergang einer laminaren zu einer turbulenten Grenzschicht beschreiben, existiert ebenfalls die Transition einer turbulenten

2 Aerothermodynamik der Niederdruckturbine

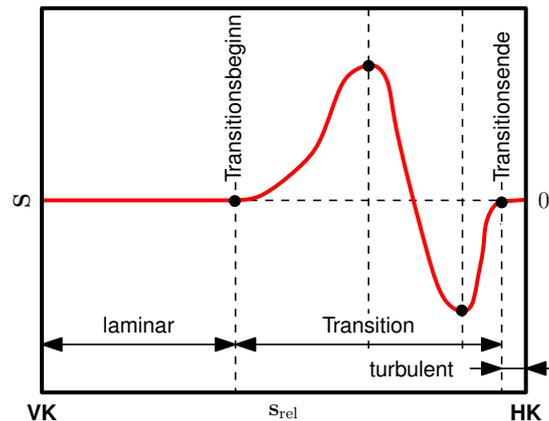


Abbildung 2.10: Beispielhafter Verlauf der Schiefe entlang der Saugseite einer NDTK bei Transition nach Gomes et al. (2014) und Halstead et al. (1997)

zu einer laminaren Grenzschicht. Diese Relaminarisierung tritt bei stark beschleunigten Grenzschichten auf, wie sie z. B. im Bereich der Profilnase oder im hinteren Bereich der Druckseite der Turbinen-Beschaufelungen vorliegen (Mayle 1991). Durch die starke Beschleunigung werden turbulente Strukturen der Grenzschicht in Strömungsrichtung stark gestreckt, gefolgt von einer Dissipation dieser turbulenten Strukturen aufgrund viskoser Effekte.

2.3.5 Nachlaufinduzierte Transition

Die zuvor erläuterten Transitionsmodi lassen sich insbesondere bei stationärer Zuströmung beobachten. Die reale Strömung in einer Turbomaschine ist jedoch stark instationär, bedingt durch die Relativbewegung zwischen Lauf- und Leitrad. Durch diese Relativbewegung und die Nachläufe vorangegangener Schaufelreihen erfahren stromabliegende Schaufelreihen eine periodisch schwankende Zuströmung (Hodson und Dawes 1998). Diese periodisch schwankende Zuströmung bzw. eintretende Nachläufe können einen Einfluss auf das Transitionsverhalten der betrachteten Schaufelreihe haben, was auch nachlaufinduzierte Transition genannt wird (Mayle und Dullenkopf 1990). Die Grenzschicht erfährt durch die Nachläufe in periodischen Abständen eine lokale und zeitlich limitierte Turbulenzgraderhöhung und ein Impulsdefizit. Welchen Einfluss diese Nachläufe auf das Transitionsverhalten der Grenzschicht haben können, hängt zum einen von dem vorherrschenden Transitionsmodus des betrachteten Profils unter stationärer Zuströmung, als auch den lokalen Abmessungen, der zeitlichen Dauer und der Frequenz der periodischen Schwankung der Turbulenzgraderhöhung und des Impulsdefizits ab (Halstead et al. 1997). Ersteres ist nach Abb. 2.7 wiederum abhängig von den stromfadentheoretischen Randbedingungen und der Freistromturbulenz. Letzteres wiederum folgt sowohl aus S_r und Φ , als auch den Axialabständen der Schaufelreihen untereinander.

Je nachdem ob die Grenzschicht unter stationärer Zuströmung angelegt oder abgelöst ist, können eintretende Nachläufe einen positiven oder negativen Effekt auf die

2 Aerothermodynamik der Niederdruckturbine

Verluste einer stromabfindlichen Beschauflung haben (Stieger 2002). Bei einer angelegten Grenzschicht können die eintretenden Nachläufe zu einer Transition ähnlich der Bypass-Transition führen (Wu et al. 1999). Wie in Abb. 2.11 links beispielhaft gezeigt, können über eine Nachlauf-Periode Bereiche turbulenter Grenzschichten **D** auf der Schaufeloberfläche entstehen. Diese turbulenten Grenzschichten folgen aus dem direkten Entstehen der Turbulenzflecken, die sich stromab zu Turbulenzstreifen vereinen können (Orth 1993). Nachdem der Nachlauf die Grenzschicht passiert hat, kommt es durch Relamisierung der turbulenten Grenzschichten zur Ausbildung einer beruhigten Zone **C**, deren erhöhte Stabilität eine erneute Bypass-Transition verhindert. Je nachdem wie hoch die Benetzungszeit der Schaufeloberfläche durch die Nachläufe ist, kann die Grenzschicht zusätzlich noch nach der beruhigten Zone einen Zustand **B** einnehmen, der dem unter stationärer Zuströmung entspricht (Mayle und Dullenkopf 1990). Die Variation der Grenzschichtzustände über die Nachlauf-Periode führt im zeitlichen Mittel zu einer Verlusterhöhung.

Liegt hingegen eine abgelöste Grenzschicht vor, können eintretende Nachläufe zu

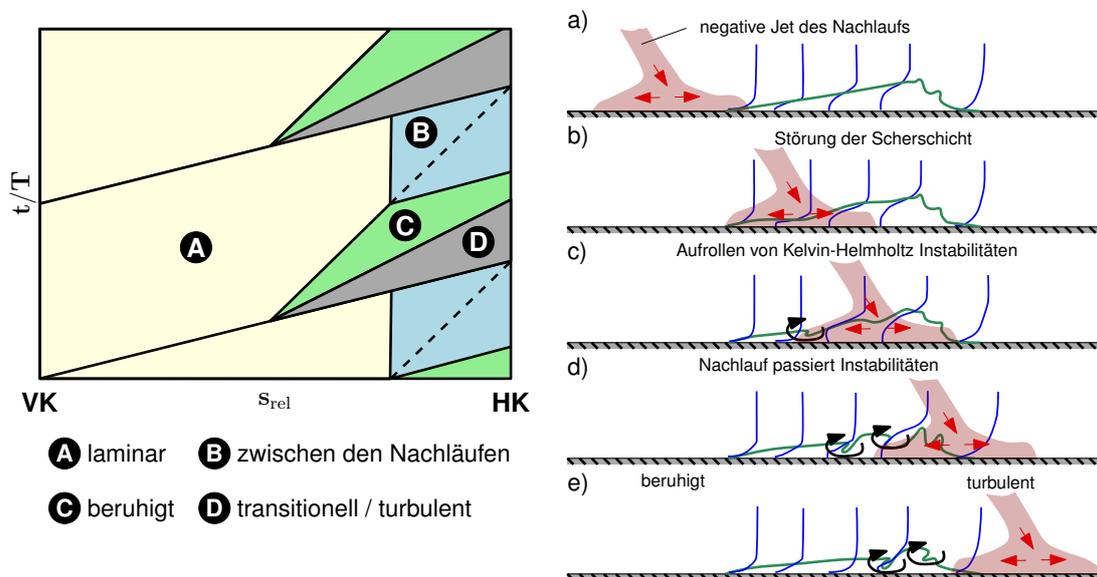


Abbildung 2.11: Weg-Zeit-Diagramm des Grenzschichtzustands der Saugseite nach (Hodson und Howell 2005) (links) und Aufrollen der Scherschicht nach (Stieger und Hodson 2004) (rechts) bei nachlaufinduzierter Transition

einer Verlustreduzierung im zeitlichen Mittel führen. Dies resultiert aus einer Unterdrückung der Ablösung der Grenzschicht, wenn ein Nachlauf über diese hinweg wandert (Cooull und Hodson 2011). Die Unterdrückung der Ablösung der Grenzschicht wiederum folgt nach Stieger und Hodson (2004) durch ein Aufrollen der abgelösten Scherschicht, grafisch dargestellt in Abb. 2.11 rechts. Ausgangslage dieses Vorgangs ist hierbei das Impulsdefizit des Nachlaufs (auch als „negativ jet“ bezeichnet). Dieser „negativ jet“ zerteilt sich beim Erreichen des Profils in einen stromauf und einen stromab gerichteten Teil. Während der stromaufgerichtete Teil die Strömung verzögert, führt der stromabgerichtete Teil zu einer Beschleunigung. Erreicht der Nachlauf

2 Aerothermodynamik der Niederdruckturbinen

die abgelöste Strömung, kommt es zunächst zu einer Beschleunigung und dadurch zu einer Verstärkung der Scherung. Passiert der Nachlauf die abgelöste Grenzschicht, verformt dieser die Scherschicht (siehe b) in Abb. 2.11 rechts). Es kommt zum Aufrollen von Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten (siehe c) in Abb. 2.11 rechts) und über deren Zerfall folgt dann der Übergang zur turbulenten Strömung. Ähnlich wie bei angelegten Grenzschichten bildet sich zwischen den Nachläufen ebenfalls eine beruhigte Zone aus bzw. die Grenzschichten relamisieren (Stieger und Hodson 2004). Nach diesen beruhigten Zonen kann in Abhängigkeit von der Benetzungszeit der Nachläufe die Strömung erneut in ihren Zustand unter stationärer Zuströmung zurückkehren.

Für eine ausführliche Beschreibung des instationären Profilgrenzschichtverhaltens unter dem Einfluss von Nachläufen sei auf (Halstead et al. 1997) verwiesen. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der inhärente Transitionsmodus in Niederdruckturbinen die nachlaufinduzierte Transition ist. Durch die nachlaufinduzierte Transition können lokal und bzw. oder zeitlich periodisch schwankend mehrere unterschiedliche der zuvor beschriebenen Transitionsmodi auftreten (Mayle 1991). Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Gesamtmodellierung muss also in der Lage sein, all diese verschiedenen Transitionsmodi korrekt wiederzugeben.

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

3.1 Experimentelle Untersuchungen

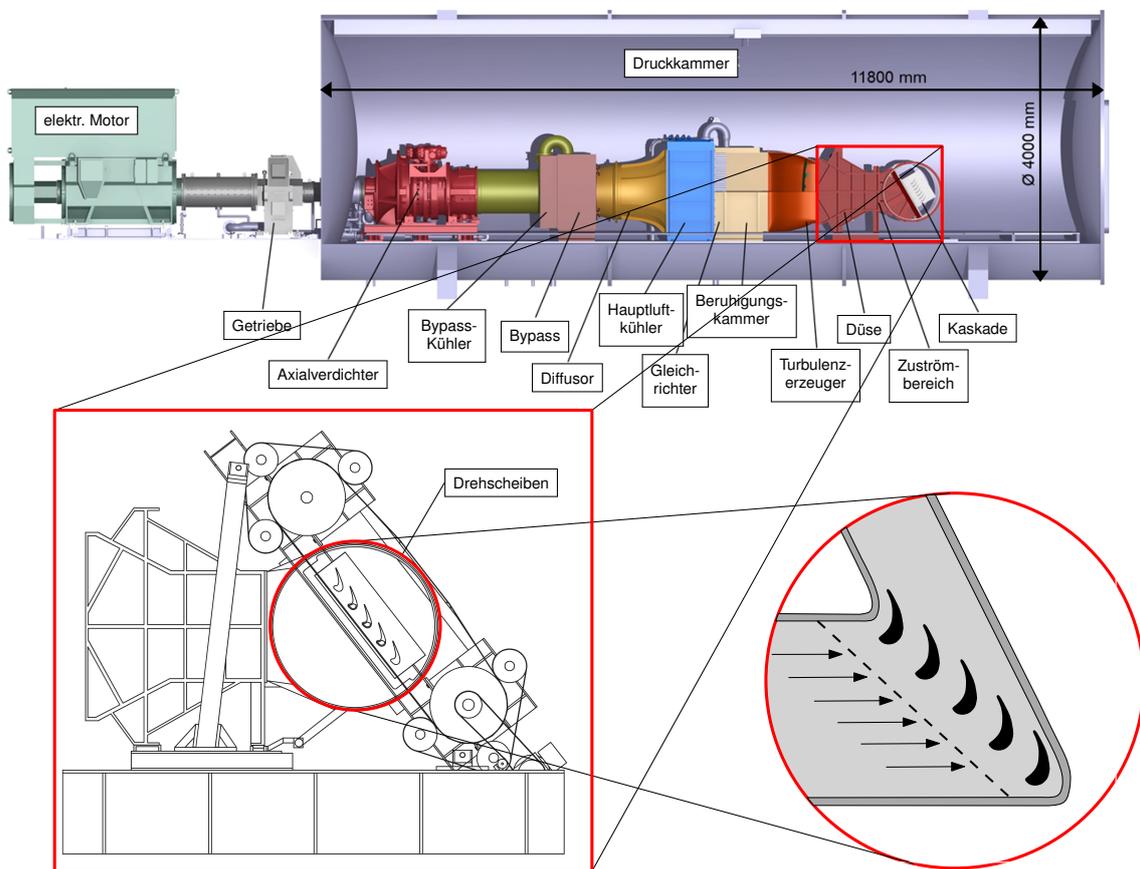


Abbildung 3.1: Beispielhafte Darstellung eines ebenen Gitterwindkanals nach Cardamone (2006), Scholz und Hopkes (1959), Bitter und Niehuis (2019)

Die Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen in experimentellen Untersuchungen der NDT ist komplex. Eine Möglichkeit ist, das Gesamttriebwerk direkt zu vermessen.

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

Das Problem sind hierbei jedoch die schwere Zugänglichkeit der einzelnen Komponenten und die hohen Kosten. Zusätzlich ist eine Isolierung des zu untersuchenden Phänomens nicht möglich. Daher werden die experimentellen Untersuchungen der Beschauelungen der Strömungsmaschinen in separaten ebenen Gitterwindkanälen durchgeführt. In diesen Gitterwindkanälen ist es jedoch nur eingeschränkt möglich realitätsnahe Randbedingungen, wie sie im Betrieb eines Flugzeugtriebwerkes vorliegen, zu erzeugen. Ein beispielhafter Aufbau eines GWK ist in Abb. 3.1 oben dargestellt.

3.1.1 Stromfadentheoretische Randbedingungen

Wie im vorherigen Kapitel beschrieben, haben sowohl die Mach-Zahl, als auch insbesondere die Reynolds-Zahl einen Einfluss auf die Aerodynamik der Beschauelung. Für systematische Analysen sollte daher der Einfluss dieser beiden Größen unabhängig voneinander untersucht werden können. Bei einem gleichbleibenden Druckniveau nimmt mit einer Erhöhung der Zuströmgeschwindigkeit sowohl die Mach- als auch Reynolds-Zahl zu. Eine unabhängige Variation beider Größen ist somit nur möglich, wenn sowohl Geschwindigkeit als auch Druck unabhängig voneinander variiert werden können. Diese unabhängige Druckvariation wird ermöglicht, indem der GWK in einer Unterdruckkammer platziert wird. Um im Experiment nun realitätsnahe Reynolds-Zahlen zu erreichen, wird der Druck in dieser Unterdruckkammer auf Grobvakuum-Niveau (0,1-0,3 bar) gehalten. Ein Axialverdichter erzeugt in der Regel die gewollte Zuströmgeschwindigkeit (Scholz und Hopkes 1959), der im offenen Kreislauf betrieben wird (siehe Abb. 3.1 oben). Um nun auch eine konstante Mach-Zahl zu ermöglichen, wird die Strömung, bevor sie die eigentliche Messstrecke erreicht, mittels Wärmeübertrager auf die entsprechende Temperatur gekühlt, die der gewollten Mach-Zahl entspricht. Um zusätzlich ungewollte Schwankungen der Strömung zu reduzieren, passiert die Strömung nach dem Wärmeübertrager einen Gleichrichter. Das zu untersuchende Gitter befindet sich zwischen zwei parallelen Drehscheiben (siehe Abb. 3.1 unten links). Diese Drehscheiben können durch eine Gitterverstellvorrichtung zur Variation des Zuströmwinkels gedreht werden. Durch diesen Aufbau eines GWK ist es nun möglich, die in Abschn. 2.1 eingeführten stromfadentheoretischen Randbedingungen unabhängig voneinander zu variieren.

3.1.2 Freistromturbulenz

In Anlehnung an die Empfehlung von Taylor (1935) werden zur Erzeugung von HIT, die repräsentativ für Freistromturbulenz steht, in experimentellen Untersuchungen einer NDTK sogenannte passive Turbulenzgitter verwendet. Weitere Möglichkeiten zur Erzeugung der Zuströmturbulenz sind perforierte Platten und aktive Turbulenzgitter. Roach (1987) und Liu und Ting (2007) konnten zeigen, dass sich die mittels perforierten Platten erzeugte Zuströmturbulenz isotrop verhält. Aktive Turbulenzgitter wiederum lassen sich nach der Art der Turbulenzerzeugung unterscheiden. Entweder die Turbulenz wird durch mechanische Bewegung von z. B. Stäben oder Klappen erzeugt

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

Zahl Ma_1 hingegen nimmt Tu linear ab (siehe Abb. 3.3 unten links), wobei dies nicht für die Untersuchungen von Bell (1995) gilt. Für die Abhängigkeit des Turbulenzgrades von der Reynolds-Zahl lässt sich hingegen ein Widerspruch zwischen verschiedenen Messungen feststellen. Für die Untersuchungen von Kiock (1982) nimmt der Turbulenzgrad mit Re_1 nicht linear ab, während sich für die Untersuchungen von Brachmanski (2017), Stotz et al. (2017), Ludewig (2011), Martinstetter (2010) und Römer (1990) ein gegensätzliches Verhalten feststellen lässt. Die Untersuchungen von Ladwig (1991) zeigen sogar für niedrige Re_1 einen linearen Anstieg, gefolgt von einem linearen Abfall für größere Re_1 . Für steigende Zuströmwinkel β_1 nimmt Tu ebenfalls linear ab.

In experimentellen Untersuchungen von NDTK ist es somit nach aktuellem Stand der Technik nicht möglich, unabhängig von der Geometrie des Gitters und den stromfadentheoretischen Randbedingungen, einen konstanten Turbulenzgrad zu erzeugen. Der Turbulenzgrad variiert, gerade für die stromfadentheoretischen Randbedingungen von Interesse, in einem Bereich für die ein Einfluss auf die Verluste nicht ausgeschlossen werden kann (Michálek et al. 2012).

Weiterhin kommt hinzu, dass die mittels Gitter erzeugte Turbulenz stark anisotrop

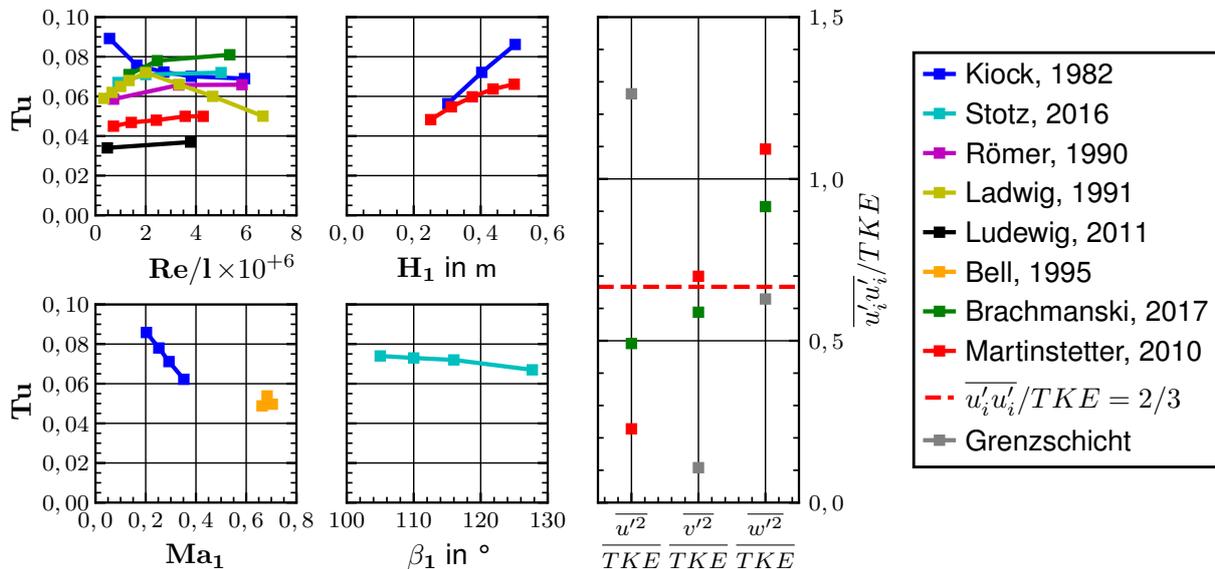


Abbildung 3.3: Einflussparameter des Turbulenzgrades (links und mittig) und Formfaktoren (rechts) des IXGK Turbulenzgitters

ist. Zur Veranschaulichung der Anisotropie sind in Abb. 3.3 rechts die Formfaktoren $\overline{u'_i u'_i} / TKE$ der jeweiligen Raumrichtung dargestellt. Um einen Eindruck für die Ausprägung der Anisotropie zu erhalten, sind zusätzlich die Formfaktoren einer Grenzschicht dargestellt. Die zugehörigen Werte wurden der saugseitigen turbulenten Grenzschicht einer NDT-Schaufel mit ablöseinduzierter Transition entnommen. Für HIT sollten die Formfaktoren aller drei Raumrichtungen den Wert von $2/3$ einnehmen. Es ist gut zu erkennen, dass alle Formfaktoren der experimentellen Untersuchungen von diesem idealen Wert abweichen. Die rel. maximale Abweichung liegt bei 66 %. Diese Anisotropie lässt sich nach Martinstetter (2010) mit der Kontraktion der Düse stromauf erklären.

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

Nach Martinstetter (2010) werden die turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen durch die Beschleunigung der Düse in Hauptströmungsrichtung gedämpft. Untersuchungen ohne Düse, z. B. von Roach (1987), besitzen keine Anisotropie.

Die integralen Längenmaße in experimentellen Untersuchungen werden in der Regel durch Autokorrelation der zeitlichen Geschwindigkeitssignale unter Annahme der Taylor-Hypothese bestimmt. Nach Lee et al. (1992) ist die Taylor-Hypothese auf eine überwiegend inkompressible Strömung anwendbar, wenn $(\overline{u'_i u'_i})^{0,5} / \overline{u_i} \simeq 0,15$ gilt. Daraus folgt unmittelbar, dass die Taylor-Hypothese nicht auf die spannweite Richtungen angewendet werden kann, da die Schwankungen deutlich größer sind als die mittlere Geschwindigkeit. Somit lässt sich auch kein vertrauenswürdiges Längenmaß ermitteln. Gleiches gilt für die Komponente orthogonal zur Hauptströmungsrichtung. Weiterhin kann es bei der Bestimmung integraler Größen, wie dem integralen Längenmaß, nach Cenedese et al. (1991) zu Abweichungen kommen, da die Taylor-Hypothese die Deformation der Strömung nicht berücksichtigt. Dies soll insbesondere für große Abstände zur Quelle der Turbulenz zutreffen. Zusätzlich zeigen die Untersuchungen von Geng et al. (2015), dass für wandnahe Strömungen die Taylor-Hypothese deutlich an Gültigkeit verliert, da die Taylor-Hypothese von HIT ausgeht. Wie in Abb. 3.3 rechts gezeigt, ist die turbulente Zuströmung eines GWK anisotrop und diese Anisotropie eher vergleichbar mit einer Grenzschicht. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass auf Basis der Taylor-Hypothese bestimmte integrale Längenmaße von anisotropen Strömungen nicht vertrauenswürdig sind. Es erfolgt daher in dieser Arbeit kein Vergleich experimentell ermittelter mit numerischen Längenmaßen. Für weitere Details sei auf (Geng et al. 2015) verwiesen.

3.1.3 Eintretende Nachläufe

Für die experimentellen Untersuchungen des Einflusses eintretender Nachläufe auf die Aerodynamik einer Kaskade existieren zwei unterschiedliche konstruktive Ansätze:

- **Ansatz 1 - Stabreihe:** Translatorisch bewegte Stabreihe stromauf der Kaskade (Schobeiri et al. 1995, Schulte und Hodson 1998, Brunner et al. 2000, Stadtmüller et al. 2000)
- **Ansatz 2 - Speichenrad:** Rotierendes Speichenrad stromauf der Kaskade (Liu und Rodi 1991, Koyabu et al. 2005, Clinckemallie et al. 2015)

Beide Ansätze und deren wesentlichen Nachteile sind grafisch in Abb. 3.4 gegenübergestellt. In beiden Fällen werden Stäbe zur eigentlichen Erzeugung der Nachläufe verwendet, welche nach Pfeil und Eifler (1976) bei einem hinreichenden Abstand stromab Nachläufe erzeugen, die ähnlich denen von Turbomaschinen-Beschaufelungen sind. Aufgrund der Konstruktion oder Festigkeit ergeben sich jedoch gewisse Nachteile für beide Ansätze. Der wesentliche Nachteil vom Ansatz 1 ist die Limitierung der Bewegungsgeschwindigkeit der Nachläufe in Teilungsrichtung U_{wake} von z. B. nach Stadtmüller et al. (2000) auf 40 m s^{-1} aus Gründen der Festigkeit. Die Umfangsgeschwindigkeit aktueller Beschaufelungen liegt jedoch deutlich darüber ($> 150 \text{ m s}^{-1}$) und wird

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

vermutlich aufgrund des GTF-Konzeptes in Zukunft ansteigen. Mit diesem Ansatz lassen sich somit keine realitätsnahen S_r -Zahlen erreichen. Welchen Einfluss dies auf die Zuströmung hat, ist grafisch in Abb. 3.4 unten links dargestellt. Die Ausrichtung der eintretenden Nachläufe ist flacher im Vergleich zu einer realitätsnahen Zuströmung und somit auch die Zeit, die die Grenzschicht von einem eintretenden Nachlauf beeinflusst wird. Hinzu kommt, dass durch Öffnungen am oberen und unteren Ende der Kaskade, die zur Bewegung der Stabreihe durch die Messtrecke erforderlich sind, Leckageströmungen entstehen (Stadtmüller und Fottner 2001). Mit dem Ansatz 2 ist es hingegen möglich, realitätsnahe S_r -Zahlen zu erzeugen, jedoch erfolgt hier die Strömungsführung von einem zylindrischen auf einen rechteckigen Strömungskanal. Hieraus können Sekundärströmungen resultieren, die einen Einfluss auf die Hauptströmung haben können. Zusätzlich ist die Umfangsgeschwindigkeit abhängig von der Spannweite, wodurch die Strömung in Spannweiten-Richtung nicht symmetrisch zum Mittelschnitt ist. Welchen Einfluss die Nachteile dieser Ansätze haben können, ist grafisch in Abb. 3.5

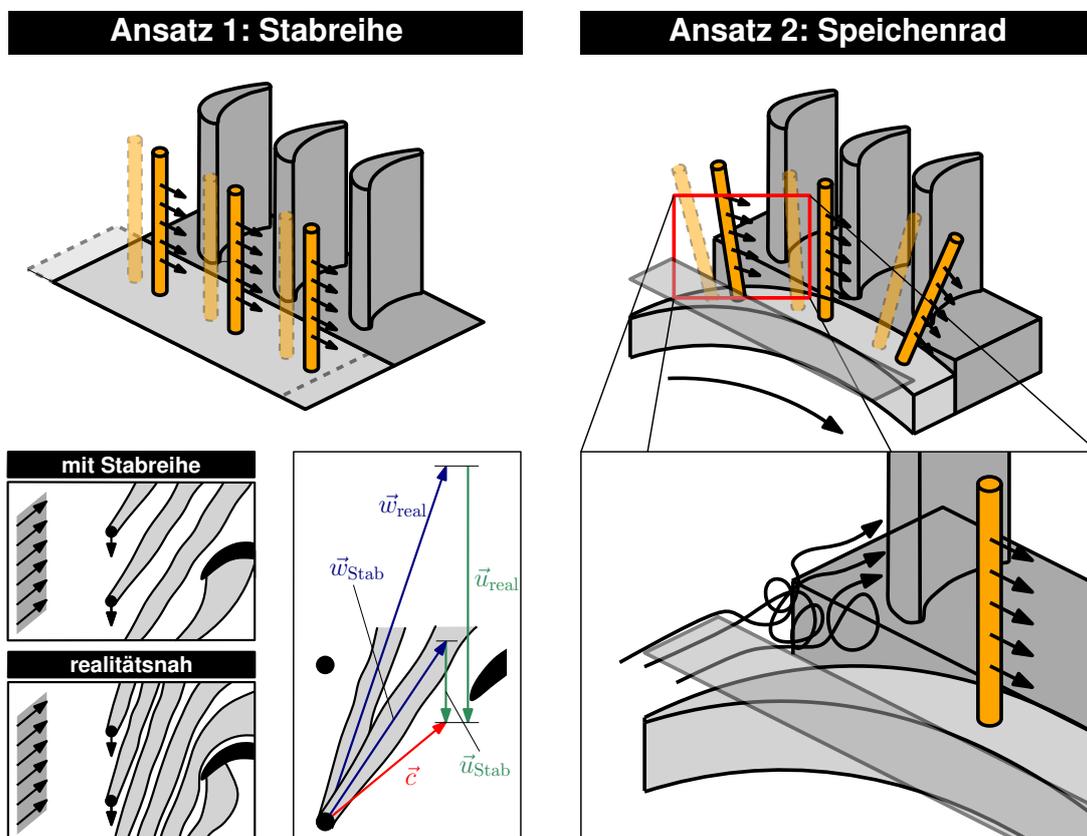


Abbildung 3.4: Vergleich konstruktiver Ansätze zur Untersuchung des Einflusses eintretender Nachläufe auf eine Kaskade und deren wesentlichen Nachteile

dargestellt. Die gezeigten Ergebnisse für den Ansatz mit der Stabreihe wurden (Stadtmüller und Fottner 2001) und für das Speichenrad (Michálek und Arts 2010) entnommen. Für beide Fälle erfolgten die Messungen ohne verbautes Gitter, somit können

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

Potenzialfeldeinflüsse ausgeschlossen werden. Für beide Ansätze sind in den phasengemittelten Ergebnissen (Abb. 3.5 links) gut die diagonal verlaufenden Streifen eines reduzierten Zuströmwinkels zu erkennen (siehe Bereich **A**). Weiterhin lässt sich erkennen, dass die Breite dieser Streifen in Abhängigkeit von der relativen Teilung y_{rel} variiert (siehe Bereich **B**). Dieser Zusammenhang verdeutlicht sich bei Betrachtung der zeitlich gemittelten Werte (Abb. 3.5 rechts). Für beide Ansätze ergibt sich über y_{rel} eine Variation des zeitlich gemittelten Zuströmwinkels von ca. 3° und somit eine systematische Abweichung. Der Ansatz mit der Stabreihe zeigt zusätzlich keine Periodizität in Umfangsrichtung. Ein Einfluss dieser inhomogenen Zuströmung der beiden Ansätze auf die Aerodynamik der zu untersuchenden Kaskade lässt sich nicht ausschließen. Es lässt sich also schlussfolgern, dass es nach aktuellem Stand der Technik nicht mög-

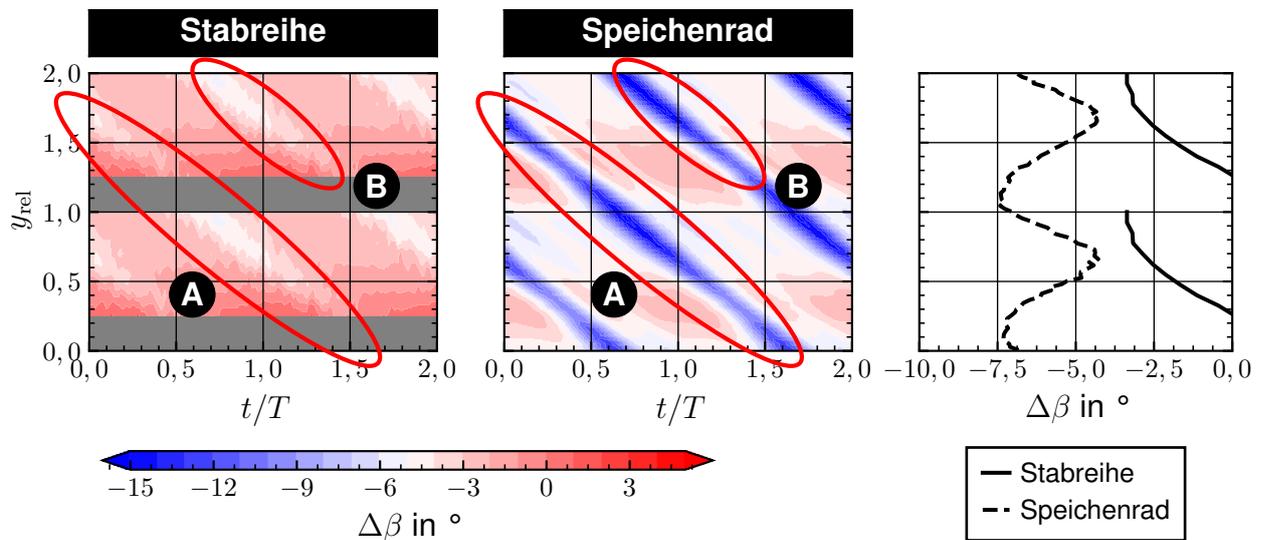


Abbildung 3.5: Gegenüberstellung des phasengemittelten (links und mittig) und zeitlich gemittelten Zuströmwinkels (rechts) der beiden experimentellen Ansätze zur Erzeugung eintretender Nachläufe

lich ist realitätsnahe eintretende Nachläufe in Experimenten einer NDTK zu erzeugen, ohne Abweichungen von der im Mittel vorgesehenen homogenen Zuströmung.

3.2 Numerische Untersuchungen

Im Vergleich zum Experiment lassen sich die stromfadentheoretischen Randbedingung einer Kaskade in der Simulation einfach realisieren durch ein Anpassen der vorgegebenen Werte am Rand des Rechengebietes. Die Erzeugung von Turbulenz in der Zuströmung einer skalenauflösenden Simulation gestaltet sich jedoch als ähnlich komplex wie im Experiment. Für die Erzeugung turbulenter Zuströmungen in SRS existieren nach Dhamankar et al. (2015) vier wesentlich unterschiedliche Ansätze:

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

- **Ansatz 1 - Bibliotheken:** Bei diesem Ansatz wird auf eine bestehende Datenbank turbulenter Strömungen zurückgegriffen. Die Daten können entweder aus anderen Simulationen oder Experimenten entnommen worden sein. Diese Daten werden dann auf den Anwendungsfall skaliert und während der Simulation für jeden Zeitschritt auf die Eintrittsebene interpoliert. Eine erfolgreiche Anwendung dieser Methode erfolgte z. B. durch Schlüter et al. (2005) am Beispiel einer Gasturbine. Der wesentliche Nachteil dieses Ansatzes ist der hohe Aufwand für das Anpassen der turbulenten Zuströmungen aus den Datenbanken für den spezifischen Anwendungsfall. Zusätzlich müssen sowohl zeitlich als auch räumlich hochaufgelöste Daten für unterschiedliche Betriebspunkte zur Verfügung stehen. Für eine ausführliche Beschreibung dieses Ansatzes sei auf (Tabor und Baba-Ahmadi 2010) verwiesen.
- **Ansatz 2 - Zusatzsimulationen:** Die Idee dieses Ansatzes ist, zur eigentlichen Hauptsimulation eine weitere Simulation durchzuführen. Diese Simulation kann entweder vor der Hauptsimulation oder parallel zu dieser durchgeführt werden. Dieser Zusatzsimulation werden im turbulenten Bereich 2D-Schnitte entnommen und diese dann auf den Eintritt der Hauptsimulation interpoliert. Idealerweise sind die Berechnungsgebiet-Abmessungen des 2D-Schnittes identisch zwischen Zusatz- und Hauptsimulation, da ansonsten zusätzlich eine Koordinatentransformation benötigt wird. Der wesentliche Nachteil dieser Methode ist der hohe zusätzliche Bedarf an Rechenressourcen der Zusatzsimulation und, für den Fall, dass die Zusatzsimulation vorab erfolgt, der zusätzliche Speicherbedarf für die zu speichernden 2D-Schnitte. Larsson (2009) hat diesen Ansatz z. B. erfolgreich zur Erzeugung von HIT benutzt. Koschichow et al. (2014) haben mittels einer Zusatzsimulation vorab den Einfluss periodischer Nachläufe auf die wandnahe Strömung einer Niederdruckturbinenschaufel untersucht.
- **Ansatz 3 - Recycling:** Eine weitere Möglichkeit Zuströmturbulenz zu erzeugen, ist der Recycling-Skalierungs-Ansatz von Lund et al. (1998) auf Basis der Idee von Spalart und Leonard (1987). Hierbei wird eine zusätzliche Simulation zur Hauptsimulation durchgeführt, die ihre eigene Zuströmturbulenz erzeugt, indem stromab des Eintritts die Strömung eines 2D-Schnittes entnommen, entsprechend skaliert und im Anschluss dann als Eintrittsrandbedingung wieder vorgegeben wird. Um Rechenressourcen zu sparen, kann die zusätzliche Simulation räumlich direkt der eigentlichen Hauptsimulation vorgeschaltet werden. Ein wesentlicher Nachteil ist, dass bereits ein gewisses Maß an Turbulenz vorhanden sein muss. Lund et al. (1998) haben hierfür zufällige, nicht korrelierte Geschwindigkeitsfluktuationen verwendet. Nach Pamiès et al. (2009) führt dies zu relativ langen Simulationszeiten, bis sich eine voll turbulente Strömung einstellt, da die Strömung wieder relaminarisiert. Für beispielhafte Anwendungen und eine detaillierte Beschreibung des Ansatzes sei auf die Arbeiten von Urbin und Knight (2001), Xu und Martin (2004) und Martin (2007) verwiesen.
- **Ansatz 4 - Synthetische Turbulenz:** Bei den synthetischen Methoden werden direkt am Eintritt der Simulationen Schwankungen erzeugt. Die Erzeugung dieser

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

Schwankungen basiert hierbei auf vereinfachten Annahmen der Turbulenz, sodass am Eintritt zunächst keine vollständig physikalische Turbulenz vorliegt. Erst nach einer gewissen Einlaufänge l_e (Dhamankar et al. 2015) stellt sich durch diese synthetisch erzeugten Fluktuationen physikalisch plausible Turbulenz ein. Diese Einlaufänge ist der wesentliche Nachteil dieses Ansatzes. Der wesentliche Vorteil dieser Art der Turbulenzerzeugung ist sowohl die hohe Effizienz hinsichtlich Rechenressourcen und die praktikable Anwendung, als auch die hohe Flexibilität.

Die Verwendung des Ansatzes mittels Bibliotheken zur Erzeugung der RRB einer NDT ist nach aktuellem Stand nicht möglich. Dies würde eine Datenbank verschiedenster Turbulenzvariationen mit entsprechend hoher räumlicher und zeitlicher Auflösung erfordern, was aktuell nicht vorhanden ist. Zusätzlich würde dies sowohl einen enormen Speicherbedarf, als auch einen erhöhten Bedarf an Rechenressourcen erfordern. Letztes ist gerade der aktuelle Grund für die limitierte Anwendung der LES und auch der Grund, warum der Ansatz der Zusatzsimulationen ebenfalls auszuschließen ist. Der Recycling-Ansatz entfällt, da zur Aufprägung der Nachläufe eine weitere Kaskade simuliert werden müsste, wodurch ebenfalls der Rechenressourcenbedarf deutlich zunehmen würde. Der Ansatz der synthetischen Turbulenz besitzt nicht nur den Vorteil des geringsten Rechenressourcenbedarfs, sondern ermöglicht es durch seine Flexibilität auch, verschiedenste Turbulenzzustände zu erzeugen. Für die im Rahmen dieser Arbeit zuvor eingeführten und zu modellierenden RRB kommt aktuell somit, insbesondere unter Berücksichtigung eintretender Nachläufe, nur eine synthetische Methode in Frage.

In den Ingenieurwissenschaften ist es üblich, den Einfluss stochastischer Störsignale auf ein deterministisches System durch Addition eines weißen gaußschen Rauschens abzubilden (Lüke und Ohm 2014). Durch das scheinbar chaotische Verhalten der Turbulenz könnte der Schluss gezogen werden, dass zufällig erzeugte Geschwindigkeitsfluktuationen ausreichend sind für die Erzeugung physikalischer Zuströmturbulenz. Für die Fluktuationen eines mit weißem gaußschen Rauschen überlagerten Geschwindigkeitssignals $u'_{i,R}$ gilt $\overline{u'_{i,R}} = 0$, $\overline{u'_{i,R}u'_{i,R}} = 1$ und $\overline{u'_{i,R}u'_{j,R}} = 0$. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der auftretenden Geschwindigkeitsfluktuationen entspricht somit einer Standardnormalverteilung. Dass so eine Art der Fluktuationen nicht ausreichend ist, um physikalische Zuströmturbulenz ohne lange Einlaufängen zu erzeugen, verdeutlicht Abb. 3.6. Dargestellt sind Ergebnisse des Testfalls aus Abschnitt 3.2.6 mit zufällig erzeugten Geschwindigkeitssignalen $u'_{i,R}$ im Eintritt. Bei der Betrachtung des Betrages der Wirbelstärke $|\omega| = \nabla \times \mathbf{u}$ (Abb. 3.6 links) ist gut zu erkennen, dass die Wirbelungen am Eintritt stark abklingen, sodass diese am Austritt vollständig dissipiert sind. Der Grund hierfür ist die nahezu konstante Verteilung an Energie über weite Teile des Energiespektrums (siehe Bereich **A** in Abb. 3.6 rechts), was zurückzuführen ist auf das konstante spektrale Leistungsdichtespektrum des weißen Rauschens. Das Energiespektrum zeigt keinen ausgeprägten Bereich mit $-\frac{5}{3}\kappa$ -Steigung. Es stellt sich somit nicht die von Richardson (1922) beschriebene Energiekaskade ein, sodass es zu keinem Energieaustausch zwischen den verschiedenen Raum- und Zeitskalen der Turbulenz kommt. Die Fluktuaktionen dissipieren direkt, identifizierbar an der -3κ -

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

Steigung im Bereich **B**. Dieses Beispiel zeigt, wie komplex die Erzeugung physikalisch korrekter Turbulenz ist und dass ein Zufallssignal für die Erzeugung von physikalischer Turbulenz nicht ausreichend ist. Es werden somit eigene Methoden benötigt, die das korrekte räumliche, zeitliche und spektrale Verhalten der Turbulenz wiedergeben. Hierfür existieren wiederum verschiedene Methoden. Diese werden nachfolgend de-

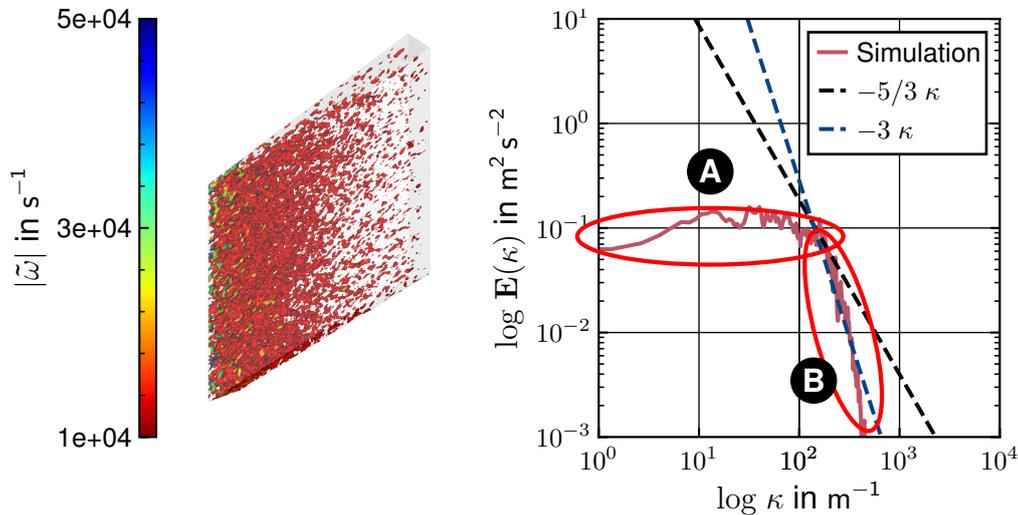


Abbildung 3.6: Mittels Zufallssignal erzeugte unphysikalische Turbulenz

taillierter beschrieben, gefolgt von einem Vergleich von zwei dieser Methoden für die Modellierung der RRB einer Turbomaschine.

Einige der nachfolgend beschriebenen Methoden nutzen die sogenannte Cholesky-Zerlegung, um auf Basis eines Geschwindigkeitssignals der HIT anisotrope Turbulenz durch Vorgabe eines Reynolds-Spannungs-Tensors R_{ij} zu erzeugen. Diese Cholesky-Zerlegung **A** ist nach Lund et al. (1998) gegeben durch

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \sqrt{R_{11}}, \\
 a_{21} &= R_{21}/a_{11}, \\
 a_{22} &= \sqrt{R_{22} - a_{21}^2}, \\
 a_{31} &= R_{31}/a_{11}, \\
 a_{32} &= (R_{32} - a_{21}a_{31})/a_{22}, \\
 a_{33} &= \sqrt{R_{33} - a_{31}^2 - a_{32}^2} .
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

3.2.1 Fourier-Ansatz

Eine der ersten entwickelten Methoden zur Erzeugung synthetischer Turbulenz in SRS ist die auf dem Fourier-Ansatz basierende Methode von Kraichnan (1970). Die Grundidee hinter der Methode ist die Superposition zufälliger Fourier-Moden der Geschwindigkeit. Kraichnan (1970) konnte durch Überlagerung von 50 – 100 Fourier-Moden erfolgreich divergenzfreie synthetische HIT erzeugen. Der Nachteil dieser Methode ist,

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

dass die erzeugten Geschwindigkeitssignale eines jeden Wellenzahlvektors nicht deterministisch sind. Dies resultiert daraus, dass alle der Methode zugrunde liegenden Parameter, inkl. des Wellenzahlvektors, zufällig auf Basis einer Gauß-Verteilung gewählt werden. Durch Weiterentwicklung der Methode konnte dies umgangen werden, indem die Amplituden der Geschwindigkeitssignale durch Vorgabe eines Energiespektrums bestimmt werden (Karweit et al. 1991). Saad et al. (2017) haben die Originalmethode von Kraichnan (1970) um einen Defekt hinsichtlich der Massenerhaltung korrigiert. Eine praktikable Umsetzung dieser korrigierten Methode wurde sowohl in den Programmiersprachen Python und C, als auch in Form eines webbasierten Tools der Allgemeinheit freizugänglich zur Verfügung gestellt (University of Utah 2016). Müller-Schindewolf et al. (2017) haben z. B. erfolgreich mit der Methode von Saad et al. (2017) realistische HIT in der Zuströmung der DNS einer NDTK erzeugt.

Eine weitere umfangreiche Erweiterung der Methode von Kraichnan (1970) erfolgte durch Smirnov et al. (2001) zur sogenannten Random Flow Generation (RFG) Methode (kurz RFG-Methode). Die RFG-Methode ermöglicht es, insbesondere auch durch Tensorskalierungen und orthogonale Transformationen, ein vorgegebenes Reynolds-Spannungs-Feld zu erzeugen. Die der RFG-Methode zugrunde liegende Tensorskalierung wurde stark vereinfacht durch Batten et al. (2004) basierend auf der Cholesky-Zerlegung aus Gl. (3.1). Die RFG-Methode wurde unter anderem in der kommerziellen Software ANSYS Fluent™ als „Spectral Synthesizer“ implementiert (Dhamankar et al. 2015). Angewendet wurde die RFG-Methode im Kontext der Turbomaschinen z. B. durch Marty (2014) für eine NDTK.

Eine weitere Methode auf Basis eines Fourier-Ansatzes wurde von Lee et al. (1992) vorgestellt. Diese Methode ermöglicht es ebenfalls, ein gewünschtes Energiespektrum durch die Kombination zufälliger Phasenwinkel und einer Fourier-Transformation wiederzugeben. Die Kopplung des Energiespektrums mit den Geschwindigkeitssignalen erfolgt hierbei durch das parsevalsche Theorem (ähnlich wie auch bei der nachfolgend beschriebenen digitalen Filtermethode). Das parsevalsche Theorem besagt, dass die Energie eines Signals im Zeitbereich identisch ist mit dessen Energie im Frequenzbereich. Le et al. (1997) haben diese Methode wiederum erweitert um die Vorgabe anisotroper Reynolds-Spannungen. Die Anwendung am Beispiel einer zurückspringenden Stufe zeigt jedoch eine relativ lange Einlaufänge l_e , bis sich die gewünschte Grenzschichtströmung einstellt. Dieses kann nach Lee et al. (1992) auf die zufällig gewählten Phasenwinkel zurückgeführt werden.

Unabhängig der Art der Umsetzung besitzen alle Methoden auf Basis des Fourier-Ansatzes den gleichen Nachteil: Zur Erzeugung realistischer Zuströmturbulenz muss ein Energiespektrum vorgegeben werden. Dieses ist jedoch in der Regel für die meisten Anwendungen unbekannt und variiert lokal insbesondere bei anisotroper Turbulenz.

3.2.2 Digitale Filtermethode

Die digitale Filtermethode von Klein et al. (2003) lässt sich als eine Weiterentwicklung der Fouriermethode verstehen und basiert ebenfalls auf einem zufälligen Geschwindig-

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

keitssignal $u'_{i,R}$. Aus Gründen der Übersichtlichkeit erfolgt die Darlegung der Methode lediglich für eine Geschwindigkeitskomponente u_m .

Die Idee der Methode ist, auf dieses zufällige Geschwindigkeitssignal einen linearen, nicht rekursiven digitalen Filter anzuwenden, um somit die gewünschten turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen u'_m zu erhalten:

$$u'_m = \sum_{s=-N}^N b_s u'_{m,R} \quad (3.2)$$

Hierbei sind b_s gerade die Filterkoeffizienten. Dadurch, dass die Geschwindigkeitskomponenten $u_{i,R}$ unkorreliert sind ($\overline{u'_{i,R} u'_{j,R}} = 0$, für $i \neq j$), folgt für die Kreuzkorrelation von u'_m :

$$\frac{\overline{u'_m u'_{m+k}}}{\overline{u'_m u'_m}} = \frac{\sum_{j=-N+k}^N b_j b_{j-k}}{\sum_{j=-N}^N b_j^2} \quad (3.3)$$

Die Gl. (3.3) stellt somit einen Zusammenhang zwischen der Kreuzkorrelation von u'_m und den Filterkoeffizienten b_s her. Bei einer gegebenen Korrelationsfunktion ließen sich nun die gesuchten Filterkoeffizienten b_s durch numerisches Lösen der Gl. (3.3) bestimmen. In der Regel ist die komplette Kreuzkorrelationsfunktion $R_{xy}(\mathbf{x}, d)$ jedoch nicht bekannt. Hierfür müsste für eine hinreichende Anzahl an Punkten \mathbf{x} das zugehörige zeitlich und räumlich hochaufgelöste Geschwindigkeitssignal zur Verfügung stehen. Erst dann wäre es möglich, die zugehörige Kreuzkorrelation zweier Punkte mit dem Abstand d zu bestimmen. Eine repräsentative Längenskala L hingegen lässt sich für die meisten Fälle z. B. auf Basis einer geometrischen Abmessung ableiten. Klein et al. (2003) haben deshalb eine analytische Kreuzkorrelationsfunktion

$$R_{xy}(d) = \exp\left(-\frac{\pi d^2}{4 L^2}\right) \quad (3.4)$$

verwendet, die nach Batchelor (1953) für den späten Zustand von HIT gültig ist. Diese Funktion erfüllt hierbei die grundlegenden Eigenschaften der Kreuzkorrelation $R_{xy}(0) = 1$ und $\lim_{d \rightarrow \infty} R_{xy}(d) = 0$. Wird nun das vorgegebene Längenmaß durch den Ansatz $L = n \Delta_i$ diskretisiert, mit n Zellen der Abmessung Δ_i , folgt für die diskretisierte Form der Gl. (3.4):

$$\frac{\overline{u'_m u'_{m+k}}}{\overline{u'_m u'_m}} = R_{xy}(k \Delta_i) = \exp\left(-\frac{\pi (k \Delta_i)^2}{4 (n \Delta_i)^2}\right) \quad (3.5)$$

Durch Kombination der Gl. (3.3) und Gl. (3.5) folgt nun eine näherungsweise Berechnungsvorschrift für die gesuchten Filterkoeffizienten:

$$b_k \approx \frac{\exp\left(-\frac{\pi k^2}{2n^2}\right)}{\left(\sum_{j=-N}^N b_j'^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.6)$$

Entscheidend hierbei ist, dass das gewählte Längenmaß L mindestens durch zwei Zellen diskretisiert wird und die geometrischen Abmessungen der Eintrittsfläche mindestens das Zweifache des vorgegebenen Längenmaßes abbilden können, da ansonsten

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

Gl. (3.6) nicht mehr gültig ist. Die Berücksichtigung aller drei Raumrichtungen folgt durch Konvolution dreier eindimensionaler Filter:

$$b_{ijk} = b_i b_j b_k \quad . \quad (3.7)$$

Dadurch, dass die Eintrittsfläche zweidimensional ist, muss zusätzlich in Normalenrichtung ein Zeitmaß definiert werden. Durch Annahme der Taylor-Hypothese lässt sich dies wiederum in ein Längenmaß umrechnen, was lediglich von der mittleren Strömungsgeschwindigkeit abhängt. Ohne weitere Anpassungen würden aus Gl. (3.2) lediglich isotrope Fluktuationen resultieren. Um jedoch auch anisotrope Turbulenz erzeugen zu können, wird folgende Transformation nach Lund et al. (1998) angewendet:

$$u_i = \bar{u}_i + a_{ij} u'_j \quad (3.8)$$

mit der Cholesky-Zerlegung aus Gl. (3.1).

Die digitale Filtermethode erfordert somit nur die Vorgabe eines Längenmaßes L und eines Reynolds-Spannungs-Tensors R_{ij} , um die zugehörige gewünschte Turbulenz zu erzeugen.

Im Laufe der Zeit wurde die Methode weiterentwickelt. Ein wesentlicher Nachteil dieser Methode ist der erhöhte Rechenaufwand. Um diesen zu reduzieren, wurde von Xie und Castro (2008) eine Verbesserung der Originalmethode auf Basis eines zweidimensionalen Filters vorgeschlagen. Kim et al. (2013) und Xiong et al. (2004) nahmen Anpassungen vor, die eine Divergenzfreiheit gewährleisten sollen. Ein weiterer Nachteil ist, dass die Methode nur auf äquidistante Gitter anwendbar ist. Um dies zu umgehen, wurden von Rana et al. (2011) und Xie und Castro (2008) Erweiterungen auf Basis einer Interpolation entwickelt, die auch eine Anwendung auf gekrümmte und unstrukturierte Netze ermöglichen soll.

Die DFM wurde erfolgreich für verschiedene Anwendungsbereiche genutzt. Einige Beispiele im Kontext der Turbomaschinen sind die LES einer Windenergieanlage (Szasz und Fuchs 2010), einer Verdichterkaskade (Leggett et al. 2020) und einer Turbinenkaskade (Miki und Ameri 2021).

3.2.3 Proper Orthogonal Decomposition-basierte Methode

Eine weitere Methode zur Erzeugung der Zuströmturbulenz in SRS basiert auf der Proper Orthogonal Decomposition (POD). Die Entwicklung der POD selbst geht zurück auf die Arbeit von Lumley (1970). Normalerweise wird die POD dafür genutzt, zeitlich und räumlich hochaufgelöste Strömungsdaten auf eine möglichst kleine Anzahl an Moden N zu reduzieren, die den größten Teil der TKE beinhalten (daher das Beiwort „proper“). Diese Moden reichen aus, um die die Strömung prägenden großskaligen kohärenten turbulenten Strukturen zu beschreiben (Tabor und Baba-Ahmadi 2010). Die Idee der POD ist die Zerlegung zufälliger Signale beliebiger Strömungsgrößen $\phi(\mathbf{x}, t)$ in räumliche Moden $q_k(\mathbf{x})$ und zufällige Zeitkoeffizienten $a_k(t)$ (Weiss 2019):

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^N a_k(t) q_k(\mathbf{x}) \quad . \quad (3.9)$$

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

Die Moden $q_k(\mathbf{x})$ bilden hierbei eine Orthogonalbasis. Die rekursive Anwendung dieser Zerlegung durch Überlagerung der Moden mit stochastischen Signalen sollte nun in der Theorie qualitativ hochwertige synthetische Zuströmturbulenz erzeugen können (Tabor und Baba-Ahmadi 2010).

Dieser Ansatz zur Erzeugung synthetischer Zuströmturbulenz in SRS wurde erstmals von Druault et al. (2004) auf Basis von Hitzdrahtmessungen verwendet. Die räumliche Auflösung der Hitzdrahtmessungen war jedoch zu gering, sodass diese durch Verwendung der Linear Stochastic Estimation (LSE) (Moin und Adrian 1988) erhöht werden musste. Perret et al. (2006) wiederum haben den gleichen Ansatz zur Erzeugung der Zuströmturbulenz in der LES einer Mischungsschicht verwendet, jedoch auf Basis von Stereo-PIV-Messungen. Im Vergleich zu Hitzdrahtmessungen besitzen PIV-Messungen zwar eine deutlich höhere räumliche Auflösung, deren zeitliche Auflösung ist jedoch geringer. Perret et al. (2006) mussten dies daher durch synthetische Zufalls-signale kompensieren. Diese beiden Anwendungsbeispiele zeigen den wesentlichen Nachteil der Methode. Es müssen zeitlich und räumlich hochaufgelöste Daten der gewünschten oder einer ähnlichen Zuströmturbulenz vorliegen.

Ein weiterer Nachteil der rein auf POD basierenden Methoden ist, dass alle Moden nur bei einer Frequenz vorliegen (Schmidt und Colonius 2020), die Turbulenz von Natur aus jedoch ein breites Spektrum aufweist. Um dies zu kompensieren, wurde die Spectral Proper Orthogonal Decomposition (SPOD) entwickelt. Bei der SPOD variieren die extrahierten Moden nicht nur rein räumlich wie in der POD selbst, sondern auch in der Zeit. Die extrahierten Moden der SPOD entsprechen den Eigenvektoren der spektralen Kreuzkorrelationsdichte-Funktion der Eingabedaten. Die Eingabesignale werden somit räumlich und zeitlich miteinander korreliert (Schmidt und Colonius 2020). Martin et al. (2021) konnten auf Basis der SPOD erfolgreich die stromab befindliche Turbulenz einer Brennkammer reproduzieren.

Unabhängig davon, ob die Zuströmturbulenz auf Basis von POD oder SPOD erzeugt wurde, ist der wesentliche Nachteil derselbe: Es werden zeitlich und räumlich hochaufgelöste Informationen der Zuströmung benötigt, welche in der Praxis häufig nicht vorliegen und somit den Anwendungsbereich der Methode stark einschränken.

3.2.4 Diffusionsbasierter Ansatz

Ein weiterer Ansatz ist die Diffusion zufälliger Geschwindigkeitsschwankungen (Kempf et al. 2005). Die gewünschte Längenskala wird durch Einstellen der Diffusionskoeffizienten über den Raum erreicht. Wenn die Autokorrelationsfunktion dieser Diffusion der Form einer gaußschen Kurve entspricht, ist dieser Ansatz identisch zur digitalen Filtermethode. Der Hauptvorteil liegt in der Anwendbarkeit auf verschiedene Geometrien. Der größte Nachteil ist, dass diese Methode die resultierenden Schwankungen noch nicht direkt am Eintritt einer Simulation und ohne zusätzliche räumliche Diskretisierung erzeugen kann.

3.2.5 Synthetische Wirbelmethode

Eine turbulente Strömung kann als eine Überlagerung von Wirbelstrukturen unterschiedlicher Größe, Form und Wirbelstärke beschrieben werden. Daher ist der wohl physikalisch zugänglichste Ansatz zur Erzeugung synthetischer Zuströmturbulenz, diese Wirbelstrukturen und deren Überlagerung zu reproduzieren. Dieser Ansatz wird von den synthetischen Wirbelmethoden (engl. Synthetic-Eddy Methods, kurz SEM) verfolgt.

Eine erste SEM zur Erzeugung von Zuströmturbulenz in LES wurde von Jarrin et al. (2006) vorgestellt. Auf Basis der SEM von Jarrin et al. (2006) wurden weitere verschiedene Methoden entwickelt. Eine dieser Methoden ist die sogenannte divergenzfreie synthetische Wirbelmethode (engl. Divergence-Free Synthetic-Eddy Method, kurz DFSEM) von Poletto et al. (2013). Die Erzeugung der synthetischen Zuströmturbulenz der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Modellierungskette basiert auf der DFSEM von Poletto et al. (2013). Unabhängig von der Variante ist die generelle Funktionsweise aller SEM sehr ähnlich. Das Funktionsprinzip der synthetischen Wirbelmethoden wird daher repräsentativ durch eine detailliertere Beschreibung der DFSEM erläutert.

Eine SEM funktioniert nach den folgenden drei Schritten (grafisch dargestellt in Abb.

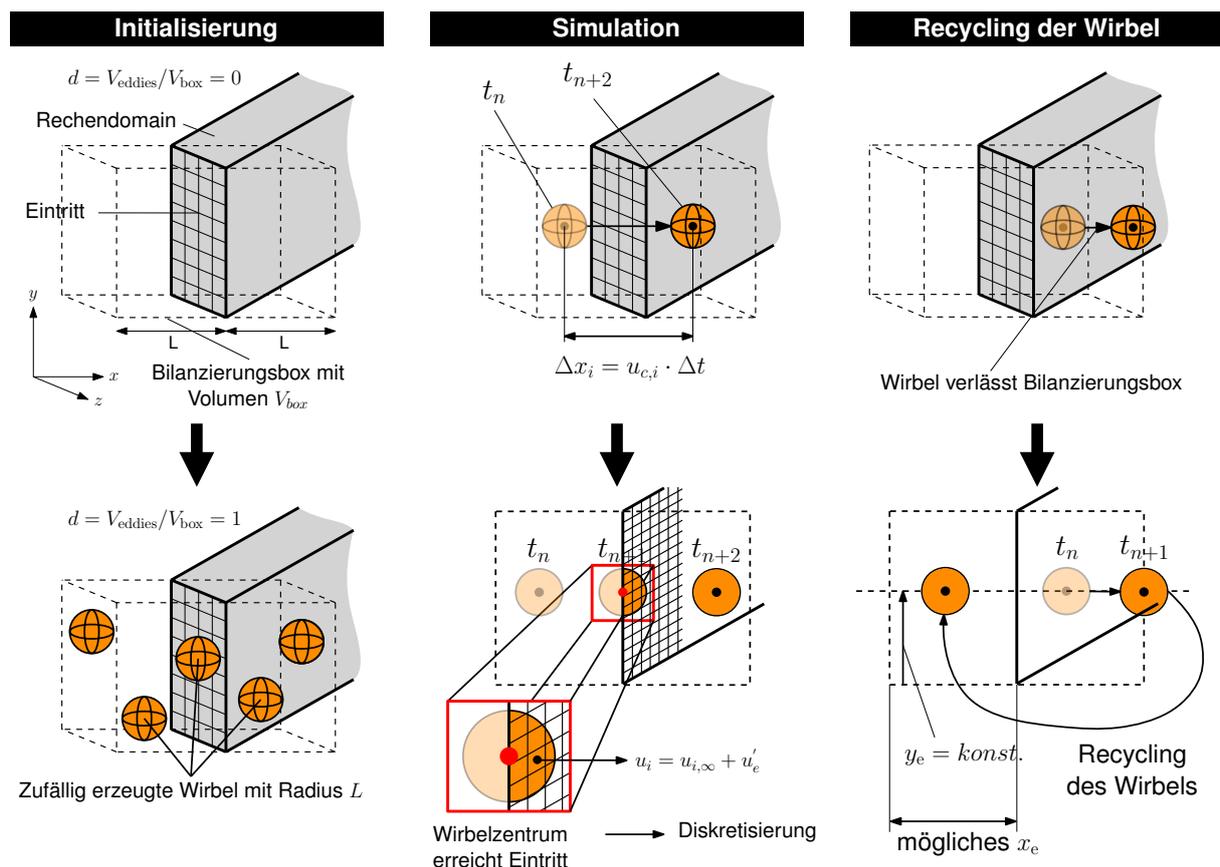


Abbildung 3.7: Funktionsprinzip der synthetischen Wirbelmethode

3.7): Wirbelinitiierung, Konvektion und Recycling der Wirbel. Bei der Wirbelinitiierung

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

wird eine endliche Anzahl an synthetischen, analytisch beschriebenen Wirbeln mit spezifischen Eigenschaften an zufälligen Positionen erzeugt. Die Wirbeleigenschaften folgen hierbei unmittelbar aus den vorgegebenen Randbedingungswerten, im Fall der DFSEM ist dies ein 2D-Tensorfeld der Reynolds-Spannungen \mathbf{R}_{ein} , ein 2D-Skalarfeld eines Längenmaßes \mathbf{L}_{ein} und ein 2D-Vektorfeld der mittleren Geschwindigkeit \mathbf{u}_{ein} . Die zugehörigen Werte eines jeden Wirbels resultieren unmittelbar aus einer Interpolation von \mathbf{R}_{ein} und \mathbf{L}_{ein} an der Stelle des Wirbelzentrums \mathbf{x}^k des k -ten Wirbels. Das Wirbelzentrum wird hierbei auf die Eintrittsfläche projiziert. Somit stehen die zugehörigen Reynolds-Spannungen \mathbf{R}^k und das Längenmaß σ^k eines jeden Wirbels fest.

Die Limitierung der Wirbelanzahl folgt unmittelbar durch die Angabe einer sogenannten Wirbeldichte d . Zur Bilanzierung der aktuellen Wirbeldichte wird um die Eintrittsfläche Ω eine virtuelle Box gespannt (siehe Abb. 3.7). Diese Box erstreckt sich von $x_{\text{Ein}} - \max(\mathbf{L}_{\text{ein}})$ bis $x_{\text{Ein}} + \max(\mathbf{L}_{\text{ein}})$. Das Abbruchkriterium für das Erzeugen neuer Wirbel ist nun gegeben durch

$$\frac{V_{\text{Wirbel}}}{V_{\text{Box}}} > d \quad . \quad (3.10)$$

Es werden somit solange Wirbel erzeugt, bis das aufsummierte Volumen aller Wirbel V_{Wirbel} im Verhältnis zum Volumen der virtuellen Box V_{Box} größer ist, als die Wirbeldichte d . Eine Verbesserung der SEM von Jarrin et al. (2006), die ohne virtuelle Box auskommt und ebenfalls direkt auf die DFSEM übertragbar wäre, wurde von Skillen et al. (2016) vorgestellt.

Nach der Initiierung werden die Wirbel auf Basis der Taylor-Hypothese durch die virtuelle Box konvektiert

$$x_i^k(t + \Delta t) = x_i^k(t) + u_{c,i} \Delta t \quad , \quad (3.11)$$

wobei $u_{c,i}$ für eine über die Eintrittsfläche gemittelte Geschwindigkeit steht. Sobald ein Wirbel nun Ω passiert, erfolgt eine Diskretisierung der Wirbelfluktuationen u'_e an einer beliebigen Stelle der Eintrittsfläche \mathbf{x} über

$$u'_e(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{1}{N}} \sum_{k=1}^N q_{\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^k, \sigma^k) \epsilon_{\beta j l} r_j^k \alpha_l^k \quad . \quad (3.12)$$

Hierbei ist $\epsilon_{\beta j l}$ der Levi-Civita-Operator, N beschreibt die Anzahl an Wirbeln und $r_{\beta}^k = \frac{x_{\beta} - x_{\beta}^k}{\sigma_{\beta}^k}$ den normierten Abstand der aktuellen Position zum Wirbelzentrum. q_{β} ist die sogenannte Formfunktion, die den Verlauf der Wirbelgrößen vom Wirbelzentrum zum Wirbelrand beschreibt. Von Poletto et al. (2013) wurde folgende Formfunktion angegeben:

$$q_{\beta} = \begin{cases} \sigma_i \left[1 - (d^k)^2 \right] & \text{falls } d^k < 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.13)$$

mit $d^k = \sqrt{(r_j^k)^2}$. Durch die Wahl dieser Formfunktion liegt überall außer für $d^k = 1$ (entspricht den Wirbeloberflächen) ein divergenzfreies Geschwindigkeitsfeld vor, was nach Poletto et al. (2013) als unproblematisch einzuordnen ist. Nach Poletto (2015)

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

besteht ebenfalls die Möglichkeit durch komplexere Formfunktionen auch für $d^k = 1$ Divergenzfreiheit zu erreichen, was jedoch einen deutlich höheren Rechenaufwand der Methode mit sich bringen würde.

Ohne weitere Modifikationen wären die nach Gl. (3.12) erzeugten Wirbelfluktuationen unkorreliert und es wäre nicht möglich, auch Schubspannungen zu erzeugen. Um dies zu umgehen, werden zunächst die Wirbelfluktuationen des lokalen Hauptachsenkoordinatensystems des jeweiligen Wirbels bestimmt. Dieses Hauptachsenkoordinatensystem ist durch die Eigenwerte λ_i des zugehörigen Reynolds-Spannungs-Tensors gegeben. Im Anschluss folgt dann eine Koordinatentransformation der Wirbelfluktuationen vom lokalen Hauptachsenkoordinatensystem (H) zum globalen Koordinatensystem (G) mittels Rotationsmatrix $R_{im}^{H \rightarrow G}$:

$$u_i'^G(x) = C_1 R_{im}^{H \rightarrow G} u_m'^H \quad . \quad (3.14)$$

Über den Normierungskoeffizienten

$$C_1 = \frac{\sqrt{10V_{Box}} \sum_{i=1}^3 \frac{\sigma_i}{3} \min(\sigma_i)}{\sqrt{N} \prod_{i=1}^3 \sigma_i} \quad (3.15)$$

wird sichergestellt, dass $\overline{u_i'^2} = 1$ ist, wenn $\overline{(\alpha_l^k)^2} = 1$. Die Wirbelintensitäten $\overline{(\alpha_l^k)^2}$ sind nun abhängig von den Eigenwerten der Normalspannungen des Reynolds-Spannungs-Tensors im lokalen Hauptachsenkoordinatensystem λ_i , den Längenmaßen σ_i und einem Koeffizienten C_2 :

$$\overline{(\alpha_l^k)^2} = \frac{\frac{\lambda_j}{\sigma_j^2} - 2 \frac{\lambda_\beta}{\sigma_\beta^2}}{2C_2} \quad . \quad (3.16)$$

Durch Gl. (3.16) lassen sich für ein gegebenes Längenmaßverhältnis $\Gamma = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = \frac{\sigma_x}{\sigma_z}$ die vorgegebenen Reynolds-Spannungen reproduzieren. Da jedoch die rechte Seite der Gl. (3.16) positiv sein muss, kann über diesen Ansatz ohne weitere Modifikation nicht jede mögliche Anisotropie der Turbulenz reproduziert werden. Alle möglichen anisotropen Zustände der Turbulenz lassen sich durch sogenannte Invarianten-Karten visuell darstellen, wie z. B. das sogenannte Lumley-Dreieck. Der von Poletto et al. (2013) verfolgte Ansatz ist nun eine endliche Anzahl an Γ zu definieren und den jeweils zugehörigen Koeffizienten C_2 zu bestimmen. Bei der Wirbelgenerierung wird jedem Wirbel in Abhängigkeit von seiner Reynolds-Spannungen ein Γ zugeordnet, wodurch die Wirbelfluktuationen eindeutig definiert sind. Die von Poletto et al. (2013) verwendeten Γ und zugehörigen C_2 sind in Tab. 3.1 aufgelistet. Weiterhin konnten Poletto et al. (2013) zeigen (siehe Abb. 3.8), dass bereits durch diese geringe Anzahl an Γ weite Bereiche des Lumley-Dreiecks abbildbar sind.

3.2.6 Vergleich der Methoden zur Erzeugung synthetischer Turbulenz

Allgemein existieren noch wenige Erfahrungswerte bezüglich der zuvor vorgestellten Methoden zur Erzeugung der Zuströmturbulenz in skalenauflösenden Simulationen.

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

Tabelle 3.1: Verwendete Längenmaßverhältnisse und zugehörige Koeffizienten C_2 der DFSEM von Poletto et al. (2013)

Γ	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{8}$
C_2	2,000	1,875	1,737	1,750	0,910	0,825	0,806	1,500

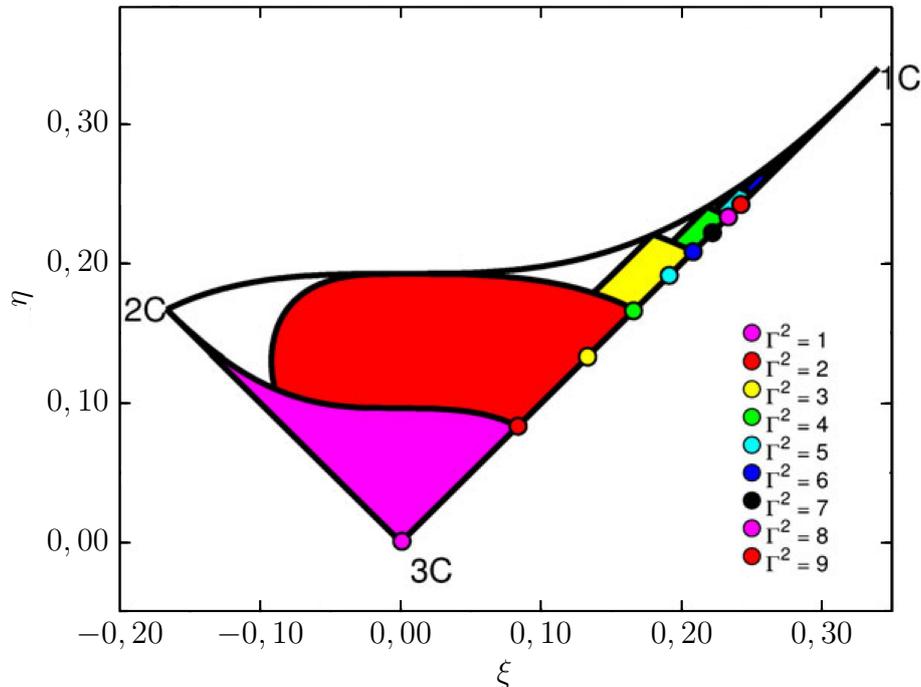


Abbildung 3.8: Abbildbare Zustände der Anisotropie der Turbulenz der DFSEM von Poletto et al. (2013) gezeigt am Beispiel des Lumley-Dreiecks.

Ein wesentlicher Teil der Modellierung dieser Arbeit befasst sich mit der Wiedergabe eintretender Nachläufe als Eintrittsrandbedingungen. Die zur Erzeugung der synthetischen Turbulenz gewählte Methode muss somit in der Lage sein, auch anisotrope Turbulenz wiedergeben zu können. Nach aktuellem Stand der Wissenschaft sind lediglich die DFM und die synthetische Wirbelmethode DFSEM dazu in der Lage. Ein erster Vergleich der DFM mit einer synthetischen Wirbelmethode erfolgte durch Mankbadi et al. (2018), jedoch im Kontext von Grenzschichtströmungen. Daher erfolgt im Rahmen dieser Arbeit ein Vergleich der beiden Methoden im Kontext der Turbomaschinen. Als Testfall diente der Einströmbereich der Kaskade aus Anhang C.3. Als einzuhaltende Referenzwerte wurden die experimentellen Turbulenzgrade von Brück et al. (2015) gewählt. Diese sind nach Brück et al. (2015) repräsentativ für die Zuströmturbulenz einer Niederdruckturbinen. Es wurde ein einheitliches Längenmaß von $L = 0,012$ m vorgegeben.

Beide Methoden sind in Abb. 3.9 bzgl. des Turbulenzgrades und der Formfaktoren gegenübergestellt. Es fällt auf, dass für beide Methoden der Turbulenzgrad (Abb. 3.9

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

links) unmittelbar am Eintritt zunächst ansteigt (siehe Bereich **A**). Dieser Anstieg fällt für die DFM deutlich stärker aus, woraus ein zu starkes Abklingen resultiert. Zwar erreicht die DFM das Niveau des Experiments, jedoch erst nahe dem Austritt. Das Abklingverhalten der DFSEM stimmt hingegen mit dem Experiment überein. Dieser allgemein zu hohe Turbulenzgrad der DFM am Eintritt folgt aus einem deutlich zu hohen Anteil der TKE in Spannweitenrichtung $\overline{w'w'}$ (siehe Abb. 3.9 rechts). Es ist gut zu erkennen, dass die Formfaktoren aller Raumrichtungen der DFM deutlich vom idealen Wert einer HIT von $2/3$ abweichen. Erst ab ca. $x/\Delta x \approx 0,6$ liegen die Formfaktoren auf einem Niveau der DFSEM. Die von der DFSEM erzeugte Turbulenz ist hingegen bereits am Eintritt nahezu vollständig isotrop. Die DFM besitzt somit eine deutlich längere Einlauflänge als die DFSEM.

Zusätzlich sind die beiden Methoden für die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Fluk-

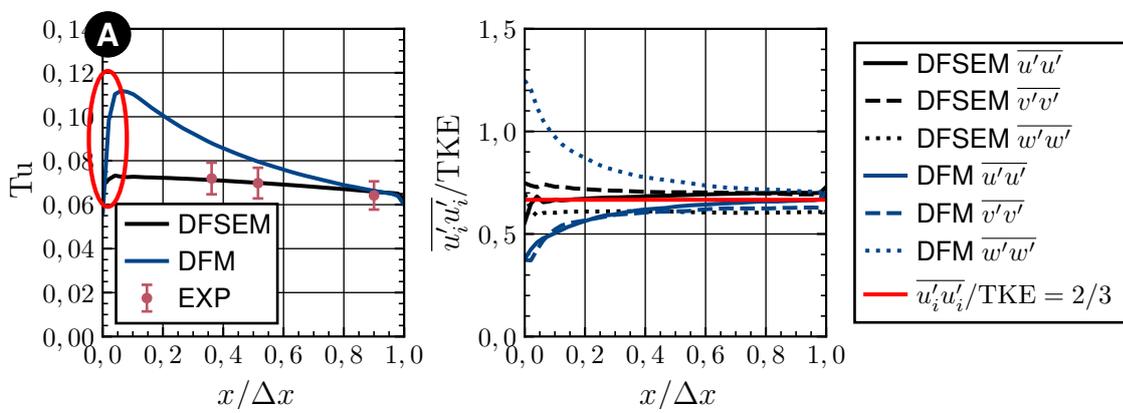


Abbildung 3.9: Gegenüberstellung der Methoden DFM und DFSEM für den Turbulenzgrad und der Formfaktoren. Die Auswertung erfolgte mittig entlang der Hauptströmungsrichtung.

tuationsgeschwindigkeiten und dem Energiespektrum in Abb. 3.10 gegenübergestellt. Für die Wahrscheinlichkeitsverteilung (Abb. 3.10 links) fällt auf, dass die betragsmäßig maximalen Fluktuationengeschwindigkeiten der DFSEM deutlich größer sind als bei der DFM und die Wahrscheinlichkeiten kleiner Fluktuationen entsprechend geringer. Dies lässt sich durch das Energiespektrum (Abb. 3.10 rechts) erklären. Die DFSEM besitzt sowohl deutlich höhere Energieanteile im niedrigfrequenten Bereich **A**, als auch einen deutlich ausgeprägteren Trägheitsbereich **B**, zu erkennen an der $-5/3$ Steigung. Dieser im Vergleich zur DFM deutlich ausgeprägtere Trägheitsbereich der DFSEM führt dazu, dass größere Skalen länger bestehen, woraus unmittelbar auch größere Fluktuationen resultieren. Bei der DFM scheinen größer Skalen frühzeitiger zu dissipieren. Dieser wenig ausgeprägte Trägheitsbereich der DFM ist bei HIT nicht zu erwarten. Die DFSEM liegt somit deutlich näher an der Vorgabe einer HIT.

Die jeweils benötigten Rechenzeiten beider Methoden sind in Tab. 3.2 gegenübergestellt. Hierbei beschreibt der als „Ref“ bezeichnete Wert die benötigte Rechenzeit der gleichen Simulation ohne die Vorgabe einer Zuströmturbulenz. Hierbei muss erwähnt werden, dass der Zeitschritt so angepasst wurde, dass eine spezifische CFL-Zahl eingehalten wird. Die Gesamtsimulationszeit aller Simulationen ist jedoch identisch. Durch

3 Erzeugung realitätsnaher Randbedingungen für Niederdruckturbinen

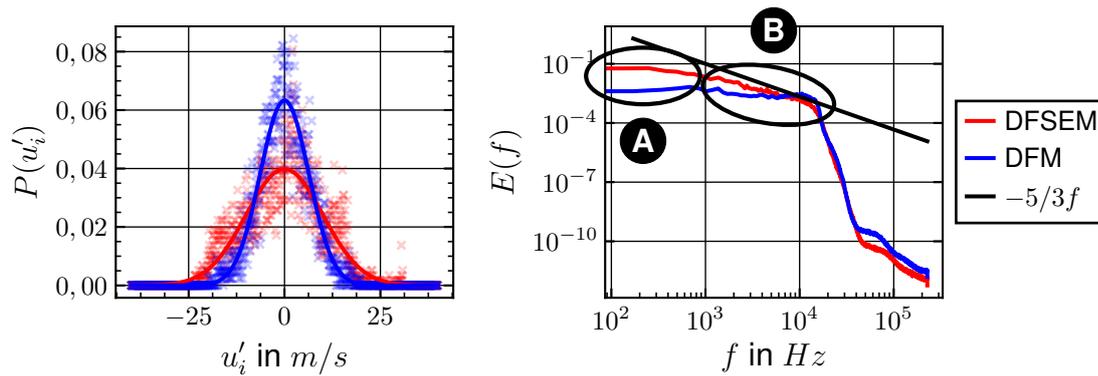


Abbildung 3.10: Gegenüberstellung der Methoden DFM und DFSEM für die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Fluktuationsgeschwindigkeiten (links) und Energiespektrum (rechts)

die synthetische Turbulenz entstehen nun lokal und zeitlich variierende Strömungsgeschwindigkeiten, die deutlich höher liegen, als die der Referenz-Simulation, woraus wiederum kleinere Zeitschrittweiten und somit auch eine erhöhte Rechenzeit resultiert. Ein Anteil der im Vergleich zur Referenz höheren Rechenzeit folgt somit nicht unmittelbar aus den Methoden selbst. Der Vergleich der relativen Rechenzeiten zeigt, dass die DFSEM gegenüber der Referenz 24% und die DFM 60% mehr Rechenzeit benötigt. Die DFM benötigt somit mehr Rechenzeit und somit auch Rechenressourcen als die DFSEM.

Tabelle 3.2: Gegenüberstellung der benötigten Rechenzeit für die Simulation ohne Zuströmerturbulenz (Ref), mit DFSEM und DFM

Methode	Ref	DFSEM	DFM
rel. Rechenzeit	100%	124%	160%

Zusammenfassend lässt sich für den Vergleich von DFM und DFSEM sagen, dass es möglich ist, mit beiden Methoden HIT als Zuströmung zu erzeugen, die DFSEM jedoch die qualitativ hochwertigere Turbulenz erzeugt, was die Ergebnisse von (Mankbadi et al. 2018) bestätigt. Die DFM besitzt zusätzlich eine deutlich größere Einlauflänge und einen signifikant höheren Rechenressourcenbedarf (ca. 30%) als die DFSEM. Insbesondere aufgrund des geringeren Rechenressourcenaufwandes der DFSEM gegenüber der DFM wurde für die Modellierung der synthetischen Zuströmerturbulenz die DFSEM gewählt.

4 Large Eddy Simulation

Der im Rahmen dieser Arbeit gewählte Modellierungsansatz lässt sich in zwei unterschiedliche Kategorien unterteilen:

- Modellierung des gesamten Berechnungsgebietes
- Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen

Die Beschreibung der Modellierung des Berechnungsgebietes erfolgt in diesem Kapitel, während die Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen selbst im nachfolgenden Kapitel eingeführt wird.

Für die Modellierung des gesamten Berechnungsgebietes wurde die Large Eddy Simulation (LES) verwendet. Die LES ist ein Simulationsverfahren der numerischen Strömungsmechanik zur Berechnung turbulenter Strömungen. Nachfolgend wird zunächst das zu lösende Gleichungssystem einer LES beschrieben, gefolgt von der Diskretisierung dieses Gleichungssystems. Danach werden die zur Lösung des Gleichungssystems notwendigen üblichen numerischen Randbedingungen erklärt und im Anschluss das Lösungsverfahren des Gleichungssystems selbst dargelegt. Weiterhin sei angemerkt, dass alle konstanten Simulationsparameter der Modellierung, wie z. B. konstante Stoffeigenschaften, für alle im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen identisch sind. Diese konstanten Parameter können dem Anhang B entnommen werden.

4.1 Grundlegendes Gleichungssystem

Alle die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen wurden mittels der Software-Bibliothek OpenFOAM durchgeführt. Diese Software-Bibliothek ist eine weit verbreitete frei zugängliche Bibliothek zur Simulation von Strömungen. Der wesentliche Vorteil dieses Software-Pakets ist die hohe Parallelisierbarkeit (8000 Prozessorkerne und mehr), sehr umfangreiche und flexible Datenerfassung der Simulationen, die entfallenen Lizenzgebühren und ein modularer, objektorientierter Aufbau. Letzteres vereinfacht es eigene Randbedingungen zu entwickeln, ohne den Aufwand einen komplett neuen Löser schreiben zu müssen. Zur besseren Übertragbarkeit und zum besseren Verständnis wird daher nachfolgend die in OpenFOAM verwendete Notation für alle Gleichungen verwendet.

4.1.1 Erhaltungsgleichungen

Alle aktuellen Simulationsverfahren der numerischen Strömungsmechanik, unter Annahme eines Kontinuums, basieren auf den Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie. Diese Erhaltungsgleichungen resultieren aus der Bilanzierung eines raumfesten, offenen und infinitesimal großen Volumenelements (VE) und sind aus Gründen der Übersichtlichkeit hier in differentieller Form dargestellt. Die Umformung in die integrale Form kann unmittelbar durch Anwendung des gaußschen Integralsatzes erfolgen. Für dieses VE ergeben sich die Erhaltungsgleichungen unter Anwendung der einsteinschen Summenkonvention für ein kartesisches Koordinatensystem wie folgt:

Masse	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0$	(4.1)
Impuls	$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i$	(4.2)
Energie	$\frac{\partial(\rho e_t)}{\partial t} + (\rho e_t + p) \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial(\tau_{ij} u_j)}{\partial x_i} + \rho f_i u_i + \frac{\partial(\dot{q}_i)}{\partial x_i}$	(4.3)

Hierbei beschreibt u_i die Komponente des Geschwindigkeitsfeldes in die jeweilige Raumrichtung x_i , e_t entspricht der Totalenergie, \dot{q}_i steht für den spez. Wärmefluss, τ_{ij} für den viskosen Spannungstensor und f_i für Volumenkräfte bzw. externe Kräfte.

Aus den Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie folgt ein Gleichungssystem bestehend aus fünf Gleichungen. Aus den Impulserhaltungsgleichungen folgen drei Gleichungen (für jede Raumrichtung eine) und für Masse- und Energieerhaltungssatz jeweils eine Gleichung. Dieses Gleichungssystem ist das grundlegende mathematische Modell zur Beschreibung von Strömungen.

4.1.2 Zustandsgleichungen

Das grundlegende Gleichungssystem aus den Erhaltungsgleichungen (4.1),(4.2) und (4.3) ist unter Annahme eines Kontinuums zwar exakt, jedoch unterbestimmt. Es werden daher zur Lösung dieses Gleichungssystems weitere mathematische Zusammenhänge benötigt. Diese nachfolgend erläuterten Zusammenhänge stellen zwar physikalische Vereinfachungen dar, die daraus folgenden Fehler sind jedoch vernachlässigbar. Der Vektor der Volumenkräfte bzw. externe Kräfte f_i wird normalerweise als gegeben vorausgesetzt. Über diesen Vektor wird z. B. der Einfluss der Gravitation berücksichtigt. Der Einfluss der Gravitation auf die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen ist als nicht relevant einzustufen, sodass der Vektor der Volumenkräfte vernachlässigt wird. Weiterhin wird davon ausgegangen, dass sowohl die Wärmeleitfähigkeit λ , als auch die spez. Wärmekapazität c_p konstante Stoffparameter sind.

Der spez. Wärmefluss lässt sich durch das Fouriersche Gesetz (Baptiste et al. 2009)

$$\dot{q}_i = \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (4.4)$$

4 Large Eddy Simulation

beschreiben. Das in dieser Arbeit behandelte Fluid ist das Gasgemisch Luft. Luft kann in guter Näherung als ideales Gas betrachtet werden, wodurch das ideale Gasgesetz gilt:

$$\rho = \frac{p}{R_L T} \quad , \quad (4.5)$$

mit der spezifischen Gaskonstante für Luft R_L . Die Totalenergie e_t ist gegeben durch

$$e_t = e + \frac{1}{2} u_i u_i \quad . \quad (4.6)$$

Die innere Energie e lässt sich wiederum durch Verwendung mehrere thermodynamischer Zusammenhänge beschreiben durch

$$e = c_p T - \frac{p}{\rho} \quad . \quad (4.7)$$

Wie im nachfolgenden Abschnitt gezeigt, beinhaltet die Definition des viskose Spannungstensors τ_{ij} unter anderem die dynamische Viskosität η . Die dynamische Viskosität η wird im Rahmen dieser Arbeit über die Sutherland-Formel (Sutherland 1893) bestimmt:

$$\eta = \frac{A_s \sqrt{T}}{1 + T_s/T} \quad , \quad (4.8)$$

mit den beiden Konstanten A_s und T_s . Die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit λ erfolgt aus der Definition der Prandtl-Zahl Pr :

$$Pr = \frac{\eta c_p}{\lambda} \quad . \quad (4.9)$$

Diese wiederum wird mit der modifizierten Gleichung von Eucken (Poling et al. 2000) berechnet:

$$Pr = \frac{\kappa}{\left(1.32 + \frac{1.77}{\frac{c_p}{R_L} - 1}\right)} \quad . \quad (4.10)$$

4.1.3 Navier-Stokes-Gleichungen

Eine weitere Vereinfachung des Gleichungssystems aus den Erhaltungsgleichungen resultiert aus der Tatsache, dass sich das Gasgemisch Luft näherungsweise als newtonsches Fluid verhält. Die Definition eines newtonsches Fluids geht auf Beobachtungen von Isaac Newton zurück, dass für die auftretenden Schubspannungen in den meisten Fluiden

$$\tau \propto \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.11)$$

gilt, mit der parallel zur Schubspannung τ ausgerichteten Geschwindigkeitskomponente u und der orthogonal hierzu ausgerichteten Koordinate y . Zusätzlich folgt durch die

4 Large Eddy Simulation

Annahme eines newtonschen Fluides sowohl die Symmetrie des viskosen Spannungstensor τ_{ij} , als auch die Isotropie des Fluides selbst (Herwig 2016). Unter Berücksichtigung der Hypothese von Stokes (Vernachlässigung der Volumenviskosität) folgt für den viskosen Spannungstensor eines newtonschen Fluides

$$\tau_{ij} = \eta \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right] . \quad (4.12)$$

Sobald τ in Gl. (4.2) durch Gl. (4.12) ersetzt wird, werden die resultierenden Impulserhaltungsgleichungen auch als Navier-Stokes-Gleichungen bezeichnet. Durch Nutzen des Ansatzes eines newtonschen Fluids und der im Abschnitt zuvor eingeführten mathematischen Zusammenhänge reduziert sich das Gleichungssystem der Erhaltungsgleichungen auf die fünf Unbekannten u_i , p und T , wodurch dieses nicht mehr unterbestimmt und somit lösbar ist.

4.1.4 Turbulenzmodellierung

Wie einleitend erwähnt, wäre, unter der Voraussetzung unbegrenzter Rechenressourcen, das Verfahren erster Wahl für die Simulation von turbulenten Strömungen die DNS, da dieses Verfahren bis auf die Diskretisierung keine Modellierungsfehler bzgl. der Turbulenz aufweist und somit die genauesten Ergebnisse liefert. Bei einer DNS müsste lediglich das zuvor eingeführte Gleichungssystem gelöst werden. Die DNS bleibt jedoch mittel- bis langfristig auf technisch relevante Strömungen nicht anwendbar, aufgrund der sehr hohen Rechenressourcenanforderungen. Daher wurde im Rahmen dieser Arbeit die LES verwendet.

Die Idee der LES basiert auf der Theorie, dass sich die Energieverteilung einer turbulenten Strömung anhand des Energiespektrums in zwei Bereiche einteilen lässt (Pope 2000):

1. **Energy-containing range:** Dieser Bereich beinhaltet die die Strömung prägenden großen und meist stark anisotropen Wirbel. Diese besitzen den größten Anteil der Energie und sind stark von der mittleren Strömung und den Randbedingungen abhängig. Der Verlauf, Beginn und Ende dieses Bereichs im Energiespektrum ist für jede turbulente Strömung unterschiedlich.
2. **Universal equilibrium range:** In diesem Bereich findet der kontinuierliche Zerfall der kleinen Wirbel entsprechend dem Kaskadenprozess statt. Die Wirbel in diesem Bereich besitzen universellen Charakter und sind isotrop. Die Richtungsinformation und die Kenntnisse über die Geometrie der größeren Skalen gehen beim Zerfall verloren.

Beim LES-Ansatz werden die Wirbelstrukturen (engl. large eddies) der Energy-containing range direkt aufgelöst. Die kleineren Wirbel (engl. subgrid-scales, kurz SGS) sind bedingt durch ihren isotropen und universellen Charakter prädestiniert für eine

4 Large Eddy Simulation

Modellierung. Umgesetzt wird dies, indem die Erhaltungsgleichungen in der Regel örtlich tiefpassgefiltert werden und sich die daraus ergebenden Zusatzterme durch ein sogenanntes Feinstrukturmodell abgebildet werden. Die Turbulenzmodellierung der LES lässt sich somit unterteilen danach

- wie die räumliche Filterung erfolgt und
- wie die durch die räumliche Filterung resultierenden Zusatzterme modelliert werden.

Filterung

Die Basis einer LES bilden die räumlich und zeitlich gefilterten Erhaltungsgleichungen. Insbesondere für die räumliche Filterung existieren mehrere Ansätze. Nachfolgend wird nur der im Rahmen dieser Arbeit verwendete Ansatz erläutert. Für weitere Ansätze sei z. B. auf Fröhlich (2006) verwiesen. Verwendet wurde eine rein räumliche Filterung mit einer Filterweite, die unmittelbar aus der räumlichen Diskretisierung folgt, was auch als implizite Filterung bezeichnet wird.

Die Separierung der Skalen in einer LES erfolgt durch einen Skalen-Hochpassfilter, der einem Tiefpassfilter im Frequenzbereich entspricht. Eine räumliche Filterung einer beliebigen Strömungsgröße ϕ lässt sich nach Leonard (1975) wie folgt definieren:

$$\phi^{GS}(x_i, t) = \int_V \phi(x_i - y_i, t) \mathcal{G}(y_i, \Delta) dy_i \quad (4.13)$$

Die resultierende Filtergröße ϕ^{GS} entspricht gerade den Werten der Grobstrukturen (GS), \mathcal{G} ist eine Filterfunktion und Δ die zugehörige Filterweite. Mathematisch entspricht diese räumliche Filterung somit einer Faltung (Garnier et al. 2009):

$$\phi^{GS} = \mathcal{G} \otimes \phi \quad . \quad (4.14)$$

Wie im nachfolgenden Abschnitt genauer erläutert wird, basiert die Diskretisierung der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen auf dem Finite-Volumen-Verfahren. Hierbei wird das Strömungsgebiet von Interesse in eine endliche (finite) Anzahl an kleineren Volumenelementen unterteilt. Dadurch können keine turbulenten Strukturen aufgelöst werden, die kleiner sind, als die lokalen Abmessungen dieser Volumenelemente. Die räumliche Diskretisierung entspricht einer räumlichen Mittelung über das Zellvolumen. Durch die Diskretisierung erfolgt also bereits implizit eine Filterung (Schumann 1975). Dieser Filter der räumlichen Diskretisierung entspricht einem Rechteck-Filter (auch Top-Hat-Filter genannt) (Mukha 2018):

$$\mathcal{G} = \begin{cases} 1/\Delta^3, & \text{für } x \in V \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.15)$$

Die Filterweite Δ ist unmittelbar abhängig von den lokalen Zellabmessungen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Filterweite

$$\Delta = V^{\frac{1}{3}} \quad (4.16)$$

4 Large Eddy Simulation

verwendet, hierbei entspricht V dem Volumen der lokalen Zelle. Das Koppeln der Filterung mit der räumlichen Diskretisierung ist weit verbreitet. Der wesentliche Vorteil hierbei ist, dass keine zusätzliche explizite Filterung erfolgen muss.

Durch die Filterung aus Gl. (4.13) folgt nun eine Aufteilung der Strömungsgröße ϕ in einen aufgelösten Grobstrukturteil ϕ^{GS} und einen nicht aufgelösten Feinstrukturteil ϕ^{FS} :

$$\phi = \phi^{GS} + \phi^{FS} \quad . \quad (4.17)$$

Aus der räumlichen Filterung der Navier-Stokes-Gleichungen resultiert ein zusätzlicher Spannungsterm, der auch als Feinstrukturspannungstensor bezeichnet wird und wie folgt definiert ist:

$$\tau_{ij,SGS} = \widehat{u_i u_j} - \widehat{u}_i \widehat{u}_j \quad (4.18)$$

Auf die vollständige Darstellung der räumlich gefilterten Erhaltungsgleichungen wird an dieser Stelle aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet; für diese sei auf (Vreman et al. 1995) verwiesen. Durch Anwendung des Zusammenhangs aus Gl. (4.17) auf Gl. (4.18) lässt sich der Tensor der Feinstrukturspannungen nach Ma et al. (2009) auch darstellen als

$$\underbrace{\widehat{u_i u_j} - \widehat{u}_i \widehat{u}_j}_{L_{ij}} + \underbrace{\widehat{u_i \tilde{u}_j} + \widehat{\tilde{u}_i u_j}}_{C_{ij}} + \underbrace{\widehat{\tilde{u}_i \tilde{u}_j}}_{R_{ij,FS}} \quad . \quad (4.19)$$

Hierbei steht L_{ij} für die Leonard-Spannungen, C_{ij} für die Kreuz-Spannungen und $R_{ij,FS}$ für die Feinstruktur-Reynolds-Spannungen. Während die Leonard-Spannungen lediglich Anteile der Grobstruktur aufweisen und somit direkt berechnet werden können, besitzen die beiden anderen Spannungen C_{ij} und R_{ij} Anteile der nicht aufgelösten Feinstrukturen und müssen entsprechend modelliert werden.

Feinstrukturmodellierung

In der LES müssen die Zusatzterme aus der räumlichen Mittelung der Erhaltungsgleichungen modelliert werden, da das Gleichungssystem erneut unterbestimmt ist. Prinzipiell wäre es möglich, die einzelnen Effekte der Feinstrukturspannungen nach der Zerlegung aus Gl. (4.19) zu modellieren. Dieser Ansatz hat sich jedoch nicht durchgesetzt, da sowohl Leonard- als auch Kreuzspannungen nicht invariant sind gegenüber Galilei-Transformationen (Speziale 1987). Die Feinstrukturspannungen werden also üblicherweise komplett modelliert.

Das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Feinstrukturmodell ist das Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity Modell (kurz WALE-Modell) von Nicoud und Ducros (1999). Das WALE-Modell basiert auf dem Wirbelviskositätsansatz, der den Feinstrukturspannungstensor $\tau_{ij,SGS}$ in Beziehung setzt zu dem Scherspannungstensor der aufgelösten großen Skalen \widehat{S}_{ij} und einer Wirbelviskosität ν_t :

$$\tau_{ij,SGS} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = 2\nu_t \widehat{S}_{ij} \quad . \quad (4.20)$$

4 Large Eddy Simulation

Der Scherspannungstensor der aufgelösten großen Skalen \widehat{S}_{ij} ist hierbei wie folgt definiert:

$$\widehat{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widehat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widehat{u}_j}{\partial x_i} \right) . \quad (4.21)$$

Da \widehat{S}_{ij} direkt aufgelöst wird, muss nach Gl. (4.20) lediglich die Wirbelviskosität modelliert werden, damit die Feinstrukturspannungen $\tau_{ij,SGS}$ definiert sind. In dem WALE-Modell ist diese Wirbelviskosität wie folgt definiert:

$$\nu_t = (C_w \Delta)^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{\frac{3}{2}}}{\left(\widehat{S}_{ij} \widehat{S}_{ij} \right)^{\frac{5}{2}} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{\frac{5}{4}}} . \quad (4.22)$$

Der Tensor S_{ij}^d entspricht hierbei dem spurlosen symmetrischen Anteil des Quadrats des Tensors der Geschwindigkeitsgradienten \widehat{g}_{ij} :

$$S_{ij}^d = \frac{1}{2} (\widehat{g}_{ik} \widehat{g}_{kj} + \widehat{g}_{jk} \widehat{g}_{ki}) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \widehat{g}_{kk}^2 \quad (4.23)$$

mit

$$\widehat{g}_{ij} = \frac{\partial \widehat{u}_i}{\partial x_j} . \quad (4.24)$$

Dieses Feinstrukturmodell zeichnet sich gegenüber anderen Modellen insbesondere dadurch aus, dass die Wirbelviskosität, ohne weitere Dämpfungsfunktion oder Anpassung der Modellkonstanten, zum Einen in Richtung Wand und zum Anderen beim Vorliegen reiner Scherung null wird. Dadurch ist das Modell in der Lage, auch transitionelle Effekte korrekt wiederzugeben (Lidtke et al. 2017). Wie bereits einleitend erwähnt, sind gerade diese transitionellen Effekte ausschlaggebend für die vorherrschenden Verluste in einer NDT, weshalb für alle im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen das WALE-Modell verwendet wurde. Die Modellkonstante C_w war hierbei für alle Simulationen identisch und kann der Tabelle B.1 entnommen werden.

Zusammenfassend entspricht das aus der räumlichen Filterung der Erhaltungsgleichungen resultierende und mittels Feinstrukturmodell geschlossene Gleichungssystem dem zugrunde liegenden Gleichungssystem einer LES.

4.2 Diskretisierung des Gleichungssystems

Die Lösung des zuvor eingeführten Gleichungssystems der LES stellt nun eine Lösung für eine turbulente Strömung dar. Dieses Gleichungssystem beinhaltet jedoch ausschließlich Differentialgleichungen und ist aufgrund deren Komplexität nicht ohne Weiteres analytisch lösbar. Zur Lösung des Gleichungssystems existieren daher mehrere numerische Verfahren. Das aktuell im Bereich der Strömungsmechanik am weitesten verbreitete Verfahren ist das Finite-Volumen-Verfahren.

4.2.1 Finite-Volumen-Verfahren

Die Idee des Finite-Volumen-Verfahrens (FVV) ist, das zu untersuchende Strömungsgebiet von Interesse zunächst in eine finite Anzahl an Volumina bzw. Zellen zu unterteilen. Für jede dieser Zellen wird dann das zuvor eingeführte Gleichungssystem angewandt. Durch die diskrete Approximation der Differentiale und Integrale der einzelnen Gleichungssysteme entstehen Abhängigkeiten der finiten Zellen untereinander, wodurch ein globales Gleichungssystem resultiert. Die Lösung dieses globalen Gleichungssystems stellt dann eine Näherungslösung für das zu untersuchende Strömungsproblem dar.

Der Übergang von dem allgemeinen Gleichungssystem der Erhaltungsgleichungen zu dem aus einer finiten Anzahl an Zellen resultierenden globalen Gleichungssystem wird auch als Diskretisierung bezeichnet und lässt sich nach Hirsch (2007) in zwei Schritte unterteilen:

- Diskretisierung des Strömungsgebietes, auch Netzerstellung genannt und
- Diskretisierung der Gleichungen.

Ersteres ist gerade der kritische Faktor für die erfolgreiche Anwendung einer LES. Die räumliche Auflösung des erstellten Netzes (und somit auch die Zellenanzahl) muss ausreichend hoch sein, sodass die großskaligen und stark anisotropen Wirbelstrukturen direkt aufgelöst werden und die modellierten Strukturen in der Universal equilibrium range liegen (Georgiadis et al. 2010). Die großskaligen Wirbelstrukturen sind jedoch gerade problemspezifisch. Aufgrund dessen wurde für jeden Testfall dieser Arbeit eine Netzstudie durchgeführt. Sowohl die zugehörigen Netzstudien als auch die verfolgte Strategie bei der Netzerstellung und Bewertung der Netzauflösung wird im Anhang H dargelegt.

Die Diskretisierung der Gleichungen wiederum lässt sich in die Approximation der räumlichen Integrale und Gradienten (räumliche Diskretisierung) und der zeitlichen Ableitungen (zeitliche Diskretisierung) unterteilen. Beides ist für alle im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen identisch und wird nachfolgend kurz erläutert.

4.2.2 Räumliche Diskretisierung

Die Basis der räumlichen Diskretisierung bei dem FVV sind die Erhaltungsgleichungen integriert über die einzelnen Kontrollvolumen bzw. Zellen. Nach Noll (1993) lassen sich die zu diskretisierenden Erhaltungsgleichungen in eine allgemeine Form überführen. Diese allgemeine Form in vektorieller Schreibweise entspricht für eine beliebige Erhaltungsgröße ϕ :

$$\underbrace{\int_V \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV}_{\text{lok. zeitl. Änderung}} + \underbrace{\int_V \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}\phi) dV}_{\text{Konvektion}} = \underbrace{\int_V \nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla \phi) dV}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{\int_V S_Q dV}_{\text{Quellterme}} \quad (4.25)$$

Hierbei steht Γ_ϕ für den zugehörigen Diffusionskoeffizienten der betrachteten Erhaltungsgröße. Zur Anpassung an diese allgemeine Form werden alle weiteren Terme,

4 Large Eddy Simulation

die nicht zur Konvektion und Diffusion gehören, im Quellterm S_Q zusammengefasst. Die Diskretisierung der lokalen zeitlichen Änderung wird im nachfolgenden Abschnitt gesondert betrachtet und daher zunächst vernachlässigt. Die Integrale über das Kontrollvolumen aus Gl. (4.25) können durch den Satz von Gauß

$$\int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \phi) dV = \int_A (\rho \phi) \mathbf{u} dA \quad (4.26)$$

in Oberflächenintegrale umgewandelt werden, woraus für den stationären Fall

$$\int_A \rho \phi (\mathbf{u} dA) = \int_A \Gamma_\phi (\nabla \phi dA) + \int_V S_Q dV \quad (4.27)$$

folgt. Die Approximation der Oberflächenintegrale über die Zelloberflächen f des Konvektionsterms erfolgt jetzt über die Mittelpunktsregel:

$$\int_A \rho \phi (\mathbf{u} dA) \approx \sum_f A_f \cdot (\rho \mathbf{u} \phi)_f \quad (4.28)$$

Gleiches gilt für die Oberflächenintegrale des Diffusionsterms

$$\int_A \Gamma_\phi (\nabla \phi dA) \approx \sum_f A_f \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi)_f \quad (4.29)$$

Im Diffusionsterm muss zusätzlich der Gradient approximiert werden. Dies erfolgt über den gaußschen Integralsatz:

$$(\nabla \phi)_P = \frac{1}{V} \sum_f (A_f \phi_f), \quad (4.30)$$

ebenfalls mit einer Genauigkeit zweiter Ordnung. Das Gleichungssystem der Erhaltungsgleichungen ist nun räumlich diskretisiert in Abhängigkeit von den Werten der jeweiligen Erhaltungsgröße auf den Zelloberflächen ϕ_f . In OpenFOAM werden die Zellgrößen jedoch im Zellmittelpunkt P gespeichert. Es muss daher ein Zusammenhang hergestellt werden zwischen ϕ_f und den Werten im Zellmittelpunkt ϕ_P . Dies erfolgt in Abhängigkeit der Zellmittelpunktwerte benachbarter Zellen ϕ_N . Im Rahmen dieser Arbeit wurde hierfür das sogenannte Linear-Upwind Stabilised Transport Schema (LUST-Schema) verwendet, was für ein äquidistantes Gitter wie folgt definiert ist:

$$\phi_f = \frac{3}{4} \underbrace{\left[\frac{1}{2} (\phi_P + \phi_N) \right]}_{\text{zentraler Differenzenquotient}} + \frac{1}{4} \underbrace{\left[\phi_P + \frac{1}{2} (\phi_P - \phi_N) \right]}_{\text{LUD-Verfahren}} \quad (4.31)$$

Dieses Schema stellt eine Kombination von 75% zentralem Differenzenquotienten und 25% Linear-Upwind-Differenzen-Verfahren (LUD-Verfahren) (Peric 1985) dar. Der Wert welcher Nachbarszelle ϕ_N verwendet wird, ist beim LUD-Verfahren abhängig von der Flussrichtung, wie beim allgemeinen Upwind-Verfahren. Bei einem Verfahren, was rein auf einem zentralen Differenzenquotienten basiert, kann es zu Oszillationen der Lösung kommen. Durch den 25% Anteil des LUD-Verfahrens können diese typischen Oszillationen reduziert oder sogar vollständig unterbunden werden.

4.2.3 Zeitliche Diskretisierung

Neben räumlichen Differentialen und Integralen beinhaltet das zu lösende Gleichungssystem ebenfalls auch partielle Ableitungen nach der Zeit $\frac{\partial}{\partial t}$. Diese müssen ebenfalls durch eine Diskretisierung approximiert werden. Eine Diskretisierung in der Zeit stellt wie bei der räumlichen Diskretisierung eine Berechnung des Verlaufs einer beliebigen Größe ϕ nur an diskreten Stützstellen in der Zeit dar.

Das Gleichungssystem der Erhaltungsgleichungen lässt sich nach Hirsch (2007) umformen auf eine gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung:

$$\frac{\mathbf{H}}{dt} = R(\mathbf{H}) \quad (4.32)$$

mit

$$\mathbf{H} = [\rho, u_1, u_2, u_3, \rho e] \quad (4.33)$$

Hierbei repräsentiert der Operator R die räumliche Diskretisierung. Die Grundidee der zeitlichen Diskretisierung ist jetzt eine Integration der Gl. (4.32) über ein Zeitintervall $\Delta t = t_{n+1} - t_n$:

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{\mathbf{H}}{dt} dt = \mathbf{H}^{n+1} - \mathbf{H}^n = \int_{t_n}^{t_{n+1}} R(t, \mathbf{H}(t)) dt \quad (4.34)$$

Um nun eine Lösung zum neuen Zeitpunkt \mathbf{H}^{n+1} zu erhalten, muss das Integral aus Gl. (4.34) durch eine numerische Quadraturformel approximiert werden (Ferziger und Peric 2008). In Rahmen dieser Arbeit wurde hierfür

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} R(t, \mathbf{H}(t)) dt \approx \frac{\Delta t}{2} (3R^{n+1} - 4R^n + R^{n-1}) \quad (4.35)$$

verwendet. Durch Einsetzen der Gl. (4.35) in Gl. (4.34) und Umstellen nach \mathbf{H}^{n+1} folgt

$$\mathbf{H}^{n+1} = \mathbf{H}^n + \frac{\Delta t}{2} (3R^{n+1} - 4R^n + R^{n-1}) \quad (4.36)$$

Dieses Verfahren wird auch Three-Point-Backward-Verfahren genannt und besitzt eine Genauigkeit zweiter Ordnung. Durch den Term R^{n+1} auf der rechten Seite der Gl. (4.36) liegt ein implizites Verfahren vor, woraus bedingungslose Stabilität folgt.

Das zugrunde liegende Gleichungssystem ist nun vollständig mit einer Genauigkeit zweiter Ordnung für das innenliegende Berechnungsgebiet diskretisiert. Zum Lösen des Gleichungssystems werden jedoch zusätzlich Werte auf dem Rand des Berechnungsgebietes, auch Randbedingungen genannt, benötigt.

4.3 Numerische Randbedingungen

Im Rahmen dieser Arbeit wird zwischen numerischen und physikalischen Randbedingungen unterschieden. Während physikalische Randbedingungen z. B. einen technischen Prozess definieren, sind numerische Randbedingungen dazu da, diese physikalischen Randbedingungen in der Simulation zu modellieren. Nachfolgend werden

4 Large Eddy Simulation

zunächst nur die üblichen und im Rahmen dieser Arbeit verwendeten numerischen Randbedingungen erläutert. Die detaillierte Beschreibung der im Rahmen dieser Arbeit selbst entwickelten numerischen Randbedingung folgt im nachfolgenden Kapitel. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die nachfolgenden vier gängigen Arten von Randbedingungen verwendet (Noll 1993, Ferziger und Perić 2002):

- **Dirichlet-Randbedingung:** Bei der Dirichlet-Randbedingung wird die betrachtete Größe (wie z. B. Temperatur oder Druck) der zugehörigen Berechnungsgebietgrenze direkt vorgegeben. Im Rahmen dieser Arbeit wird bis auf die Geschwindigkeit an Wänden keine reine Dirichlet-Randbedingung vorgegeben, sondern eine im nachfolgenden Kapitel ausführlicher beschriebene wellendurchlässige Randbedingung. Diese beinhaltet unter anderem eine Überblendung zwischen Dirichlet- und Neumann-Randbedingung.
- **Neumann-Randbedingung:** Bei der Neumann-Randbedingung werden nicht wie bei der Dirichlet-Randbedingung direkt Werte der gesuchten Feldgrößen vorgegeben, sondern Gradienten dieser in eine bestimmte Raumrichtung, üblicherweise in Normalenrichtung. In dieser Arbeit wurde dieser Gradient zu null gesetzt, wenn die Neumann-Randbedingung verwendet wurde.
- **Adiabate Wände:** Alle Berechnungsgebietgrenzen, die Wänden entsprechen, wurden im Rahmen dieser Arbeit als adiabat angenommen. Bei adiabaten Wänden entsprechen die Randbedingungen aller zur Bestimmtheit notwendigen Größen, bis auf die Geschwindigkeit, einer Neumann-Randbedingung. Die Geschwindigkeit wird an der Wand direkt vorgegeben und entspricht somit einer Dirichlet-Randbedingung. Für nicht-bewegte Wände wird hierbei die Geschwindigkeit an der Wand zu null gesetzt (Haftbedingung) und für Wände im bewegten Bereich entspricht die Geschwindigkeit an der Wand U_{wake} .
- **Periodische Ränder:** Um Rechenzeit einzusparen, ist es im Bereich der Turbomaschinen üblich, nur eine Schaufel zu diskretisieren und dann in den Simulationen an den Teilungsübergängen periodische Randbedingungen vorzugeben. Für eine NDTK ist dieser Ansatz gerechtfertigt unter der Annahme, dass im zeitlichen Mittel eine homogene Zuströmung vorliegt und im Fall eintretender Nachläufe zusätzlich die Teilung der eintretenden Nachläufe ein Vielfaches des untersuchten Gitters ist. Zusätzlich dürfen die räumlichen Abmessungen der turbulenten Schwankungen im Eintritt nicht größer sein als die Teilung des Gitters bzw. der eintretenden Nachläufe. Für eine reale Turbomaschine ist dieser Ansatz hingegen nur uneingeschränkt anwendbar, wenn ausschließlich eine stationäre Strömung untersucht werden soll. Bei Betrachtung einer instationären Strömung lässt sich dieser Ansatz hingegen nicht ohne Weiteres anwenden. Aus Gründen der Auswuchtung haben die Laufräder einer Turbomaschine normalerweise eine gerade und die Leiträder eine ungerade Schaufelanzahl. Zusätzlich variieren die Schaufelanzahlen von Stufe zu Stufe, um die Anregung von Schaufelschwingungen zu verhindern (Wilson und Korakianitis 1998). Dadurch sind die auftretenden Teilungen einer Turbomaschine im Normalfall keine Vielfachen voneinander und

die Verwendung von periodischen Rändern an den Teilungsübergängen ist somit nicht möglich. Teilweise wurden in den Simulationen dieser Arbeit auch zusätzlich in Spannweiten-Richtung periodische Randbedingungen vorgegeben. Durch Vorgabe periodischer Ränder sind die beiden betrachteten gegenüberliegenden Berandungen direkt miteinander gekoppelt, sodass alle Feldgrößen identisch sind. Verlässt z. B. ein Wirbel das Berechnungsgebiet durch einen periodischen Rand, tritt er durch den gegenüberliegenden periodischen Rand wieder in das Berechnungsgebiet ein.

4.4 Lösung des Gleichungssystems

Das Gleichungssystem der Erhaltungsgleichungen des LES-Ansatzes ist durch die Diskretisierung und in Kombination der Anfangswerte und Randbedingungen eindeutig definiert und dessen Lösung stellt eine Approximation der vorherrschenden realen Strömung dar. Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen wurde zur Lösung der Gleichungssysteme der Pressure-Implicit-Split-Operator-Algorithmus (kurz PISO-Algorithmus) von Issa (1986) verwendet.

Das Lösen des diskretisierten Gleichungssystems ist durch die Tatsache erschwert, dass keine unabhängige Gleichung für den Druck vorliegt. Eine Möglichkeit zur Lösung dieses Problems ist, im inkompressiblen Fall den Druck und im kompressiblen Fall die Dichte entsprechend anzupassen, sodass die Massenerhaltung erfüllt ist. Der verwendete PISO-Algorithmus basiert ebenfalls auf dieser Dichte-Geschwindigkeits-Kopplung und lässt sich in die nachfolgenden Schritte unterteilen:

Schritt 1: Prädiktor-Schritt der Impulsgleichung

In einem ersten Schritt wird die Impulserhaltungsgleichung implizit gelöst unter Verwendung des Drucks p^n , der Dichte ρ^n und Geschwindigkeit u_i^n des aktuellen Zeitschritts:

$$\frac{1}{\Delta t} - \frac{A_0}{\rho^n} \rho^n u_i^* = H'(u_i^*) - \Delta_i p^n + S_i + \frac{\rho^n u_i^n}{\Delta t} \quad (4.37)$$

mit

$$H'(u_i) = H(u_i) - A_0 u_i \quad (4.38)$$

und

$$H(u_i) = A_m u_{i,m} \quad (4.39)$$

Hierbei steht der Operator H für die diskretisierten konvektiven und diffusiven Flüsse der Impulsgleichung, Δ_i für die diskretisierte Form von $\partial/\partial x$, Δt für ein Zeitintervall und A_0 für den Zentralkoeffizienten aus Gl.(4.39). Für eine detaillierte Beschreibung sei auf (Issa 1986) verwiesen. Durch Lösen der Gl.(4.37) folgt nun das Geschwindigkeitsfeld u_i^* .

Schritt 2: Erster Korrektur-Schritt der Impulsgleichung

4 Large Eddy Simulation

Unter Berücksichtigung der diskretisierten Massenerhaltungsgleichung und der idealen Gasgleichung wird in einem zweiten Schritt durch implizites Lösen der Gleichung

$$\left[\Delta_i \left(\left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{A_0}{\rho^n} \right]^{-1} \Delta_i \right) - \frac{1/R_L T^n}{\Delta t} \right] (p^* - p^n) = \Delta_i (\rho^n u_i^*) \quad (4.40)$$

ein korrigierter Druck p^* bestimmt. Mit diesem Druck lässt sich wiederum durch die ideale Gasgleichung eine korrigierte Dichte

$$\rho^* = \frac{p^*}{R_L T^n} \quad (4.41)$$

und Geschwindigkeit

$$u_i^{**} = \left[- \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{A_0}{\rho^n} \right)^{-1} \Delta_i (p^* - p^n) + \rho^n u_i^* \right] \frac{1}{\rho^*} \quad (4.42)$$

bestimmen.

Schritt 3: Prädiktor-Schritt der Energiegleichung

In einem weiteren Schritt wird die Energiegleichung

$$\left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{B_0}{\rho^*} \right) \rho^* e^* = G'(e^*) - \Delta_i (p^* u_i^{**}) + J(u_i^{**}) + \frac{\rho^n e^n}{\Delta t} \quad (4.43)$$

mit dem Operator der diskretisierten konvektiven und diffusiven Flüsse der Energiegleichung

$$G(e) = B_m e_m \quad (4.44)$$

und

$$G'(e) = G(e) - B_0 e \quad (4.45)$$

implizit gelöst, wodurch die Totalenergie e^* und aus der Definition dieser in Kombination mit der Geschwindigkeit u_i^{**} ebenfalls eine korrigierte Temperatur T^* folgt. Hierbei steht J für die durch die vorherrschende Spannung verrichtete Arbeit.

Schritt 4: Zweiter Korrektur-Schritt der Impulsgleichung

In einem letzten Schritt folgt eine erneute Druckkorrektur

$$\begin{aligned} & \left[\Delta_i \left(\left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{A_0}{\rho^*} \right]^{-1} \Delta_i \right) - \frac{1/R_L T^*}{\Delta t} \right] (p^{**} - p^*) = \\ & \Delta_i \left[\left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{A_0}{\rho^*} \right)^{-1} \left(H'(u_i^{**} - u_i^*) - A_0 \left(\frac{\rho^* - \rho^n}{\rho^n} \right) u_i^{**} \right) \right] \\ & + \frac{p^*}{\Delta t} \left[\frac{1}{R_L T^*} - \frac{1}{R_L T^n} \right] \end{aligned} \quad (4.46)$$

4 Large Eddy Simulation

aus deren impliziter Lösung unmittelbar der finale Druck p^{**} resultiert und analog zum ersten Korrektur-Schritt eine erneut korrigierte Geschwindigkeit

$$= \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{A_0}{\rho^*} \right)^{-1} \left[H'(u_i^{**} - u_i^*) - \Delta_i(p^{**} - p^*) - A_0 \left(\frac{\rho^* - \rho^n}{\rho^n} \right) u_i^{**} \right] \quad (4.47)$$

und Dichte

$$\rho^{**} = \frac{p^{**}}{R_L T^*} \quad (4.48)$$

bestimmbar sind. Die Größen p^{**} , ρ^{**} , T^* und u_i^{**} stellen nun eine Lösung des Strömungsproblems zu einem neuen Zeitschritt $n + 1$ dar. Hierbei muss erwähnt werden, dass zur eigentlichen Lösung der linearen Gleichungssysteme aus Gl. (4.37), (4.40), (4.43) und (4.46) verschiedene Löser zum Einsatz kommen (siehe Tab. B.3). Es handelt sich jedoch um in der Numerik allgemein gängig verwendete Löser, weshalb nicht genauer auf diese eingegangen wird.

5 Modellierungsansatz realitätsnaher Randbedingungen der Niederdruckturbinen

Die in der Modellierung zu berücksichtigenden Randbedingungen von Niederdruckturbinen sind nach Absch. 2.1 die stromfadentheoretischen Randbedingungen, Freistromturbulenz und eintretende Nachläufe. In den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen werden folgende integrale und zeitlich konstante Größen direkt als Randbedingungen vorgegeben: Ein Strömungsgeschwindigkeitsvektor am Eintritt $u_{i,\text{ein}}$, eine statische Temperatur T_{ein} am Eintritt und ein statischer Druck am Austritt p_{aus} . Durch diese vorgegebenen Werte sind die stromfadentheoretischen Randbedingungen eindeutig definiert. Die Wiedergabe der Freistromturbulenz und der eintretenden Nachläufe erfolgt ausschließlich durch die Modellierung des Geschwindigkeitsfeldes am Eintritt:

$$u_i^{n+1} = \overbrace{\left(2u_i^n - \frac{1}{2}u_i^{n-1} + k u_{i,\text{ein}}\right)}^{\textcircled{1}} \frac{1}{\frac{3}{2} + k} + \frac{1}{vF} \left(\underbrace{u_i'}_{\textcircled{2}} \cdot \overbrace{BF}_{\textcircled{3}} + \underbrace{\Delta u_{i,\text{IN}}}_{\textcircled{4}} + \overbrace{\Delta u_{i,\text{PA}}}_{\textcircled{5}} \right) \quad (5.1)$$

Die Modellierung aus Gl. (5.1) berücksichtigt wiederum verschiedene Teilmodellierungen, die notwendig sind, um Freistromturbulenz und Nachläufe korrekt wiedergeben zu können. Mit **1** wird eine Wellendurchlässigkeit des Eintritts gewährleistet. Das Geschwindigkeitsfeld **2** repräsentiert wiederum die synthetischen Geschwindigkeitsschwankungen zur Wiedergabe der Turbulenz auf Basis der DFSEM und **3** ermöglicht eine Reduzierung dieser synthetischen Turbulenz in Nähe der Kanalwände. Mit **4** wird das lokal periodisch variierende Impulsdefizit eintretender Nachläufe berücksichtigt. Die Teilmodellierung **5** ermöglicht das Potenzialfeld stromauf befindlicher Schaufeln aufzuprägen. Die Teilmodellierungen werden nachfolgend detaillierter beschrieben. In Anlehnung an die C-DFSEM (C für compressible, engl. für kompressibel) von Müller-Schindewolffs und Herbst (2018) wird die Modellierung aus Gl. (5.1) nachfolgend als W-DFSEM (Wakes and Compressible Divergence-Free Synthetic Eddy Method, Wakes engl. für Nachläufe) bezeichnet.

5.1 Wellendurchlässigkeit

Nach Wu (2017) ist eine wesentliche Herausforderung für die Erzeugung turbulenter Zuströmbedingungen in skalenauflösenden Simulationen die Kopplung der Methoden zur Erzeugung dieser turbulenten Zuströmbedingungen mit reflektionsfreien Eintritts- und Austrittsrandbedingungen. Nicht reflektierende Randbedingungen sind zwingend notwendig für die Simulation kompressibler Strömungen ($Ma > 0,3$), wie sie in NDT üblich sind. Ohne nicht reflektierende Randbedingungen würden akustische Störungen und Druckwellen am Ein- und Austritt des Berechnungsgebiets dauerhaft reflektiert werden. Diese unphysikalischen Reflexionen verfälschen die Ergebnisse und können dazu führen, dass die Simulation instabil wird. Die für die Modellierung verwendete wellendurchlässige Randbedingung basiert auf den Arbeiten von Poinsot und Lele (1992). Sei Φ_n ein beliebiges Skalar- oder Vektorfeld der Ein- bzw. Austrittsrandbedingung einer Simulation, lässt sich nach Poinsot und Lele (1992) nahezu vollständige Wellendurchlässigkeit dieses Feldes erreichen durch:

$$\Phi_{n+1} = \left(2\Phi_n - \frac{1}{2}\Phi_{n-1} + k\Phi_\infty \right) \frac{1}{\frac{3}{2} + k} \quad (5.2)$$

Der aktuelle Wert der Randbedingung zum Zeitpunkt $n + 1$ ist somit sowohl abhängig von den Randbedingungswerten der zwei vorherigen Zeitschritte Φ_n und Φ_{n-1} (zeitliche Diskretisierung zweiter Ordnung), als auch von Φ_∞ und k . Hierbei steht Φ_∞ für den vorgegebenen und einzuhaltenden Wert der Randbedingung (wie z. B. dem Austrittsdruck p_{aus}). Ein direktes Vorgeben von Φ_∞ , wie bei einer reinen Dirichlet-Randbedingung, ist nicht möglich, da somit auch keine Wellen über die Randbedingung das Berechnungsgebiet verlassen könnten. Der Randbedingungswert schwankt daher um den Wert Φ_∞ in Abhängigkeit vom Faktor k , der wie folgt definiert ist:

$$k = \frac{w_s \Delta t}{l_\infty} \quad (5.3)$$

Die Größe w_s entspricht hierbei der Geschwindigkeit der Strukturen, die die Domain durch die betrachtete Randbedingungsfläche verlassen

$$w_s = \max(\vec{u} \cdot \vec{n} + a, 0) \quad (5.4)$$

gebildet mit der Geschwindigkeitskomponente in Normalenrichtung $\vec{u} \cdot \vec{n}$ und der Schallgeschwindigkeit a . Für die das Berechnungsgebiet verlassende Strukturen gilt somit $w_s > 0$. Der Grad an Reflexion der Randbedingung lässt sich über die charakteristische Relaxationslänge l_∞ einstellen. Für größere Werte von l_∞ agiert die Randbedingung als eine Neumann-Randbedingung und ist stark nicht-reflektierend, jedoch treten große Abweichungen vom angestrebten Wert Φ_∞ auf. Für kleinere Werte von l_∞ liegt eine Dirichlet-Randbedingung vor und die Randbedingung ist reflektierend. Die Größe l_∞ muss testfallspezifisch gewählt werden, sodass die Eigenschaft der Wellendurchlässigkeit ausreichend gewährleistet ist, die tatsächlich vorliegenden Werte aber nicht zu stark vom angestrebten Wert Φ_∞ abweichen. Zusätzlich zur Relaxation von Φ_∞ durch

5 Modellierungsansatz realitätsnaher Randbedingungen der Niederdruckturbinen

Gl. (5.2) wechselt die Funktionsweise der Randbedingung von einer Dirichlet- zu einer Neumann-Randbedingung, in Abhängigkeit von einem Überblendungs-Faktor

$$vF = \frac{\frac{3}{2} + k}{\frac{3}{2} + w_s \Delta t \Delta_i + k} \quad , \quad (5.5)$$

wobei Δ_i der lokalen Zellabmessung entspricht. Bei $vF = 0$ liegt eine reine Neumann-Randbedingung und bei $vF = 1$ eine reine Dirichlet-Randbedingung vor. Erreicht eine austretende Welle die Fläche der betrachteten Randbedingung, wird der Randbedingungswert entsprechend Gl. (5.2) bestimmt und die Randbedingung schaltet um auf eine Neumann-Randbedingung. Hat die Welle die Domain verlassen, fungiert die Randbedingung als Dirichlet-Randbedingung und der Randbedingungswert wird auf den beabsichtigten Wert Φ_∞ gesetzt. Diese auf den Arbeiten von Poinot und Lele (1992) basierende wellendurchlässige Randbedingung zerlegt somit die Strömung in charakteristische eindimensionale Wellen in Normalenrichtung, was eine numerische Kontrolle, ob eine Welle ein- oder austritt, ermöglicht. Diese Art der Randbedingungen, die die Strömung auf ein lokal eindimensionales nicht viskoses Problem reduzieren, werden nach Motheau et al. (2017) auch als charakteristische Navier-Stokes-Randbedingungen bezeichnet. Bedingt durch die Eindimensionalität können durch diese Randbedingungen nur Wellen in Normalenrichtung zuverlässig unterbunden werden. Zusätzlich muss erwähnt werden, dass diese Arten von Randbedingungen nicht vollständig reflexionsfrei sind, sondern den Grad an Reflexionen auf ein vernachlässigbares Maß reduzieren. Wie später im Kap. 6 gezeigt, ist dies für die zuvor vorgestellte Randbedingung stark von l_∞ abhängig. Für weitere Details sei hierbei auf die Arbeiten von Poinot und Lele (1992) verwiesen.

Für alle die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen wurde am Austritt die wellendurchlässige Randbedingung nach Gl. (5.2) vorgegeben, ebenso für die Temperatur am Eintritt. Für die Geschwindigkeit am Eintritt müssen die anderen Teilmodellierungen berücksichtigt werden. Dies erfolgt durch eine Kopplung der Gl. (5.2) mit den Teilmodellierungen. Die Kopplung basiert auf der Arbeit von Müller-Schindewolffs und Herbst (2018). Von Müller-Schindewolffs und Herbst (2018) wurde die wellendurchlässige Randbedingung nach Gl. (5.2) gekoppelt mit der DFSEM zur C-DFSEM:

$$u_i^{n+1} = \left(2u_i^n - \frac{1}{2}u_i^{n-1} + k u_{i,\infty} \right) \frac{1}{\frac{3}{2} + k} + \frac{1}{vF} u_i' \quad . \quad (5.6)$$

Der Unterschied zu der Implementierung von Müller-Schindewolffs und Herbst (2018) ist, dass für $u_{i,\infty}$ nicht ausschließlich $u_{i,\text{ein}}$ angenommen wurde, sondern zusätzlich die Veränderungen des Geschwindigkeitsfeldes durch die anderen Teilmodellierungen (inkl. der synthetisch erzeugten Turbulenz) berücksichtigt wurden:

$$u_{i,\infty} = u_{i,\text{ein}} + u_i' BF + \Delta u_{i,\text{IN}} + \Delta u_{i,\text{PA}} \quad . \quad (5.7)$$

Durch diese Anpassungen ist sichergestellt, dass beim Umschalten der Randbedingungen in den Dirichlet-Modus entsprechend auch der gewünschte Wert eingehalten wird inkl. von z. B. $\Delta u_{i,\text{IN}}$. Ohne diese Anpassung würde die Randbedingung sonst im Dirichlet-Modus den Wert ausschließlich auf $u_{i,\text{ein}}$ setzen und somit z. B. auch das Geschwindigkeitsdefizit der eintretenden Nachläufe $\Delta u_{i,\text{IN}}$ abmindern.

5.2 Freistromturbulenz

Wie bereits einleitend erwähnt wird zur Modellierung der Freistromturbulenz bzw. der Erzeugung synthetischer Turbulenz die DFSEM von Poletto et al. (2013) genutzt, jedoch in abgewandelter Form. So wurde die DFSEM von Müller-Schindewolffs und Herbst (2018) um die Funktionalität erweitert, auch periodische Randbedingungen zu berücksichtigen. Wie in Kap. 3 gezeigt, ist es für die Erzeugung physikalisch sinnvoller Turbulenz zwingend notwendig, dass die lokalen Geschwindigkeitssignale miteinander korreliert sind. Ohne weitere Modifikationen wären jedoch die von der DFSEM erzeugten Fluktuationen an den jeweils gegenüberliegenden periodischen Rändern unkorreliert.

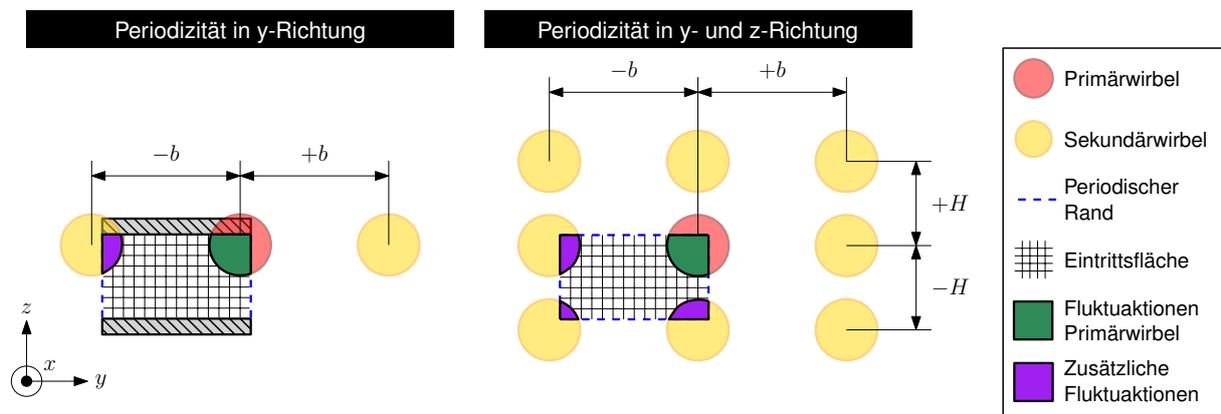


Abbildung 5.1: Berücksichtigung periodischer Ränder mittels Sekundärwirbel der C-DFSEM von Müller-Schindewolffs und Herbst (2018)

Müller-Schindewolffs und Herbst (2018) konnten dies umgehen, indem sie für jeden von der eigentlichen DFSEM erzeugten Primärwirbel zusätzliche Wirbel mit identischen Eigenschaften generierten. Diese zusätzlichen Wirbel werden dann in Abhängigkeit von der Anzahl an periodischen Rändern und deren Abstand relativ zum Primärwirbel positioniert. Liegt z. B. ausschließlich Periodizität in Umfangsrichtung (hier die y -Richtung) vor, werden, wie in Abb. 5.1 links grafisch dargestellt, zwei zusätzliche Wirbel erzeugt, die jeweils um den Abstand der Teilung b in negativer und positiver Richtung positioniert werden. Bei einer weiteren Periodizität (z. B. in Spannweiten-Richtung z) werden zusätzlich zu den Wirbeln in die eigentliche Richtung der Periodizität auch weitere Wirbel diagonal positioniert (siehe Abb. 5.1 rechts), um auch einen stetigen Übergang der synthetischen Fluktuationen an den Ecken zu ermöglichen. Dieser Ansatz zur Berücksichtigung periodischer Ränder von Müller-Schindewolffs und Herbst (2018) wurde in der vorliegenden Modellierung übernommen.

Wie bereits im Abschnitt 3.2.5 beschrieben, besitzt die DFSEM die Konstanten C_1 und C_2 . Um diese zu eliminieren, wurde im Rahmen dieser Arbeit die von Shur et al. (2018) vorgestellte Verbesserung implementiert. Hierfür muss die Formfunktion der Wirbel aus

5 Modellierungsansatz realitätsnaher Randbedingungen der Niederdruckturbinen

Gl. (3.13) entdimensioniert werden:

$$q_i = \begin{cases} \frac{\sigma^{(i)}}{\sum_{k=1}^3 \sigma_k/3} [1 - r_j^k r_j^k] & \text{falls } r_j^k r_j^k < 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.8)$$

Weiterhin müssen die Wirbelintensitäten aus Gl. (3.16) wie folgt umdefiniert werden:

$$\alpha_{(i)}^2 = 4 \frac{\lambda_j}{\langle q_i^2 \rangle} - 2 \frac{\lambda_{(i)}}{\langle q_{(i)}^2 \rangle} \quad (5.9)$$

Hierbei beschreibt $\langle q_{(i)}^2 \rangle$ den gleitenden Mittelwert der Formfunktion aller Wirbel mit dem gleichen Längenmaßverhältnis Γ . Als gleitender Mittelwert wurde folgende Berechnungsvorschrift gewählt:

$$\langle q_{(i),n+1}^2 \rangle = (1 - \alpha_{GM}) \langle q_{(i),n}^2 \rangle + \alpha_{GM} \frac{1}{A_\Omega} \int_\Omega q_{(i),n}^2 dA_\Omega \quad (5.10)$$

mit $\alpha_{GM} = \Delta t/t$. Die Umdefinition der Formfunktion und Wirbelintensitäten in Kombination mit dem gleitenden Mittelwert nach Gl. (5.10) ermöglicht die Eliminierung der Konstanten C_1 und C_2 .

Zusätzlich wurde eine Skalierung der Wirbelfluktuationen zur Einhaltung des Massenstroms implementiert:

$$u'_{kor} = u'_i \frac{\dot{m}_{soll}}{\dot{m}_{ist}} \quad (5.11)$$

mit

$$\dot{m}_{soll} = \frac{1}{A_\Omega} \int_\Omega (u_{i,ein} + \Delta u_{i,IN} + \Delta u_{i,PA}) \mathbf{n} dA_\Omega \quad (5.12)$$

und

$$\dot{m}_{ist} = \dot{m}_{soll} + \int_\Omega u'_i \mathbf{n} dA_\Omega \quad (5.13)$$

5.3 Bewegte Nachläufe

Die Idee der nachfolgend beschriebenen Teilmodellierung ist, die Möglichkeit der DF-SEM zu nutzen, mittels synthetischer Wirbel, deren Fluktuationen nach Gl. (3.12) definiert sind, ein beliebig vorgegebenes Reynolds-Spannungsfeld \mathbf{R}_{ein} zu erzeugen, um direkt am Eintritt einer SRS turbulente periodisch eintretende Nachläufe aufzuprägen, ohne zusätzliche Geometrie und deren Vernetzung. Hierfür muss die Modellierung die charakteristischen Eigenschaften periodisch eintretender Nachläufe, grafisch dargestellt in Abb. 5.2, wiedergeben können:

- Impulsdefizit,
- lokale erhöhte Turbulenz und
- translatorisch periodische Bewegung der Nachläufe in Umfangsrichtung.

5 Modellierungsansatz realitätsnaher Randbedingungen der Niederdruckturbinen

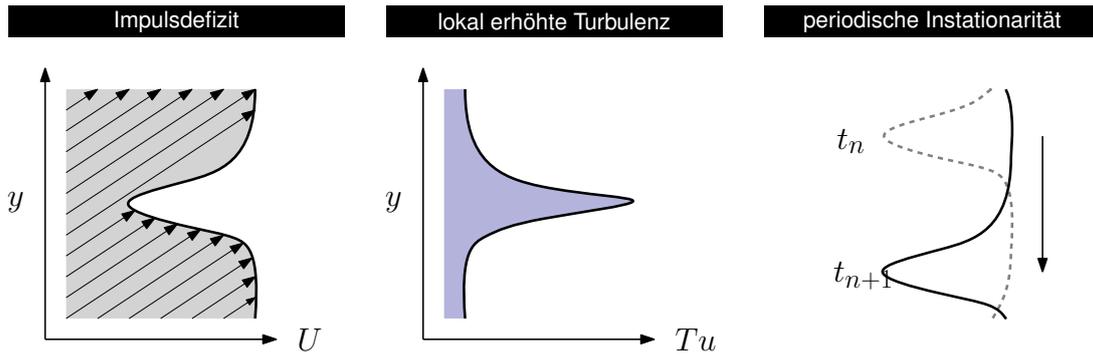


Abbildung 5.2: Physikalische Eigenschaften eintretender Nachläufe

In der vorliegenden Modellierung wird unter anderem als Randbedingung am Eintritt die Geschwindigkeit vorgegeben. Die Vorgabe des Impulsdefizits der eintretenden Nachläufe erfolgt daher ebenfalls über die Geschwindigkeit bzw. über die Vorgabe eines Geschwindigkeitsdefizits mittels einer analytischen Funktion. Für die Vorgabe des Geschwindigkeitsdefizits eines Nachlaufs werden unter anderem Sinus-Kurven (Giles 1988), Gaußfunktionen (Giles 1991) oder Polynome (Hodson 1985) verwendet. Nach Pfeil und Eifler (1976) lässt sich das Geschwindigkeitsdefizit eines Nachlaufs sehr gut mit einer Gauß-Kurve beschreiben, weshalb die Vorgabe des Geschwindigkeitsdefizits in dieser Arbeit ebenfalls auf Gauß-Kurven basiert:

$$\Delta u_{i,IN} = \sigma_{i,shape} \exp\left(-\frac{(y_{rel} - 0,5)^2}{2\omega_{i,stretch}^2}\right) + \Delta u_{i,offset} \quad . \quad (5.14)$$

Hierbei beschreibt der Parameter $\sigma_{i,shape}$ die Tiefe des Geschwindigkeitsdefizits und $\omega_{i,stretch}$ die Breite. Mit dem Geschwindigkeits-Offset $\Delta u_{i,offset}$ wird die Abnahme der mittleren Geschwindigkeit durch das Geschwindigkeitsdefizit kompensiert. Ohne dieses Offset würde es im zeitlichen Mittel Abweichungen geben von dem einzuhaltenen integralen Geschwindigkeitsvektor $u_{i,ein}$. Im Gegensatz zur analytischen Funktion der Modellierung des Geschwindigkeitsdefizits von Zieße et al. (2019) wird durch Gl. (5.14) jede Geschwindigkeitskomponente durch eine eigene Gauß-Funktion beschrieben. Diese Verbesserung bzw. die daraus resultierende höhere Flexibilität ist notwendig, um auch die unterschiedlichsten Geschwindigkeitsdefizite aufprägen zu können. Über Gl. (5.14) wird nun lediglich das Geschwindigkeitsdefizit eines stehenden Nachlaufs wiedergegeben, sowohl eine unterschiedliche Anzahl an Nachläufen als auch die Bewegung der Nachläufe selbst in Umfangsrichtung wird nicht berücksichtigt. Hierfür wird Gl. (5.14) um eine weitere Funktion $f(t, y)$ erweitert:

$$\Delta u_{i,IN} = \sigma_{i,shape} \exp\left(-\frac{[f(t, y)]^2}{2\omega_{i,stretch}^2}\right) + \Delta u_{i,offset} \quad . \quad (5.15)$$

Hierbei steht t für die aktuelle Zeit und y für die aktuelle Position in Richtung der Teilung. Diese umfangreiche Funktion wiederum wurde teilweise zur besseren Lesbarkeit in

5 Modellierungsansatz realitätsnaher Randbedingungen der Niederdruckturbinen

weitere Unterfunktionen $h(t, y)$ und $g(t, y)$ unterteilt:

$$f(t, y) = \frac{10}{N} \left(\frac{[(y - h(t, y) + g(y) - \min(y)) \bmod (\frac{b}{N})] - \frac{1}{2}}{\frac{b}{N}} \right) . \quad (5.16)$$

b beschreibt hierbei die Teilung der betrachteten Kaskade und N steht für die Anzahl an aufzuprägenden Nachläufen. Über die Funktion

$$h(t, y) = U_{\text{wake}} t \bmod [\text{sign}(U_{\text{wake}}) b] \quad (5.17)$$

wird die translatorische Bewegung des Geschwindigkeitsdefizits in Teilungsrichtung bei einer vorgegebenen Geschwindigkeit U_{wake} ermöglicht. Die Teilungsrichtung verläuft parallel zur Gittereintrittsebene und ist in Richtung von der Druck- zur Saugseite der betrachteten Beschau felung als positiv definiert (siehe bspw. Abb. C.7). Bei einer negativen Geschwindigkeit U_{wake} erfolgt die Bewegung in die negative Teilungsrichtung und bei einer positiven Geschwindigkeit entsprechend in die positive Teilungsrichtung. Ohne weitere Modifikation wird die y -Koordinate aufgrund der Verschiebung nach Gl. (5.17) Werte außerhalb der betrachteten Teilung annehmen. Aufgrund der Periodizität in Teilungsrichtung können die Werte oberhalb oder unterhalb der betrachteten Teilung wieder mit $-b$ oder $+b$ der betrachteten Teilung belegt werden. Dies wird gewährleistet durch

$$g(y) = \left[\frac{|y - (\min(y) + \frac{1}{2} b)|}{\frac{1}{2} b} - 1 \right] \frac{1}{2} b \cdot \text{int} \left(\frac{y - (\min(y) + \frac{1}{2} b)}{\frac{1}{2} b} \right) . \quad (5.18)$$

Wie beispielhaft in Abb. 5.3 gezeigt, ermöglicht Gl. (5.15) nun die Erzeugung analytischer Geschwindigkeitsdefizite und somit auch Impulsdefizite von Nachläufen unterschiedlichster Form, inkl. deren Bewegung in Teilungsrichtung, sowie eine beliebige Anzahl an Nachläufen. Die erhöhte Turbulenz der Nachläufe wird unmittelbar über die DFSEM abgebildet durch Vorgabe eines diskreten 2D-Feldes für die Reynolds-Spannungen und das Längenmaß. Gerade die Verläufe der einzelnen Spannungen des Reynolds-Spannungs-Tensors eines Nachlaufs sind sehr spezifisch und die Vorgabe über eine analytische Funktion daher nicht zielführend. Eine Erweiterung der DFSEM um eine zusätzliche Vorgabe der Reynolds-Spannungen über analytische Funktionen wäre jedoch ohne Weiteres möglich.

Die ursprüngliche DFSEM ermöglicht es jedoch nicht, die Bewegung der Nachläufe zu berücksichtigen. Um auch neben dem Impulsdefizit ein bewegtes Turbulenzfeld zu realisieren, muss die DFSEM angepasst werden. Eine Möglichkeit hierfür wäre, die der DFSEM vorgegebenen Felder \mathbf{R}_{ein} und \mathbf{L}_{ein} für jeden neuen Zeitschritt entsprechend mit U_{wake} in Teilungsrichtung zu verschieben. Hierfür müsste jedoch eine zusätzliche Interpolation von \mathbf{R}_{ein} und \mathbf{L}_{ein} auf der Eintrittsfläche für jeden Zeitschritt erfolgen, woraus wiederum die benötigten Rechenressourcen der Randbedingung deutlich ansteigen würden. Um diesen numerischen Mehraufwand zu umgehen, wird die Bewegung der erhöhten Turbulenz durch eine angepasste Initialisierung und Konvektion der Wirbel realisiert, wodurch kein zusätzlicher Rechenaufwand entsteht. Für die angepasste

5 Modellierungsansatz realitätsnaher Randbedingungen der Niederdruckturbinen

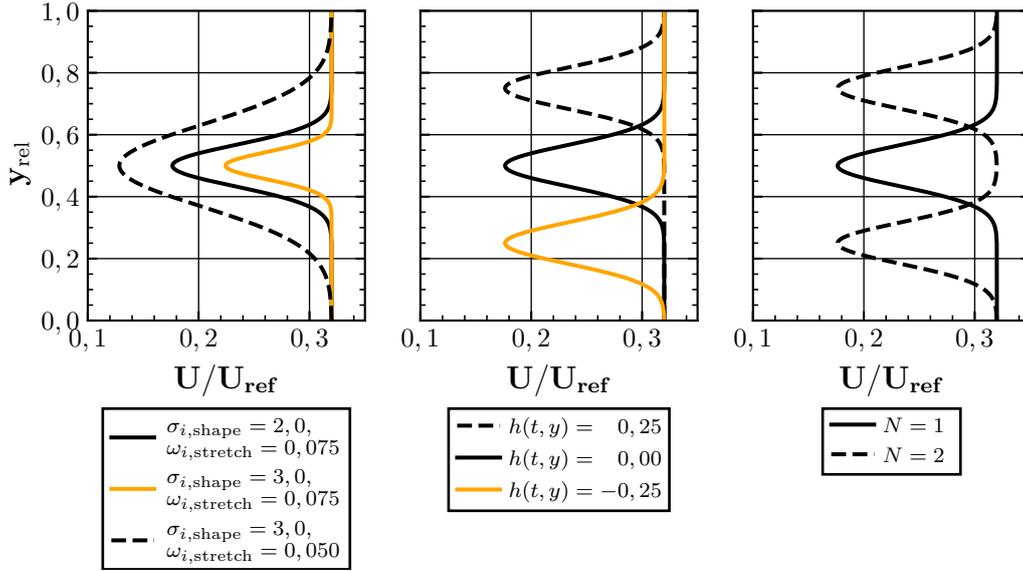


Abbildung 5.3: Beispielhafte Darstellung potenzieller Impulsdefizit-Variationen mit der W-DFSEM

Initialisierung wird zunächst die Zeit bestimmt, die der Wirbel benötigt, bis er die Eintrittsfläche erreicht:

$$\Delta t_{ein} = -\frac{\Delta x_{ein}}{u_{\infty,x}} \quad (5.19)$$

mit dem Abstand des Wirbelmittelpunkts zur Eintrittsfläche in axialer Richtung Δx_{ein} und der zugehörigen Konvektionsgeschwindigkeit in axialer Richtung $u_{\infty,x}$. Für Wirbel, deren Mittelpunkt bereits die Eintrittsfläche passiert hat, nimmt Δt_{ein} negative Werte an und für Wirbel, die sich stromauf befinden, positive Werte. Im nächsten Schritt wird die Position des Wirbels in Teilungsrichtung bestimmt, die er hätte, wenn dieser mit U_{wake} in Teilungsrichtung bewegt werden würde:

$$y_{ein} = y + \Delta t_{ein} U_{wake} \quad (5.20)$$

Die Position, die der betrachtete Wirbel haben sollte, folgt aus

$$y_{soll} = y + \Delta y_{move} \quad (5.21)$$

Mit

$$\Delta y_{move} = \quad (5.22)$$

$$t U_{wake} \bmod [\text{sign}(U_{wake}) b] + \frac{1}{2} b \left[\text{sign} \left(\frac{1}{2} b - t U_{wake} \bmod [\text{sign}(U_{wake}) b] \right) + 1 \right] \quad (5.23)$$

wird die eigentliche Bewegung der Nachläufe berücksichtigt und sichergestellt, dass die Wirbel immer y -Werte annehmen, die im Bereich der Teilung liegen. Die Verschiebung, die notwendig ist, um auch eine Bewegung der erhöhten Turbulenz der Nachläufe zu realisieren, folgt nun aus

$$\Delta y_{offset} = y_{soll} - y_{ein} \quad (5.24)$$

5 Modellierungsansatz realitätsnaher Randbedingungen der Niederdruckturbinen

und die korrigierte neue Position der Wirbel in Teilungsrichtung mit

$$y_{\text{neu}} = y + \Delta y_{\text{offset}} \quad . \quad (5.25)$$

Der Ansatz dieser Neupositionierung der Wirbel ist grafisch dargestellt in Abb. 5.4. Die Neupositionierung nach Gl. (5.25) erfolgt nicht nur beim Initialisieren, sondern auch beim Recyclen der Wirbel.

Eine Neupositionierung ist jedoch nicht ausreichend; weiterhin müssen bei der Kon-

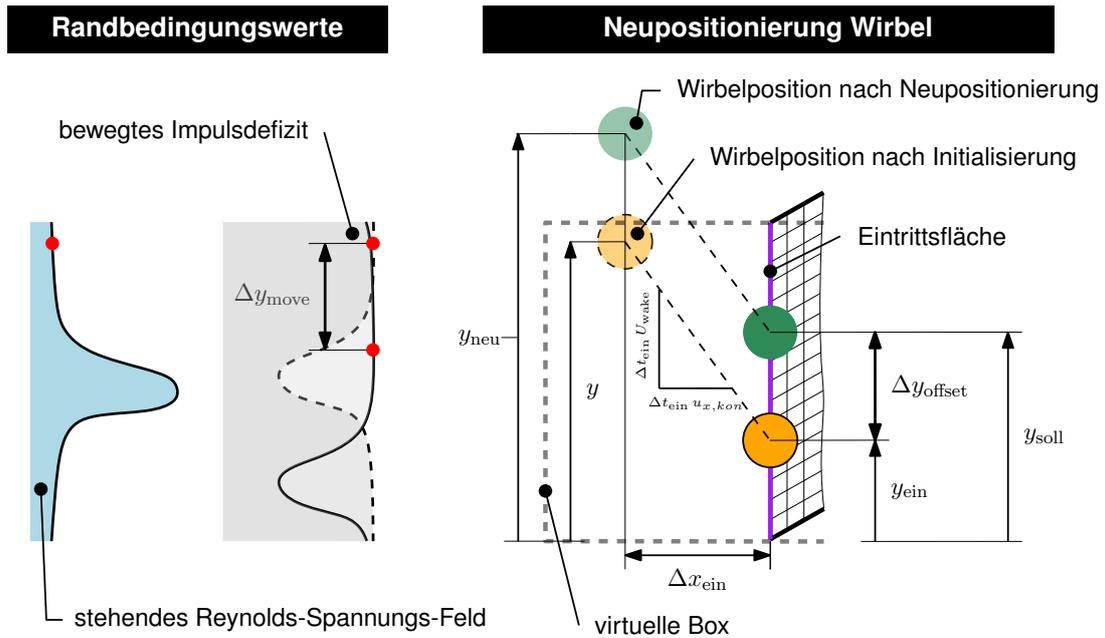


Abbildung 5.4: Repositionierung der Wirbel für die Nachlaufaufprägung der W-DFSEM

vektion der Wirbel die Geschwindigkeitsdefizite der Teilmodellierungen berücksichtigt werden. Hierfür erfolgt eine Anpassung der eigentlichen Konvektionsvorschrift der DFSEM aus Gl. (3.11) zu

$$x_i^k(t + \Delta t) = x_i^k(t) + u_{i,\text{kon}} \Delta t \quad (5.26)$$

mit

$$u_{i,\text{kon}} = u_{i,\text{ein}} + \Delta u_{i,\text{IN}} + \Delta u_{i,\text{PA}} \quad . \quad (5.27)$$

Wie später im Kap. 6 gezeigt, ist es über diese Teilmodellierung nun möglich, stromauf liegende Nachläufe direkt über eine Randbedingung abzubilden. Dadurch wird ein hohes Maß an Rechenressourcen eingespart (Zieße et al. 2020) und eine hohe Flexibilität hinsichtlich der Variation der Nachläufe ist gewährleistet. Bei einer Variation der Teilung müsste z. B. bei einem Ansatz mit vernetzter Geometrie ein neues Rechenetz erstellt werden. Dies entfällt bei der Verwendung der W-DFSEM. Die W-DFSEM stellt somit im Kontext einer Turbomaschinen-Kaskade ein Ersatzmodell für einen stromauf liegenden Rotor dar (siehe Abb. F.1).

5.4 Potenzialfeldaufprägung

Die im Abschnitt zuvor vorgestellte Teilmodellierung der W-DFSEM erlaubt theoretisch die Aufprägung unterschiedlichster eintretender Nachläufe in SRS von Kaskaden. Die Position des Eintritts einer Kaskaden-Simulation wird in der Regel deutlich stromaufwärts der Profil-Vorderkante definiert, um einen Einfluss des Potenzialfeldes auszuschließen. Das Potenzialfeld resultiert unmittelbar aus der Zirkulation um das Profil. Soll der Nachlauf eines Rotors als Eintrittsrandbedingung für die Simulation eines Stators bzw. Kaskade aufgeprägt werden, würde die axiale Position des Eintritts im Bereich des Abstandes zwischen Rotorhinterkante und Statorvorderkante liegen, wie bspw. die axiale Position 2 aus Abb. 5.5. Ist der Potenzialfeldeinfluss gering, sind alle Strömungsgrößen über die Teilung konstant (siehe Abb. 5.5, Position 1). Für die Verläufe an der Position 2 zeigt sich hingegen ein nicht konstanter Verlauf über die Teilung. Dass bedeutet, dass diese Abweichungen aufgrund des Potenzialfeldes bei der Nachlaufaufprägung berücksichtigt werden müssen.

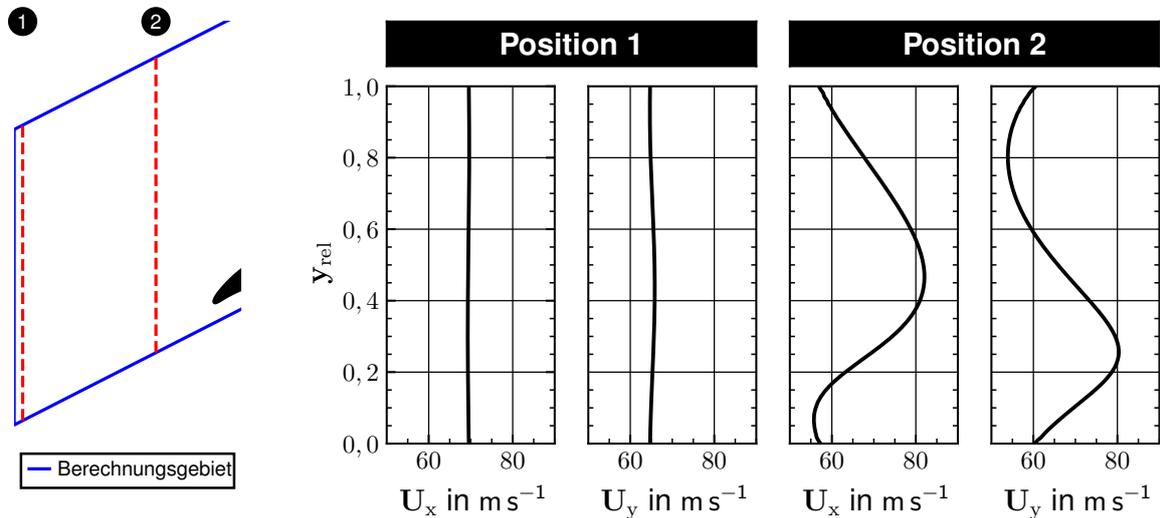


Abbildung 5.5: Potenzialfeldeinfluss für eine unterschiedliche axiale Position einer NDTK

Dies geschieht in Form von Polynomen. Ähnlich wie bei der Nachlaufaufprägung selbst wird ein Geschwindigkeitsdefizit aufgeprägt, dessen Umfangsmittel null ist:

$$\Delta u_{i,PA}(y) = \sum_{n=0}^k c_{i,PA,n} y^n \quad . \quad (5.28)$$

Hierbei beschreibt $c_{i,PA,n}$ eine Liste an Koeffizienten. Diese Koeffizienten können hierbei durch Extraktion der Geschwindigkeitsverläufe an der beabsichtigten axialen Position einer Simulation mit stationärer Zuströmung und anschließendem Fitting bestimmt werden. Die Komponente in Spannweitenrichtung (z -Richtung) wird bei der Aufprägung des Potenzialfeldes nicht berücksichtigt.

5.5 Wandnahe Turbulenzreduzierung

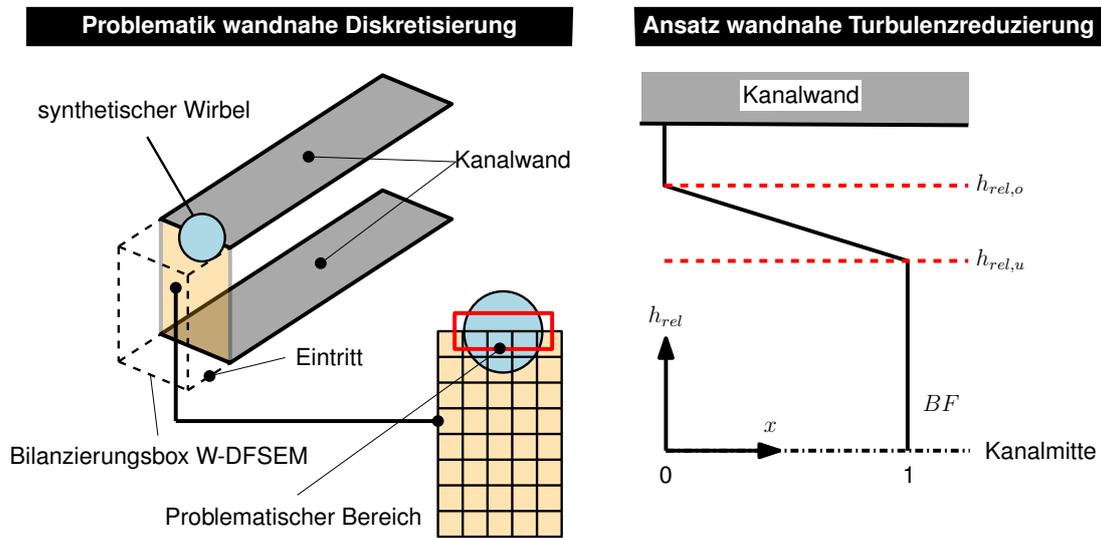


Abbildung 5.6: Problematik der wandnahen Diskretisierung synthetischer Wirbel und Ansatz der wandnahen Turbulenzreduzierung

Wie beispielhaft in Abb. 5.6 links dargestellt, kann es bei der Diskretisierung der synthetischen Wirbel der W-DFSEM in der Nähe der Kanalwände zu Instabilitäten kommen. Dies ist unabhängig davon, ob die Kanalwände als reibungsbehaftet oder reibungsfrei betrachtet werden. Gerade im Fall aufgeprägter Nachläufe sind die zu generierenden Reynolds-Spannungen und somit auch die Wirbelfluktuationen sehr hoch im Vergleich zu reiner Freistromturbulenz. Diese hohen Wirbelfluktuationen interagieren unmittelbar mit den Wänden und können einen wesentlichen Einfluss auf die Kernströmung haben. Um diesen Einfluss zu negieren, werden die diskretisierten Wirbelfluktuationen u'_i aus Gl. 5.1 mit einem Überblendungs-Faktor BF versehen:

$$u'_{i,\text{blend}} = u'_i \cdot BF \quad . \quad (5.29)$$

Der Überblendungs-Faktor BF ist nun abhängig von der relativen Kanalhöhe h_{rel} und einem unteren $h_{rel,u}$ und oberen $h_{rel,o}$ Limit für das Überblenden (siehe Abb. 5.6 rechts):

$$BF = \begin{cases} -\frac{h_{rel} - h_{rel,u}}{h_{rel,o} - h_{rel,u}} + 1.0 & \text{falls } h_{rel} \leq h_{rel,u} \text{ und } h_{rel} \geq h_{rel,o} \\ 0 & \text{falls } h_{rel} > h_{rel,o} \\ 1 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.30)$$

Die beiden Grenzen $h_{rel,u}$ und $h_{rel,o}$ werden hierbei entsprechend Abb. 5.6 rechts als relative Kanalhöhe unter Berücksichtigung der Symmetrie angegeben. $h_{rel,u} = 0$ entspricht somit der Kanalmitte und $h_{rel,u} = 1$ der Kanalwand. Die diskretisierten Wirbelfluktuationen werden also linear ab $h_{rel,u}$ ausgeblendet ($BF = 1$) bis ab $h_{rel,o}$ gar keine Fluktuationen mehr vorliegen ($BF = 0$). Werden beide Grenzen auf 1 gesetzt, liegt kein Überblenden vor und alle Wirbelfluktuationen werden über die gesamte Kanalhöhe vollständig diskretisiert.

6 Verifikation und Validierung der Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen

Ein Modell stellt allgemein eine vereinfachte Abbildung der Wirklichkeit dar. Um sicherzustellen, dass ein Modell wie beabsichtigt funktioniert und eine hinreichende Abbildung der Realität darstellt, muss dieses erfolgreich verifiziert und validiert werden. Die in der Modellierung und Software-Entwicklung übliche Verifikation und Validierung stellt die Qualität des entwickelten Modells sicher und lässt sich nach IEEE (2012) und Rumsey (2014) wie folgt beschreiben:

- **Verifikation:** Über die Verifikation wird sichergestellt, dass das neu entwickelte Modell, in diesem Fall eine Randbedingung, korrekt in die vorliegende Software implementiert und wie beabsichtigt funktioniert bzw. die zugrunde liegenden Gleichungen korrekt wiedergegeben werden und es keine ungewollte Interaktion mit der Basis-Software gibt, sodass keine unerwarteten Softwarefehler auftreten.
- **Validierung:** Die Validierung hingegen stellt sicher, dass das neu entwickelte Modell die beabsichtigte Funktion erfüllt und das Modell die Realität hinreichend genau für den beabsichtigten Anwendungsfall wiedergibt.

Hierbei muss erwähnt werden, dass die Verifikation und Validierung in Abhängigkeit vom Themengebiet unterschiedlich definiert und abgegrenzt werden. Die in dieser Arbeit verwendeten Definitionen der Verifikation und Validierung beziehen sich ausschließlich auf die Modellentwicklung und sind somit nicht universell gültig. Daher ist nachfolgend mit Verifikation und Validierung immer eine Modellverifikation und -validierung gemeint. Die Modellverifikation ist hierbei eine mathematische Tätigkeit, bei der kein Abgleich mit physikalischen Werten erfolgen muss; dies ist Teil der Modellvalidierung (ASME V & V 20 Committee 2009).

Eine erfolgreiche Verifikation ist eine hinreichende Bedingung für die Durchführung einer Validierung. Die in dieser Arbeit vorgestellte Modellierung bzw. Randbedingung kann erst zuverlässig eingesetzt werden, wenn sowohl die Verifikation als auch die Validierung der Randbedingung erfolgreich war. Zusätzlich muss sichergestellt werden, dass bei einer Weiterentwicklung bzw. Erweiterung des Modells die Basis- bzw. Ausgangsversion des Modells korrekt funktioniert und valide Ergebnisse liefert. Erst dann ist eine Weiterentwicklung des Modells sinnvoll. Daher erfolgt nachfolgend Schritt für Schritt die Verifikation und Validierung aller Entwicklungsschritte der Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen. Erst wenn die Modellierung der realitätsnahen

Randbedingungen erfolgreich verifiziert und validiert wurde, kann diese genutzt werden, um die Gesamtmodellierung anhand verschiedener Transitionsmodi zu validieren, was Inhalt von Kap. 7 ist.

Für alle gezeigten experimentellen Werte dieses Kapitels wurden Messunsicherheiten angegeben. Die Vorgehensweise für deren Bestimmung kann Anhang E.1 entnommen werden. Neben den Messunsicherheiten sind für die LES-Rechnungen ebenfalls Unsicherheiten angegeben. Diese folgen unmittelbar aus der Tatsache, dass die Simulationen nur endlich lang gemittelt werden können. Das Vorgehen zur Bestimmung dieser Unsicherheiten ist in Anhang E.2 beschrieben.

6.1 Wellendurchlässigkeit

6.1.1 Konzept und Vorgehensweise

Die Idee für die Verifikation der Teilmodellierung der Wellendurchlässigkeit ist am Eintritt des Berechnungsgebiets eine Druckwelle vorzugeben. Bei der richtigen Funktionsweise der Teilmodellierung sollte diese Druckwelle im Laufe der Zeit das Berechnungsgebiet durch Ein- und Austritt verlassen, bis diese vollständig abgeklungen ist. Funktioniert die Teilmodellierung hingegen nicht korrekt, müsste diese Druckwelle mit konstanter Intensität bestehen bleiben.

Dass die Teilmodellierung der Wellendurchlässigkeit valide Ergebnisse erzielen kann, soll anhand einer experimentell untersuchten NDTK gezeigt werden, die sich unsensibel gegenüber niedrigen Turbulenzgraden zeigt und zusätzlich eine Ablösung aufweist. Die geringe Sensitivität gegenüber niedrigen Turbulenzgraden ermöglicht hierbei ein Vergleich der experimentellen mit den numerischen Ergebnissen auch ohne die Erzeugung synthetischer Turbulenz in der Simulation. Eine NDTK mit ablöseinduzierter Transition ist hingegen sinnvoll, da von diesem Transitionsmodus die größten eigenen Druckwellen und eine größere Sensitivität gegenüber äußeren Einflüssen, wie z. B. reflektierten Druckwellen, zu erwarten ist. Ist für diesen Extremfall kein Einfluss reflektierter Druckwellen feststellbar, lässt sich dies auf andere Testfälle übertragen. Auf Basis der Untersuchungen von Manco und de Mendonca (2019) wird der Grenzwert dafür, ob die reflektierten Druckwellen die Ergebnisse signifikant beeinflussen, auf $|(\overline{p_{aus}} - p_{soll}) / p_{soll}| < 0,1\%$ festgelegt. Die Untersuchungen von Manco und de Mendonca (2019) zeigen, dass, unabhängig von der Art der nicht-reflektierenden Randbedingung und Strömung, für $|(\overline{p_{aus}} - p_{soll}) / p_{soll}| \approx 0,1\%$ kein Einfluss auf die aerodynamischen Ergebnisse zu erwarten ist.

Für die Verifikation und die Validierung wurde in beiden Fällen die T106D-Kaskade ohne eintretende Nachläufe (detailliert beschrieben in Anhang C.1) gewählt. Für die Verifikation wurde jedoch die Wandreibung vernachlässigt. Zwar können so keine grenschicht-bedingten Druckwellen auftreten, jedoch besitzt die Schaufel weiterhin die wesentlichen Reflektionseigenschaften. Diese Vereinfachung ist trotzdem zulässig, weil die Intensität der grenschicht-bedingten Druckwellen so gering ist, dass diese wenn überhaupt nur in sehr abgeschwächter Form den Ein- oder Austritt erreichen

und im Vergleich zur vorgegebenen Druckwelle die grenzschicht-bedingten Druckwellen vernachlässigbar gering sind. Für einen Funktionsnachweis der Randbedingung müssen daher die grenzschicht-bedingten Druckwellen nicht berücksichtigt werden. Die Vernachlässigung der Wandreibung ermöglicht somit die Verwendung einer deutlich größeren Netzauflösung zur Einsparung von Rechenressourcen.

Wie bereits bei der Beschreibung der Teilmodellierung in Abschn. 6.1 selbst erklärt, sind die Reflexionseigenschaften der Teilmodellierung abhängig von l_∞ . Im Rahmen der Verifikation wurde daher eine Sensitivitätsstudie bzgl. l_∞ durchgeführt, um den für l_∞ zu wählenden Wert zu bestimmen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden nachfolgend nur die Ergebnisse der Simulationen mit drei unterschiedlichen Werten für l_∞ dargestellt.

6.1.2 Ergebnisse

Abbildung 6.1 stellt den zeitlichen Druckverlauf zwischen zwei Schaufeln im Mittelschnitt der Simulation mit wellenundurchlässigem Ein- und Austritt der Simulation der Teilmodellierung der Wellendurchlässigkeit der W-DFSEM gegenüber. Für die nicht wellendurchlässige Randbedingung (Abb. 6.1 links) lässt sich im Bereich **A** zu Beginn der Simulation gut die künstlich vorgegebene lokale Druckerhöhung erkennen. Diese wird mit der Zeit Richtung Austritt konvektiert (siehe Streifen im Bereich **B**) und zurückreflektiert Richtung Eintritt. Dieser Vorgang wiederholt sich mit unterschiedlicher Intensität der Druckwelle bis zum Ende einer Einschwingphase. Nach dieser Einschwingphase ($\Delta T_K > 1,5$) im Bereich **C** zeigt sich ein gleichbleibendes Muster. Die Druckwelle wird bei gleicher Intensität zwischen Ein- und Austritt hin und her reflektiert. Die Simulation mit der W-DFSEM ($l_\infty = 0,01$ m) zeigt hingegen ein anderes Verhalten. Auch für diese Simulation ist die künstlich vorgegebene Druckwelle gut zu erkennen (siehe Bereich **A**). Wie zu erwarten, zeigt auch diese Simulation eine Reflexion der Druckwelle am Austritt im Bereich **D**, jedoch wird diese vom Austritt nur teilweise zurückreflektiert. Die noch bestehenden zusätzlichen Reflexionen am Austritt im Bereich **E** lassen sich auf das Verfahren selbst in Kombination mit den gewählten Randbedingungen zurückführen. Ein vollständig reflektionsfreier Austritt ist nicht zu erwarten, da, wie bereits bei der Beschreibung der Modellierung erwähnt, charakteristische Navier-Stokes-Randbedingungen verfahrensbedingt nicht vollständig reflektionsfrei sein können. Nach $3 \Delta T_K$ sind hingegen keine signifikanten Druckschwankungen mehr zu erkennen ($|\overline{p_{aus}} - p_{soll}| / p_{soll} \ll 0,1\%$) und der Druck entspricht wieder der Startlösung. Die Wellendurchlässigkeit der W-DFSEM funktioniert somit wie beabsichtigt und ist entsprechend verifiziert.

In Abb. 6.2 sind die rel. Abweichungen der aktuellen Randbedingungswerte vom einzuhaltenden Wert über ΔT_K für Simulationen mit unterschiedlichem l_∞ dargestellt. Für den Betrag der Geschwindigkeit am Eintritt (siehe Abb. 6.2 links) zeigt sich der wesentliche Nachteil der Teilmodellierung. Bei einem zu hohen l_∞ von 1 m ergeben sich deutliche Abweichungen vom einzuhaltenden Wert. Bei der Betrachtung der Abweichungen des Austrittsdrucks (siehe Abb. 6.2 rechts) zeigt sich jedoch, dass bei $l_\infty = 1$ m nach kurzer Zeit bereits fast keine Druckschwankungen und somit auch Druckreflexionen

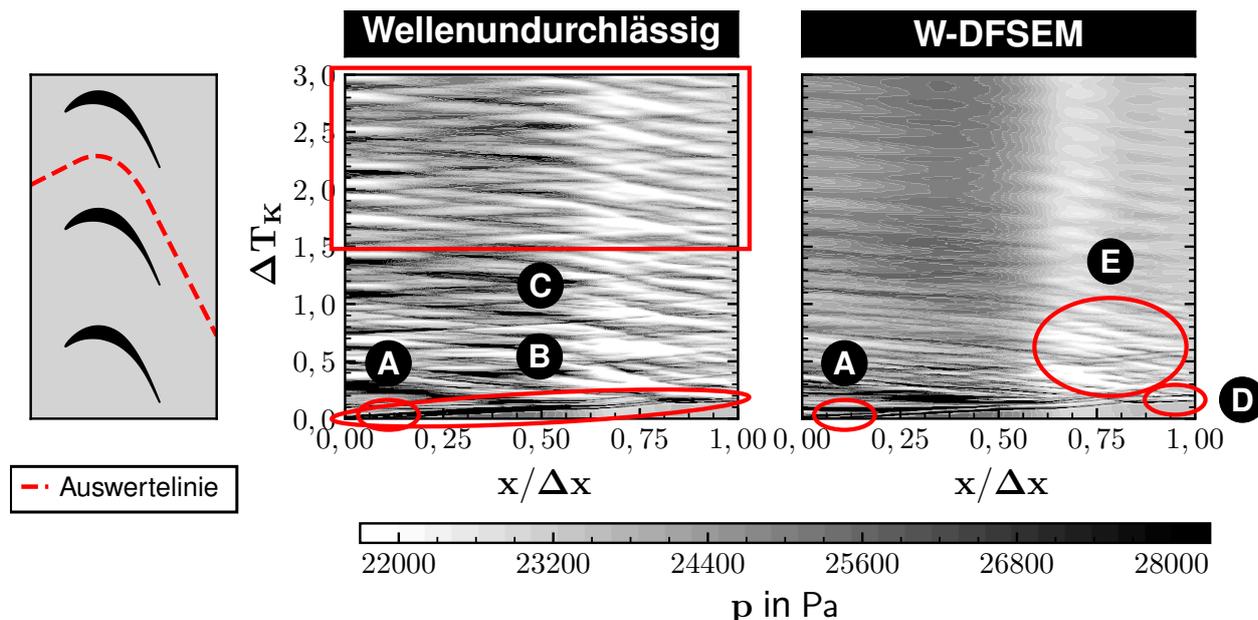


Abbildung 6.1: Zeitlicher Druckverlauf zwischen zwei Schaufeln im Mittelschnitt über die norm. Durchströmzeit der Kaskade ΔT_K für eine wellenundurchlässige und wellendurchlässige Randbedingung ($l_\infty = 0,01$ m)

vorliegen. Diese Druckreflexionen nehmen jedoch mit abnehmendem l_∞ zu. An dieser Stelle muss erwähnt werden, dass die hier gezeigten Ergebnisse für l_∞ nicht direkt auf andere Anwendungsfälle übertragbar sind. l_∞ ist hierbei abhängig von dem Testfall selbst und von dem numerischen Verfahren.

Tabelle 6.1 zeigt zusätzlich die mittlere rel. Abweichung und deren Standardabweichungen der Größen aus Abb. 6.2. Die Simulation mit $l_\infty = 0,01$ m besitzt sowohl sehr geringe mittlere rel. Abweichungen ($\ll 0,1\%$), als auch geringe Standardabweichungen für die Eintrittsgeschwindigkeit ($\ll 1 \text{ m s}^{-1}$) und den Austrittsdruck ($\ll 1 \text{ Pa}$) und stellt somit einen guten Kompromiss zwischen Wellendurchlässigkeit und Einhaltung des eigentlichen Randbedingungswertes dar. Vor dieser Sensitivitätsstudie für l_∞ wurden im Rahmen dieser Arbeit bereits Simulationen mit $l_\infty = 0,005$ m durchgeführt. Um diese Simulationen nicht wiederholen zu müssen, und auf Basis der Ergebnisse aus Tab. 6.1 wurde für alle weiteren Simulationen dieser Arbeit ebenfalls $l_\infty = 0,005$ m gewählt.

In Abb. 6.3 ist die Profilverteilung der isentropen Mach-Zahl des Validierungstestfalls dargestellt. Gezeigt sind hier lediglich die Ergebnisse der Simulation mit der wellendurchlässigen W-DFSEM, da die Simulation mit wellenundurchlässigen Randbedingungen instabil ist und somit keine Ergebnisse vorliegen. Es zeigt sich, dass die Ergebnisse der Simulation mit W-DFSEM überwiegend mit dem Experiment übereinstimmen. Abweichungen zeigen sich insbesondere in den Bereichen **B** und **C**, wo jeweils eine Ablösung der Strömung vorliegt. Diese noch bestehenden Abweichungen lassen sich darauf zurückführen, dass im Experiment ein geringfügiger Turbulenzgrad von $Tu < 1\%$ vorlag. Dieser wurde bewusst in den Simulationen vernachlässigt (d. h. $Tu = 0\%$), um

6 Verifikation und Validierung der Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen

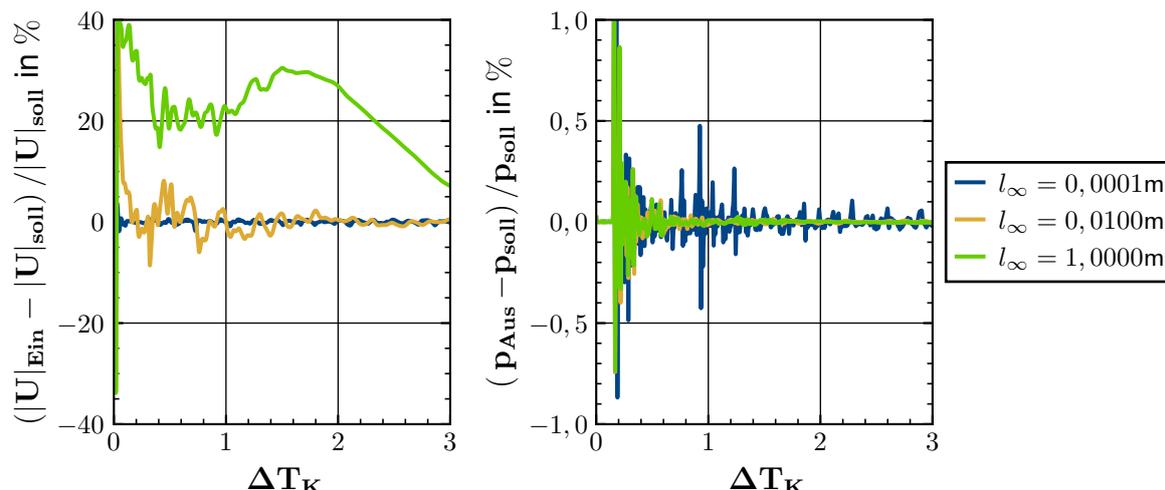


Abbildung 6.2: Rel. Abweichungen der aktuellen Randbedingungswerte vom einzuhaltenen Wert für Simulationen mit variierendem l_∞

Tabelle 6.1: Zeitlich gemittelte relative Abweichungen der Randbedingungswerte vom einzuhaltenen Wert und die Standardabweichung der Randbedingungswerte für das Intervall $[2 \Delta T_K, 3 \Delta T_K]$

Größe	Fernfeldlänge		
	$l_\infty = 0,0001 \text{ m}$	$l_\infty = 0,0100 \text{ m}$	$l_\infty = 1,0000 \text{ m}$
$\overline{(U _{Ein} - U _{soll})} / U _{soll} \text{ in } \%$	$-2,329 \cdot 10^{-2}$	$1,156 \cdot 10^{-2}$	$1,413 \cdot 10^1$
$\overline{(p_{aus} - p_{soll})} / p_{soll} \text{ in } \%$	$1,450 \cdot 10^{-4}$	$-1,981 \cdot 10^{-5}$	$-1,197 \cdot 10^{-3}$
$\sigma(U _{Ein}) \text{ in } \text{m s}^{-1}$	$2,581 \cdot 10^{-1}$	$3,043 \cdot 10^{-1}$	6,400
$\sigma(p_{aus}) \text{ in Pa}$	4,927	$5,286 \cdot 10^{-1}$	$3,346 \cdot 10^{-1}$

die Wellendurchlässigkeit isoliert zu betrachten. Unabhängig davon lässt sich aufgrund der Übereinstimmung von Experiment und Simulation in den nicht turbulenzsensitiven Bereichen sagen, dass es möglich ist, mit der Wellendurchlässigkeit der W-DFSEM plausible Ergebnisse zu erzeugen, ohne dass die Simulation instabil wird, wodurch die Wellendurchlässigkeit der W-DFSEM auch validiert ist. Weitere Ergebnisse des Validierungstestfalls können Anhang H.2 entnommen werden.

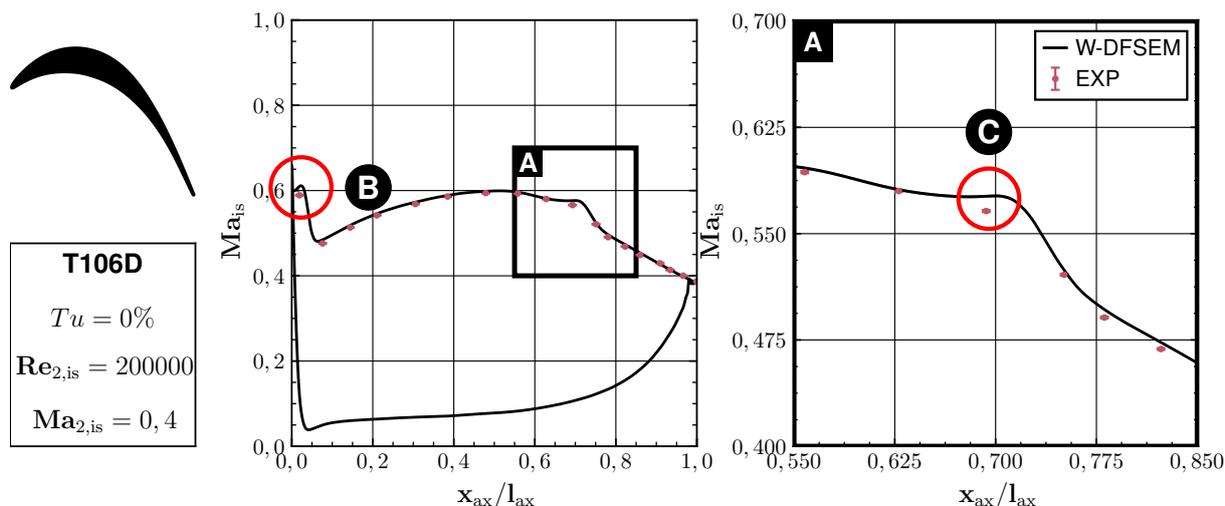


Abbildung 6.3: Profilverteilung der isentropen Mach-Zahl des Validierungstestfalls bzgl. Wellendurchlässigkeit der W-DFSEM

6.2 Isotrope Turbulenz

6.2.1 Konzept und Vorgehensweise

Da die Funktionsweise der W-DFSEM sich teilweise unterscheidet, je nachdem ob isotrope oder anisotrope Turbulenz erzeugt werden soll, wird deren Erzeugung bei der Verifikation und Validierung separat betrachtet.

Mit der W-DFSEM sollte es theoretisch möglich sein, jede Art der HIT zu erzeugen. Dies soll nachfolgend auf der Basis einer Validierung bestätigt werden. Eine notwendige Bedingung hierfür ist, dass die implementierte synthetische Turbulenzerzeugung wie vorgesehen funktioniert. Die synthetische Turbulenz der W-DFSEM basiert auf der kontinuierlichen Erzeugung und Konvektion analytisch eindeutig definierter Wirbel. Die Verifikation muss somit zeigen, dass die Wirbel korrekt erzeugt werden und dass deren Fluktuationen korrekt diskretisiert werden. Die Idee der Verifikation ist daher, zunächst an der Eintrittsfläche des Berechnungsgebiets zu prüfen, ob sowohl die Geschwindigkeitsfluktuationen, als auch die Wirbelabmessungen zwischen den vorab analytisch bestimmten und den direkt aus der W-DFSEM resultierenden Wirbeln übereinstimmen. Ist dies der Fall, erfolgt in einem zweiten Schritt ein Vergleich der analytischen Geschwindigkeitsfluktuationen mit denen, die tatsächlich in dem Berechnungsgebiet diskretisiert werden. Dies stellt sicher, dass die analytischen Wirbel nicht nur korrekt erzeugt werden, sondern deren Geschwindigkeitsfluktuationen auch korrekt an das eigentlich zu lösende Randwertproblem übergeben werden. Lässt sich für beide Schritte eine Übereinstimmung feststellen, ist die W-DFSEM erfolgreich für die Erzeugung der HIT verifiziert.

Anhand der Ergebnisse einer umfangreichen Parameterstudie soll gezeigt werden, dass es mit der W-DFSEM möglich ist, HIT am Eintritt einer Simulation zu erzeugen, deren Turbulenzgrad repräsentativ ist für in Turbomaschinen vorkommende Turbulenz.

Für die W-DFSEM ist HIT eindeutig definiert durch die Vorgabe des Längenmaßes L (im Fall isotroper Turbulenz entspricht dies dem Radius der kugelförmigen Wirbel) und der Normalspannungen des Reynolds-Spannungs-Tensors $\overline{u'_i u'_i}$. Für die Parameterstudie wurde L von 0,05 m – 0,125 m in 76 äquidistanten und $\overline{u'_i u'_i}$ von $5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ – $45 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ in 43 äquidistanten Schritten variiert. Insgesamt umfasst die Parameterstudie somit 3268 Simulationen. Ein weiteres Ziel dieser umfangreichen Parameterstudien war, die Erstellung eines Kennfeldes der W-DFSEM für die Erzeugung von HIT. Wie bereits bei der Einführung der synthetischen Methoden zur Turbulenzerzeugung in Abschn. 3.2 erklärt, erzeugen synthetische Methoden Turbulenz, die erst nach einer gewissen Einlaufstrecke stromab physikalisch ist. Die resultierenden Fluktuationen der physikalischen Turbulenz sind zu gering. Um trotzdem die gewünschte Intensität zu erreichen, müssen die Randbedingungswerte entsprechend angepasst werden. Dies ist ein iterativer Prozess. Ein entsprechendes Kennfeld würde es hingegen ermöglichen, die Anzahl an Iterationen auf ein Mindestmaß zu reduzieren oder im Idealfall würde dieser iterative Prozess vollständig entfallen.

Da der Turbulenzgrad von der mittleren Geschwindigkeit abhängt, wurde als Bezugsgröße die TKE gewählt, was eine allgemeinere Anwendung des Kennfeldes vereinfacht.

Der Testfall für die Verifikation entspricht einer würfelförmigen Box mit periodischen Rändern und der Testfall der Validierung dem Einströmbereich einer NDTK mit reibungsfreien Kanalwänden.

6.2.2 Ergebnisse

In Abb. 6.4 sind repräsentative Ergebnisse der Verifikation für einen Wirbel dargestellt. Die Verifikation erfolgt jedoch ebenfalls für eine unterschiedliche Anzahl an Wirbeln, Wirbelabmessungen und Fluktuationsgeschwindigkeiten. Die Schlussfolgerungen sind jedoch unabhängig von den Wirbelparametern identisch. Es zeigt sich, dass sowohl die Wirbelabmessungen, als auch deren Fluktuationen zwischen dem auf Basis der Grundgleichungen der DFSEM analytisch bestimmten Wirbel (Abb. 6.4 links) mit dem direkt von der W-DFSEM erzeugten (Abb. 6.4 mittig) übereinstimmen. Das Gleiche gilt für den Vergleich der Ergebnisse der W-DFSEM mit den tatsächlich in dem Berechnungsgebiet diskretisierten Werten (Abb. 6.4 rechts). Die Übereinstimmung der Wirbelabmessungen impliziert zugleich eine korrekte Konvektion der Wirbel. Die W-DFSEM ist somit erfolgreich verifiziert für die Erzeugung von HIT.

Ein Auszug der Ergebnisse der Validierung ist in Abb. 6.5 in Form des resultierenden Kennfeldes dargestellt. Hierbei beschreibt L_{int} das auf Basis der Autokorrelation

$$R_{xx,i}(T) = \frac{\overline{u'_i(t)u'_i(t+T)}}{\overline{u'_i u'_i}} \quad (6.1)$$

und Taylor-Hypothese

$$L_{\text{int},i} = U_{\text{inf}} \int_0^{\infty} R_i(T) dt \quad (6.2)$$

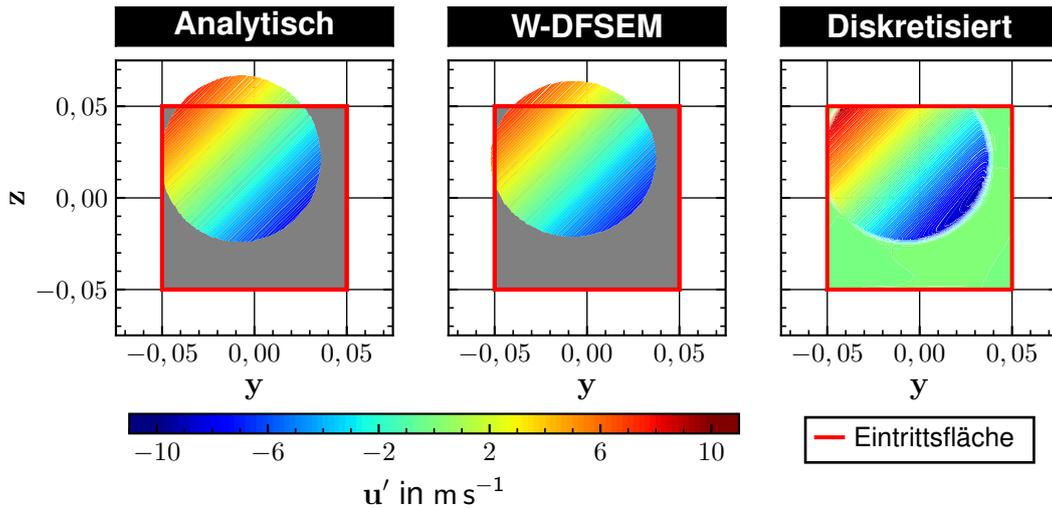


Abbildung 6.4: Ergebnisse der Verifikation der W-DFSEM für die Erzeugung der HIT

bestimmte integrale Längenmaß

$$L_{\text{int}} = \frac{1}{3} L_{\text{int},i} \quad (6.3)$$

Wie zu erwarten, sind die resultierenden integralen Längenmaße niedriger als das vorgegebene Längenmaß L . Der Grund hierfür ist, dass das vorgegebene L ein Maß für das größte vorkommende Längenmaß darstellt. Bei gleicher TKE gilt $L_{\text{int}} \approx 48\% L$. Jeder blaue Punkt aus Abb. 6.5 entspricht einer Simulation. Für alle Simulationen sind die maximalen rel. Abweichungen vom idealen Formfaktor $< 5\%$, es liegt somit für alle Simulationen näherungsweise HIT vor. Das Kennfeld zeigt, dass Werte für die TKE von $\approx 0 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} - 2000 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ erreicht werden (was bei einer üblichen Zuströmgeschwindigkeit von 90 m s^{-1} einem T_u von $\approx 0\% - 40\%$ entspricht) über ein Bereich L_{int} von $0,02 \text{ m} - 0,06 \text{ m}$. Dieser Bereich entspricht gerade der Größenordnung an Längenmaßen, die nach LaGraff et al. (2006) in Turbomaschinen bei Nachlaufinteraktionen und dem Vortex Shedding an den Hinterkanten auftritt. Es lässt sich also sagen, dass mit der W-DFSEM für Turbomaschinen repräsentative FST erzeugt werden kann. Zusätzlich zeigt sich ein systematischer Zusammenhang zwischen Längenmaß und TKE in Abhängigkeit von $\overline{u'_i u'_i}$, sodass auch die Erzeugung von HIT außerhalb des Parameterbereichs des Kennfeldes höchstwahrscheinlich möglich ist.

Das Kennfeld aus Abb. 6.5 lässt sich jetzt wie folgt anwenden: Zunächst wird für den betrachteten Testfall auf Basis der gegebenen Zuströmgeschwindigkeit und des gewünschten Turbulenzgrades eine TKE_{soll} bestimmt, welche im Anschluss dann als horizontale Linie (siehe ❶ in Abb. 6.5) eingezeichnet wird. In einem zweiten Schritt erfolgt das Einzeichnen des gewünschte integralen Längenmaßes $L_{\text{int,soll}}$ als vertikale Linie (siehe ❷). Über den Schnittpunkt ❸ lässt sich nun die der Randbedingung vorzugebende Normalspannung $\overline{u_i'^2}$ ablesen. In einem weiteren Schritt ❹ wird am Schnittpunkt zwischen $\overline{u_i'^2}$ auf der linken Seite des Kennfeldes und TKE_{soll} eine weitere vertikale Linie eingezeichnet (siehe ❺), woraus das vorzugebende Längenmaß L resultiert.

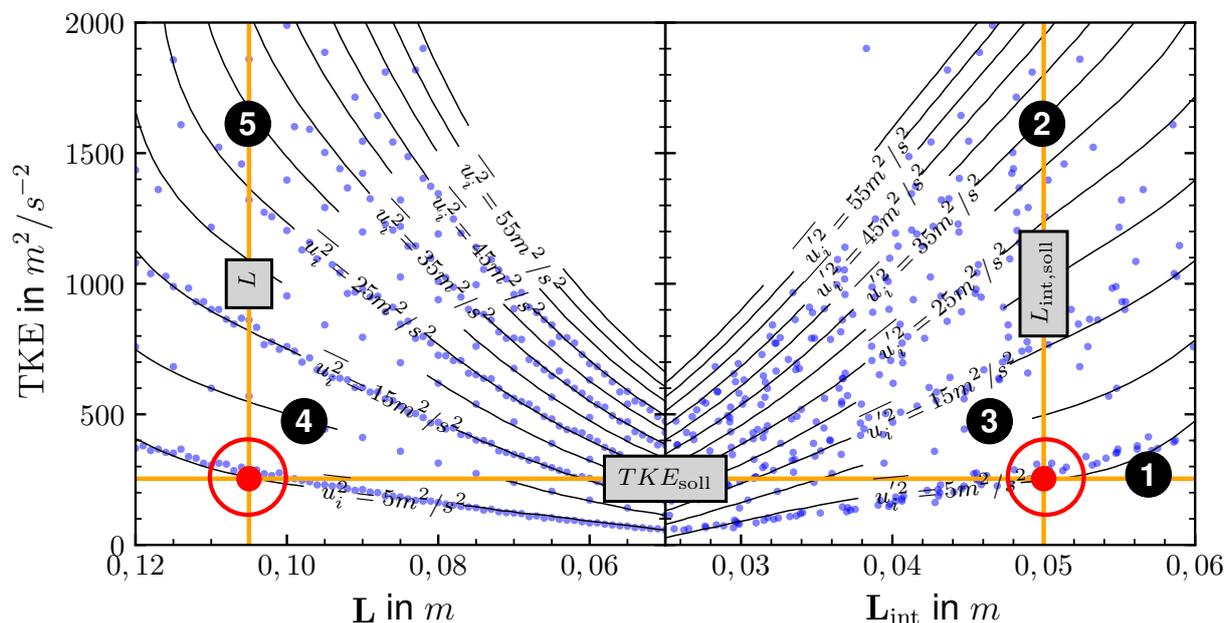


Abbildung 6.5: Kennfeld der W-DFSEM für HIT 0,01 m stromab des Eintritts

Wie Tab. 6.2 zeigt, lässt sich durch dieses Vorgehen direkt HIT mit der gewünschten TKE und L_{int} erzeugen ohne erneut die Randbedingungswerte iterativ anpassen zu müssen. Die in Tab. 6.2 einzuhaltenden turbulenten Zuströmbedingungen wurden hierbei bewusst so gewählt, dass diese zwischen den eigentlichen Datensätzen des Kennfeldes liegen. Die rel. Abweichungen zwischen den einzuhaltenden und den vorliegenden Werten sind mit $< 6\%$ vernachlässigbar gering. Das gezeigte Kennfeld lässt sich jedoch nicht universell anwenden, sondern ist abhängig vom verwendeten numerischen Verfahren.

Tabelle 6.2: Auszüge der Erprobung des Kennfeldes der W-DFSEM aus Abb. 6.5

Einzuhaltende Werte		Vorgabe W-DFSEM		Ergebnis	
Tu	L_{int} in m	$\overline{u_i'^2}$ in $m^2 s^{-2}$	L in m	Tu_{ist}	$L_{int,ist}$ in m
0,1500	0,0340	30	0,059	0,1505	0,0343
0,1000	0,0370	5	0,068	0,0977	0,0390

6.3 Anisotrope Turbulenz

6.3.1 Konzept und Vorgehensweise

Zusätzlich zur Verifikation und Validierung der W-DFSEM für die Erzeugung der HIT soll diese ebenfalls für die Erzeugung anisotroper Turbulenz verifiziert und validiert werden. Dies ist besonders entscheidend für die Aufprägung eintretender turbulenter Nachläufe, da deren Turbulenz mittels der W-DFSEM durch die Vorgabe eines zweidimensionalen anisotropen Reynolds-Spannungs-Feldes erzeugt wird. Das Vorgehen der Verifikation ist hierbei identisch zum Vorgehen für die isotrope Turbulenz, jedoch werden anisotrope Wirbelstrukturen erzeugt. Der Ansatz der Validierung ist, den Nachlauf einer NDTK mittels W-DFSEM zu reproduzieren. Diese Reproduktion eines Nachlaufs wurde als Validierungstestfall gewählt und nicht etwa die Wiedergabe einer Grenzschicht, da es der eigentlichen Anwendung der W-DFSEM, der Aufprägung eintretender Nachläufe, am nächsten kommt. Kann die W-DFSEM diesen extrahierten Nachlauf wiedergeben, ist sie ebenfalls erfolgreich für anisotrope Turbulenz validiert. Hierbei ist nicht zu erwarten, dass die W-DFSEM in der Lage ist, den Nachlauf exakt zu reproduzieren. Für eine exakte Wiedergabe des extrahierten Nachlaufs müsste die Geschwindigkeit und Temperatur an jedem Knoten und zu jedem Zeitschritt der Referenzsimulation entnommen und einer Simulation direkt als Randbedingung vorgegeben werden. Die W-DFSEM ist als synthetische Methode zur Turbulenzerzeugung prinzipiell nicht in der Lage, eine identische zeitliche und räumliche Auflösung zu erreichen, wie bei einer direkten Vorgabe der Randbedingungswerte zu jedem Zeitschritt. Wie im nachfolgenden Abschnitt gezeigt wird, ist es auch nicht notwendig, den Nachlauf räumlich und zeitlich exakt wiederzugeben. Die Nachlaufwiedergabe bzw. Erzeugung anisotroper Turbulenz mittels W-DFSEM muss also nur eine ausreichende Genauigkeit besitzen.

Extrahiert wurde der Nachlauf der NDTK aus Anhang C.1 an der axialen Position $x_{ax}/l_{ax} = 1,15$ stromab der Hinterkante. Der Testfall selbst ist identisch zum eigentlichen Testfall der NDTK selbst, jedoch ohne vernetzte Schaufel, und das Berechnungsgebiet umfasst lediglich den Bereich von $x_{ax}/l_{ax} = 1,15$ bis zum Austritt.

6.3.2 Ergebnisse

Wie auch für die Erzeugung von HIT funktioniert die W-DFSEM für die Erzeugung anisotroper Turbulenz (siehe Abb. 6.6) wie vorgesehen. Der von der W-DFSEM erzeugte Wirbel (Abb. 6.6 mittig) ist identisch mit dem analytisch bestimmten Wirbel (Abb. 6.6 links), sowohl bzgl. der Wirbelabmessungen selbst, als auch der Geschwindigkeitsfluktuationen. Zusätzlich stimmen die diskretisierten Geschwindigkeitsfluktuationen (Abb. 6.6 rechts) mit den analytischen und denen der W-DFSEM überein.

In Abb. 6.7 ist der Nachlauf der Referenz dem Nachlauf der W-DFSEM im Mittelschnitt gegenübergestellt. Für den Konturplot des Geschwindigkeitsbetrages (Abb. 6.7 links) lassen sich zwischen der Referenz und der W-DFSEM optisch keine Unterschiede feststellen. Für die TKE (Abb. 6.7 rechts) zeigen sich jedoch Abweichungen der W-

6 Verifikation und Validierung der Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen

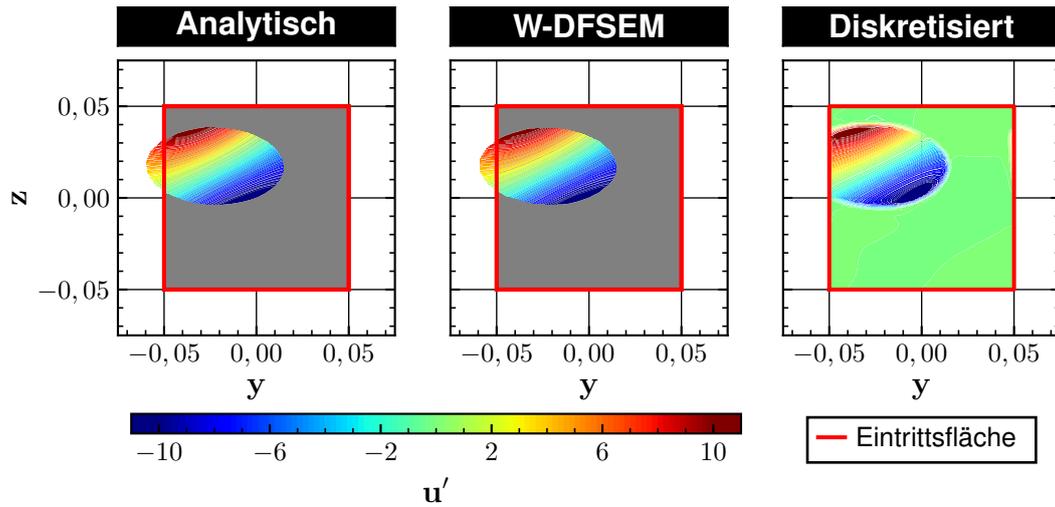


Abbildung 6.6: Ergebnisse der Verifikation der W-DFSEM für die Erzeugung anisotroper Turbulenz

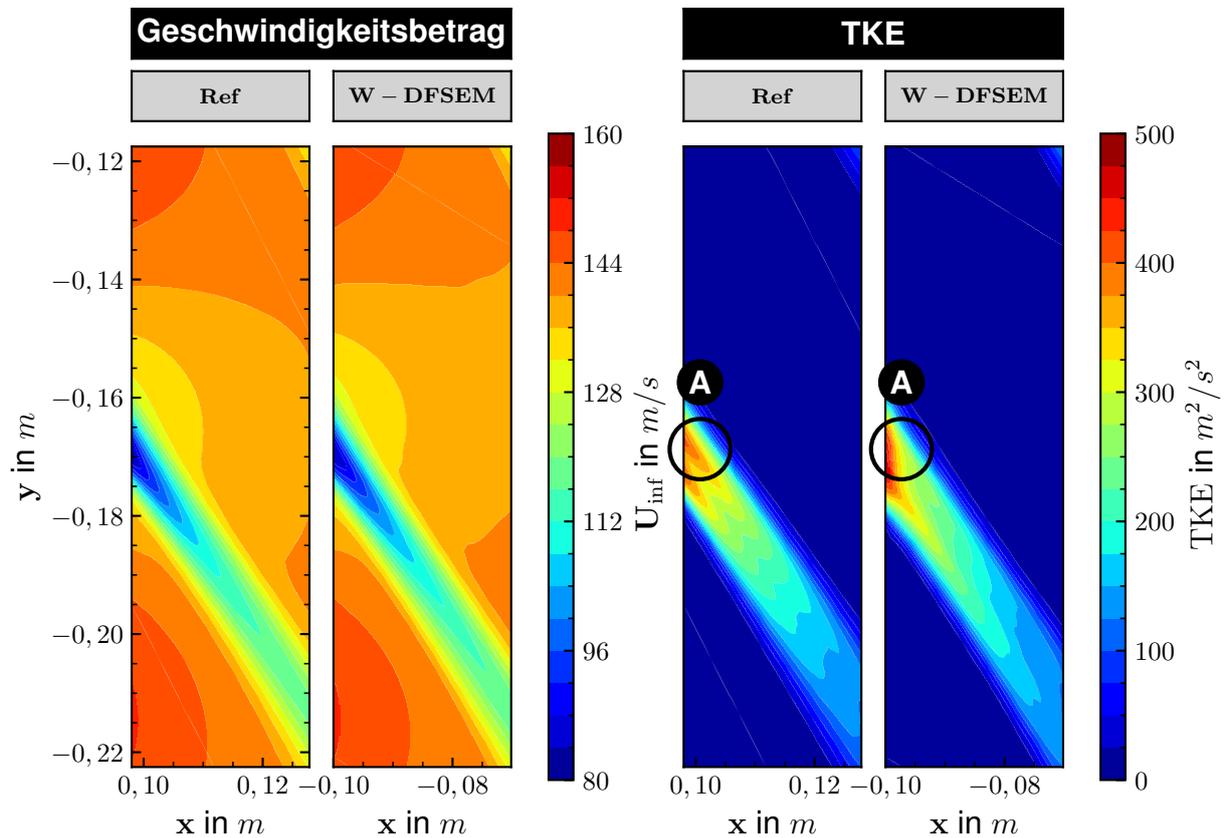


Abbildung 6.7: Gegenüberstellung von dem Nachlauf der Referenz (Ref) und dem von der W-DFSEM reproduzierten Nachlauf im Mittelschnitt des Validierungstestfalls der anisotropen Turbulenzerzeugung

DFSEM von der Referenz, insbesondere im Bereich **A**. In Abb. 6.8 ist die W-DFSEM

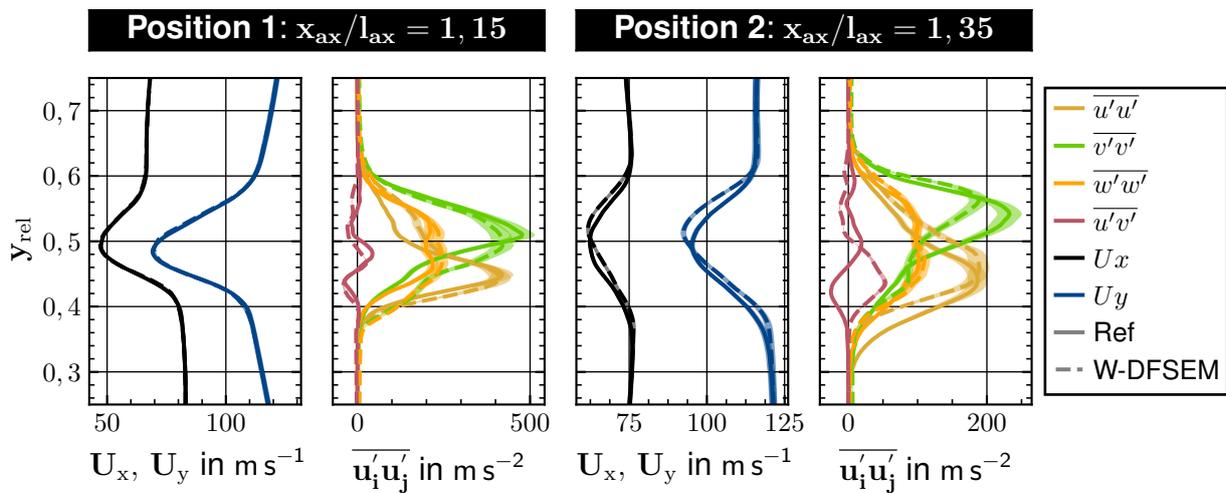


Abbildung 6.8: Gegenüberstellung von dem Nachlauf der Referenz (Ref) und dem von der W-DFSEM reproduzierten Nachlauf an unterschiedlichen axialen Positionen des Validierungstestfalls der anisotropen Turbulenzerzeugung

mit der Referenz an zwei unterschiedlichen axialen Positionen gegenübergestellt. Unter der Berücksichtigung der zuvor erwähnten methodisch bedingten Einschränkungen zeigt die W-DFSEM sowohl am Eintritt ($x_{ax}/l_{ax} = 1,15$), als auch nah des Austritts ($x_{ax}/l_{ax} = 1,35$) eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit der Referenz. Eine zufriedenstellende Übereinstimmung wurde hierbei auf eine maximal lokal auftretende Abweichung $|(\overline{u'_i u'_j} - \overline{u'_i u'_j}_{ref}) / \overline{u'_i u'_j}| < 3$ für $\overline{u'_i u'_j} > 5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ festgelegt. Die W-DFSEM ist somit in der Lage auch anisotrope Turbulenz zu reproduzieren. Eine bessere Übereinstimmung mit der Referenz wäre möglich durch eine iterative Feinabstimmung der Parameter der W-DFSEM (wie z. B. das Längenmaß) und eine Erhöhung der Netzauflösung. Hierauf wurde aufgrund des daraus resultierenden deutlich höheren Rechenaufwandes verzichtet.

6.4 Bewegte Nachläufe

6.4.1 Konzept und Vorgehensweise

Wie bereits in Abschn. 5.3 gezeigt, ist es mit der W-DFSEM prinzipiell möglich, unterschiedliche Konfigurationen an bewegten Nachläufen als Eintrittsrandbedingungen skalenauflösender Simulationen einer NDTK aufzuprägen. Während im Abschnitt zuvor die W-DFSEM bzgl. der Wiedergabe des Impulsdefizits und erhöhter Turbulenz eines Nachlaufs erfolgreich verifiziert und validiert wurde, muss für die Aufprägung der bewegten Nachläufe nur noch die Bewegung selbst verifiziert und validiert werden.

Der Ansatz der Verifikation ist, mittels W-DFSEM einen bewegten Nachlauf im Eintritt eines vereinfachten Testfalls zu erzeugen und sowohl dessen Umfangsposition als auch Ausrichtung mit den zugehörigen einzuhaltenden Referenzgrößen für unterschiedliche Phasen einer Nachlaufperiode zu vergleichen. Sind Umfangsposition und Ausrichtung des Nachlaufs identisch über alle Phasen, so wird die Nachlauf-Bewegung korrekt abgebildet und die W-DFSEM ist erfolgreich für die Aufprägung bewegter Nachläufe verifiziert. Die einzuhaltende Umfangsposition und Ausrichtung folgt unmittelbar sowohl aus der Bewegungsgeschwindigkeit der Nachläufe in Umfangsrichtung U_{wake} , als auch der integralen Relativ- und Absolutgeschwindigkeit. Der vereinfachte Testfall entspricht dem Einströmbereich der NDTK aus Anhang C.3.

Die Validierung der Aufprägung bewegter Nachläufe mittels W-DFSEM erfolgt hingegen in zwei Schritten. In einem ersten Schritt soll gezeigt werden, dass es mittels W-DFSEM möglich ist, realistische und physikalisch plausible bewegte Nachläufe als Eintrittsrandbedingung zu erzeugen. In einem zweiten Schritt soll gezeigt werden, dass der Einfluss dieser eintretenden Nachläufe auf eine stromab befindliche Kaskade korrekt wiedergegeben wird. Zeigt die W-DFSEM für diese beiden Schritte zuverlässige Ergebnisse, ist sie erfolgreich für die Aufprägung bewegter Nachläufe validiert. Der Ansatz ist hierbei einen Validierungstestfall zu wählen, für den für beide Schritte experimentelle Werte vorliegen. Als Validierungstestfall wurde daher die NDTK aus Anhang C.1 gewählt. Die eintretenden Nachläufe werden hierbei durch eine stromaufbefindliche Stabreihe erzeugt (auch als Erzeuger instationärer Zuströmung, kurz EIZ, bezeichnet), die mit konstanter Geschwindigkeit in Umfangsrichtung bewegt wird. Da im Experiment die EIZ-Nachläufe ohne verbautes Gitter vermessen wurden, umfasst der Testfall des ersten Validierungsschrittes lediglich den Stab (die zugehörige Testfallbeschreibung kann Anhang C.1 entnommen werden).

Grundsätzlich würde ein Vergleich der Simulationen mit W-DFSEM und den experimentellen Werten für eine Validierung ausreichen. Zusätzlich zu den Simulationen mit W-DFSEM wurden jedoch auch Simulationen mit einem direkt vernetzten und bewegten Stab durchgeführt. Diese Simulationen ermöglichen es, bei auftretenden Abweichungen zwischen Experiment und W-DFSEM zu klassifizieren, ob diese unmittelbar aus der Nachlaufaufprägung der W-DFSEM oder aus dem numerischen Verfahren selbst resultieren. Darüber hinaus ermöglicht dies einen direkten Vergleich der benötigten Rechenressourcen.

6.4.2 Ergebnisse

Die Abb. 6.9 zeigt den Geschwindigkeitsbetrag und die TKE im Mittelschnitt des Verifikations-Testfalls zu verschiedenen Phasen t/T sowohl im Absolutsystem, als auch im Relativsystem. In rot ist zusätzlich die einzuhaltende Position und Ausrichtung des Nachlaufs dargestellt. Die Konturplots im Absolutsystem (Abb. 6.9 rechts) zeigen sehr gut die kontinuierliche Bewegung des Nachlaufs in eine negative Teilungsrichtung y . Für die Konturplots des Relativsystems sind hingegen die Positionen der Nachläufe identisch. Dies bedeutet, der Nachlauf wird korrekt mit der Geschwindigkeit U_{wake} in negative Teilungsrichtung bewegt. Zusätzlich zeigt sich unabhängig vom gewählten

Bezugssystem eine Übereinstimmung der W-DFSEM mit der einzuhaltenden Nachlaufposition und -ausrichtung (in rot dargestellt). Der Nachlauf wird somit wie beabsichtigt von der W-DFSEM bewegt und die Ausrichtung des Nachlaufs ist ebenfalls korrekt. Die Aufprägung bewegter Nachläufe der W-DFSEM ist somit erfolgreich verifiziert.

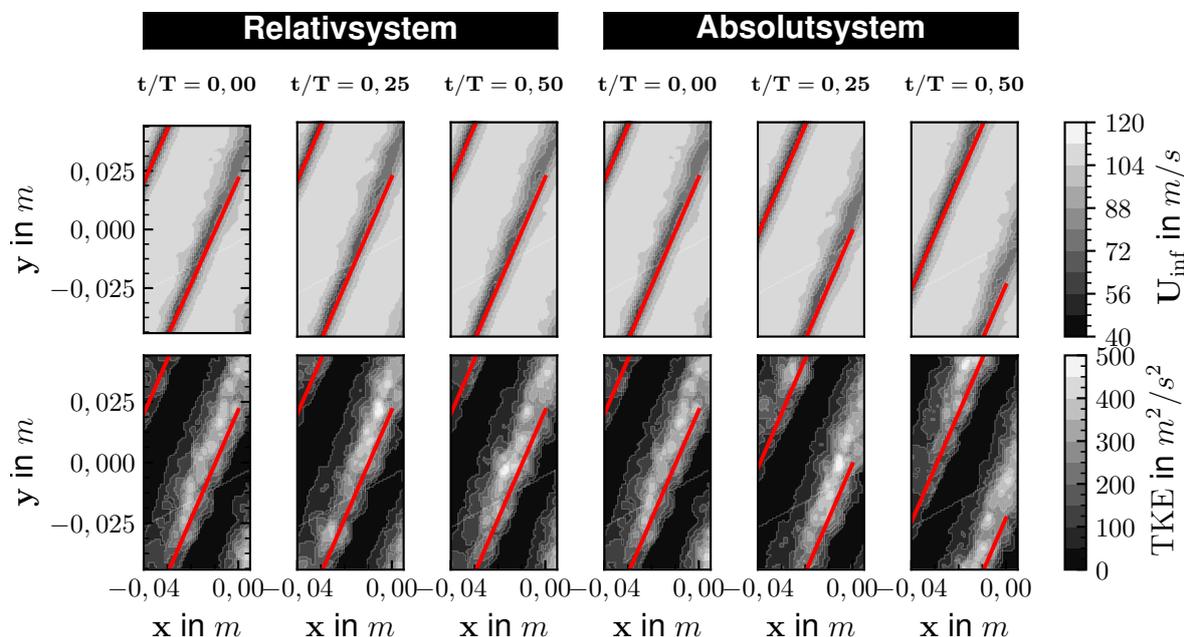


Abbildung 6.9: Geschwindigkeitsbetrag und TKE des Verifikations-Testfalls der Nachlaufaufprägung der W-DFSEM

Die Ergebnisse des ersten Validierungsschrittes sind in Abb. 6.10 gezeigt. Für die Simulationen ist zusätzlich der Einfluss der Anzahl an Nachlauf-Perioden M auf das Phasenmittel dargestellt. Das absolute Geschwindigkeitsdefizit der W-DFSEM ist zu breit, stimmt bzgl. der Nachlauftiefe jedoch mit dem Experiment überein. Die Nachlaufbreite der Simulation mit vernetztem Stab ist hingegen zu gering und der Nachlauf-Peak zu tief. Unter Berücksichtigung der Messunsicherheiten stimmen beide Simulationen jedoch mit dem Experiment überein. Auch für die TKE zeigt sich eine Übereinstimmung zwischen den Simulationen und dem Experiment an den Nachlauf-Peak-Flanken. Für den Bereich des Nachlauf-Peaks selbst (siehe **A**) liegen beide Simulationen im Bereich der unteren Grenze der Messunsicherheiten. Wie jedoch die Verläufe der Simulationen in Abhängigkeit von M zeigen, ist dies auf die deutlich geringe Anzahl an gemittelten Nachlauf-Perioden zwischen den Simulationen ($M = 5 - 25$) und dem Experiment ($M = 300$) zurückzuführen. Die gewählte Anzahl der maximal gemittelten Nachlauf-Perioden der Simulationen ($M = 25$) entspricht hierbei üblichen Literaturwerten (Michelassi et al. 2002, 2015). Des Weiteren ist es aufgrund limitierter Rechenleistung nicht möglich, eine vergleichbare Anzahl an Nachlauf-Perioden wie im Experiment zu simulieren. Bei einer vergleichbaren Anzahl an gemittelten Nachlauf-Perioden wie im Experiment ist auf Basis der Ergebnisse aus Abb. 6.10 zu erwarten, dass die Verläufe der Simulationen im Bereich **A** sich näher in Richtung Experiment verschieben. Zusätzlich ist eine Reduzierung der Nachlauf-Tiefe der Simulation mit vernetztem Stab (siehe Bereich

B) in Richtung des Experiments zu erwarten. Unabhängig vom Einfluss von M liegen auch die Verläufe der TKE für beide Simulationen (mit Ausnahme von jeweils einem Messpunkt) im Bereich der Messunsicherheiten. Beide Simulationen sind somit in der Lage, sowohl das Impulsdefizit als auch die Turbulenz des Nachlaufs korrekt wiederzugeben. Die W-DFSEM kann also physikalisch korrekte, bewegte Nachläufe aufprägen und der erste Validierungsschritt der Nachlaufaufprägung ist somit erfolgreich. Die

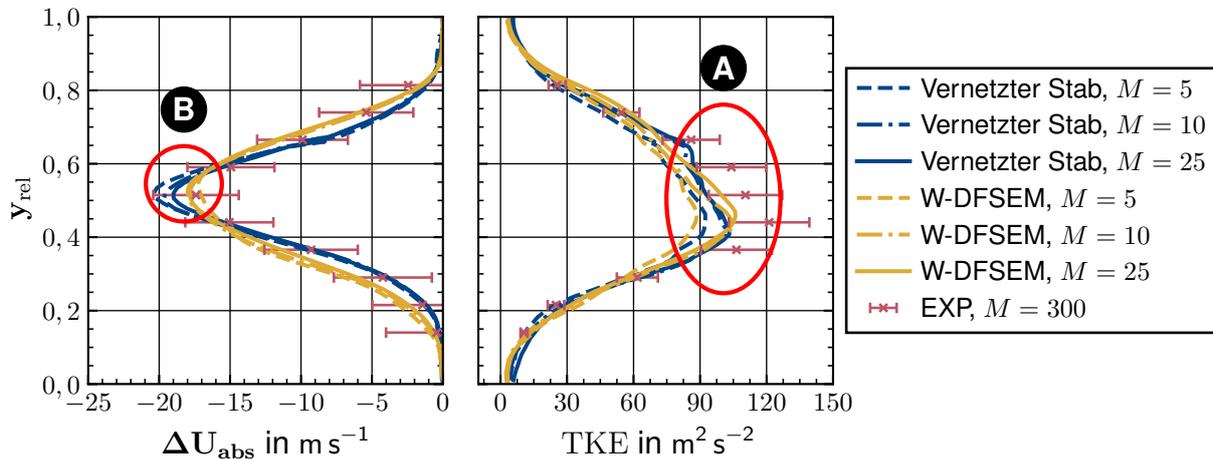


Abbildung 6.10: Vergleich des eintretenden Nachlaufs zwischen Experiment, W-DFSEM und vernetztem Stab des 1. Validierungsschrittes der Nachlaufaufprägung mittels W-DFSEM

Profilverteilung der isentropen Mach-Zahl des zweiten Validierungsschrittes ist in Abb. 6.11 gezeigt. Die Unterschiede zwischen der Simulation mit W-DFSEM und vernetztem Stab folgen aus einer niedrigeren Netzauflösung der Simulation mit vernetztem Stab im Vergleich zur Simulation mit W-DFSEM. Die Netzauflösung dieser Simulation musste reduziert werden, da der Rechenaufwand der Simulation unerwartet hoch war. Wie später gezeigt, liegt dies an dem verwendeten Rotor-Stator-Interface. Wie die Netzstudie der zugehörigen Kaskade zeigt (siehe Anhang H.2), liegen die Abweichungen der beiden Simulationen in den lokalen Bereichen, wo ein Netzeinfluss vorliegt. Unabhängig von der unterschiedlichen Netzauflösung sind beide Simulationen in der Lage, bis auf zwei lokale Abweichungen in **A**, die Profilverteilung zu reproduzieren. Die zugehörigen Nachlaufverluste sind in Abb. 6.12 dargestellt. Im Bereich des Freistroms und den Nachlauf-Peak-Flanken verlaufen beide Simulationen ähnlich. Im Bereich **A** sind die Verluste der Simulationen zu hoch, während die Verluste im Bereich **B** zu gering sind. Die Höhe des Nachlauf-Peaks selbst wird hingegen von der Simulation mit W-DFSEM korrekt vorhergesagt, während die Nachlaufbreite zu groß ist. Für die Simulation mit vernetztem Stab stimmt hingegen die Nachlaufbreite mit dem Experiment überein, die Höhe des Nachlauf-Peaks ist hingegen jedoch zu gering (zurückzuführen auf die geringere Netzauflösung). Unter Einbeziehung der Unsicherheitsbänder der Simulationen, die sich aus der endlichen Mittelungszeit ergeben, stimmt die Simulation der W-DFSEM mit dem Experiment überein, während jedoch die Simulation mit vernetztem Stab eine Abweichung bzgl. der Höhe des Nachlauf-Peaks zeigt. Die

6 Verifikation und Validierung der Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen

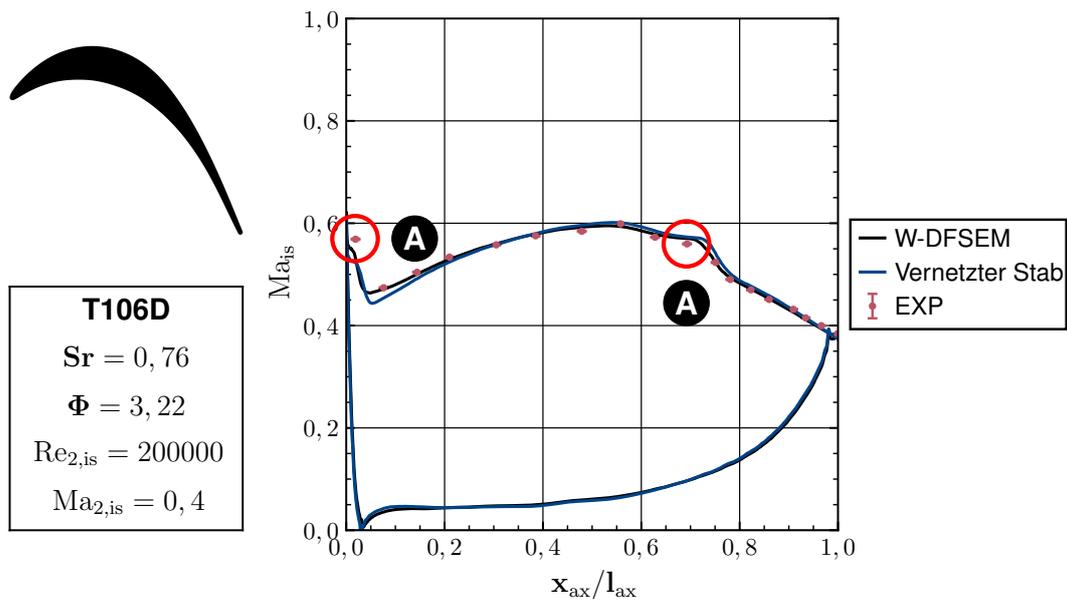


Abbildung 6.11: Profilverteilung der isentropen Mach-Zahl des 2. Validierungsschrittes der Nachlaufaufprägung der W-DFSEM

Simulation mit W-DFSEM gibt somit auch das Verlustverhalten korrekt wieder.

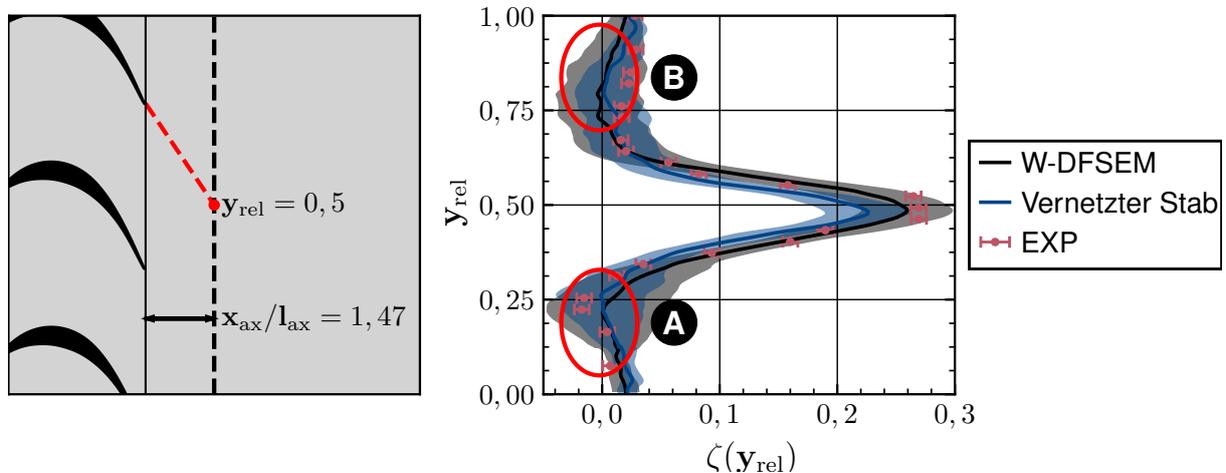


Abbildung 6.12: Nachlauf-Verluste des 2. Validierungsschrittes der Nachlaufaufprägung der W-DFSEM

Zusätzlich ist in Abb. 6.13 die phasengemittelte Quasi-Wandschubspannung des Experiments mit den Wandschubspannungen der Simulationen gegenübergestellt. Im Experiment selbst wird nicht direkt die Wandschubspannung, sondern eine Spannung erfasst, die sich proportional zur Wandschubspannung verhält, daher auch die Bezeichnung Quasi-Wandschubspannung (Stadtmüller und Fottner 2001). Entsprechend wurden sowohl die experimentellen, als auch numerischen Werte mittels einer Referenz-Wandschubspannung τ_{ref} normiert. Diese unterscheidet sich zwischen dem Experi-

ment und den Simulationen. Hierbei muss erwähnt werden, dass im Experiment nicht zwischen positiver und negativer Wandschubspannung unterschieden werden kann. Aufgrund dessen ist in Abb. 6.13 der Betrag der Wandschubspannung dargestellt. In weiß sind zusätzlich die Ablöse- und die Wiederanlegelinie dargestellt, welche für das Experiment optisch bestimmt werden mussten. Weiterhin ist die zeitliche Differenz zwischen dem frühesten Ablöse- und dem spätesten Wiederanlegepunkt $\Delta t/T$ nach Müller-Schindewolffs et al. (2015) eingezeichnet. Zunächst fällt auf, dass die Werte der Simulationen deutlich stärker verrauscht sind als die experimentellen Werte, was auf die um den Faktor ≈ 10 niedrigere Anzahl an gemittelten Nachlaufperioden der Simulationen zurückzuführen ist. Bei einem Vergleich der axialen Position der Ablöse- und Wiederanlegelinie, zeigt sich eine Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation mit W-DFSEM. Für die Simulation mit vernetztem Stab liegen beide Linien im Vergleich zum Experiment $0,07l_{ax}$ weiter stromauf, was auf die geringere Netzauflösung dieser Simulation zurückzuführen ist. Für $\Delta t/T$ liegen beide Simulationen mit $0,30$ für die Simulation mit vernetztem Stab und $0,27$ für die Simulation mit W-DFSEM im Bereich des Experiments ($\Delta t/T = 0,30$). Die rel. Abweichungen zum Experiment sind mit $< 15\%$ vernachlässigbar gering in Anbetracht der Tatsache, dass die Anzahl an gemittelten Nachlaufperioden in den Simulationen deutlich geringer ist als im Experiment und die Ablöse- und Wiederanlegelinie im Experiment optisch bestimmt wurden. Die Simulation mit W-DFSEM gibt sowohl die räumliche Position der Ablösung, als auch die zeitliche Abfolge abgelöster und wiederanliegender Strömung und somit auch das Grenzschichtverhalten korrekt wieder. Die gesamte Modellierungskette ist also auch in der Lage, den Einfluss von mittels W-DFSEM erzeugten physikalisch korrekten, eintretenden Nachläufen auf eine stromab befindliche Kaskade korrekt vorherzusagen. Der zweite Validierungsschritt der Nachlaufaufprägung der W-DFSEM ist damit ebenfalls erfolgreich.

Ergänzend sind in Tab. 6.3 die beiden Simulationen hinsichtlich der benötigten rel. Rechenressourcen gegenübergestellt. Als Referenz wurde der Rechenaufwand der Simulation ohne jede Art einer turbulenten Zuströmung gewählt. Für die Simulation mit W-DFSEM liegt im Vergleich zur Referenz ein erhöhter rel. Rechenaufwand von 10% vor. Obwohl die Simulation mit vernetztem Stab lediglich $\approx 13\%$ mehr Zellen als die Simulation mit W-DFSEM besitzt, ist der Rechenaufwand dieser Simulation 771% höher als der der Referenz. Dieser unerwartet hohe Rechenaufwand ist zurückzuführen auf die schlechte Parallelisierbarkeit des verwendeten Rotor-Stator-Interfaces (RSI) und ist der Grund für die Reduzierung der Netzauflösung der finalen Simulation mit vernetztem Stab. Aber auch ohne Berücksichtigung des RSI (stehender Stab) liegt der benötigte Rechenaufwand mit 66% mehr gegenüber der Referenz deutlich höher als für die Simulation mit W-DFSEM. Für realitätsnähere Anwendungsfälle würde anstatt eines Stabes eine zusätzlich vernetzte Schaufel und somit auch eine um den Faktor ≈ 2 erhöhte Anzahl an Zellen vorliegen. Dadurch würde ebenfalls der Rechenaufwand um mindestens den Faktor ≈ 2 ansteigen, so dass für diese realitätsnäheren Anwendungsfälle ein größerer Vorteil der W-DFSEM bzgl. der Rechenressourcen zu erwarten ist.

Für detailliertere Informationen bzgl. der Verifikation und Validierung der Nachlaufauf-

6 Verifikation und Validierung der Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen

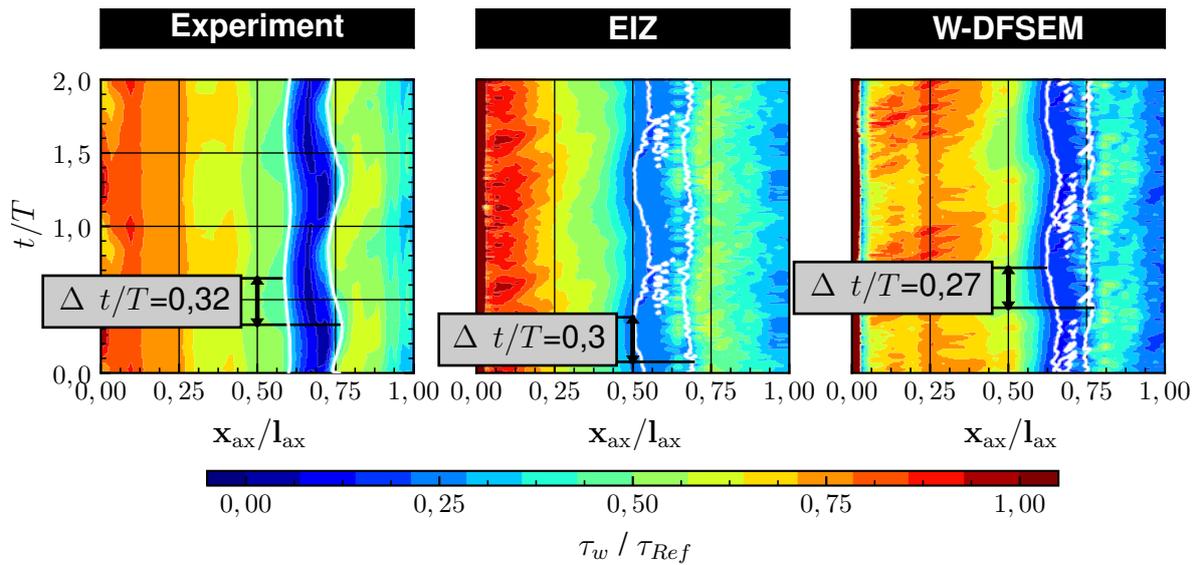


Abbildung 6.13: Betrag der saugseitigen phasengemittelten Wandschubspannung des 2. Validierungsschrittes der Nachlaufaufprägung der W-DFSEM

Tabelle 6.3: Vergleich der benötigten rel. Rechenressourcen des 2. Validierungsschrittes der Nachlaufaufprägung mittels W-DFSEM

Referenz	W-DFSEM	Vernetzter Stab	Vernetzter Stab ohne RSI
100 %	110 %	871 %	166 %

prägung der W-DFSEM sei auf (Zieße et al. 2019) und (Zieße et al. 2020) verwiesen.

6.5 Potenzialfeldaufprägung

6.5.1 Konzept und Vorgehensweise

Der Verifikations- und Validierungsansatz der Potenzialfeldaufprägung ist, das Potenzialfeld einer bereits durchgeführten Simulation ohne Zuströmturbulenz zu extrahieren und dieses direkt mittels W-DFSEM einer weiteren Simulation aufzuprägen. Die Position des Eintritts der weiteren Simulation ist hierbei entsprechend stromab in axialer Richtung verschoben und entspricht der axialen Position des extrahierten Potenzialfeldes. Die Aufprägung des Potenzialfeldes erfolgt über die Vorgabe eines Geschwindigkeitsdefizits mittels Polynomen bzw. der Vorgabe von Polynomkoeffizienten. Die Verifikation dieser Potenzialfeldaufprägung ist sichergestellt, wenn die Geschwindigkeitsdefizite der zugehörigen Polynome mit denen der W-DFSEM übereinstimmen. Die Validierung ist hingegen erfolgreich, wenn die Werte der Simulation mit dem extrahierten Potenzialfeld (nachfolgend als „Referenz“ bezeichnet) und der Simulation mit über W-DFSEM aufgeprägtem Potenzialfeld übereinstimmen.

Der Testfall entspricht der NDTK aus Anhang C.1. Das Potenzialfeld wurde $x_{ax}/l_{ax} = -0,35$ stromauf der Vorderkante entnommen.

6.5.2 Ergebnisse

Im Mittelschnitt lässt sich für den Konturplot des Geschwindigkeitsbetrages (siehe Abb. 6.14) zwischen der Referenz und der Simulation mit W-DFSEM optisch kein Unterschied feststellen.

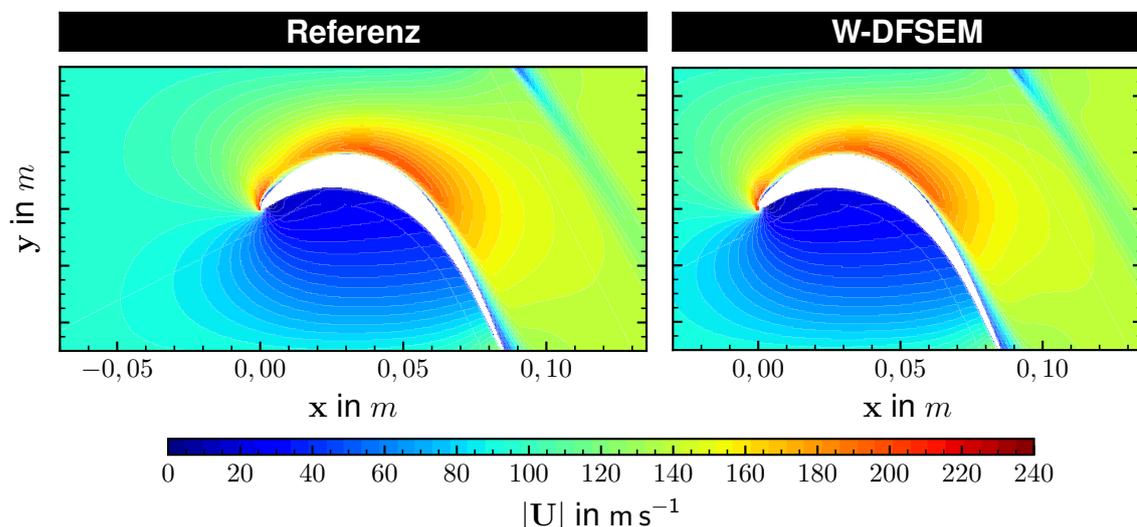


Abbildung 6.14: Vergleich des Geschwindigkeitsbetrages im Mittelschnitt zwischen Referenz und W-DFSEM für den Testfall der Potenzialfeldaufprägung

Bei einem Vergleich der Geschwindigkeitsverläufe über die Teilung (siehe Abb. 6.15) zeigt sich am Eintritt der Zusatzsimulation mit W-DFSEM (Position 1) eine Übereinstim-

6 Verifikation und Validierung der Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen

mung zwischen den Polynomverläufen und der Simulation mit W-DFSEM. Weiterhin stimmen die Verläufe der Referenz und W-DFSEM an Position 1 und Position 2 überein. Die Potenzialfeldaufprägung funktioniert somit wie beabsichtigt und ist erfolgreich verifiziert und validiert.

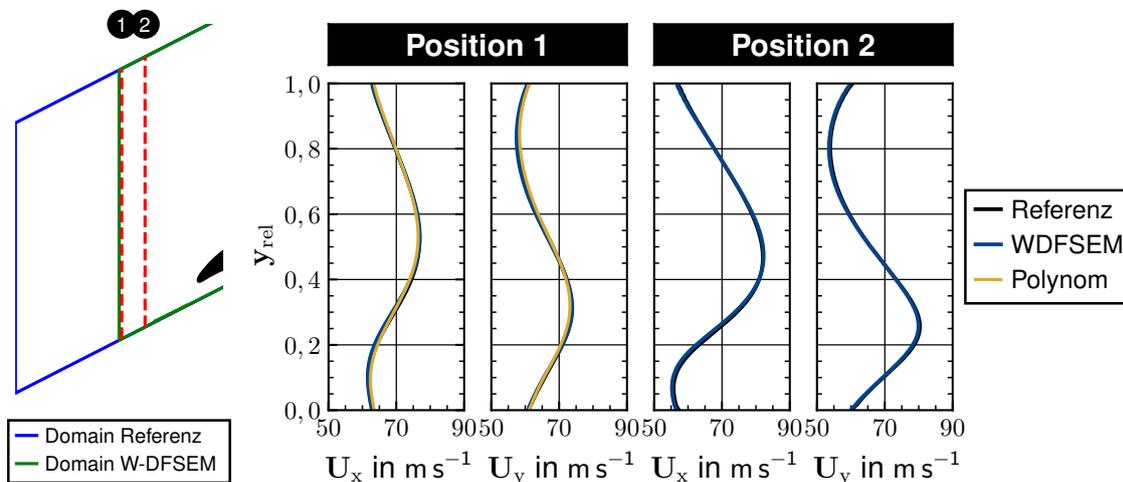


Abbildung 6.15: Vergleich der Geschwindigkeitskomponenten über die Teilung an zwei axialen Positionen für Referenz, W-DFSEM und Polynomwerte des Testfalls für die Verifikation und Validierung der Potenzialfeldaufprägung

6.6 Wandnahe Turbulenzreduzierung

6.6.1 Konzept und Vorgehensweise

Für eine erfolgreiche Verifikation der wandnahen Turbulenzreduzierung der W-DFSEM muss gezeigt werden, dass der zugehörige Überblendungs-Faktor BF der unmittelbar von der Randbedingung selbst berechnet wird, über die gesamte Eintrittsfläche dem beabsichtigten Wert entspricht. Die Validierung erfolgt hingegen durch Variation des Überblendungs-Parameters und den Vergleich der zugehörigen Ergebnisse dieser Variation mit denen ohne Überblendung bzgl. der Entwicklung der Turbulenz in Nähe der Kanalwände. Für die Verifikation und Validierung wurden mehrere Simulationen durchgeführt, die alle identische Ergebnisse zeigen. Daher werden nachfolgend repräsentativ nur die Ergebnisse einer Überblendungs-Variante diskutiert. Der zugehörige Testfall ist identisch zwischen Verifikation und Validierung und entspricht dem Zuströmbereich der NDTK aus Anhang C.3 mit der Annahme reibungsfreier Kanalwände. Auf die Simulation einer vollständigen Kaskade wurde zum Einsparen von Rechenressourcen verzichtet. Bei der ersten Simulation (nachfolgend als „Referenz“ bezeichnet) wurde keine Überblendung vorgegeben und bei der zweiten Simulation (nachfolgend als „W-DFSEM“ bezeichnet) eine wandnahe Überblendung mit $h_{\text{rel},o} = 0,95$ und $h_{\text{rel},u} = 0,05$.

Entscheidend für die Validierung ist, dass die turbulenten Schwankungen wie beabsichtigt an den Kanalwänden ausgeblendet werden, diese Ausblendung jedoch keinen Einfluss auf die erzeugte Turbulenz in der Kanalmitte hat.

6.6.2 Ergebnisse

Die Abb. 6.16 zeigt die turbulenten Schwankungsgrößen in der Mitte des Kanals. Sowohl T_u (Abb. 6.16 links), als auch die Normalspannungen (Abb. 6.16 rechts) sind identisch zwischen beiden Simulationen. Die Überblendung hat somit keinen Einfluss auf die Funktionsweise der Randbedingung im Mittelschnitt.

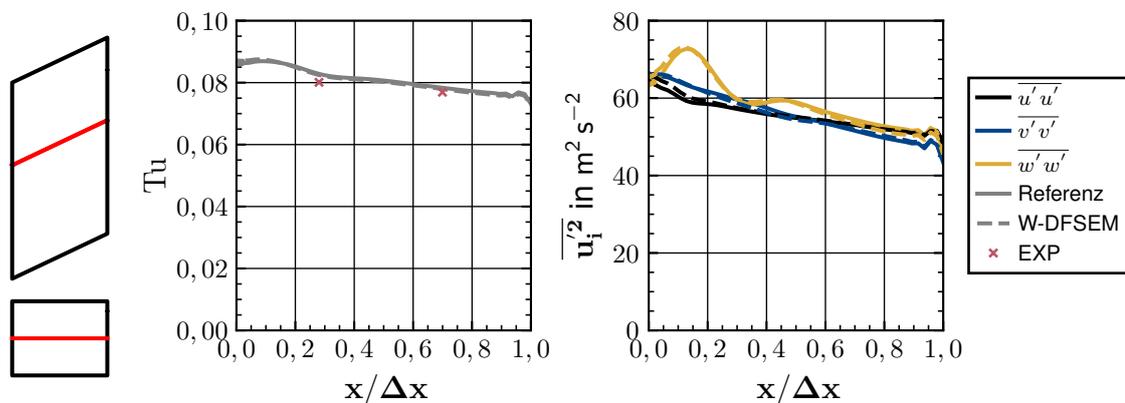


Abbildung 6.16: Turbulente Schwankungsgrößen im Mittelschnitt und entlang einer Stromlinie für den Testfall der wandnahen Turbulenzreduzierung

Der Überblendungs-Faktor (siehe Abb. 6.17 links) ist, wie zu erwarten, für die Referenz konstant eins über die komplette Kanalhöhe und für die Simulation mit Überblendung zeigt sich entsprechend ein linearer Abfall auf beiden Kanalseiten von eins auf null ab den vorgegebenen Grenzen, womit die wandnahe Turbulenzreduzierung erfolgreich verifiziert ist. Abb. 6.17 rechts zeigt zusätzlich die TKE an zwei unterschiedlichen axialen Positionen im Mittelschnitt. Die Referenz zeigt einen Anstieg der TKE in der Nähe der Kanalwände. Die Simulation mit Überblendung hingegen zeigt den gewollten Abfall der TKE zu den Wänden hin. Dies bestätigt ebenfalls ein Vergleich der TKE für einen mittigen Schnitt entlang der Hauptströmungsrichtung (Abb. 6.18). Es ist deutlich zu erkennen, dass es durch die Verwendung der Überblendung zu keiner wandnahen Überhöhung der TKE kommt und die wandnahe Turbulenzreduzierung somit korrekt funktioniert.

Die W-DFSEM und somit auch die Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen wurde nun erfolgreich verifiziert und validiert für alle Teilmodellierungen. Es konnte gezeigt werden, dass die W-DFSEM wie beabsichtigt funktioniert und die realitätsnahen Randbedingung abbilden kann, was die erste Teilhypothese dieser Arbeit bestätigt.

6 Verifikation und Validierung der Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen

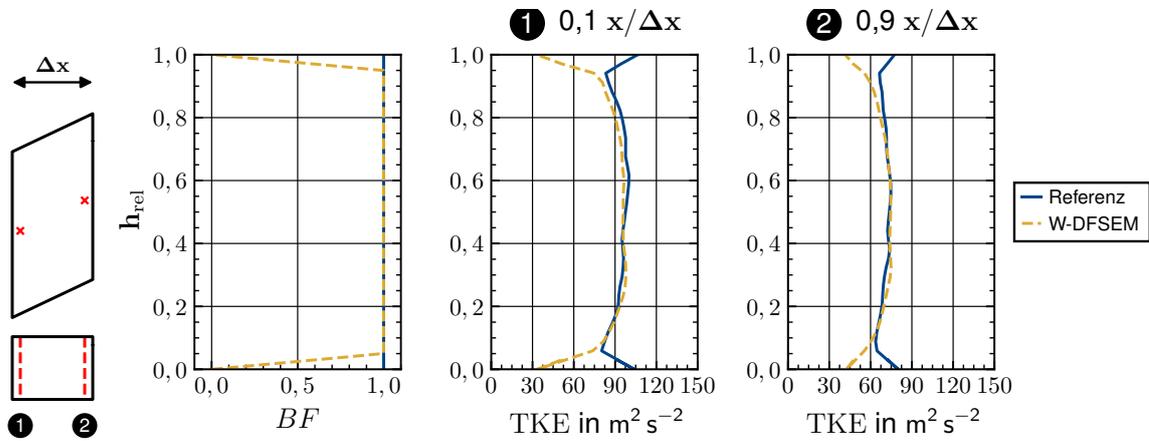


Abbildung 6.17: Überblendungs-Faktor und TKE über die Kanalhöhe an zwei axialen Positionen für den Testfall der wandnahen Turbulenzreduzierung

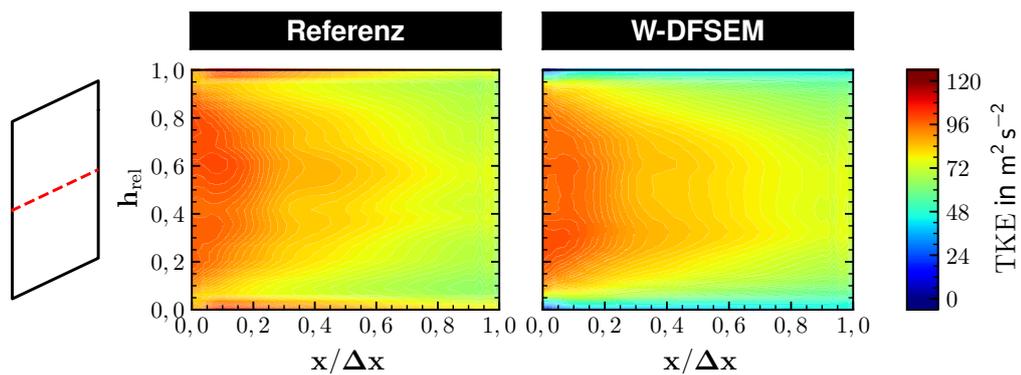


Abbildung 6.18: Konturplot der TKE in Kanalmitte für den Testfall der wandnahen Turbulenzreduzierung

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

Wie bereits in Abschn. 2.3 erwähnt, haben die in einer NDTK vorkommenden unterschiedlichen Transitionsmodi einen Einfluss auf die Verluste. Die gesamte Modellierungskette muss somit in der Lage sein, alle diese relevanten Phänomene wiederzugeben. Die Validierung der gesamten Modellierungskette erfolgt daher anhand aller relevanten Transitionsmodi. Bei der Auswahl der Testfälle wurde darauf geachtet, dass die Testfälle repräsentativ für den jeweiligen Transitionsmodus sind. Weitere Auswahlkriterien waren sowohl die Neuheit der Beschau felung und somit die technische Relevanz, als auch die allgemeine experimentelle Datenbasis.

Alle Testfälle sind entsprechend ihrer Transitionsmodi in Abb. 7.1 dargestellt. Nachfolgend werden die Ergebnisse eines jeden Testfalls dargelegt. Zusätzlich werden separat die Randbedingungen bewertet, um sicherzustellen, dass realitätsnahe Randbedingungen vorliegen. Eine ausführliche Beschreibung eines jeden Testfalls ist dem Anhang C zu entnehmen. Für alle gezeigten experimentellen Werte wurden Messunsicherheiten angegeben. Die Vorgehensweise für deren Bestimmung kann Anhang E.1 entnommen werden. Zusätzlich zur Gegenüberstellung von LES und Experiment sind ebenfalls Er-

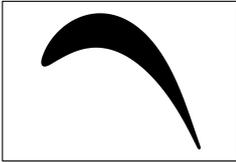
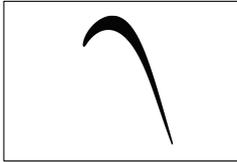
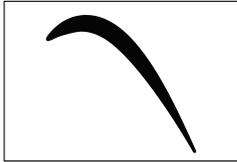
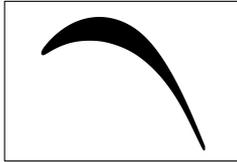
		Transitionsmodi			
		ablöse-induziert	im Nachlauf	Bypass	nachlauf-induziert
		↓	↓	↓	↓
		MTU-T161	Basisgitter A	T104	T106C
Testfall					
		$Re_{2,is} = 90.000$ $Ma_{2,is} = 0,60$	$Re_{2,is} = 167.000$ $Ma_{2,is} = 0,86$	$Re_{2,is} = 300.000$ $Ma_{2,is} = 0,59$	$Re_{2,is} = 140.000$ $Ma_{2,is} = 0,65$

Abbildung 7.1: Übersicht der Testfälle zur Validierung der Gesamtmodellierung

gebnisse von RANS-Simulationen abgebildet. Diese RANS-Simulationen wurden so

durchgeführt, wie sie in aktuellen industriellen bzw. ingenieurtechnischen numerischen Untersuchungen Anwendung finden. Der direkte Vergleich der LES und der RANS-Simulation dient dazu, zu prüfen, ob die neuartige Modellierung mittels LES-Ansatz gegenüber der Standard-Modellierung mittels RANS-Ansatz einen Vorteil bringt und, wenn ja, wie stark dieser ausfallen könnte. Dadurch ist eine direkte Bewertung des technischen Nutzens der vorgestellten Modellierung möglich. Eine detailliertere Beschreibung der durchgeführten RANS-Simulationen kann Anhang G entnommen werden.

Für jeden Testfall wurde weiterhin eine Netzstudie durchgeführt. Die zugehörigen Ergebnisse können Anhang H entnommen werden. Neben den Messunsicherheiten ist für die LES-Rechnungen ebenfalls ein Unsicherheitsbereich angegeben. Dieser folgt unmittelbar aus der Tatsache, dass die Simulationen nur endlich lang gemittelt werden können. Das Vorgehen zur Bestimmung dieser Unsicherheiten ist in Anhang E.2 beschrieben.

7.1 Ablöseinduzierte Transition

Der Testfall für die ablöseinduzierte Transition ist die T161-Kaskade. Das Profil der T161-Kaskade wurde als Ultra High-Lift Profil ausgelegt mit einer Ablöseblase im hinteren Bereich der Saugseite. Im Vergleich zu den Testfällen der anderen Transitionsmodi besitzt diese Kaskade eine Querschnittserweiterung. Eine detaillierte Beschreibung des Testfalls kann Anhang C.2 entnommen werden.

7.1.1 Bewertung der Randbedingungen

Die stromfadentheoretischen Randbedingungen für den Testfall der ablöseinduzierten Transition sind in Tab. 7.1 für Experiment, RANS-Simulation und LES gegenübergestellt. Unter Berücksichtigung der Unsicherheiten stimmen die stromfadentheoretischen Randbedingungen des Experiments und den Simulationen überein.

Tabelle 7.1: Stromfadentheoretische Randbedingungen des Testfalls für ablöseinduzierte Transition

Größe	Experiment	RANS	LES
$Re_{2,is}$	90027 ± 621	89457	90661 ± 148
$Ma_{2,is}$	0,600 ± 0,004	0,600	0,603 ± 0,001
β_1	131,00° ± 0,10°	131,00°	130,93° ± 0,13°
$T_{t,1}$	303,31K ± 0,21K	303,19K	303,26K ± 0,04K

Der zugehörige Zuströmturbulenzgrad ist in Abb. 7.2 dargestellt. Da zum Einen aus dem Experiment in Abhängigkeit vom Testfall teilweise nur ein Messwert erfasst wurde und zum Anderen das Berechnungsgebiet der Simulationen im Eintritt kürzer ist als der axiale Abstand der Messposition zur Vorderkante, wurde zusätzlich ein analytischer Turbulenzgrad nach Roach (1987) dargestellt. Dieser basiert auf experimentellen

Untersuchungen an Turbulenzgittern ohne Kontraktion. Die analytische Funktion nach Roach (1987) wurde entsprechend den vorliegenden experimentellen Werten gefittet. Zusätzlich sind sowohl für die experimentellen als auch analytischen Werte Unsicherheiten nach Wunderwald (1995) angegeben. Wie bereits im Kap. 3 erläutert, sind die integralen Längenmaße aus den Experimenten aufgrund der durch den Messaufbau bedingten Anisotropie nicht vertrauenswürdig. Das integrale Längenmaß in den Simulationen wurde daher iterativ eingestellt, sodass das Abklingverhalten mit den experimentellen Werten bzw. dem analytischen Verlauf nach Roach (1987) übereinstimmt. Weiterhin muss erwähnt werden, dass die experimentellen Werte ohne verbaute Schaufeln erfasst wurden. Aufgrund dessen erfolgte die Auswertung des Turbulenzgrades in den Simulationen mittig der Passage. Es zeigt sich für die Simulationen ein linearer Verlauf im Bereich von $x_{ax}/l_{ax} = -1,0$ bis ca. $-0,5$ mit Übereinstimmung zum Experiment. Weiter stromab lässt sich ein parabelförmiger Verlauf feststellen, mit einem Turbulenzgradanstieg auf der Höhe der Vorderkante. Dieser parabelförmige Verlauf ist auf den Potenzialfeldeinfluss zurückzuführen. Unabhängig davon liegen die Werte der Simulationen im Unsicherheitsband der analytischen Funktion. Die Randbedingungen zwischen Experiment und Simulationen sind somit identisch.

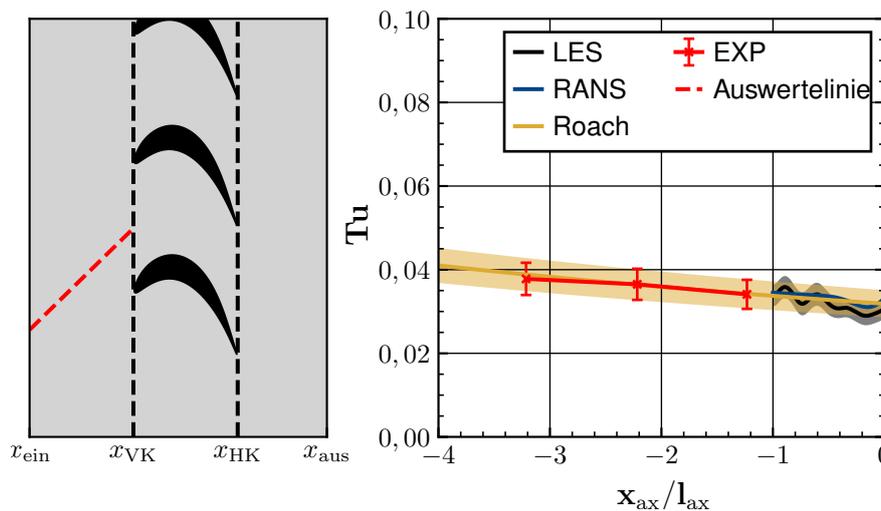


Abbildung 7.2: Zuströmturbulenzgrad des Testfalls für ablöseinduzierte Transition

7.1.2 Ergebnisse

Profilverteilung

In Abb. 7.3 ist die isentrope Mach-Zahl-Verteilung im Mittelschnitt dargestellt. Für die Druckseite lässt sich eine fast vollständige Übereinstimmung zwischen den Simulationen und dem Experiment feststellen. Lediglich die RANS-Simulation liegt für einen Punkt (siehe **B**) außerhalb der Messunsicherheiten. Auf der Saugseite verlaufen beide Simulationen identisch bis $x_{ax}/l_{ax} \approx 0,5$, weichen jedoch geringfügig vom Experiment ab. Diese Abweichungen **C** treten insbesondere im laminaren Bereich der Pro-

filgrenzschicht auf, sodass die Turbulenzmodellierung als Grund auszuschließen ist. Die Ursache könnte ein unterschiedliches Geschwindigkeitsdichteverhältnis (in engl. Axial velocity density ratio, kurz AVDR) sein. In den Simulationen wurde die relative Querschnittserweiterung des Experiments vorgegeben, in dem die Kanalwände entsprechend angepasst wurden. Jedoch wurden zum Einsparen von Rechenressourcen reibungsfreie Kanalwände angenommen. An den reibungsbehafteten Kanalwänden ist jedoch eine Grenzschicht und dadurch auch eine zusätzliche Einschnürung der Hauptströmung zu erwarten, woraus ein geringfügig unterschiedliches AVDR resultiert. Im hinteren Bereich der Saugseite stimmen LES und Experiment bis $x_{ax}/l_{ax} \approx 0,86$ überein, während die RANS-Simulation hingegen deutlich vom Experiment abweicht. Beide Simulationen zeigen eine deutliche „Ausbeulung“ vom potentialtheoretischen Verlauf und die LES ein ausgeprägtes Plateau. Beides ist ein Indiz für ein Ablösegebiet im hinteren Bereich der Saugseite. In der RANS-Simulation legt die Strömung bei $x_{ax}/l_{ax} \approx 0,9$ wieder an, zu erkennen an dem linearen Verlauf hin zur Hinterkante im Bereich **D**. Somit liegt in der RANS-Simulation eindeutig eine Ablöseblase vor. In der LES deutet sich ein ähnlich linearer Verlauf an, jedoch ist nicht direkt anhand der Profildruckverteilung erkennbar, ob die Strömung wieder anlegt. Unabhängig davon weicht die RANS-Simulation vom Experiment ab, während die LES für weitestgehend alle Messpunkte im Vertrauensintervall liegt. Abweichungen der LES lassen sich im Bereich **E** feststellen. In der LES erfolgt im Vergleich zum Experiment erst weiter stromab die Verzögerung der Strömung auf die Abström-Mach-Zahl an der Hinterkante. Da zugleich der Verlauf stromauf des Plateaus identisch ist, liegt in der LES im Vergleich zum Experiment ein größeres Ablösegebiet vor. Diese Abweichungen der LES vom Experiment im Bereich **E** können auf eine eventuell nicht exakt übereinstimmende Zuströmturbulenz zurückzuführen sein. Insbesondere die ablöseinduzierte Transition zeigt eine hohe Sensitivität bzgl. der Zuströmturbulenz. In allen im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen unter stationärer Zuströmung wurde homogene isotrope Turbulenz vorgegeben, was nach aktuellem Stand der Wissenschaft das übliche Vorgehen ist. In aktuell industriell eingesetzten RANS-Verfahren wäre es weiterhin gar nicht möglich, Anisotropie vorzugeben. Wie jedoch im Kap. 3 ausführlich dargelegt, liegt in Gitterwindkanälen eine Anisotropie der Zuströmturbulenz vor, was eine Erklärung für die noch bestehenden Abweichungen sein könnte. Zusätzlich besitzen industriell eingesetzte RANS-Verfahren oft unternehmenseigene Optimierungen, die eine bessere Vorhersage ermöglichen. Müller-Schindewolffs (2022) und Herbst (2013) konnten beispielsweise für den hier betrachteten Testfall mittels eines optimierten RANS-Verfahrens eine deutliche bessere Vorhersage erzielen.

Nachlauf

Die Form der Nachlauf-Verluste der LES und des Experiments sind ähnlich (siehe Abb. 7.4). Der Nachlauf-Peak der LES ist geringfügig zu breit im Vergleich zum Experiment. Im saugseitigen Bereich des Nachlauf-Peaks **A** in Abb. 7.4 liegen die Verluste der LES über dem Experiment. Diese Abweichungen der LES vom Experiment könnten auf die geringfügig zu große Ablöseblase zurückzuführen sein, die wiederum aus einer unter-

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

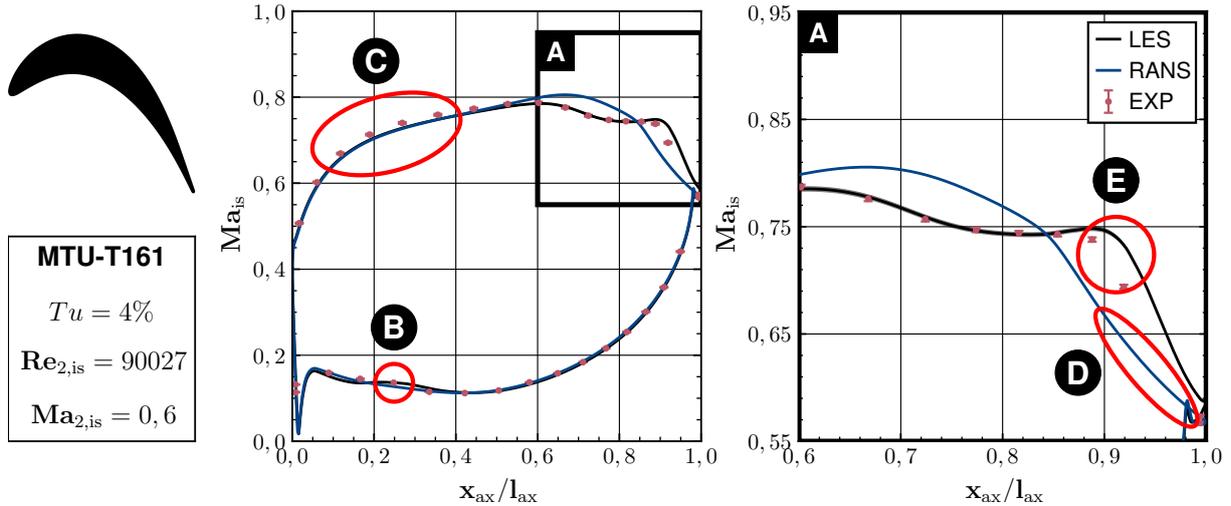


Abbildung 7.3: Profilverteilung der isentropen Mach-Zahl des Testfalls für ablöseinduzierte Transition

schiedlichen räumlichen Ausrichtung der Zuströmturbulenz resultieren könnte. Hierbei muss erwähnt werden, dass die exakte Messposition in Teilungsrichtung nicht für alle Testfälle dieser Arbeit dokumentiert ist. Die Nachlauf-Verteilungen werden daher in den Simulationen in Teilungsrichtung verschoben. Es lässt sich somit nicht eindeutig feststellen, ob die Abweichungen rein saugseitig vorliegen. Unabhängig von der exakten Position liegt der Verlauf der LES im Vertrauensintervall oder nah an diesem. Die RANS-Simulation hingegen zeigt einen zu schmalen und zu hohen Verlust-Peak und lokal sogar eine Totaldruckerhöhung im Bereich **B**.

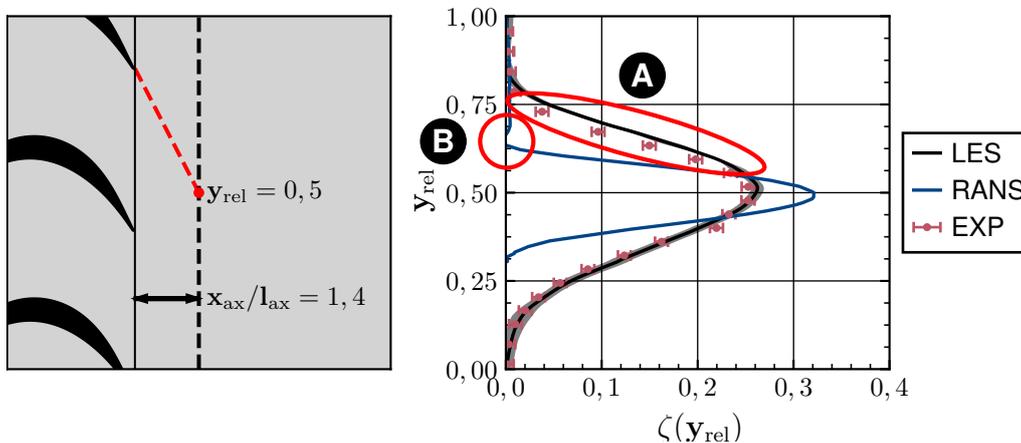


Abbildung 7.4: Nachlaufverluste des Testfalls für ablöseinduzierte Transition

Grenzschicht

Zur detaillierten Analyse des Grenzschichtverhaltens sind in Abb. 7.5 die Wandschubspannung und der Formfaktor H_{12} entlang der Saugseite für RANS-Simulation und

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

LES gegenübergestellt. Wie der Verlauf der Wandschubspannung zeigt, liegt der Ablösepunkt in der LES (A, LES) deutlich weiter stromauf als der Ablösepunkt in der RANS-Simulation (A, RANS). Es ist ebenfalls zu erkennen, dass in der LES die Wandschubspannung nahe der Hinterkante wieder positive Werte annimmt und somit auch in der LES eine Ablöseblase vorliegt. Wie bereits die Profilverteilung erahnen lässt, liegt der Wiederanlegepunkt in der RANS-Simulation (W, RANS) deutlich weiter stromauf im Vergleich zum Wiederanlegepunkt der LES (W, LES). In der LES löst die Strömung somit früher ab und legt später wieder an, sodass eine deutlich größere Ablöseblase vorliegt. Zusätzlich zeigt sich bei **A** in der LES zwischen Ablöse- und Wiederanlegepunkt ein kleiner Bereich positiver Wandschubspannung. Dieser Bereich folgt aus einem im Vergleich zur Ablöseblase sehr kleinen zusätzlichen Wirbelkern, der sich zwischen der eigentlichen Ablöseblase und der Profilwand ausbildet und eine gegenläufige Zirkulation besitzt wie die eigentliche Ablöseblase. Dieser zusätzliche Wirbelkern wurde ebenfalls von Schwarzbach et al. (2018) beobachtet. Für beide Simulationen nimmt der Formfaktor H_{12} an der Vorderkante den für laminare Strömungen typischen Wert $\approx 2,6$ an. Es folgt ein mäßiger Anstieg für beide Simulationen, bis im Bereich der Ablöseblase der Formfaktor massiv ansteigt. Die LES zeigt im Bereich der laminaren Ablöseblase typische maximale Werte von $H_{12} > 6$, während in der RANS-Simulation der maximale Formfaktor bei ≈ 4 liegt. Der höhere maximale Wert von ≈ 8 in der LES ist ein Indiz dafür, dass die Ablöseblase auch in wandnormaler Richtung in der LES größer ist. In der RANS-Simulation erfolgt der laminar-turbulente Umschlag (U, RANS), zu identifizieren an der axialen Position des Maximalwertes von H_{12} , geringfügig früher als in der LES. Beide Simulationen zeigen somit eine laminare Ablöseblase, wobei die Ablöseblase in der LES größer ist. Der Vergleich der Profilverteilungen der LES mit dem Experiment (siehe Abb. 7.3) zeigt jedoch, dass diese größere Ablöseblase physikalisch korrekter ist.

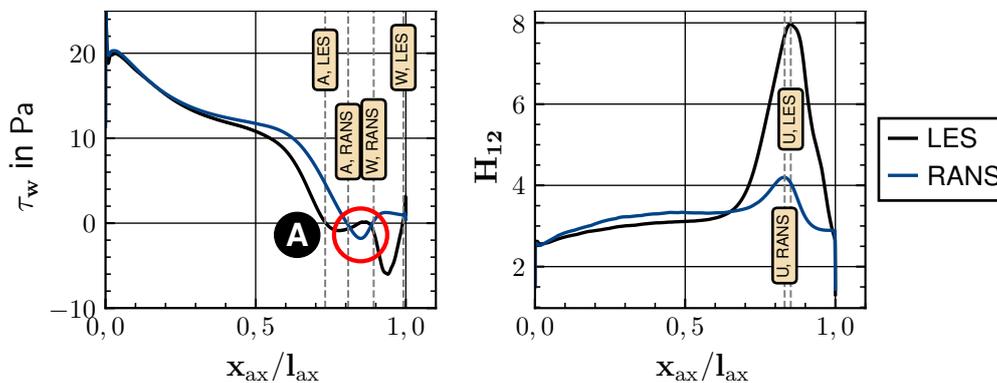


Abbildung 7.5: Saugseitige Grenzschichtgrößen des Testfalls für ablöseinduzierte Transition

Integrale Verluste

Wie zu erwarten, bestätigen die integralen Verluste (siehe Abb. 7.6) die Ergebnisse der lokalen Verluste im Nachlauf. Der integrale Verlust von LES und Experiment stimmen unter Berücksichtigung der Unsicherheiten überein, während der von der RANS-Simulation zu gering ist. Dies lässt sich unmittelbar mit der Größe der jeweiligen Ablöseblase erklären. Unter Vernachlässigung der Unsicherheiten liegen die Verluste der LES geringfügig höher als die experimentellen, was auf eine geringfügig zu große Ablöseblase zurückzuführen ist. In der RANS-Simulation hingegen ist die Ablöseblase kleiner, woraus ebenfalls der im Vergleich zum Experiment deutlich zu geringe integrale Verlust resultiert.

Zusammenfassend lässt sich für den Testfall der ablöseinduzierten Transition sagen, dass die LES die experimentellen Werte wiedergibt, die verschiedenen betrachteten physikalischen Größen sich konsistent verhalten und die Modellierungskette somit erfolgreich für diesen Transitionmodus validiert wurde. Die RANS-Simulation zeigt hingegen insbesondere für die Transitionslage Abweichungen.

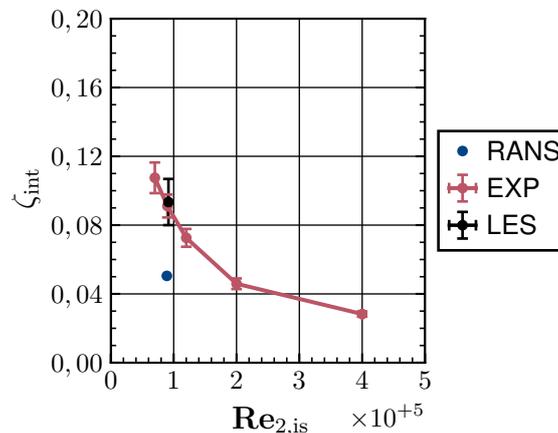


Abbildung 7.6: Integrale Verluste des Testfalls für ablöseinduzierte Transition

7.2 Transition im Nachlauf

Der Testfall für Transition im Nachlauf entspricht dem Basisgitter A der experimentellen Untersuchungen von Brachmanski (2017). Eine Besonderheit im Vergleich zu den anderen Testfällen ist der deutlich höhere Zuströmturbulenzgrad. Die detaillierte Beschreibung des Testfalls kann Anhang C.3 entnommen werden.

7.2.1 Bewertung der Randbedingungen

Auch für den Testfall für Transition im Nachlauf sind die stromfadentheoretischen Randbedingungen (siehe Tab. 7.2) identisch bis auf die Totaltemperatur. Unter Berücksichtigung der Unsicherheiten ist diese in der LES um $\approx 0,05$ K und in der RANS-Simulation

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

um $\approx 0,05 \text{ K}$ zu hoch. Diese Abweichung ist darauf zurückzuführen, dass in den Simulationen bzw. der aktuellen Modellierungskette statische Größen vorgegeben werden während im Experiment an vergleichbaren lokalen Stellen nur Totalgrößen zur Verfügung stehen. Entsprechend müssen die statischen Werte iterativ gewählt werden, um die Totalgrößen des Experiments exakt zu treffen. In diesem Fall wurde entschieden, die Simulationen nicht zu wiederholen, da der Einfluss von $\approx 0,05 \text{ K}$ auf die Ergebnisse als vernachlässigbar gering eingeschätzt wird. Der Zuströmturbulenzgrad, grafisch

Tabelle 7.2: Stromfadentheoretische Randbedingungen des Testfalls für Transition im Nachlauf

Größe	Experiment	RANS	LES
$Re_{2, \text{is}}$	167568 ± 661	167337	167411 ± 44
$Ma_{2, \text{is}}$	$0,860 \pm 0,003$	0,858	$0,859 \pm 0,000$
β_1	$129,70^\circ \pm 0,10^\circ$	$129,80^\circ$	$129,71^\circ \pm 0,20^\circ$
$T_{t,1}$	$303,31\text{K} \pm 0,21\text{K}$	303,03K	$303,55\text{K} \pm 0,01\text{K}$

dargestellt in Abb. 7.7, ist zwischen dem Experiment und den Simulationen identisch und zusätzlich lässt sich eine Übereinstimmung zwischen dem analytischen Verlauf nach Roach (1987) feststellen. Ähnlich wie beim Testfall für ablöseinduzierte Transition zeigen die Verläufe des Zuströmturbulenzgrades der Simulationen nach einem linearen Abklingen **A** einen parabelförmigen Verlauf **B** mit leichtem Anstieg des Turbulenzgrades nahe der Vorderkante. Dieser Verlauf ist, wie beim Testfall für ablöseinduzierte Transition ausführlich erläutert, auf den Einfluss des Potenzialfeldes zurückzuführen. Die Randbedingungen der Simulationen des Testfalls für Transition im Nachlauf sind somit bis auf eine vernachlässigbar kleine Abweichung der Totaltemperaturen identisch.

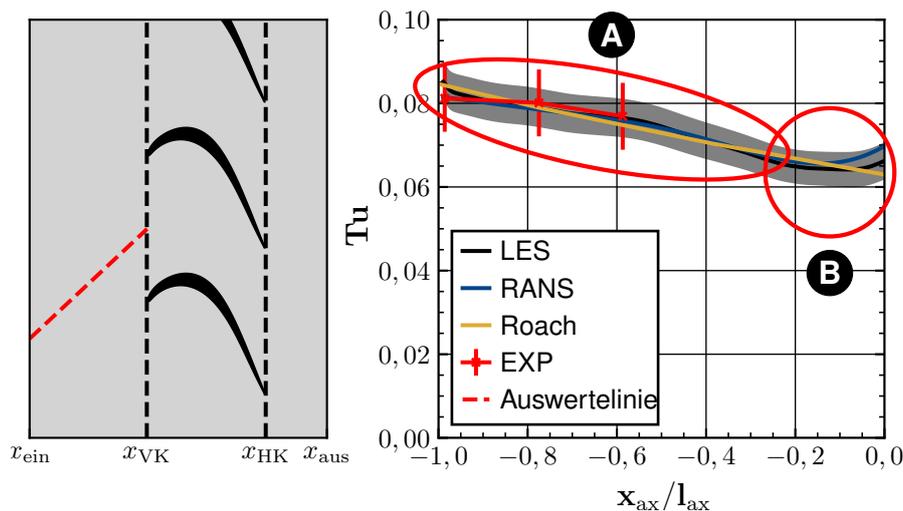


Abbildung 7.7: Zuströmturbulenzgrad des Testfalls für Transition im Nachlauf

7.2.2 Ergebnisse

Profilverteilung

Die isentrope Mach-Zahl-Verteilung des Testfalls für Transition im Nachlauf ist in Abb. 7.8 dargestellt. Die LES zeigt im Bereich **B** Abweichungen zum Experiment bis $x_{ax}/l_{ax} \approx 0,6$ und stimmt weiter stromab mit dem Experiment unter Berücksichtigung der Unsicherheiten überein. Die Abweichungen im Bereich **B** folgen aus einem unterschiedlichen AVDR zum Experiment, was wiederum aus der Annahme reibungsfreier Wände resultiert. Die RANS-Simulation hingegen weicht nicht nur im Bereich **B** vom Experiment ab, sondern auch im hinteren Bereich der Saugseite. Auffällig ist sowohl die unterschiedliche Lage der Peak-Mach-Zahl, als auch die Abweichung vom potenzialtheoretischen linearen Verlauf im Bereich **C**. In der RANS-Simulation liegt somit eine unterschiedliche Profilbelastung im Vergleich zum Experiment und LES vor. Während die LES den auch im Experiment gut erkennbaren potenzialtheoretischen linearen Verlauf korrekt wiedergibt, ist die Abweichung der RANS-Simulation von diesem linearen Verlauf ein Indiz für Transition. Für diesen Testfall ist jedoch erst im Nachlauf ein Umschlag in eine turbulente Strömung zu erwarten; die Strömung bleibt auf dem Profil hingegen überwiegend laminar. Die Profilverteilungen lassen also vermuten, dass der Transitionsmodus von der LES korrekt wiedergegeben wird, die RANS-Simulation hingegen inkorrektweise Anzeichen einer Transition auf dem Profil aufweist.

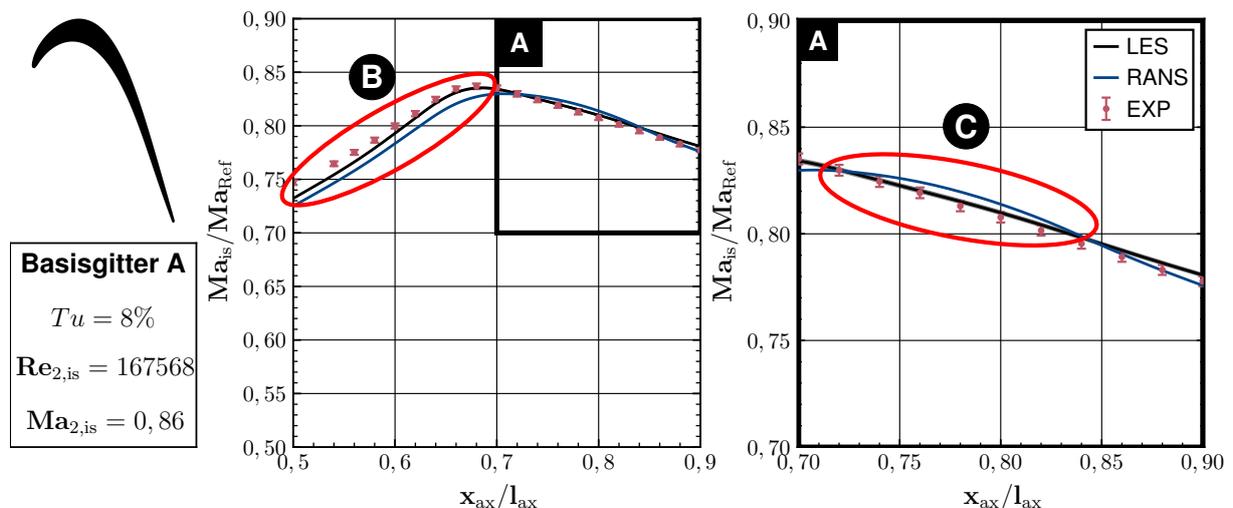


Abbildung 7.8: Profilverteilung der isentropen Mach-Zahl des Testfalls für Transition im Nachlauf

Nachlauf

Bei der Betrachtung der Nachlaufverluste (siehe Abb. 7.12) zeigt sich ein ähnliches Bild wie beim Testfall der ablöseinduzierten Transition. Während die LES mit dem Experiment übereinstimmt, ist der Verlust-Peak in der RANS-Simulation zu schmal und

zu hoch. Die LES hingegen stimmt im Rahmen der Unsicherheiten weitestgehend mit dem Experiment überein. Unterschiede sind im Bereich **A** feststellbar. In diesem Bereich zeigt das Experiment einen unphysikalischen Überschwinger. Die genaue Ursache dieses Überschwingers ist unbekannt.

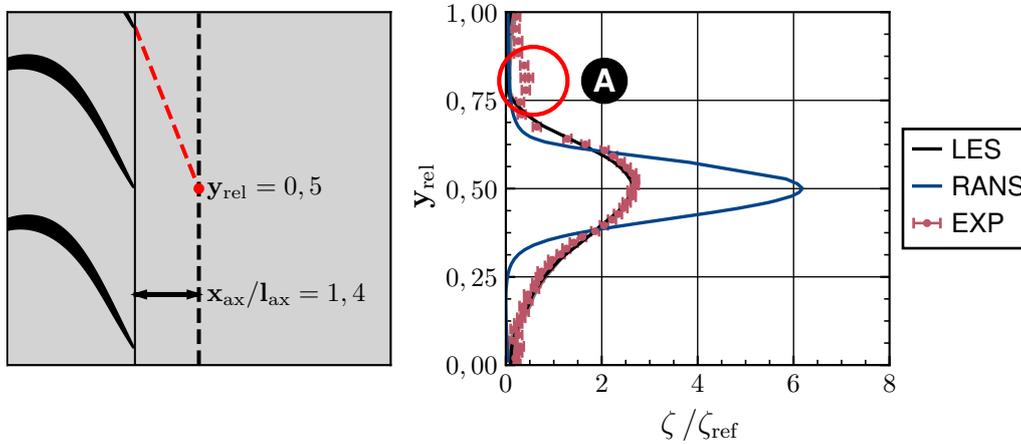


Abbildung 7.9: Nachlaufverluste des Testfalls für Transition im Nachlauf

Grenzschicht

Um das Transitionsverhalten besser bewerten zu können, ist in Abb. 7.10 links der saugseitige Verlauf der Wandschubspannung dargestellt. Die qualitativen Verläufe von RANS-Simulation und LES sind vergleichbar bis ca. $x_{ax}/l_{ax} \approx 0,6$, jedoch liegt die Wandschubspannung der RANS-Simulation deutlich unterhalb der LES. Einen deutlich unterschiedlichen Verlauf zeigen die beiden Verfahren ab $x_{ax}/l_{ax} \approx 0,7$. Für die LES liegt im hinteren Bereich der Saugseite (siehe Bereich **A**) ein Abfall der Wandschubspannung vor, mit einem sehr geringen Anstieg an der Hinterkante. Die RANS-Simulation zeigt im Bereich **B** hingegen einen linearen Anstieg der Wandschubspannung, was ein eindeutiges Signal der Transition ist und die Beobachtungen bei der Profilverteilung bestätigt. Die Abb. 7.10 rechts zeigt zusätzlich den Verlauf der saugseitigen Schiefe der wandtangentialen Geschwindigkeitsfluktuationen S der LES und der über die Grenzschicht integrierte Transitionsfaktor in der RANS-Simulation γ_{int} . Bei einem Wert von $\gamma_{int} = 0$ liegt eine rein laminare Grenzschicht vor. Um den Verlauf der Schiefe der Geschwindigkeitsfluktuationen in Hauptströmungsrichtung der LES einordnen zu können, ist zusätzlich ein beispielhafter Verlauf bei Transition einer Referenz (Ref) dargestellt. Die Referenz zeigt den typischen Verlauf für Transition. Die Schiefe steigt deutlich an bis zu einem Maximum, fällt dann linear mit einem Nulldurchgang bis auf ein Minimum ab und steigt im Anschluss wieder linear bis auf einen Wert von ≈ 0 an. Die Schiefe der LES bleibt hingegen vollständig unverändert über das Profil und die Grenzschicht somit laminar. γ_{int} der RANS-Simulation zeigt bereits im Bereich **C** einen Peak. Mit einem maximalen Wert von $\gamma_{int} \approx 0,2$ ist die Strömung jedoch überwiegend laminar in diesem Bereich. Ab $x_{ax}/l_{ax} \approx 0,8$ steigt γ_{int} im Bereich **D** hingegen

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

linear an. Es liegt somit Transition in diesem Bereich vor. Dass γ_{int} jedoch nach dem linearen Anstieg keinen Bereich eines konstanten Wertes aufweist, ist ein Indiz dafür, dass die Transition auf dem Profil in der RANS-Simulation noch nicht abgeschlossen ist. Das Grenzschichtverhalten bestätigt somit die Ergebnisse der Profilverteilungen. In der RANS-Simulation liegt somit fälschlicherweise Transition im hinteren Bereich der

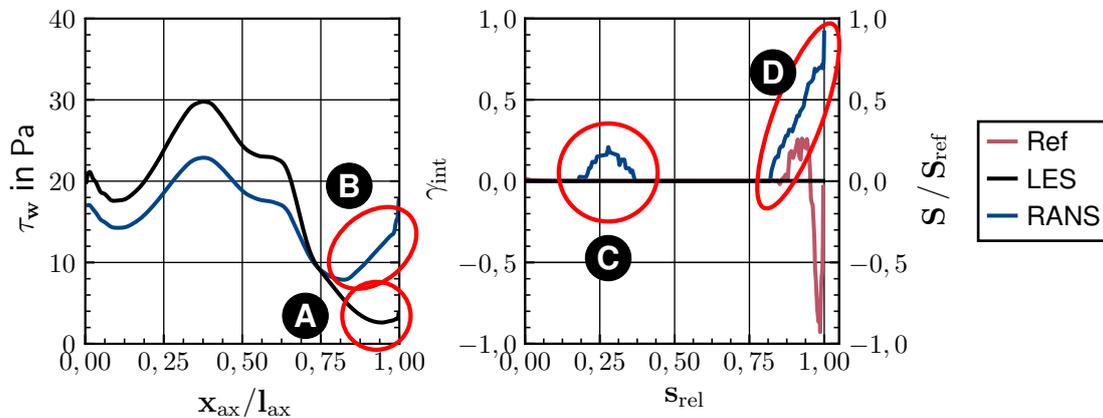


Abbildung 7.10: Saugseitige Grenzschichtgrößen des Testfalls für Transition im Nachlauf

Saugseite vor, wohin gegen die LES korrekterweise eine vollständig laminare saugseitige Grenzschicht aufweist. Es muss somit noch gezeigt werden, dass der laminar-turbulente Umschlag in der LES im Nachlauf erfolgt. Um dies zu bewerten ist in Abb. 7.11 die räumliche Ausrichtung der Turbulenz auf Basis der Anisotropie-Invarianten-Karte nach (Choi und Lumley 2001) für RANS-Simulation und LES gegenübergestellt. Wie verfahrensbedingt zu erwarten, lässt sich für den Freistrom in der RANS-Simulation weitestgehend dreikomponentige (3K) HIT beobachten. In Bereich stromab der Hinterkante **A** bildet sich in der RANS-Simulation sowohl für Saug- als auch Druckseite ein Streifen leicht zweikomponentiger (2K) Turbulenz aus. Diese beiden Streifen mischen nicht aus und sind auch in einem Bereich **B** deutlich fernab der Hinterkante noch vorhanden. Die LES zeigt ein vollständig anderes Verhalten. Im Freistrom liegt eine deutlich ausgeprägte 2K-Turbulenz vor. Dies ist physikalisch plausibel, da die HIT in der Zuströmung durch die starke Beschleunigung der Kaskade in eine Richtung gestreckt wird. Weiterhin fällt auf, dass unmittelbar in der saugseitigen Wandgrenzschicht des Profils (siehe Bereich **C**) 2K-Turbulenz vorliegt und unmittelbar darüber ein ausgeprägter Bereich einkomponentiger (1K) Turbulenz, was sich räumlich als eine Art stäbchenförmige Turbulenz interpretieren lässt. Dieser Bereich erstreckt sich stromab bis nach der Hinterkante. Ein ähnlicher Streifen lässt sich auch auf der Druckseite beobachten, jedoch weniger stark ausgeprägt. Diese beiden 1K-Turbulenzstreifen in der LES ähneln von den Abmessungen her in unmittelbarer Nähe der Hinterkante sehr den 2K-Turbulenzstreifen der RANS-Simulation. An den Flanken bzw. Scherschichten dieser 1K-Turbulenzstreifen entstehen im Bereich **D** der Hinterkante Streifen von 3K-Turbulenz. Zwischen diesen Streifen lässt sich weiterhin im Bereich **E** 1K- und 2K-Turbulenz beobachten. Diese Strukturen zerfallen über einen

laminar-turbulenten Umschlag in 3K-Turbulenz, sodass im Bereich **F** überwiegend HIT vorliegt. Es liegt somit Transition im Nachlauf vor.

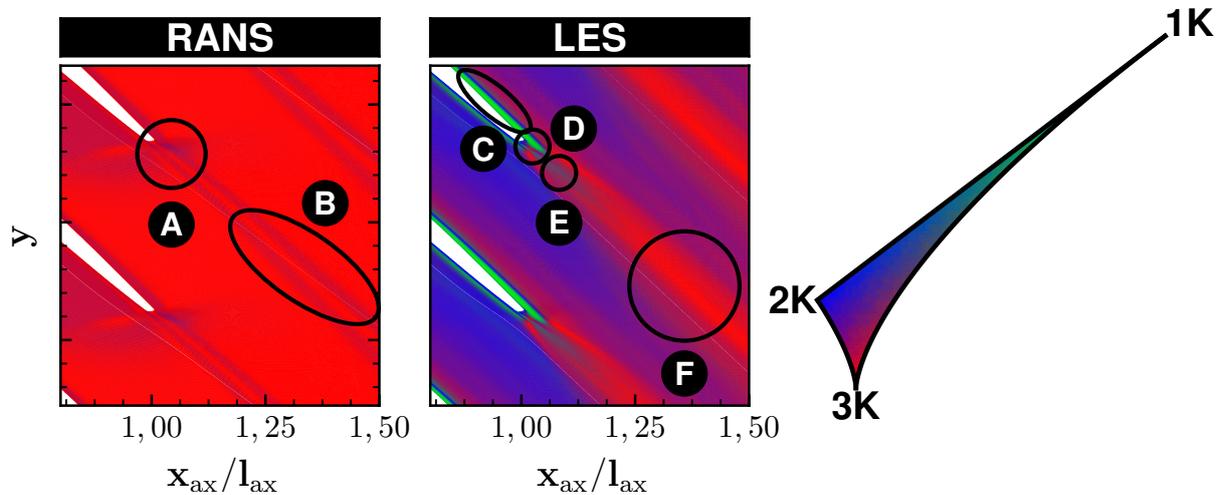


Abbildung 7.11: Darstellung der räumlichen Ausrichtung der Turbulenz des Testfalls für Transition im Nachlauf auf Basis der Anisotropie-Invarianten-Karte nach (Choi und Lumley 2001).

Integrale Verluste

Die integralen Verluste (siehe Abb. 7.12) sind identisch zwischen Experiment und LES. Die integralen Verluste der RANS-Simulation sind hingegen höher, was zu erwarten ist, wenn anstatt einer ausschließlich laminaren Grenzschicht Transition auf dem Profil vorliegt und damit zusätzliche Profilverluste verursacht. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass bei nahezu identischen Randbedingungen zum Experiment die LES den Transitionsmodus und das zugehörige Verlustverhalten korrekt wiedergibt, die RANS-Simulation jedoch fälschlicherweise Transition auf dem Profil aufweist und dadurch auch zu hohe integrale Verluste vorhersagt. Die Modellierungskette liefert somit auch für Transition im Nachlauf valide Ergebnisse.

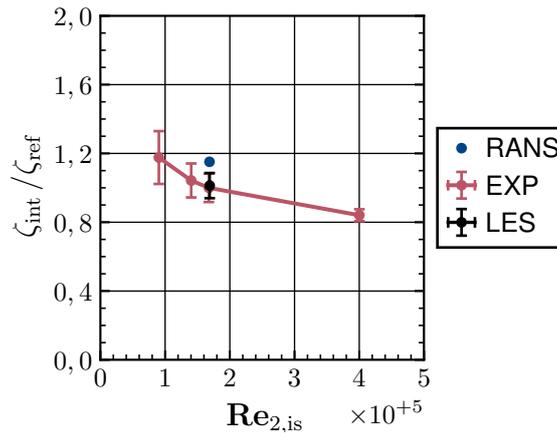


Abbildung 7.12: Integrale Verluste des Testfalls für Transition im Nachlauf

7.3 Bypass-Transition

Die Auswahl eines geeigneten Testfalls für Bypass-Transition gestaltet sich komplexer als für die anderen Transitionsmodi. Der Transitionsmodus ist im Experiment nicht eindeutig über „Standard-Messgrößen“ wie z. B. die Profilverteilung bei der ablöseinduzierten Transition zu identifizieren. Weiterhin tritt nach Yang (2019) und Gomes et al. (2015) nur bei einem hinreichend großen Zuströmturbulenzgrad und einer ausreichend großen $Re_{2,is}$ Bypass-Transition auf. Da jedoch der Rechenaufwand einer LES überproportional mit $Re_{2,is}$ ansteigt, sind beliebige $Re_{2,is}$ nicht realisierbar. Die Testfälle mit hohen Zuströmturbulenzgraden hingegen sind überwiegend Ultra High-Lift Profile und daher bewusst mit einer Ablöseblase auf der Saugseite ausgelegt. Der Grund hierfür ist, dass, als es möglich war, in experimentellen Untersuchungen hohe Zuströmturbulenzgrade zu erzeugen, bei denen Bypass-Transition auftritt, Profile mit Ablöseblase Stand der Technik waren. Daher wurde als Testfall die T104-Kaskade gewählt. Im Vergleich zu den anderen Kaskaden dieser Arbeit ist die T104-Kaskade stärker im vorderen Bereich belastet (engl. front-loaded). Diese Kaskade wurde aus zwei Gründen gewählt: Vorab durchgeführte RANS-Simulationen zeigten eine eindeutige Bypass-Transition und die experimentellen Untersuchungen von Kotlarski (1978) ebenfalls Anzeichen hierfür. Wie jedoch die nachfolgenden Ergebnisse zeigen werden, ist der vorherrschende Transitionsmodus der T104-Kaskade nicht eindeutig. Eine detaillierte Beschreibung des Testfalls kann Anhang C.4 entnommen werden.

7.3.1 Bewertung der Randbedingungen

Bei dem Testfall für Bypass-Transition wurde der Zuströmturbulenzgrad lediglich mit einer 1-Draht-Hitzdrahtsonde gemessen. Eine 1-Draht-Hitzdrahtsonde erfasst im Vergleich zu einer 3-Draht-Hitzdrahtsonde lediglich die zum Draht orthogonalen Schwankungsanteile und vernachlässigt somit die Schwankungsanteile in eine Raumrichtung. Bevor auf die eigentlichen Ergebnisse eingegangen werden kann, muss diskutiert werden, welchen Einfluss dieser vernachlässigte Schwankungsanteil auf den Zuströmtur-

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

bulenzgrad hat.

Der Turbulenzgrad ist allgemein definiert durch:

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}TKE}}{U} = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})}}{U} \quad (7.1)$$

Hierbei beschreibt U den Betrag der Geschwindigkeit. Nachfolgend wird nun zunächst davon ausgegangen, dass der Schwankungsanteil in Spannweitenrichtung $\overline{w'^2}$ der 1-Draht-Hitzdrahtsonde vernachlässigt wird. Von der 1-Draht-Hitzdrahtsonde wird also lediglich die folgende TKE erfasst:

$$TKE_{1D} = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2}) \quad (7.2)$$

Für die vollständige TKE gilt somit:

$$TKE = TKE_{1D} + \frac{1}{2}\overline{w'^2} \quad (7.3)$$

Der Schwankungsanteil $\overline{w'^2}$ lässt sich nun auf Basis eines zugehörigen Formfaktors FF bestimmen:

$$\overline{w'^2} = FF \cdot TKE \quad (7.4)$$

Durch Einsetzen der Gl. (7.4) in Gl. (7.3) und Umstellen nach der TKE folgt:

$$TKE = \frac{TKE_{1D}}{(1 - \frac{1}{2}FF)} \quad (7.5)$$

Die experimentellen Werte der 1-Draht-Hitzdrahtsonde lassen sich nun näherungsweise in eine 3-Draht-Messung mit Gl. (7.5) durch Nutzung der Formfaktoren einer anderen Messung überführen. Aus den Unterlagen des Testfalls geht leider nicht hervor, wie die genaue Ausrichtung der Hitzdrahtsonde war und somit lässt sich nicht feststellen, welcher Formfaktor welcher Raumrichtung zu verwenden ist. Die Formfaktoren des zugehörigen Gitterwindkanals liegen nach Martinstetter (2010) und Brachmanski (2017) im Bereich 0,23 – 1,09. Die daraus resultierende TKE nach Gl. (7.5) und der zugehörige Turbulenzgrad ist in Tab. 7.3 aufgelistet.

Tabelle 7.3: Berücksichtigung der Dreidimensionalität bzgl. des Zuströmturbulenzgrades des Testfalls für Bypass-Transition

FF	TKE nach Gl. (7.5) in m^2/s^2	Tu in %
0,00	32,91	4,59
0,23	37,19	4,88
1,09	72,33	6,80

Je nach Formfaktor zeigt sich ein signifikant erhöhter Turbulenzgrad von 0,29 – 2,21%-Punkten. Aufgrund dessen wurde entschieden, zusätzlich zu den Simulationen mit

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

dem direkt gemessenen Zuströmturbulenzgrad von 4,59%, weitere Simulationen für $Tu \approx 5,84\%$ durchzuführen. Dieser Turbulenzgrad entspricht gerade dem Mittelwert der zugehörigen Turbulenzgrade der Formfaktoren 0,23 und 1,09. Zusätzlich wurde eine LES mit einem Turbulenzgrad von $Tu \approx 8,8\%$ durchgeführt. Der Grund hierfür ist, dass für die betrachteten stromfadentheoretischen Randbedingungen der Transitionsmodus zwischen ablöseinduzierter Transition und Bypass-Transition liegt. Ist dies der Fall, sollte eine ausreichend hohe Anhebung von $Re_{2, is}$ oder Tu zu einer reinen Bypass-Transition führen. Es wurde sich für eine Anhebung von Tu entschieden, aufgrund des progressiven Anstiegs der notwendigen Rechenleistung mit der Anhebung von $Re_{2, is}$. Die stromfadentheoretischen Randbedingungen der verschiedenen Simulationen sind in Tab. 7.4 dem Experiment gegenübergestellt. Während $Re_{2, is}$ für die LES mit $Tu \approx 4,5\%$ und $Tu \approx 8,8\%$ unter Berücksichtigung der Unsicherheiten mit dem Experiment identisch ist, zeigen die anderen Simulationen Abweichungen nach unten. Die Abweichungen folgen unmittelbar aus der Tatsache, dass in den Simulationen direkt am Eintritt die Geschwindigkeit und nicht der Totaldruck vorgegeben wird. Jedoch sind die rel. Abweichungen mit 0,44% bei $Tu \approx 4,5\%$ und 0,22% bei $Tu \approx 5,8\%$ der RANS-Simulation und 0,21% bei $Tu \approx 5,8\%$ der LES gering. Für $Ma_{2, is}$ stimmen alle LES mit dem Experiment überein, die RANS-Simulationen zeigen hingegen geringfügige Abweichungen, deren Größe den rel. Abweichungen für $Re_{2, is}$ entspricht und somit auch zu vernachlässigen sind. Die Totaltemperatur $T_{t,1}$ ist für alle Simulationen identisch mit dem Experiment. Der Anströmwinkel β_1 liegt lediglich für die LES um $0,19^\circ$ bei $Tu \approx 5,8\%$ und $0,24^\circ$ bei $Tu \approx 8,8\%$ über dem experimentellen Wert. Für diese geringfügige Winkelabweichung ist kein Einfluss auf die Ergebnisse zu erwarten, so dass diese vernachlässigt werden können.

Der Vergleich des zugehörigen Zuströmturbulenzgrad ist in Abb. 7.13 dargestellt. Es

Tabelle 7.4: Stromfadentheoretische Randbedingungen des Testfalls für Bypass-Transition

Größe	Experiment	$Tu = 4,5\%$	
		RANS	LES
$Re_{2, is}$	300000 ± 940	297719	299611 ± 415
$Ma_{2, is}$	0,590 ± 0,002	0,586	0,590 ± 0,001
β_1	127,70° ± 0,10°	127,70°	127,77° ± 0,12°
$T_{t,1}$	313,15K ± 0,21K	313,14K	313,21K ± 0,02K

Größe	$Tu = 5,8\%$		$Tu = 8,8\%$
	RANS	LES	LES
$Re_{2, is}$	298404	298435 ± 40	299513 ± 113
$Ma_{2, is}$	0,587	0,588 ± 0,000	0,590 ± 0,000
β_1	127,70°	127,39° ± 0,03°	127,31° ± 0,05°
$T_{t,1}$	313,14K	313,18K ± 0,00K	313,25K ± 0,01K

zeigt sich eine Übereinstimmung für alle Simulationen mit den analytischen Verläufen nach Roach (1987) im vorderen Bereich **A**, wo noch kein Einfluss des Potenzialfeldes

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

vorliegt. Weiter stromab ($x_{ax}/l_{ax} > 0,5$) im Bereich **B** zeigt sich der parabelförmige Verlauf mit Zunahme des Turbulenzgrades nahe der Vorderkante ($x_{ax}/l_{ax} = 0,0$), wie er auch bei dem Testfall für ablöseinduzierte Transition und Transition im Nachlauf zu beobachten ist und ebenfalls aus dem Einfluss des Potenzialfeldes folgt. Für die Randbedingungen des Testfalls für Bypass-Transition lässt sich also sagen, dass diese, bis auf vernachlässigbar geringe Abweichungen von $\ll 1\%$ bei den stromfadentheoretischen Randbedingungen, identisch sind.

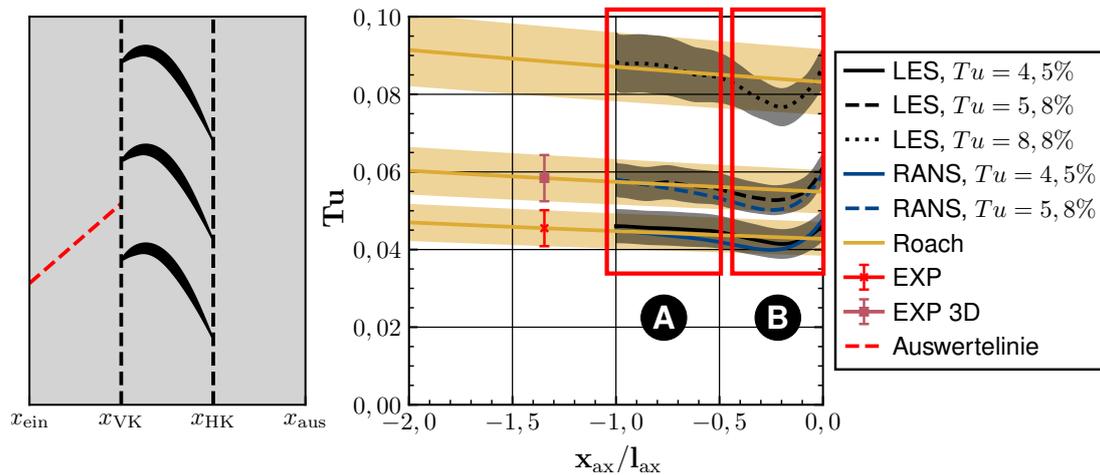


Abbildung 7.13: Zuströmturbulenzgrad des Testfalls für Bypass-Transition

7.3.2 Ergebnisse

Profilverteilung

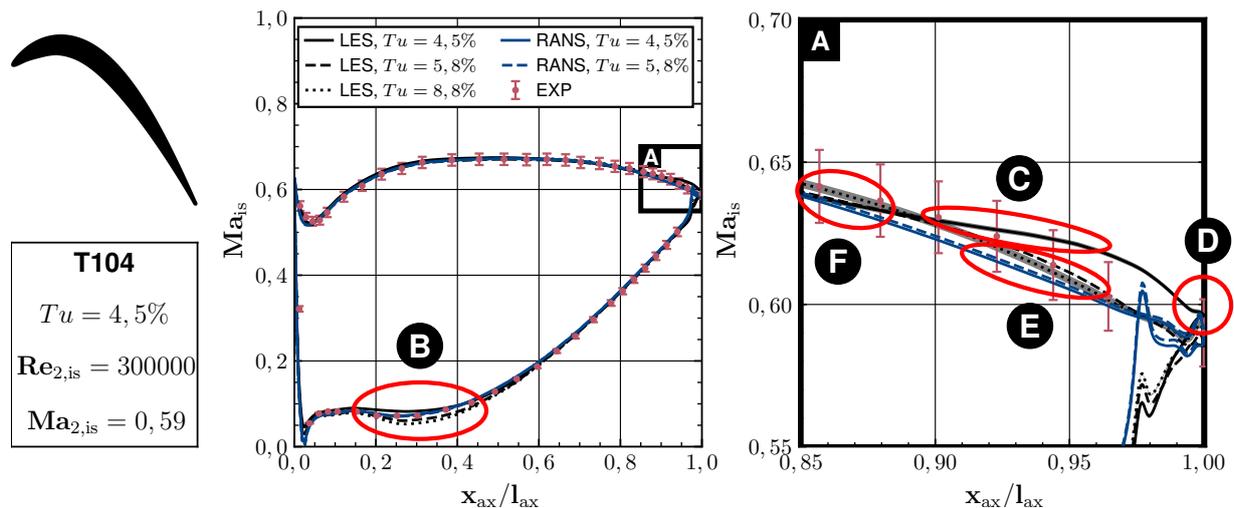


Abbildung 7.14: Profilverteilung der isentropen Mach-Zahl des Testfalls für Bypass-Transition

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

Sowohl im vorderen Bereich der Saugseite bis $x_{ax}/l_{ax} \approx 0,85$, als auch auf der Druckseite verlaufen alle Simulationen identisch (siehe Abb. 7.14). Lediglich die LES für $Tu \approx 5,8\%$ und $Tu \approx 8,8\%$ liegen auf der Druckseite im Bereich **B** außerhalb der Messunsicherheiten. Unterschiedliche Verläufe der Simulationen für die Saugseite zeigen sich im hinteren Bereich **A**. Zunächst fällt auf, dass beide RANS-Simulationen identisch verlaufen und die Turbulenzgraderhöhung im RANS-Verfahren somit auf die Profilverteilung keinen Einfluss hat. Der Verlauf der RANS-Simulationen ist zusätzlich linear und entspricht somit dem potenzialtheoretischen Verlauf. Sowohl das Experiment, als auch alle LES zeigen eine Abweichung in Form einer „Ausbeulung“ von diesem potenzialtheoretischen Verlauf, was ein Indiz für Transition ist. Die LES mit $Tu \approx 4,5\%$ und $Tu \approx 5,8\%$ verlaufen identisch bis $x_{ax}/l_{ax} \approx 0,9$. Weiter stromab im Bereich **C** zeigt die Simulation mit $Tu \approx 4,5\%$ einen fast horizontalen Verlauf und im Bereich **D** einen geringeren Abfall dessen Steigung vergleichbar ist mit dem von den RANS-Simulationen gezeigten potenzialtheoretischen Verlauf. Dieser Abfall suggeriert ein Wiederanlegen der Strömung in diesem Bereich. Somit liegt für die LES mit $Tu \approx 4,5\%$ eine Ablöseblase vor. Die LES mit $Tu \approx 5,8\%$ und $Tu \approx 8,8\%$ zeigen hingegen keinen ausgeprägten horizontalen Verlauf und folgen früher stromauf wieder dem potenzialtheoretischen Verlauf ($x_{ax}/l_{ax} \approx 0,97$). Die Profilverteilung der LES mit $Tu \approx 8,8\%$ zeigt hingegen bereits für $x_{ax}/l_{ax} < 0,85$ eine Ausbeulung vom potenzialtheoretischen Verlauf, was eine frühere Transition suggeriert im Vergleich zu den anderen LES. Die LES mit $Tu \approx 5,8\%$ und $Tu \approx 8,8\%$ liegen am nächsten am Experiment, wobei die LES mit $Tu \approx 5,8\%$ im Bereich **E** und die LES mit $Tu \approx 8,8\%$ im Bereich **F** besser mit dem Experiment übereinstimmt. Zusammenfassend lässt sich für die Profilverteilung sagen, dass die RANS-Simulationen fälschlicherweise keine Anzeichen für Transition zeigen und keine Sensitivität für Tu . Die Verläufe von Experiment und LES suggerieren hingegen Transition. Hierbei zeigt die „Ausbeulung“ in der LES eine hohe Sensitivität gegenüber Tu . So führt scheinbar eine Erhöhung des Turbulenzgrades von $Tu \approx 4,5\%$ auf $Tu \approx 5,8\%$ dazu, dass keine Ablöseblase mehr vorliegt, während einer weitere Erhöhung des Turbulenzgrades auf $Tu \approx 8,8\%$ eine frühere Transition suggeriert. Die Abmessung der „Ausbeulung“ senkrecht zum potenzialtheoretischen Verlauf nimmt hierbei mit Tu ab.

Grenzschicht

Abbildung 7.15 links zeigt den saugseitigen Verlauf der Wandschubspannung. Für alle Simulationen liegt im Bereich **A** ein Peak vor. Unabhängig vom Turbulenzgrad zeigt die LES in diesem Bereich zeitweise eine Ablösung der Strömung. Wie später dargestellt, resultieren daraus Turbulenzstreifen die stromab einen Einfluss auf die Grenzschicht haben. In der RANS-Simulation liegt hingegen keine Ablösung vor. Stromab dieses Bereiches kommt es in allen Simulationen zu einem starken Anstieg der Wandschubspannung, gefolgt von einem linearen Abfall. Während dieser lineare Abfall für die LES bis $x_{ax}/l_{ax} \approx 0,75$ reicht, kommt es in der RANS-Simulation ab $x_{ax}/l_{ax} \approx 0,4$ zu einem Anstieg der Wandschubspannung. Dieser Anstieg ist ein eindeutiges Indiz für Transition. Nach Erreichen eines Maximums (Transitionsende) fällt die Wand-

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

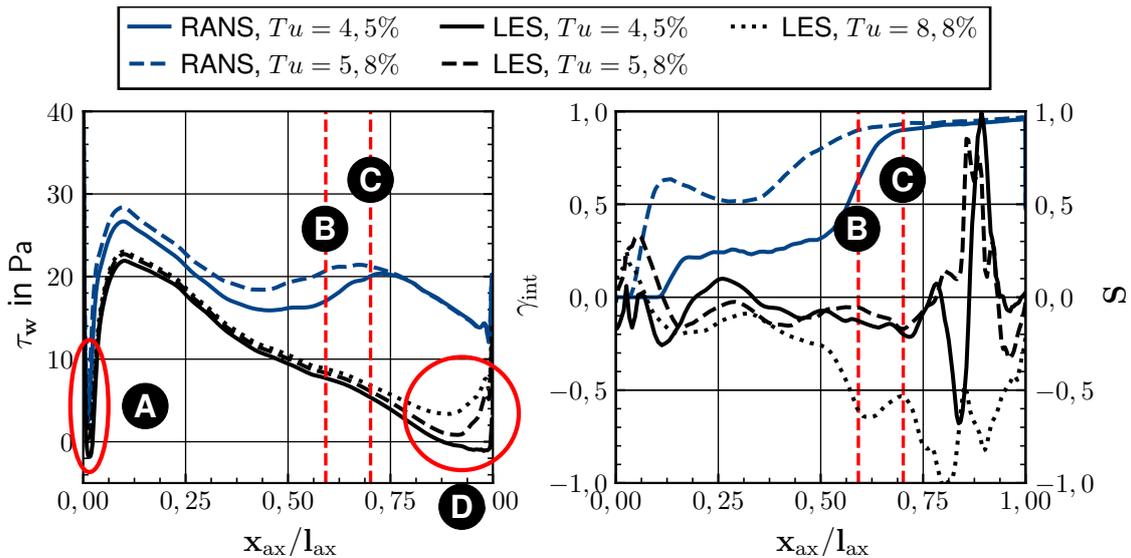


Abbildung 7.15: Saugseitige Grenzschichtgrößen des Testfalls für Bypass-Transition

schubspannung in beiden RANS-Simulationen linear ab bis zur Hinterkante. Für die RANS-Simulation mit dem höheren Turbulenzgrad steigt die Wandschubspannung früher an und das Maximum liegt weiter stromauf, dies bedeutet, die Transition setzt früher ein und ist früher abgeschlossen. Unabhängig vom Turbulenzgrad zeigt die RANS-Simulation keine negativen Wandschubspannungen. Für die LES zeigen sich im hinteren Bereich der Saugseite (siehe **D**) wesentlich unterschiedliche Verläufe in Abhängigkeit von Tu . Die LES mit $Tu \approx 4,5\%$ zeigt einen Bereich an negativer Wandschubspannung nahe der Hinterkante. Unmittelbar nahe der Hinterkante steigt hingegen die Wandschubspannung wieder auf positive Werte an (hier nicht dargestellt). Es liegt somit für $Tu \approx 4,5\%$ eine ablöseinduzierte Transition mit Ablöseblase vor und der Verlauf der Wandschubspannung bestätigt die Ergebnisse der Profilverteilung. Die LES für die beiden anderen Turbulenzgrade zeigt hingegen keine negative Wandschubspannung im Bereich **D**. Es liegt somit im zeitlichen Mittel keine Ablöseblase vor. Hingegen zeigt sich ein linearer Anstieg für beide Simulationen nahe der Hinterkante, was ein Indiz für Transition ist.

Der über die Grenzschicht aufintegrierte Transitionsfaktor γ_{int} (siehe Abb. 7.15 rechts) der RANS-Simulationen bestätigt die Ergebnisse der Wandschubspannung. Die RANS-Simulation mit $Tu \approx 5,8\%$ ist bereits ab der axialen Position **B** und die RANS-Simulation mit $Tu \approx 4,5\%$ ab der axialen Position **C** überwiegend turbulent, zu erkennen an einem nahezu konstanten Wert für γ_{int} , nach dem linearen Anstieg. Die RANS-Simulation gibt somit zwar den Einfluss einer Turbulenzgraderhöhung (Verschiebung der Transition stromauf) korrekt wieder, jedoch liegt auf Basis der Profilverteilung eine deutlich zu frühe reine Bypass-Transition vor.

Nach den experimentellen Untersuchungen von Halstead et al. (1997) lässt sich eine Bypass-Transition unter anderem durch Analyse der Schiefe der schaufelnahen Geschwindigkeitsfluktuationen bewerten. Die zugehörigen Verläufe der LES (siehe Abb. 7.15 rechts) zeigen jedoch nicht den von Halstead et al. (1997) beschriebenen typi-

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

schen Verlauf. Dies lässt sich vermutlich darauf zurückführen, dass die Mittelungszeit in den Simulationen deutlich geringer ist als im Experiment und zusätzlich keine reine Bypass-Transition vorliegt. Der Grenzschichtzustand in der LES lässt sich somit auf Basis der Schiefe nicht eindeutig bewerten. Die Analyse des Grenzschichtzustandes in der LES muss daher anhand anderer Auswertegrößen erfolgen. Auffällig ist, dass der Verlauf für $Tu \approx 8,8\%$ im Vergleich zu den beiden anderen Simulationen einen deutlich ausgeprägten Bereich einer negativen Schiefe aufweist. Eine negative Schiefe bedeutet hierbei, dass die transitionelle Strömung mehr turbulent als laminar ist. Liegt auf der Schaufel eine Ablösung vor, kommt es zu Rückströmungen und die Ge-

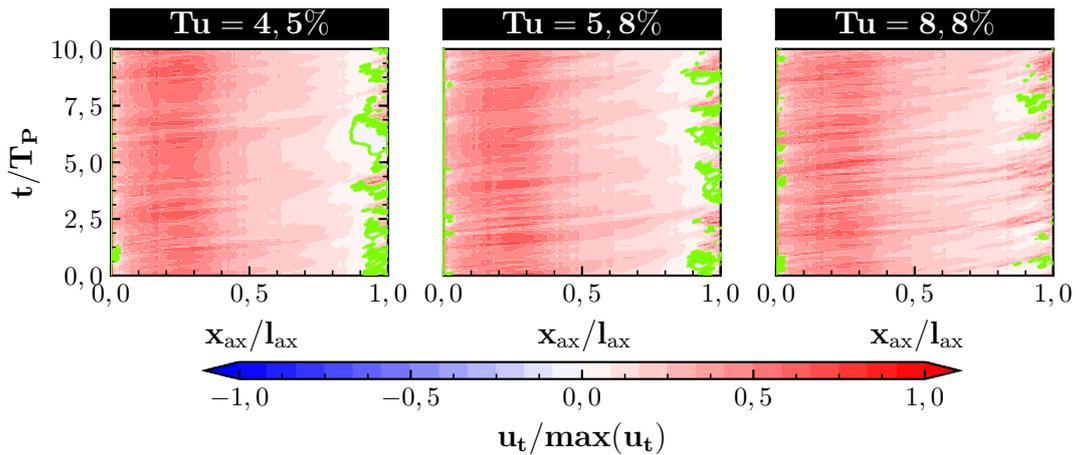


Abbildung 7.16: Saugseitiges Weg-Zeit-Diagramm der Geschwindigkeit tangential zur Wand der ersten Zellschicht im Mittelschnitt

schwindigkeit tangential zur Schaufeloberfläche u_t muss negative Werte annehmen. Abbildung 7.16 zeigt das Weg-Zeit-Diagramm für u_t der ersten Zellschicht der Saugseite. Hierbei beschreibt T_P die benötigte Zeit zur Überströmung der Saugseite. In grün ist die Null-Isolinie dargestellt. Es ist gut zu erkennen, dass unabhängig von Tu nur zeitweise eine Ablösung im hinteren Bereich der Saugseite vorliegt. Wie zu erwarten führt eine Erhöhung von Tu zu einer Reduzierung der Intensität der Strömungsablösung, deren zeitlichen Dauer und Auftretswahrscheinlichkeit in diesem Bereich. Weiterhin lässt sich für alle LES eine zeitweise Ablösung der Strömung an der Vorderkante feststellen. Für diese Ablösung zeigt sich hingegen im Vergleich zur Ablösung im hinteren Bereich ein gegensätzliches Verhalten. Dies stellt eine Bestätigung der Ergebnisse der Profilverteilung dar und bedeutet, dass auch für die LES mit $Tu \approx 5,8\%$ und $Tu \approx 8,8\%$ ebenfalls zeitweise eine abgelöste Strömung vorliegt, obwohl dies anhand der Wand Schubspannungsverläufe nicht ersichtlich ist.

Weitere aufkommende Fragen sind nun, ob eine turbulente Strömung im hinteren Bereich der Saugseite vorliegt und ob zusätzlich zur zeitweise abgelösten Strömung auch Anzeichen für eine Bypass-Transition vorhanden sind. Letztes ist gegeben, wenn die für die Bypass-Transition typischen Turbulenzflecken auftreten.

Zur genaueren Analyse hierfür ist in Abb. 7.17 das Energiespektrum der ersten Zellschicht entlang der Saugseite abgebildet. Weiterhin sind die charakteristischen Fre-

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

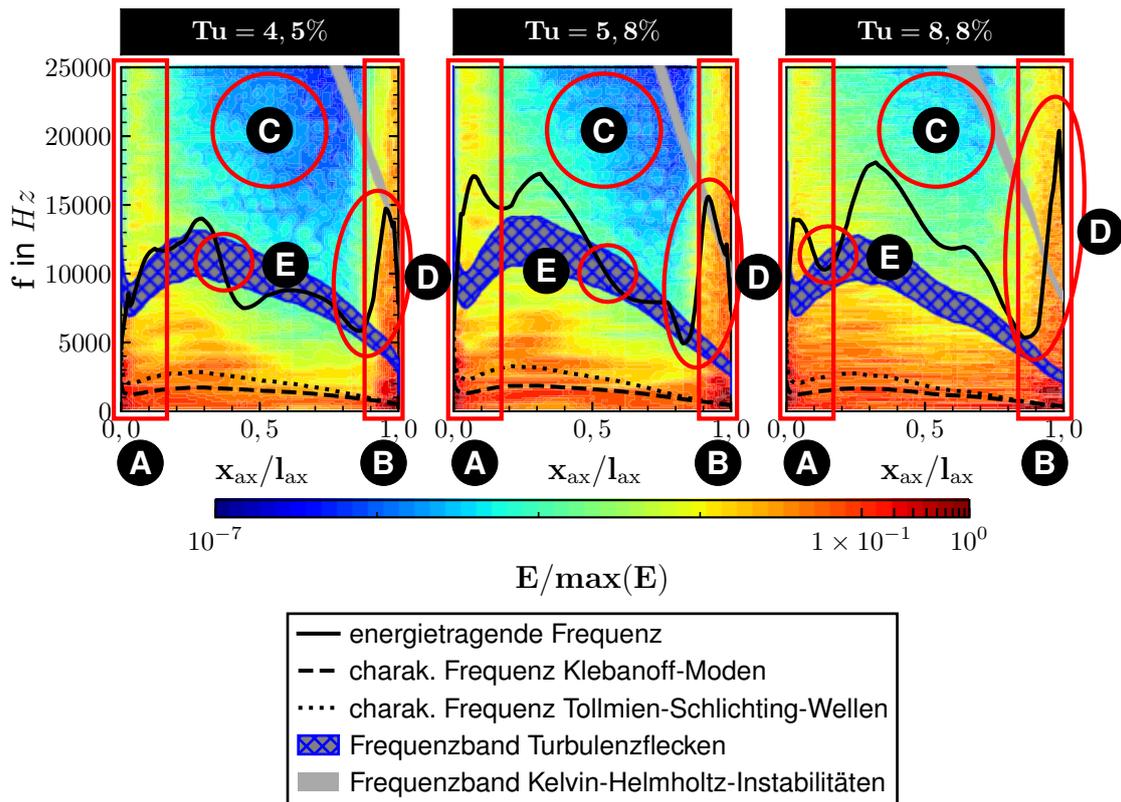


Abbildung 7.17: Energiespektrum der turbulenten kinetischen Energie der ersten Zellschicht entlang der Saugseite nach Müller-Schindewolffs (2022)

quenzen bzw. Frequenzbereiche der prä-transitionellen Strukturen der verschiedenen Transitionsmodi eingezeichnet. Die energietragende Frequenz aller Simulationen liegt für die gesamte Saugseite deutlich über den charakteristischen Frequenzen der prä-transitionellen Strukturen der natürlichen Transition, namentlich die Tollmien-Schlichting-Wellen und Klebanoff-Moden. Wie auf Basis des relativ hohen Turbulenzgrades zu erwarten, lässt sich somit eine natürliche Transition vollständig ausschließen. Weiterhin fällt auf, dass für alle Simulationen im Bereich **A** und **B** eine erhöhte turbulente kinetische Energie über den gesamten Frequenzbereich vorliegt, was ein Zeichen für eine turbulente Strömung ist. Es liegt somit unabhängig von Tu im hinteren Bereich der Saugseite eine turbulente Grenzschicht vor. Im Bereich **A** resultiert die erhöhte Energie aus der zeitweisen Strömungsablösung nahe der Vorderkante. Die daraus resultierenden turbulenten Fluktuationen sind jedoch stromab weitestgehend abgeklungen, zu erkennen an dem Bereich niedriger turbulenter kinetischer Energie **C**. Wesentliche Unterschiede der Simulationen zeigen sich unter anderem im Bereich **D**. In diesem Bereich besitzen alle Simulationen zunächst einen näherungsweise linearen Anstieg der energietragenden Frequenz. Der Beginn dieses Anstieges entspricht hierbei dem Ablösepunkt und das darauffolgende Maximum dem Transitionspunkt. Für die LES mit $Tu \approx 4,5\%$ und $Tu \approx 5,8\%$ liegt die energietragende Frequenz des nachfolgenden Abfalls exakt im Frequenzband der Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten (KHI). Die

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

KHI sind typisch für eine ablöseinduzierte Transition und resultieren aus abgelösten Scherschichten. Für $T_u \approx 8,8\%$ lässt sich hingegen ein fast ausschließlich linearer Anstieg der energietragenden Frequenz in Richtung Hinterkante beobachten. Erst unmittelbar an der Hinterkante zeigt sich ein Abfall der energietragenden Frequenz. Das Frequenz-Niveau dieses Abfalls liegt hierbei deutlich über dem Frequenzband der KHI. Dies bestätigt die Ergebnisse der Tangentialgeschwindigkeit: Durch eine Anhebung des Turbulenzgrades auf $T_u \approx 8,8\%$ verringert sich der Einfluss der abgelösten Strömung auf die Transition. Zusätzlich zu dem linearen Anstieg im Bereich **D** zeigen alle Simulationen Bereiche **E**, für die die energietragende Frequenz im Frequenzband der Turbulenzflecken liegt. Dies lässt vermuten, dass ebenfalls Turbulenzflecken auftreten und somit auch teilweise eine Bypass-Transition vorliegen könnte.

Um dies zu bestätigen, sind in Abb. 7.18 die Geschwindigkeitsfluktuationen in wandnormaler Richtung in einer zur Schaufel parallel verlaufenden Fläche dargestellt. Alle Simulationen zeigen ausgeprägte Streifen von zur Wand hin ausgerichteten (negativen) Fluktuationen (in rot dargestellt). Diese turbulenten Streifen folgen aus der Ablösung der Strömung an der Vorderkante und der Freistromturbulenz selbst. Deren Intensität und Auftrittswahrscheinlichkeit nimmt mit T_u zu. Ersteres folgt aus dem generell höheren Turbulenzniveau und letzteres aus der häufigeren Ablösung an der Vorderkante (siehe Abb. 7.16). Diese Turbulenzstreifen werden dann stromab konvektiert. Einige dieser Turbulenzstreifen zerfallen im Anschluss in Turbulenzflecken, wie von Zhao und Sandberg (2020) beschrieben. Wie in Abb. 7.18 dargestellt, zeigt die LES unabhängig von T_u Turbulenzflecken (in blau dargestellt). Diese entstehen zunächst als kleine lokale Störung (siehe Abb. 7.18 unten links) und wachsen dann, während der Konvektion stromab (siehe Abb. 7.18 unten rechts), in alle Raumrichtungen an. Nahe der Hinterkante sind die Turbulenzflecken entsprechend angewachsen, sodass deren Abmessungen große Bereiche der Schaufeloberfläche einnehmen (siehe Abb. 7.18 oben links). Im Anschluss folgt der Zerfall der Turbulenzflecken bzw. der Übergang in die turbulente Strömung (siehe Abb. 7.18 oben rechts). Es liegt somit für den betrachteten Testfall ein Grenzfall zwischen ablöseinduzierter Transition und Bypass-Transition vor. Für $T_u \approx 4,5\%$ und $T_u \approx 5,8\%$ dominiert die ablöseinduzierte Transition. Mit der weiteren Erhöhung von T_u steigt auch die Auftrittswahrscheinlichkeit der Turbulenzstreifen. Dies impliziert ein häufigeres Auftreten der Bypass-Transition. Zusätzlich führt eine Erhöhung von T_u zu einer Unterdrückung abgelöster Grenzschichten. Für $T_u \approx 8,8\%$ überwiegt daher die Bypass-Transition.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der untersuchte Testfall für die Bypass-Transition keine eindeutige Bypass-Transition aufweist, sondern einen Grenzfall zwischen ablöseinduzierter Transition und Bypass-Transition darstellt. Wie die Profilverteilung beweist, ist die LES in der Lage, auch diesen Grenzfall korrekt wiederzugeben, wobei die RANS-Simulation fälschlicherweise reine Bypass-Transition vorhersagt. Hierbei zeigt sich der Vorteil der zeitlichen Auflösung der LES. Die RANS-Simulation kann aufgrund einer verfahrensbedingt fehlenden zeitlichen Auflösung zeitweise partiell auftretende kleine Ablösebereich oder Bypass-Transition nicht wiedergeben. Bei einer weiteren Erhöhung des Turbulenzgrades in der LES verschiebt sich der Transitionmodus hin zur reinen Bypass-Transition. Da der Grenzfall zwischen ablöseinduzier-

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

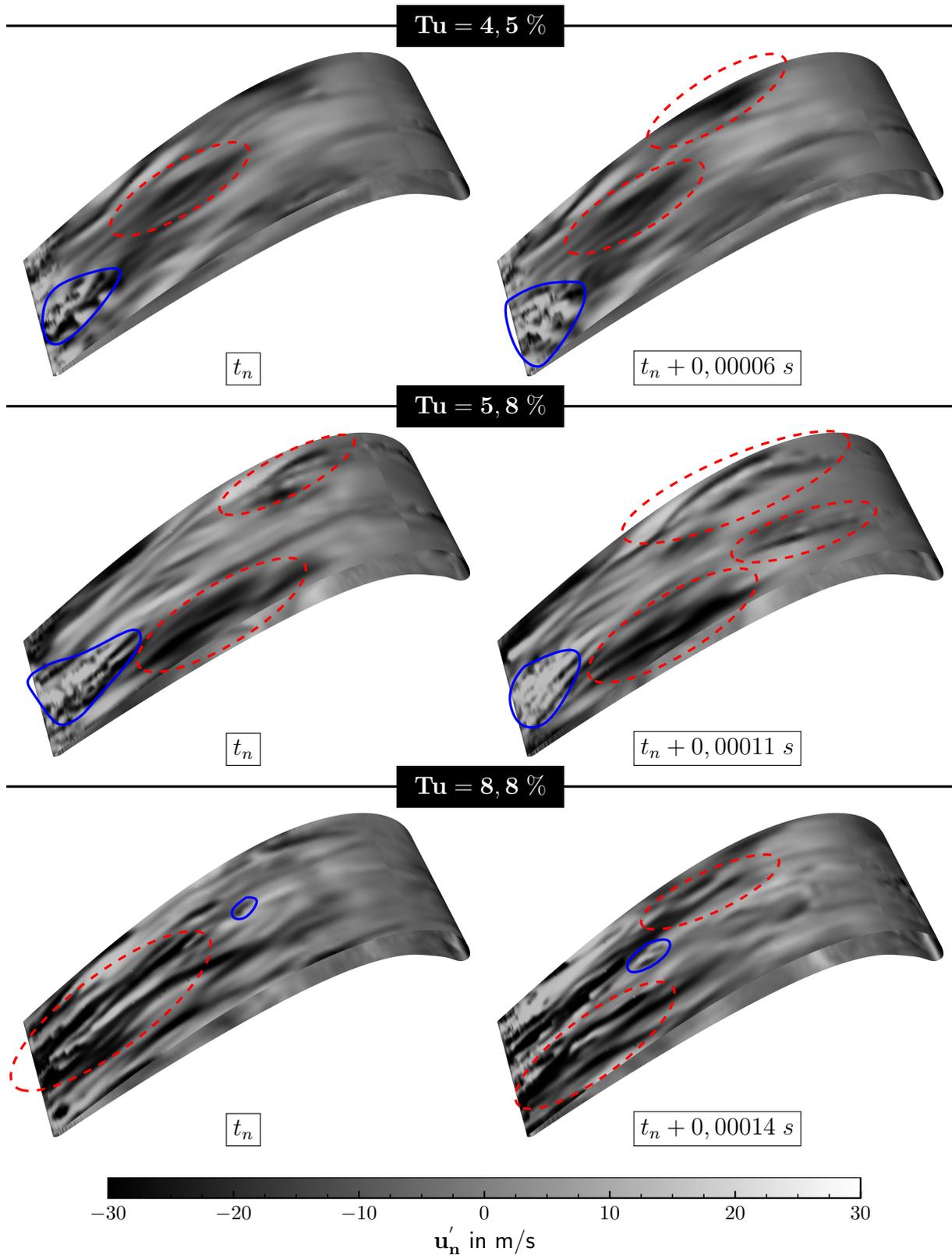


Abbildung 7.18: Wandnormale Geschwindigkeitsfluktuationen in einer zur Schaufel parallelen Fläche mit dem Abstand $\delta/2$ bei $x_{ax}/l_{ax} = 0,5$ für unterschiedliche Zeitschritte in Anlehnung an Zhao und Sandberg (2020)

ter Transition und Bypass-Transition hinsichtlich der Reproduzierbarkeit als komplexer einzustufen ist, ist davon auszugehen, dass die LES auch in der Lage ist, eine reine Bypass-Transition wiederzugeben.

7.4 Nachlaufinduzierte Transition

Der Testfall zur Validierung der nachlaufinduzierten Transition ist die T106C-Kaskade mit einem stromauf befindlichen Speichenrad. Dieser Testfall wurde gewählt, da im Vergleich zum Testfall der Validierung der Nachlaufprägung der W-DFSEM eine S_r erreicht wird, die der in einer realen Maschine entspricht. Zusätzlich liegen experimentelle Werte für die eintretenden Nachläufe vor. Dies ermöglicht einen direkten Vergleich der experimentellen Nachläufe mit den synthetisch erzeugten Nachläufen der W-DFSEM. Eine detaillierte Beschreibung des Testfalls kann Anhang C.5 entnommen werden.

7.4.1 Bewertung der Randbedingungen

Tabelle 7.5: Stromfadentheoretische Randbedingungen des Testfalls für nachlaufinduzierte Transition

Größe	Experiment	URANS	LES
$Re_{2,is}$	135753 ± 1765	137758	136129 ± 28
$Ma_{2,is}$	0,636 ± 0,008	0,645	0,637 ± 0,000
β_1	122,70° ± 0,30°	123,10°	122,42° ± 0,07°
$T_{t,1}$	n. a. ± n. a.	294,54K	296,73K ± 0,05K

Die stromfadentheoretischen Randbedingungen des Testfalls für nachlaufinduzierte Transition sind in Tab. 7.5 gegenübergestellt. Die Eintrittstotaltemperatur aus dem Experiment ist unbekannt. Es wurde daher auf Basis einer Totaltemperatur von 297 K eine statische Temperatur als Eintrittstemperatur der Simulationen abgeschätzt. Die RANS-Simulation weicht um 2,46 K und die LES um 0,22 K von dem beabsichtigten Wert ab. Diese Abweichung folgt daraus, dass in den Simulationen lediglich statische Größen und eine Geschwindigkeit anstatt eines Totaldrucks vorgegeben werden. Unabhängig davon sind die Abweichungen der Simulationen voneinander mit < 2,19 K gering, sodass dies als Grund für Unterschiede in den Ergebnissen der Simulationen untereinander ausgeschlossen werden kann. Für die anderen stromfadentheoretischen Randbedingungen stimmt die LES unter Berücksichtigung der Unsicherheiten mit dem Experiment überein. Die RANS-Simulation zeigt hingegen Abweichungen von 240 für $Re_{2,is}$, 0,001 für $Ma_{2,is}$ und 0,1° für β_1 . Die zugehörigen relativen Abweichungen sind mit $\approx 0,17\%$, $\approx 0,16\%$ und $\approx 0,08\%$ jedoch so gering, dass kein Einfluss auf die Ergebnisse zu erwarten ist. Zusammenfassend lässt sich für die stromfadentheoretischen Randbedingungen sagen, dass diese zwar zwischen den Simulationen und dem Experiment nicht identisch sind, was aufgrund einer fehlenden Angabe einer Totaltemperatur im Experiment auch nicht endgültig bewertbar ist, jedoch für die verfügbaren

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

Randbedingungswerte eine zufriedenstellende Übereinstimmung der Simulationen mit dem Experiment (rel. Abweichungen $\leq 0,17\%$) zeigen.

Als nächstes soll der eintretende Nachlauf aus dem Experiment mit den Nachläufen aus den Simulationen verglichen werden. Als Messgrößen stehen hierfür jedoch lediglich der phasengemittelte Totaldruck p_t und das Mittel des Produkts der Totaldruckschwankungen $\overline{p'_t p'_t}$ über die Teilung zur Verfügung. Während es in der LES möglich ist, letzteres direkt auszuwerten, ist dies in der URANS-Simulation nicht möglich, da in der URANS-Simulation jede Art einer turbulenten Schwankung über TKE als Modellgröße abgebildet wird. Um somit die turbulenten Schwankungen der eintretenden Nachläufe aus Experiment und LES mit den Werten der URANS-Simulation vergleichen zu können, muss ein Zusammenhang hergestellt werden zwischen $\overline{p'_t p'_t}$ und TKE . Nach Zhang et al. (2016) und Arndt und Ippen (1970) gilt für inkompressible Medien und der Vernachlässigung höherer Terme der folgende Zusammenhang zwischen p'_t und der TKE :

$$\overline{p_t'^2} = \frac{2}{3} TKE \rho^2 U_{abs}^2 \quad . \quad (7.6)$$

Die eintretenden Nachläufe sind nun in Abb. 7.19 gegenübergestellt. Zusätzlich zu den

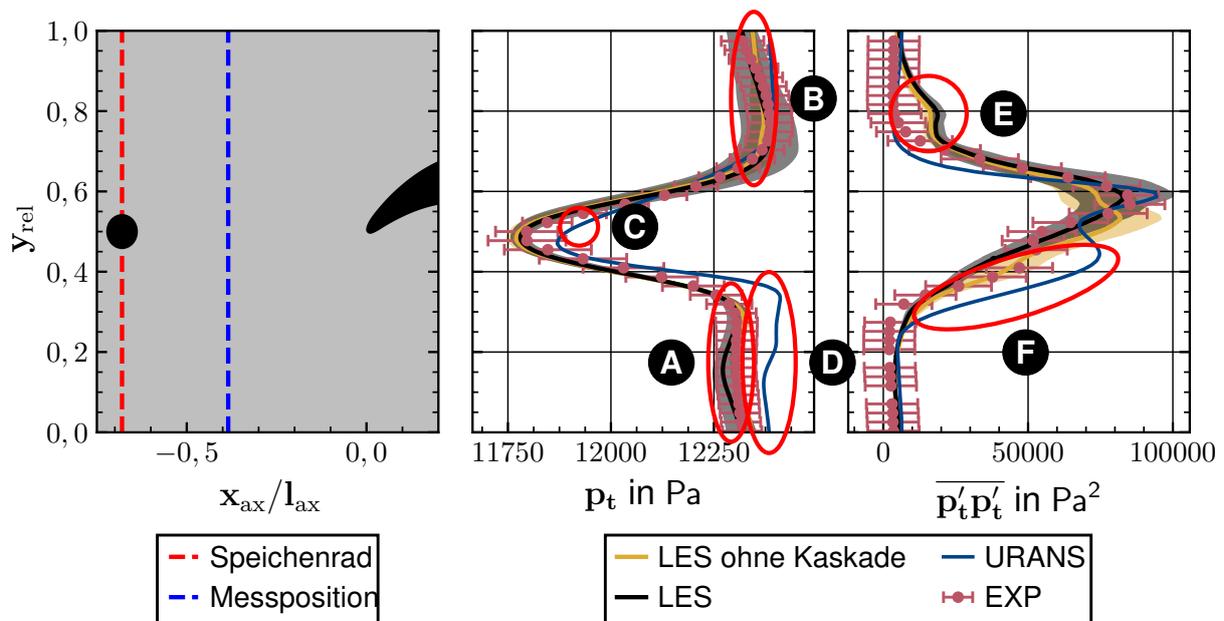


Abbildung 7.19: Vergleich der eintretenden Nachläufe des Testfalls für nachlaufinduzierte Transition

Ergebnissen der Simulationen mit Kaskade sind Ergebnisse einer LES ohne vernetzte Kaskade dargestellt. Das Berechnungsgebiet des zugehörigen Testfalls entspricht lediglich dem Eintrittsbereich der Kaskade. Dieser Testfall wurde genutzt, um die eintretenden Nachläufe einzustellen. Dieses Einstellen ist zwingend notwendig, da am Eintritt synthetische Turbulenz vorgegeben wird, die nicht direkt vollständig physikalisch ist und detaillierte Informationen zu den eintretenden Nachläufen aus dem Experiment fehlen. Um Rechenressourcen einzusparen, wurde der eintretende Nachlauf in der

LES daher anhand des reduzierten Testfalls eingestellt und die resultierenden finalen Randbedingungswerte der URANS-Simulation und der LES mit Kaskade vorgegeben. Beim Vergleich des Totaldrucks p_t fällt auf, dass die Ergebnisse für die LES ohne und mit Kaskade identisch sind, bis auf Abweichungen im Bereich **A** und **B**, die jedoch mit ≈ 30 Pa geringer sind als die experimentellen Unsicherheiten. Unabhängig davon stimmen beide Simulationen unter Berücksichtigung der Unsicherheiten mit dem Experiment überein. Die URANS-Simulation stimmt hingegen mit dem Experiment für den eigentlichen Nachlauf-Peak überein, weicht jedoch im Bereich **C** und **D** vom Experiment ab. Durch den höheren Totaldruck der URANS-Simulation im Bereich **D** ergibt sich ein im Vergleich zum Experiment und der LES erhöhter integraler Totaldruck. Dieser erhöhte integrale Totaldruck ist auch eine Erklärung dafür, warum $Re_{2, is}$ und $Ma_{2, is}$ der URANS-Simulation höher sind als im Experiment und der LES. Auch für $\overline{p_t' p_t'}$ verlaufen beide LES sehr ähnlich und liegen überwiegend im Bereich der Messunsicherheiten. Abweichungen außerhalb der Messunsicherheiten zeigen sich für beide LES im Bereich **E**. Die URANS-Simulation stimmt ebenfalls überwiegend mit dem Experiment überein, bis auf eine Abweichung im Bereich **F**. Für den Vergleich der eintretenden Nachläufe lässt sich sagen, dass beide LES unter Berücksichtigung der Unsicherheiten mit dem Experiment übereinstimmen, bis auf lokale Abweichungen im Bereich **E**. Diese lokalen Abweichungen liegen jedoch am Rand des eigentlichen Nachlauf-Peaks und sind um einen Faktor von ca. 4 geringer als der Maximalwert des Nachlauf-Peaks. Es ist daher zu erwarten, dass die Geschwindigkeitsschwankungen in diesem Bereich sowohl im Experiment als auch in den Simulationen vor dem Erreichen der Vorderkante des Profils abgeklungen sind. Ein Einfluss auf die eigentlichen Ergebnisse ist daher nicht zu erwarten und die Abweichungen im Bereich **E** somit vernachlässigbar. Die URANS-Simulation zeigt hingegen zusätzlich im Bereich **D** und **F** Abweichungen vom Experiment. Die URANS-Simulation ist nicht vollständig in der Lage, den eintretenden Nachlauf aus dem Experiment wiederzugeben. Dies ist jedoch nicht verwunderlich, da das RANS- bzw. URANS-Verfahren im Allgemeinen Defizite aufweist in der Nachlauf-Wiedergabe. Ein Nachlauf ist anisotrop und die industriell eingesetzten RANS- bzw. URANS-Verfahren auf Basis von Zwei-Gleichungs-Turbulenzmodellen sind verfahrensbedingt nur eingeschränkt in der Lage, Anisotropie wiederzugeben. Unter Berücksichtigung dieser Einschränkung zeigt die URANS-Simulation jedoch eine akzeptable Wiedergabe des eintretenden Nachlaufs.

7.4.2 Ergebnisse

Profilverteilung

Beim Vergleich der Profilverteilung in Abb. 7.20 zeigt sich sowohl für die URANS-Simulation, als auch für die LES eine Abweichung vom Experiment in unmittelbarer Nähe zur Vorderkante im Bereich **B**. Diese Abweichung ist nicht auf einen direkten Einfluss der eintretenden Nachläufe zurückzuführen, sondern auf den integralen Zuströmwinkel β_1 . Im Experiment wurde das Schaufelgitter entsprechend zur Hauptströmungsrichtung des Windkanals so gedreht, dass der geometrische Zuströmwinkel β_1

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

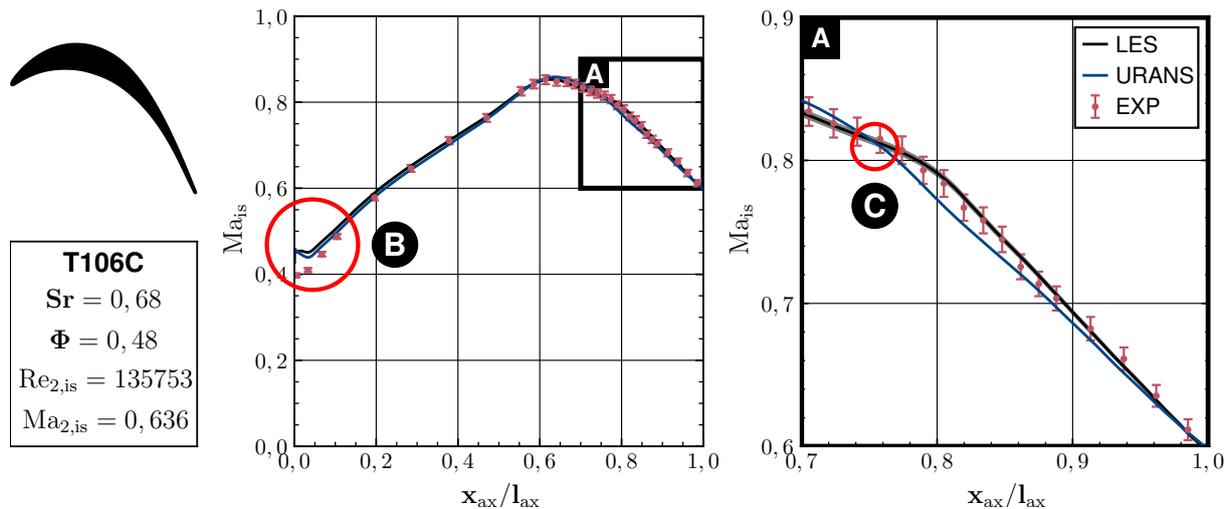


Abbildung 7.20: Profilverteilung der isentropen Mach-Zahl des Testfalls für nachlaufinduzierte Transition

entspricht. Bigoni et al. (2016) konnten jedoch zeigen, dass das Speichenrad stromauf der Kaskade einen Einfluss auf den integralen Zuströmwinkel β_1 hat. Um somit in diesem Bereich zu einer Übereinstimmung mit dem Experiment zu kommen, müsste der integrale Zuströmwinkel nach Bigoni et al. (2016) entsprechend reduziert werden. Bigoni et al. (2016) konnten jedoch auch zeigen, dass eine Kompensation der Inzidenz des Speichenrads keinen Einfluss auf die Profilverteilung ab $x_{ax}/l_{ax} > 0,4$ hat und die Abweichung im Bereich **B** daher bei der Bewertung der weiteren Ergebnisse zu vernachlässigen ist. Unabhängig von dieser Abweichung verlaufen die URANS-Simulation und die LES identisch und liegen im Bereich der Messunsicherheiten bis $x_{ax}/l_{ax} \approx 0,7$. Im Bereich der hinteren Saugseite **A** lässt sich jedoch ein unterschiedlicher Verlauf beider Simulationen feststellen. Die URANS-Simulation verläuft bis auf ein Abknicken bei **C** linear bis zur Hinterkante. Der Verlauf der LES im Bereich **A** suggeriert, dass über die Phase entweder vollständig oder teilweise ablöseinduzierte Transition. Eine rein laminare Grenzschicht bei diesem Profil und Betriebspunkt ist auszuschließen, unter anderem aufgrund der stärkeren Verzögerung im hinteren Bereich der Saugseite, als es z. B. beim Testfall der Transition im Nachlauf der Fall ist. Die URANS-Simulation liegt jedoch gerade in diesem Bereich außerhalb der Messunsicherheiten, weshalb sie vermutlich die im Experiment vorherrschende Transition inkorrekt wiedergibt. Die LES liegt hingegen im Bereich der Messunsicherheiten und sowohl die LES als auch das Experiment zeigen einen Verlauf, der ablöseinduzierte Transition und eventuell sogar eine Ablöseblase im zeitlichen Mittel suggeriert.

Nachlauf

Für die lokalen Verluste im Nachlauf (siehe Abb. 7.21) ist der Verlust-Peak der URANS-Simulation, wie auch bei den RANS-Simulationen der Testfälle ohne eintretenden Nachläufe, zu hoch (siehe Bereich **A**). Die Nachlaufbreite der URANS-Simulation ist im

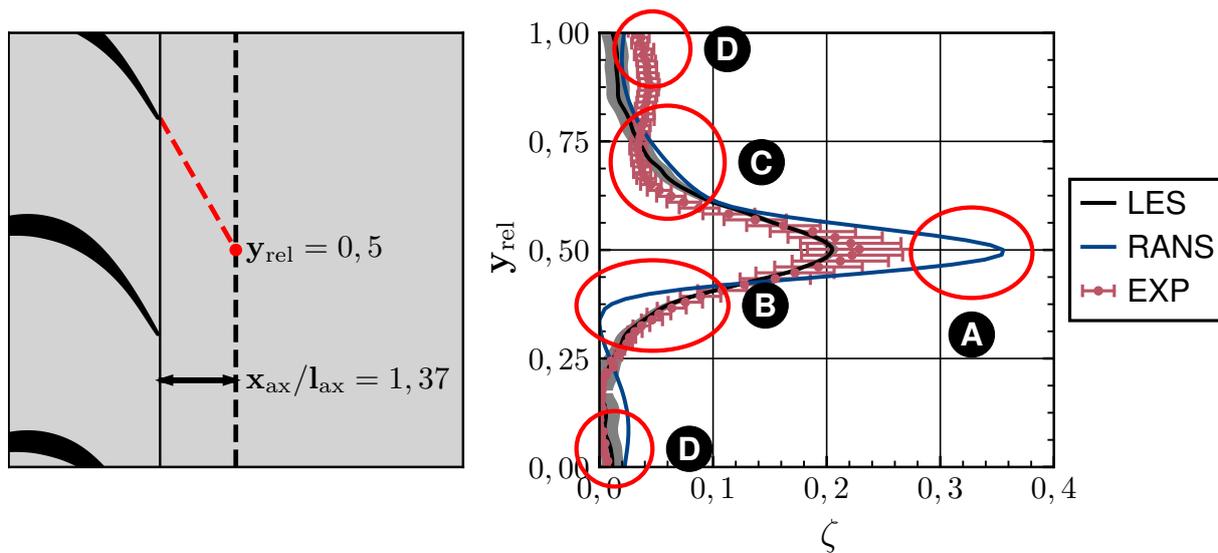


Abbildung 7.21: Nachlaufverluste des Testfalls für nachlaufinduzierte Transition

Vergleich zu den RANS-Simulationen nur im Bereich **B** der druckseitigen Flanke des Peaks zu schmal. Auf der saugseitigen Flanke im Bereich **C** ist der Verlust-Peak der URANS-Simulation hingegen zu breit im Vergleich zum Experiment. Dies bedeutet, dass auf der Druckseite in der URANS-Simulation die Verluste zu gering und auf der Saugseite die Verluste zu hoch sind. Die LES zeigt ebenfalls im Bereich **C** erhöhte Verluste verglichen mit dem Experiment, stimmt jedoch für den Verlust-Peak selbst und der saugseitigen Flanke unter Berücksichtigung der Messunsicherheiten mit dem Experiment überein. Auffällig ist, dass die experimentellen Verluste an den periodischen Rändern **D** nicht übereinstimmen und ein Offset zeigen. Dies bedeutet, dass im Kanal selbst keine Periodizität in Teilungsrichtung vorliegt und der Totaldruck über die Teilung variiert, was eine Bewertung der Verluste erschwert. Dies zeigt zusätzlich, wie komplex sich die experimentelle Untersuchung nachlaufinduzierter Transition in einer Kaskade gestaltet. Für die Verluste im Nachlauf lässt sich zusammenfassend sagen, dass die LES die experimentellen Werte deutlich besser wiedergibt als die URANS-Simulation und unter Berücksichtigung der Abweichungen an den periodischen Rändern des Experiments selbst weitestgehend mit dem Experiment übereinstimmt.

Grenzschicht

Abbildung 7.22 zeigt die zeitlich gemittelte saugseitige Wandschubspannung und die minimale und maximale Wandschubspannung, die über die Phase an der jeweiligen axialen Position auftritt. Die im Experiment verwendete Messtechnik erlaubt keine Bestimmung einer absoluten Wandschubspannung. Entsprechend wurden die Werte in Abb. 7.22 auf einen jeweiligen Referenzwert τ_{Ref} normiert. Der zeitlich gemittelte Verlauf beider Simulationen ist bis $x_{ax}/l_{ax} \approx 0,65$ sehr ähnlich und auch die minimalen und maximalen Schwankungen besitzen die gleiche Größenordnung. Lediglich im vorderen Bereich **A** liegt die URANS-Simulation über der LES und auch die Minimal- und Ma-

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

ximalwerte sind in der URANS-Simulation leicht höher als im Vergleich zur LES in diesem Bereich. Unterschiedliche Verläufe zeigen beide Simulationen ab $x_{ax}/l_{ax} \approx 0,7$. Ab dieser axialen Position unterschreitet die untere Grenze der Wandschubspannungen der LES die Nulllinie. Diese Position markiert somit in der LES den frühest möglichen Ablösepunkt über die Phase. Der späteste Wiederanlegepunkt liegt bei $x_{ax}/l_{ax} \approx 0,90$. Die LES zeigt somit bei **B** einen ausgeprägten Bereich negativer Wandschubspannung, wobei im zeitlichen Mittel keine Ablöseblase vorliegt, da für die zeitliche Wandschubspannung $\tau_w > 0$ gilt. Es liegt somit in der LES zeitweise eine abgelöste Strömung vor. In der URANS-Simulation hingegen gilt sowohl für die zeitlich gemittelte, als auch für die minimale Wandschubspannung $\tau_w > 0$. Der über die Grenzschicht aufintegrierte und zeitlich gemittelte Transitionsfaktor γ_{int} der URANS-Simulation (hier nicht dargestellt), zeigt im Übergangsbereich zwischen dem Abknicken der Profilverteilung und dem linearen Verlauf (siehe Bereich **C** in Abb. 7.20) einen Anstieg von $\gamma_{int} \approx 0,1$ auf $\gamma_{int} > 0,9$, gefolgt von einem nahezu konstanten Wert für γ_{int} . Die URANS-Simulation zeigt somit Bypass-Transition. Die experimentellen Werte der Wandschubspannungen aus Abb. 7.22 suggerieren, dass die URANS-Simulation besser mit dem Experiment übereinstimmt als die LES. Jedoch ist es mit der verwendeten Messtechnik nicht möglich, negative Wandschubspannungen zu ermitteln, sondern lediglich Beträge. Um bewerten zu können, welche Simulation die Transition korrekt vorhersagt, ist ein Vergleich der Wandschubspannungen aus den Simulationen mit den experimentellen Werten daher nicht zielführend.

Zur genaueren Analyse des Transitionsverhalten erfolgt daher der Vergleich der isen-

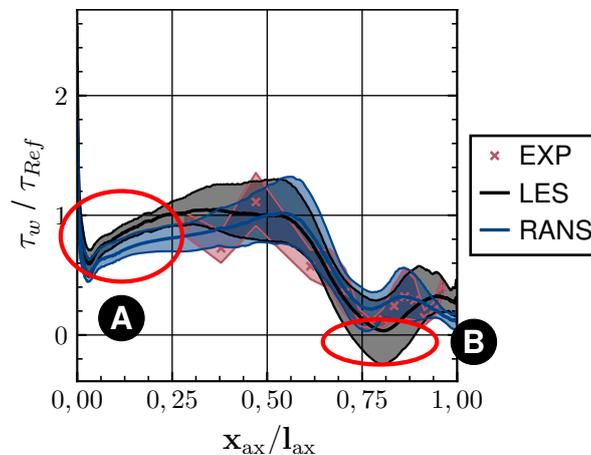


Abbildung 7.22: Zeitlich gemittelte saugseitige Wandschubspannung für den Testfall mit nachlaufinduzierter Transition. Zusätzlich ist der Bereich minimaler und maximaler Wandschubspannung dargestellt.

tropen Mach-Zahl auf dem Profil über die verschiedenen Phasen des Phasenmittels (siehe Abb. 7.23). Zur besseren Veranschaulichung ist auch für die Ergebnisse der Simulationen nur der axiale Bereich dargestellt, für den auch experimentelle Werte vorliegen ($x_{ax}/l_{ax} \approx 0,550 - 0,825$). Die größten Unterschiede lassen sich im Bereich **A** erkennen. Während sowohl das Experiment, als auch die LES in diesem Bereich

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

eine Erhöhung der isentropen Mach-Zahl aufzeigen, lässt sich eine solche Erhöhung in der URANS-Simulation nicht feststellen. Zur genaueren Analyse sind daher in Abb.

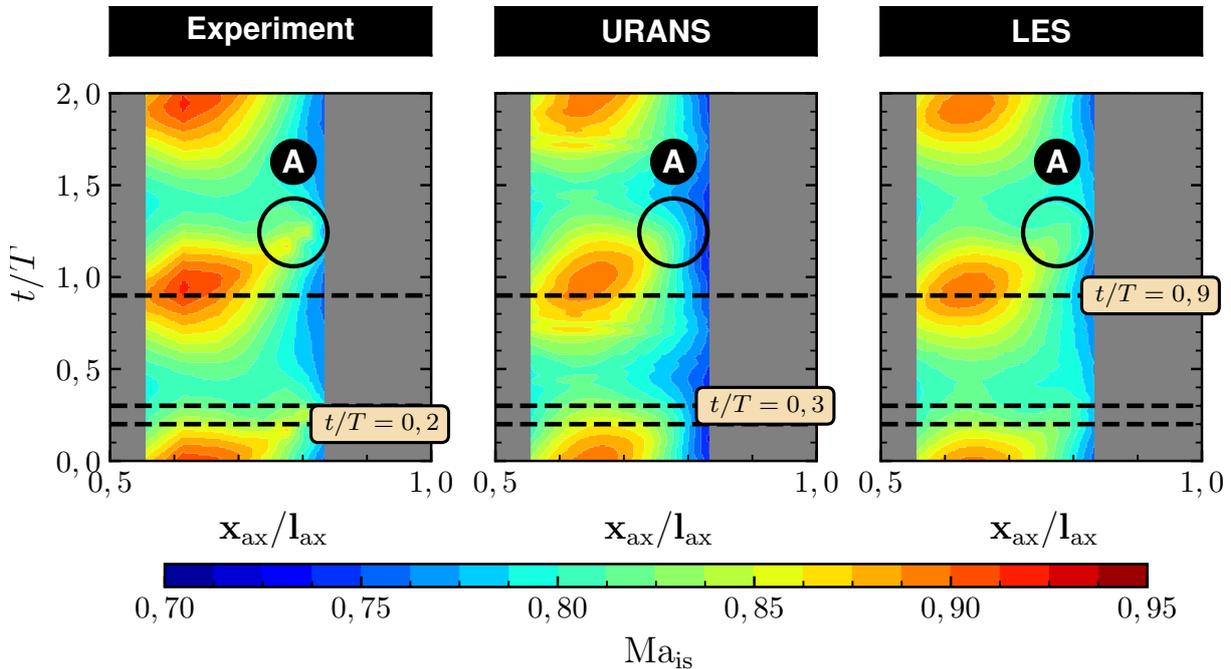


Abbildung 7.23: Phasenmittel aller Phasen der saugseitigen isentropen Mach-Zahl des Testfalls für nachlaufinduzierte Transition

7.24 die Verläufe der saugseitigen isentropen Mach-Zahl für ausgewählte und in Abb. 7.23 kenntlich gemachte Phasen dargestellt. Für die Phase $t/T = 0,9$ verlaufen sowohl die Simulationen, als auch das Experiment linear im hinteren Bereich der Saugseite. Es lässt sich kein Druckplateau erkennen und somit liegt auch keine ablöseinduzierte Transition vor. Für die Phasen $t/T = 0,2$ und $t/T = 0,3$ lässt sich hingegen im Bereich **A** sowohl für das Experiment, als auch die LES ein ausgeprägtes Druckplateau identifizieren. Dies ist ein eindeutiges Anzeichen für eine Ablösung der Strömung. Für das Experiment und die LES liegt somit zeitweise ablöseinduzierte Transition vor. Unter Berücksichtigung der Unsicherheiten stimmt die LES mit dem Experiment überein. Die LES gibt somit das Transitionsverhalten des Experiments korrekt wieder. Zusätzlich zeigen diese Ergebnisse, dass die experimentelle Quasi-Wandschubspannung für die Bewertung des Transitionsverhaltens ungeeignet ist. Die URANS-Simulation zeigt hingegen im Bereich **A** kein Druckplateau und sagt somit fälschlicherweise keine Ablösung der Strömung vorher.

Integrale Verluste

Wie bereits die lokalen Verluste im Nachlauf vermuten lassen, liegt der integrale Verlust der URANS-Simulation (siehe Abb. 7.25) ca. 15% über dem experimentellen Wert. Der integrale Verlust der LES hingegen ist ca. 7% zu niedrig im Vergleich zum Experiment.

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

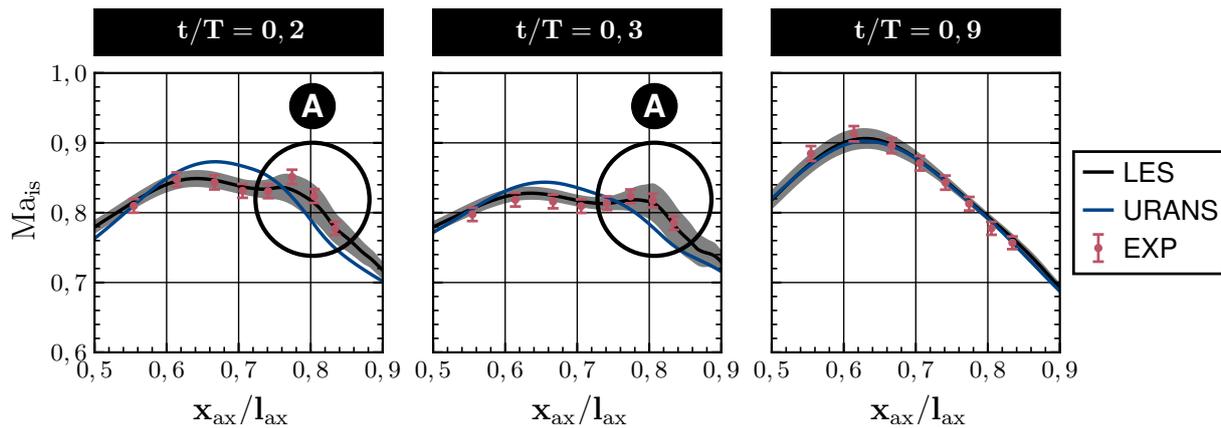


Abbildung 7.24: Ausgewählte Phasenmittel der saugseitigen isentropen Mach-Zahl des Testfalls für nachlaufinduzierte Transition

Der erhöhte integrale Verlust der URANS-Simulation könnte aus dem falsch vorhergesagten Transitionsmodus resultieren. Die URANS-Simulation sagt Bypass-Transition vorher. Bei einer Bypass-Transition ist unter dem Einfluss eintretender Nachläufe ein Anstieg der Verluste im zeitlichen Mittel zu erwarten. Der zu niedrige integrale Verlust der LES im Vergleich zum Experiment könnte hingegen aus der abweichenden Periodizität in Teilungsrichtung des Experiments folgen. Wie in Abb. 7.21 gezeigt, kommt es zu einer Abweichung der Verluste an den periodischen Rändern. Diese Abweichung führt fälschlicherweise zu einem zu hohen integralen Verlust im Experiment. Unabhängig von den Abweichungen liegen sowohl LES als auch URANS-Simulation im Bereich der Messunsicherheiten.

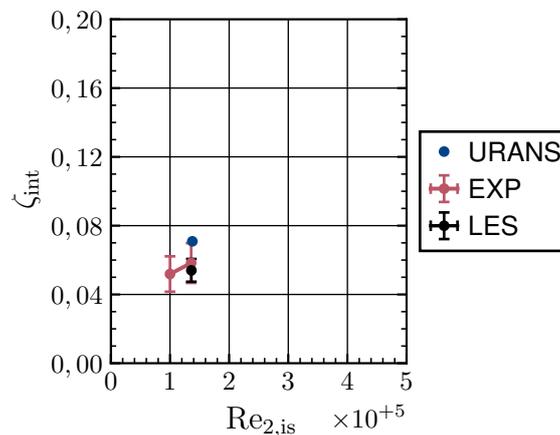


Abbildung 7.25: Integrale Verluste des Testfalls für nachlaufinduzierte Transition

Zusammenfassend lässt sich für den Testfall der nachlaufinduzierten Transition sagen, dass die LES in der Lage ist, sowohl die zeitlich gemittelte Profildruckverteilung als auch die integralen Verluste korrekt vorherzusagen. Zusätzlich zeigt sich eine bessere Wiedergabe der Nachlaufverluste mit großer Übereinstimmung zum Experiment

7 Validierung der Gesamtmodellierung anhand unterschiedlicher Transitionsmodi

als bei der URANS-Simulation. Der Vergleich der phasengemittelten isentropen Mach-Zahl-Verteilungen hat zusätzlich gezeigt, dass auch das Transitionsverhalten der LES korrekt ist. Die URANS-Simulation besitzt hingegen Abweichungen zum Experiment und ist insbesondere nicht in der Lage, den Transitionsmodus wiederzugeben. Wie für die vorher diskutierten Transitionsmodi, ist die Modellierungskette auch in der Lage, nachlaufinduzierte Transition korrekt vorherzusagen.

Abschließend lässt sich somit sagen, dass die Modellierungskette alle relevanten Transitionsmodi korrekt vorhersagen kann. Dies stellt wiederum eine Bestätigung der zweiten Teilhypothese dar, die besagt, dass der Einfluss realer Randbedingungen auf die aerodynamische Modellierung der Niederdruckturbinen-Beschaufelungen in skalenauflösenden Simulationen korrekt wiedergegeben werden kann.

8 Schlussfolgerungen und Ausblick

8.1 Schlussfolgerungen

Die Hypothese der vorliegenden Arbeit lautet, dass es möglich ist, die in einer Niederdruckturbinen vorherrschenden Randbedingungen zu modellieren und den Einfluss dieser realitätsnahen Randbedingungen auf die Aerothermodynamik einer Niederdruckturbinen mittels numerischer Simulation korrekt wiedergeben zu können.

Um diese Hypothese bewerten zu können, wurde eine Modellierungs- und Prozesskette zur Modellierung der realitätsnahen Randbedingungen auf Basis skalenauflösender Simulationen und der Erzeugung synthetischer Turbulenz entwickelt. Diese Modellierungskette konnte anhand überwiegend generischer Testfälle erfolgreich verifiziert und validiert werden, was wiederum eine Bestätigung der ersten Aussage der zugrundeliegenden Hypothese darstellt.

Zur Überprüfung der zweiten Aussage der Hypothese wurde die erfolgreich verifizierte und validierte Modellierungskette auf Niederdruckturbinen-Kaskaden mit jeweils unterschiedlichem Transitionsmodus angewendet. Die Modellierungskette konnte hierbei alle in Niederdruckturbinen vorkommenden Transitionsmodi korrekt vorhersagen. Darüber hinaus konnten bessere Vorhersagen für alle aerodynamischen Größen von Interesse im Vergleich zu den industriell eingesetzten (U)RANS-Verfahren erzielt werden. Dies bestätigt somit auch die zweite Aussage der zugrundeliegenden Hypothese, was wiederum zur finalen Schlussfolgerung führt: Die Hypothese der vorliegenden Arbeit konnte erfolgreich bestätigt werden.

Die wesentliche Neuheit dieser Arbeit ist eine vollständig verifizierte und validierte skalenauflösende Modellierungskette. Dies ist somit ein Alleinstellungsmerkmal der vorliegenden Arbeit. Ein weiteres Alleinstellungsmerkmal ist die Möglichkeit der Aufprägung turbulenter Nachläufe direkt über eine Randbedingung ohne die Notwendigkeit eines zusätzlichen Rechennetzes. Erst die daraus resultierende Einsparung an Rechenressourcen ermöglicht es überhaupt, den turbomaschinenrelevantesten Transitionsmodus der nachlaufinduzierten Transition mittels skalenauflösender Simulationen zu untersuchen bzw. umfangreichere Sensitivitätsstudien durchzuführen.

Für eine effizientere Auslegung der Niederdruckturbinen müssen insbesondere die zur Auslegung der Beschaukelung eingesetzten (U)RANS-Verfahren zum Einen verbessert, zum Anderen hinsichtlich neuer relevanter Parameterbereiche validiert werden. Beides erfordert genauere Kenntnisse der vorherrschenden Strömung. Wie ebenfalls in dieser Arbeit gezeigt, ist es im Experiment nicht möglich, eindeutig vorab definierte turbulente Randbedingungen vorzugeben. Insbesondere bei der Aufprägung eintretender Nachläufe lässt sich kein Einfluss des Messaufbaus ausschließen. Die im Rahmen dieser Arbeit erarbeitete Modellierungskette stellt somit ergänzend zum Experiment ei-

ne weitere Säule zur Untersuchung der Aerothermodynamik der Niederdruckturbinen dar. Hierbei kann die Modellierungskette insbesondere Parameterräume der Randbedingungen abdecken, die im Experiment nicht realisierbar sind und somit einen wesentlichen Beitrag leisten zur effizienteren Auslegung der Niederdruckturbinen und somit auch Flugzeugtriebwerken im Allgemeinen.

8.2 Ausblick

Mit der im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Modellierungskette konnten für verschiedene Strömungen valide Ergebnisse erzielt werden. Um jedoch die Zuverlässigkeit zu erhöhen, die Modellierung sowohl hinsichtlich Genauigkeit als auch Rechenaufwand zu optimieren und den Anwendungsbereich zu erweitern, sollten folgende weitere Schritte unternommen werden:

- **Vorgabe eines Totaldruckes und -temperatur:** Die Modellierung der vorliegenden Arbeit gibt Geschwindigkeitsfelder am Eintritt vor. In experimentellen Untersuchungen werden jedoch in der Regel Totaldrücke und -temperaturen erfasst. Dies erforderte für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen teilweise geringe Anpassungen der integralen Geschwindigkeiten am Eintritt, um den Totaldruck aus dem Experiment zu treffen. Mit der Umstellung der vorgestellten Modellierung auf die Vorgabe eines Totaldrucks wäre dieser iterative Prozess nicht mehr notwendig und Rechenressourcen würden eingespart. Hinsichtlich der Ergebnisse sind keine Unterschiede zu erwarten. Gleiches gilt für die Temperatur.
- **Berücksichtigung Temperaturerhöhung:** Im Nachlauf eines Profils kommt es zu einer geringfügigen Erhöhung der Temperatur aufgrund der vorherrschenden viskosen Dissipation. Im Rahmen dieser Arbeit wurde für die Aufprägung der turbulenten Nachläufe von einer konstanten Temperatur über die Teilung ausgegangen. Eine Berücksichtigung dieser Temperaturerhöhung in der Modellierung könnte zu einer zusätzlichen Verkürzung der Einlauflänge der turbulenten Randbedingung führen.
- **Übertragung auf Verdichter:** Um die Zuverlässigkeit der Modellierungskette zu erhöhen, sollte diese ebenfalls auch auf die Beschaukelungen von Verdichtern angewendet werden. Hierauf wurde im Rahmen dieser Arbeit bewusst verzichtet, da Verdichter-Bschaukelungen bei höheren Reynolds-Zahlen betrieben werden und somit deutlich mehr Rechenressourcen benötigen. Mittelfristig sollte jedoch der stetige Anstieg an verfügbaren Rechenressourcen auch eine Anwendung auf Verdichter ermöglichen.
- **Explizite Diskretisierung in der Zeit:** Bedingt durch die für die Simulationen dieser Arbeit verwendete Software-Bibliothek wurde eine implizite zeitliche Diskretisierung verwendet. Jedoch lagen in allen Simulationen in jeder Zelle alle CFL-Zahlen unter 0,4. Bei diesen niedrigen CFL-Zahlen sind keine Stabilitätsprobleme der expliziten Schemata zu erwarten. Ein explizites Zeitschrittverfahren

würde jedoch zu einer Einsparung an Rechenressourcen führen und sollte daher in die vorliegende Modellierung integriert werden.

- **Diskretisierung höherer Ordnung:** Die in dieser Arbeit verwendete Diskretisierung ist ausschließlich zweiter Ordnung. Eine Diskretisierung höherer Ordnung würde zum Einen die Verwendung kleinerer Rechenetze bei gleicher Genauigkeit ermöglichen, wodurch sowohl Speicherplatz als auch Rechenressourcen eingespart werden; zum Anderen ist eine höhere Ordnung eine hinreichende Bedingung für die Untersuchung auch aeroakustischer Fragestellungen und sollte daher ebenfalls zukünftig berücksichtigt werden.
- **Erweiterung auf transonische Strömungen:** Alle in dieser Arbeit untersuchten Validierungstestfälle sind ausschließlich subsonische Strömungen. Jedoch können in Turbomaschinen auch transonische Strömungen vorkommen. Es wäre also sinnvoll, den Gültigkeitsbereich der in dieser Arbeit validierten Gesamtmodellierungskette durch eine Validierung auch für transonische Testfälle zu erweitern. Hierbei müsste vor allem sicher gestellt werden, dass der genutzte Solver auf Basis einer Dichtekorrektur in der Lage ist, sowohl Verdichtungsstöße und deren Position ausreichend fein aufzulösen, als auch die Grenzschichtinteraktion der Verdichtungsstöße korrekt vorherzusagen.
- **Übergang zur Stufe:** Zwar sind Kaskaden übliche reduzierte Testfälle zur Bewertung von Turbomaschinen-Beschaufelungen, jedoch sind reale Beschaufelungen dreidimensional. Der Übergang der Modellierung auf dreidimensionale Beschaufelungen wäre somit der nächste logische Schritt. Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Modellierung ist prinzipiell auch auf eine dreidimensionale Beschaufelung übertragbar. Die hierfür notwendige methodische Weiterentwicklung der W-DFSEM auf Rotationssymmetrie erfolgte bereits durch Nyhuis (2020), jedoch ausschließlich für Freistromturbulenz. Entsprechendes müsste analog für die Aufprägung turbulenter Nachläufe durchgeführt werden.

Diese Schritte würden zum Einsparen von Rechenressourcen führen, die Zuverlässigkeit der Modellierungskette erhöhen und zu einer noch besseren Abbildung der komplexen dreidimensionalen Strömung in Turbomaschinen führen.

9 Literaturverzeichnis

- Aerospace Technology (2011): JetBlue orders 86 Pratt & Whitney PW1100G-JM engines for A320s. <https://www.aerospace-technology.com/news/newsjetblue-orders-86-pratt-whitneys-pw1100g-jm-engines-for-a320s/>. Zuletzt abgerufen am 14.02.2022.
- Amecke, J. (1967): Auswertung von Nachlaufmessungen an ebenen Schaufelgittern. Technischer Bericht 67 A 49, AVA Göttingen, Göttingen, Deutschland.
- Ameri, A. A. (2016): Requirements for Large Eddy Simulation Computations of Variable-Speed Power Turbine Flows. Technischer Bericht CR-2016-218962, NASA, Columbus, USA.
- Arndt, R. E. A. und Ippen, A. T. (1970): Turbulence Measurements In Liquids Using An Improved Total Pressure Probe. In: Journal of Hydraulic Research, Band 8(2):S. 131–158.
- ASME V & V 20 Committee (2009): Standard for Verification and Validation in Computational Fluid Dynamics and Heat Transfer. The American Society of Mechanical Engineers, New York, USA.
- Aufderheide, T.; Bode, C.; Friedrichs, J. und Kozulovic, D. (2014): The Generation of Higher Levels of Turbulence in a Low-speed Cascade Wind Tunnel by Pressurized Tubes. In: Proceedings of the 11th World Congress on Computational Mechanics. Barcelona, Spanien.
- Baptiste, J.; Fourier, J. und Freeman, A. (2009): The Analytical Theory of Heat. Cambridge University Press.
- Batchelor, G. K. (1953): The Theory of Homogeneous Turbulence. Cambridge University Press.
- Batchelor, G. K. (2000): An Introduction to Fluid Dynamics. Cambridge University Press.
- Batten, P.; Goldberg, U. und Chakravarthy, S. (2004): Interfacing Statistical Turbulence Closures with Large-Eddy Simulation. In: AIAA Journal, Band 42(3):S. 485–492.
- Bell, R. M. (1995): Untersuchungen zur Stoss-Grenzschicht-Interferenz an aerodynamisch hochbelasteten Transsonik-Verdichtergittern. Dissertation, Institut für Strahltriebwerke, Universität der Bundeswehr München, München, Deutschland.

9 Literaturverzeichnis

- Biester, M. (2016): Ausmischverluste und instationärer Arbeitsumsatz in Turbinen. Dissertation, Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik, Leibniz Universität Hannover, Hannover, Deutschland.
- Bigoni, F.; Vagnoli, S.; Arts, T. und Verstraete, T. (2016): Numerical Study on the Effects of the Upstream Wake Generator on the Aerodynamic Performance of a High-Lift Low Pressure Turbine Blade. In: Proceedings of the ASME Turbo Expo. Seoul, Südkorea.
- Bitter, M. und Niehuis, R. (2019): Effects of Periodic Inflow Turbulence on the Statistics in the Wake of a Linear LPT Cascade at Jet-Engine relevant Test Conditions. In: Proceedings of the 13th International Symposium on Particle Image Velocimetry. München, Deutschland.
- Brachmanski, R. (2017): Niederdruckturbinenprofile unter dem Einfluss hoher Turbulenzgrade. Dissertation, Institut für Strahlantriebe, Universität der Bundeswehr München, München, Deutschland.
- Brunner, S.; Fottner, L. und Schiffer, H.-P. (2000): Comparison of Two Highly Loaded Low Pressure Turbine Cascades Under the Influence of Wake-Induced Transition. In: Proceedings of the ASME Turbo Expo. München, Deutschland.
- Brück, C.; Lyko, C.; Peitsch, D.; Bode, C.; Friedrichs, J.; Kožulović, D.; Fiala, A. und Guendogdu, Y. (2015): Analysis of Laminar-Turbulent Transition of a Low-Loss Generic Low Pressure Turbine Distribution. In: Proceedings of ASME Turbo Expo. Montreal, Kanada.
- Cadafalch, J.; Pe´rez-Segarra, C. D.; Co´nsul, R. und Oliva, A. (2001): Verification of Finite Volume Computations on Steady-State Fluid Flow and Heat Transfer . In: Journal of Fluids Engineering, Band 124(1):S. 11–21.
- Cardamone, P. (2006): Aerodynamic Optimisation of Highly Loaded Turbine Cascade Blades for Heavy Duty Gas Turbine Applications. Dissertation, Institut für Strahlantriebe, Universität der Bundeswehr München, München, Deutschland.
- Cekli, H. E. und Water, W. (2010): Tailoring Turbulence With an Active Grid. In: Experiments in Fluids, Band 49:S. 409–416.
- Cenedese, A.; Romano, G. P. und Felice, F. (1991): Experimental testing of Taylor’s hypothesis by L.D.A. in highly turbulent flow. In: Experiments in Fluids, Band 11(6):S. 351–358.
- CFM International (2018): Lion Group finalizes \$5.5 billion U.S. LEAP-1A engine order. <http://atwonline.com/engines/lion-group-completes-55-billion-leap-1a-purchase>. Zuletzt abgerufen am 14.02.2022.

9 Literaturverzeichnis

- Chamis, C. C. und Blankson, I. M. (2003): Exo-Skeletal Engine: Novel Engine Concept. In: Proceedings of the ASME Turbo Expo. Atlanta, USA.
- Choi, K.-S. und Lumley, J. L. (2001): The Return to Isotropy of Homogeneous Turbulence. In: Journal of Fluid Mechanics, Band 436:S. 59–84.
- Clinckemauille, J.; Fattorini, L.; Fontani, T.; Nuyts, C.; Wain, G. und Arts, T. (2015): Aerodynamic Performance of a Very-High-Lift Low-Pressure Turbine Airfoil (T106C) at Low Reynolds and High Mach Number Including the Effect of Incoming Periodic Wakes. In: Proceedings of the 11th European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics. Madrid, Spanien.
- Coleman, G. und Sandberg, R. (2010): A Primer on Direct Numerical Simulation of Turbulence – Methods, Procedures and Guidelines. Technischer Bericht, Southampton, UK.
- Cooull, J. D. und Hodson, H. P. (2011): Unsteady Boundary-layer Transition in Low-pressure Turbines. In: Journal of Fluid Mechanics, Band 681:S. 370–410.
- Coull, J. D. und Hodson, H. P. (2012): Blade Loading and Its Application in the Mean-Line Design of Low Pressure Turbines. In: Journal of Turbomachinery, Band 135(2).
- Cui, J.; Rao, V. N. und Tucker, P. (2015): Numerical Investigation of Contrasting Flow Physics in Different Zones of a High-Lift Low-Pressure Turbine Blade. In: Journal of Turbomachinery, Band 138(1).
- Curtis, E. M.; Hodson, H. P.; Baniaghbal, M. R.; Denton, J. D.; Howell, R. J. und Harvey, N. W. (1997): Development of Blade Profiles for Low-Pressure Turbine Applications. In: Journal of Turbomachinery, Band 119(3):S. 531–538.
- Dhamankar, N. S.; Blaisdell, G. A. und Lyrintzis, A. S. (2015): An Overview of Turbulent Inflow Boundary Conditions for Large Eddy Simulations. In: Proceedings of the 22nd AIAA Computational Fluid Dynamics Conference.
- Dick, E. und Kubacki, S. (2017): Transition Models for Turbomachinery Boundary Layer Flows: A Review. In: International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power, Band 2(2).
- Druault, P.; Lardeau, S.; Bonnet, J.-P.; Coiffet, F.; Delville, J.; Lamballais, E.; Largeau, J. F. und Perret, L. (2004): Generation of Three-Dimensional Turbulent Inlet Conditions for Large-Eddy Simulation. In: AIAA Journal, Band 42:S. 447–456.
- Durst, F. (2006): Grundlagen der Strömungsmechanik. Springer Berlin Heidelberg.
- EASA (2019a): Type-certificate Data Sheet for Engine LEAP-1A & LEAP-1C series engines. Technischer Bericht.
- EASA (2019b): Type-certificate Data Sheet for PW1100G-JM Series Engines. Technischer Bericht.

9 Literaturverzeichnis

- Emmons, H. W. (1951): The Laminar-Turbulent Transition in a Boundary Layer - Part I. In: *Journal of the Aeronautical Sciences*, Band 18(7):S. 490–498.
- Europäische Kommission (2019): Der europäische Grüne Deal. In: Mitteilung der Kommission.
- Ferziger, J. H. und Perić, M. (2002): *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer Berlin Heidelberg.
- Ferziger, J. H. und Peric, M. (2008): *Numerische Strömungsmechanik*. Springer Berlin Heidelberg.
- Flug Revue (2015a): LEAP gegen Getriebefan. <https://www.flugrevue.de/flugzeugbau/neue-triebwerke-in-der-erprobung-leap-gegen-getriebefan/>. Zuletzt abgerufen am 14.02.2022.
- Flug Revue (2015b): Neue Antriebe für die Zukunft. <https://www.flugrevue.de/flugzeugbau/wachstumsschub-neue-antriebe-fuer-die-zukunft/>. Zuletzt abgerufen am 14.02.2022.
- Fröhlich, J. (2006): *Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen*. Teubner.
- Garnier, E.; Adams, N. und Sagaut, P. (2009): *Large Eddy Simulation for Compressible Flows*. Springer Netherlands.
- Gaster, M. (1969): *The Structure and Behaviour of Laminar Separation Bubbles*. Technischer Bericht, London, UK.
- Geng, C.; He, G.; Wang, Y.; Xu, C.; Lozano-Durán, A. und Wallace, J. M. (2015): Taylor's Hypothesis in Turbulent Channel Flow Considered Using a Transport Equation Analysis. In: *Physics of Fluids*, Band 27(2).
- Georgiadis, N. J.; Rizzetta, D. P. und Fureby, C. (2010): Large-Eddy Simulation: Current Capabilities, Recommended Practices, and Future Research. In: *AIAA Journal*, Band 48(8):S. 1772–1784.
- Giles, M. (1991): UNSFFLO: A Numerical Method For The Calculation Of Unsteady Flow In Turbomachinery. Technischer Bericht GTL Report #205, Cambridge, Massachusetts.
- Giles, M. B. (1988): Calculation of unsteady wake/rotor interaction. In: *Journal of Propulsion and Power*, Band 4(4):S. 356–362.
- Goerttler, A.; Gardner, A. und Richter, K. (2018): Unsteady Boundary Layer Transition Detection by Automated Analysis of Hot Film Data. In: *New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics XI*, S. 387–396.
- Gomes, R.; Stotz, S.; Blaim, F. und Niehuis, R. (2015): Hot-Film Measurements on a Low Pressure Turbine Linear Cascade With Bypass Transition. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 137.

9 Literaturverzeichnis

- Gomes, R. A.; Stotz, S.; Blaim, F. und Niehuis, R. (2014): Hot-Film Measurements on a LPT Linear Cascade With By-Pass Transition. In: .
- Halstead, D. E.; Wisler, D. C.; Shin, H. W.; Okiishi, T. H.; Walker, G. J. und Hodson, H. P. (1997): Boundary layer development in axial compressors and turbines. Part 1 of 4: Composite picture. In: Journal of Turbomachinery, Band 119(1).
- Herbst, F. (2013): Modellierung des Einflusses von Ausblasungen auf die Grenzschichttransition in hochbelasteten Niederdruckturbinen. Dissertation, Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik, Leibniz Universität Hannover, Hannover , Deutschland.
- Herwig, H. (2016): Strömungsmechanik. Springer Fachmedien, Wiesbaden, Germany, zweite Auflage.
- Hilgenfeld, L.; Stadtmüller, P. und Fottner, L. (2002): In: Flow, Turbulence and Combustion, Band 69(3/4):S. 229–247.
- Hinze, J. O. und Uberoi, M. S. (1960): Turbulence. McGraw-Hill Inc.
- Hirsch, C. (2007): Numerical Computation of Internal and External Flows. Elsevier.
- Hodson, H. P. (1985): An Inviscid Blade-to-Blade Prediction of a Wake-Generated Unsteady Flow. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Band 107(2):S. 337–343.
- Hodson, H. P. und Dawes, W. N. (1998): On the Interpretation of Measured Profile Losses in Unsteady Wake–Turbine Blade Interaction Studies. In: Journal of Turbomachinery, Band 120(2):S. 276–284.
- Hodson, H. P. und Howell, R. J. (2005): Bladerow Interactions, Transition, and High-Lift Aerofoils in Low-Pressure Turbines. In: Annual Review of Fluid Mechanics, Band 37(1):S. 71–98.
- Hoheisel, H.; Kiock, R.; Lichtfuß, H. J. und Fottner, L. (1986): Influence of Free Stream Turbulence and Blade Pressure Gradient on Boundary Layer and Loss Behaviour of Turbine Cascades. In: Proceedings of the ASME Turbo Expo. Düsseldorf, Deutschland.
- Hourmouziadis, J. (1989): Aerodynamic Design of Low Pressure Turbines. In: AGARD Lecture Series 167.
- IEEE (2012): Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE) Standard 1012-2012 - Standard for System and Software Verification and Validation.
- ISO 2533:1975 (1975): International Organization for Standardization (ISO) Standard 2533:1975 - Standard Atmosphere.
- Issa, R. (1986): Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. In: Journal of Computational Physics, Band 62(1):S. 40–65.

9 Literaturverzeichnis

- Jarrin, N.; Benhamadouche, S.; Laurence, D. und Prosser, R. (2006): A Synthetic-Eddy-Method for Generating Inflow Conditions for Large-eddy Simulations. In: International Journal of Heat and Fluid Flow, Band 27(4):S. 585–593.
- JCGM (2008): Evaluation of Measurement Data - Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. Technischer Bericht JCGM 100:2008, JCGM.
- Karweit, M.; Blanc-Benon, P.; Juvé, D. und Comte-Bellot, G. (1991): Simulation of the propagation of an acoustic wave through a turbulent velocity field: A study of phase variance. In: The Journal of the Acoustical Society of America, Band 89:S. 52–61.
- Kempf, A.; Klein, M. und Janicka, J. (2005): Efficient Generation of Initial- and Inflow-Conditions for Transient Turbulent Flows in Arbitrary Geometries. In: Flow, Turbulence and Combustion, Band 74(1):S. 67–84.
- Kim, Y.; Castro, I. P. und Xie, Z.-T. (2013): Divergence-free turbulence inflow conditions for large-eddy simulations with incompressible flow solvers, Computers and Fluids. In: Computers and Fluids, Band 84:S. 56–68.
- Kiock, R. (1982): Entwicklung neuer Entwurfskonzepte für zwei Turbinengitter. Technischer Bericht, Braunschweig, Deutschland.
- Klein, M. (2005): An Attempt to Assess the Quality of Large Eddy Simulations in the Context of Implicit Filtering. In: Flow, Turbulence and Combustion, Band 75(1-4):S. 131–147.
- Klein, M.; Sadiki, A. und Janicka, J. (2003): A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulations. In: Journal of Computational Physics, Band 186(2):S. 652–665.
- Koschichow, D.; Fröhlich, J.; Kirik, I. und Niehuis, R. (2014): DNS of the Flow Near the Endwall in a Linear Low Pressure Turbine Cascade With Periodically Passing Wakes. In: Proceedings of the ASME Turbo Expo, Band 2.
- Kotlarski, T. (1978): Entwicklung neuer Entwurfskonzepte für zwei Turbinengitter - Teil I: Experimentelle Ermittlung der Grundcharakteristiken für das Gitter T104. Technischer Bericht, Braunschweig, Deutschland.
- Kotlarski, T. (1979): Entwicklung neuer Entwurfskonzepte für zwei Turbinengitter - Teil II: Experimentelle Ermittlung der Grundcharakteristiken für das Gitter T105 und Vergleich mit T104. Technischer Bericht, Braunschweig, Deutschland.
- Kotlarski, T. (1982): Entwicklung neuer Entwurfskonzepte für zwei Turbinengitter - Teil IV: Experimentelle Ermittlung des Grenzschichtumschlags an den Turbinengittern T104 und T106. Technischer Bericht, Braunschweig, Deutschland.

9 Literaturverzeichnis

- Koyabu, E.; Ichi Funazaki, K. und Kimura, M. (2005): Experimental Studies on Wake-Induced Bypass Transition of Flat-Plate Boundary Layers under Favorable and Adverse Pressure Gradients. In: JSME International Journal Series B, Band 48(3):S. 579–588.
- Kožulović, D. (2007): Modellierung des Grenzschichtumschlags bei Turbomaschinenströmungen unter Berücksichtigung mehrerer Umschlagsarten. Dissertation, Institut für Antriebstechnik, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Bochum, Deutschland.
- Kraichnan, R. H. (1970): Diffusion by a Random Velocity Field. In: Physics of Fluids, Band 13(1):S. 22.
- Ladwig, M. (1991): Experimentelle Untersuchungen zum Einfluß einer inhomogenen Zuströmung auf die Entwicklung des Strömungsfeldes in Turbinenschaufelgittern. Dissertation, Institut für Strahlantriebe, Universität der Bundeswehr München, München, Deutschland.
- LaGraff, J.; Ashpis, D. E.; Oldfield, M. L. und Gostelow, J. (2006): Minnowbrook V: 2006 Workshop on Unsteady Flows in Turbomachinery.
- Langtry, R. B. und Menter, F. R. (2009): Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes. In: AIAA Journal, Band 47(12):S. 2894–2906.
- Larsson, J. (2009): Blending technique for compressible inflow turbulence: Algorithm localization and accuracy assessment. In: Journal of Computational Physics, Band 228(4):S. 933–937.
- Le, H.; Moin, P. und Kim, J. (1997): Direct Numerical Simulation of Turbulent Flow over a Backward-Facing Step. In: Journal of Fluid Mechanics, Band 330.
- Lee, S.; Lele, S. K. und Moin, P. (1992): Simulation of spatially evolving turbulence and the applicability of Taylor's hypothesis in compressible flow. In: Physics of Fluids A: Fluid Dynamics, Band 4(7):S. 1521–1530.
- Leggett, J.; Richardson, E.; Priebe, S.; Shabbir, A.; Michelassi, V. und Sandberg, R. (2020): Loss Analysis of Unsteady Turbomachinery Flows Based on the Mechanical Work Potential. In: Journal of Turbomachinery, Band 142(11).
- Leonard, A. (1975): Energy Cascade in Large-Eddy Simulations of Turbulent Fluid Flows. In: Turbulent Diffusion in Environmental Pollution, Elsevier, Band 18, S. 237–248.
- Lidtke, A.; Turnock, S. und Downes, J. (2017): Simulating turbulent transition using Large Eddy Simulation with application to underwater vehicle hydrodynamic modelling. In: Proceedings of the 20th Numerical Towing Tank Symposium.

9 Literaturverzeichnis

- Liu, R. und Ting, D. S.-K. (2007): Turbulent Flow Downstream of a Perforated Plate: Sharp-Edged Orifice Versus Finite-Thickness Holes. In: *Journal of Fluids Engineering*, Band 129(9):S. 1164–1171.
- Liu, X. und Rodi, W. (1991): Experiments on transitional boundary layers with wake-induced unsteadiness. In: *Journal of Fluid Mechanics*, Band 231:S. 229–256.
- Ludewig, T. (2011): Applikation aktiver und semiaktiver Methoden der Grenzschichtbeeinflussung an modernen hochbelasteten Niederdruckturbinen-Beschaufelungen, Ingenieurwissenschaften. Dissertation, Institut für Strahlantriebe, Universität der Bundeswehr München, München, Deutschland.
- Ludwig, H.; Amecke, J.; Heinemann, H.; Kost, F.; Lawaczeck, O. und Lethaus, F. (1977): Transsonische Turbinengitter. Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Entwicklung allgemeiner Berechnungsverfahren für die Auslegung transsonischer Turbinengitter. Technischer Bericht.
- Lumley, J. L. (1970): Stochastic tools in turbulence, *Applied mathematics and mechanics*, Band 12. Academic Press Inc.
- Lumley, J. L. und Newman, G. R. (1977): The return to isotropy of homogeneous turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics*, Band 82:S. 161–178.
- Lund, T. S.; Wu, X. und Squires, K. D. (1998): Generation of Turbulent Inflow Data for Spatially-Developing Boundary Layer Simulations. In: *Journal of Computational Physics*, Band 140(2):S. 233–258.
- Lüke, H. D. und Ohm, J.-R. (2014): Signalübertragung : Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtenübertragungssysteme, Springer-Lehrbuch. Springer Vieweg.
- Ma, J.; Wang, F. und Tang, X. (2009): Comparison of Several Subgrid-Scale Models for Large-Eddy Simulation of Turbulent Flows in Water Turbine. In: *Fluid Machinery and Fluid Mechanics*. S. 328–334.
- Mahallati, A. und Sjolander, S. A. (2012): Aerodynamics of a Low-Pressure Turbine Airfoil at Low Reynolds Numbers—Part II: Blade-Wake Interaction. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 135(1).
- Manco, J. A. A. und de Mendonca, M. T. (2019): Comparative study of different non-reflecting boundary conditions for compressible flows. In: *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*.
- Mankbadi, M. R.; Vyas, M. A.; Debonis, J. R. und Georgiadis, N. J. (2018): Evaluation of Inflow Turbulence Methods in Large-Eddy Simulations of a Supersonic Boundary Layer. In: , Band 3247-3542:S. 1811–1828.
- Martin, B.; Duchaine, F.; Gicquel, L.; Odier, N. und Dombard, J. (2021): Accurate Inlet Boundary Conditions to Capture Combustion Chamber and Turbine Coupling With Large-Eddy Simulation. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo*.

9 Literaturverzeichnis

- Martin, M. P. (2007): Direct numerical simulation of hypersonic turbulent boundary layers. Part 1. Initialization and comparison with experiments. In: *Journal of Fluid Mechanics*, Band 570:S. 347–364.
- Martinstetter, M. (2010): Experimentelle Untersuchungen zur Aerodynamik hoch belasteter Niederdruckturbinen-Beschaufelungen. Dissertation, Universität der Bundeswehr München, München, Deutschland.
- Martinstetter, M.; Niehuis, R. und Franke, M. (2010): Passive Boundary Layer Control on a Highly Loaded Low Pressure Turbine Cascade. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo*. Glasgow, UK.
- Marty, J. (2014): Numerical investigations of separation-induced transition on high-lift low-pressure turbine using RANS and LES methods. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Band 228(8):S. 924–952.
- Mayle, R. E. (1991): The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo*. Orlando, USA.
- Mayle, R. E. und Dullenkopf, K. (1990): A Theory for Wake-Induced Transition. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 112(2):S. 188–195.
- Menter, F.; Kuntz, M. und Langtry, R. (2003): Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. In: *Heat and Mass Transfer*, Band 4.
- Michálek, J.; Monaldi, M. und Arts, T. (2012): Aerodynamic Performance of a Very High Lift Low Pressure Turbine Airfoil (T106C) at Low Reynolds and High Mach Number With Effect of Free Stream Turbulence Intensity. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 134(6).
- Michelassi, V.; Chen, L.-W.; Pichler, R. und Sandberg, R. D. (2015): Compressible Direct Numerical Simulation of Low-Pressure Turbines — Part II: Effect of Inflow Disturbances. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 137(7).
- Michelassi, V.; Wissink, J. und Rodi, W. (2002): Analysis of DNS and LES of Flow in a Low Pressure Turbine Cascade with Incoming Wakes and Comparison with Experiments. In: *Flow, turbulence and combustion*, Band 69(3):S. 295–330.
- Michelassi, V.; Wissink, J. G. und Rodi, W. (2003): Direct numerical simulation, large eddy simulation and unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes simulations of periodic unsteady flow in a low-pressure turbine cascade: A comparison. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, Band 217(4):S. 403–411.
- Michálek, J. und Arts, T. (2010): Steady and unsteady performance of the T106C blade with a span-wise roughness. *Technischer Bericht*.

9 Literaturverzeichnis

- Michálek, J.; Monaldi, M. und Arts, T. (2012): Aerodynamic Performance of a Very High Lift Low Pressure Turbine Airfoil (T106C) at Low Reynolds and High Mach Number With Effect of Free Stream Turbulence Intensity. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 134(6).
- Miki, K. und Ameri, A. (2021): Large-Eddy Simulation of Variable Speed Power Turbine Cascade With Inflow Turbulence. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 143(8).
- Mohammed-Taifour, A. und Weiss, J. (2016): Unsteadiness in a large turbulent separation bubble. In: *Journal of Fluid Mechanics*, Band 799:S. 383–412.
- Moin, P. und Adrian, R. J. (1988): Stochastic estimation of organized turbulent structure - Homogeneous shear flow. Technischer Bericht, NASA.
- Motheau, E.; Almgren, A. S. und Bell, J. B. (2017): Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions Using Ghost Cells. In: *Proceedings of the 23rd Computational Fluid Dynamics Conference*. Denver, USA.
- Mukha, T. (2018): Modelling Techniques for Large-Eddy Simulation of Wall-Bounded Turbulent Flows. Dissertation, Faculty of Science and Technology, Uppsala University, Uppsala, Schweden.
- Müller-Schindewolffs, C.; Baier, R.-D.; Seume, J. R. und Herbst, F. (2017): Direct Numerical Simulation Based Analysis of RANS Predictions of a Low-Pressure Turbine Cascade. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 139(8).
- Müller-Schindewolffs, C. und Herbst, F. (2018): The Effect of Turbulent Scales on Low-Pressure Turbine Aerodynamics: Part A - An Optimized Turbulent Boundary-Condition. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo*. Oslo, Norwegen.
- Müller-Schindewolffs, C. (2022): Entwicklung eines Modells zur Vorhersage stationärer Transitionsmechanismen in Niederdruckturbinen unter dem Einsatz von skalenauflösenden Simulationen. Dissertation, Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik, Universität Hannover, Hannover, Deutschland.
- Müller-Schindewolffs, C.; Herbst, F.; Fiala, A.; Zscherp, C.; Kuegeler, E. und Seume, J. (2015): Parameter Study for an Improved Prediction of Wake-Induced Transition in Low-Pressure Turbines. In: *Proceedings of the International Gas Turbine Conference*. Tokyo, Japan.
- Nicoud, F. und Ducros, F. (1999): Subgrid-Scale Stress Modelling Based on the Square of the Velocity Gradient Tensor. In: *Flow, Turbulence and Combustion*, Band 62(3):S. 183–200.
- Noll, B. (1993): *Numerische Strömungsmechanik*. Springer Berlin Heidelberg.
- Nyhuis, M. (2020): Weiterentwicklung einer turbulenten Einströmrandbedingung. Masterarbeit, Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik, Leibniz Universität Hannover, Hannover, Deutschland.

9 Literaturverzeichnis

- Oertel, H. (Hg.) (2012): Prandtl - Führer durch die Strömungslehre. Springer Fachmedien Wiesbaden.
- Orth, U. (1993): Unsteady Boundary-Layer Transition in Flow Periodically Disturbed by Wakes. In: Journal of Turbomachinery, Band 115(4):S. 707–713.
- Pamiès, M.; Weiss, P.-É.; Garnier, E.; Deck, S. und Sagaut, P. (2009): Generation of synthetic turbulent inflow data for large eddy simulation of spatially evolving wall-bounded flows. In: Physics of Fluids, Band 21(4).
- Peric, M. (1985): A finite volume method for the three-dimensional fluid flow in complex ducts. Dissertation, Imperial College, London, UK.
- Perret, L.; Delville, J.; Manceau, R.; Bonnet, J. P. und Eaton, J. K. (2006): Generation of turbulent inflow conditions for large eddy simulation from stereoscopic PIV measurements. In: International Journal of Heat and Fluid Flow, Band 27(4):S. 576–584.
- Pfeil, H. und Eifler, J. (1976): Turbulenzverhältnisse hinter rotierenden Zylindergittern. In: Forschung im Ingenieurwesen, Band 42(1):S. 27–32.
- Pichler, R.; Sandberg, R. D. und Michelassi, V. (2016): Assessment of Grid Resolution Requirements for Accurate Simulation of Disparate Scales of Turbulent Flow in Low-Pressure Turbines. In: Proceedings of the ASME Turbo Expo. American Society of Mechanical Engineers, Seoul, South Korea.
- Piomelli, U. und Chasnov, J. R. (1996): Large-Eddy Simulations: Theory and Applications, Springer Netherlands, S. 269–336.
- Poinsot, T. und Lele, S. (1992): Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. In: Journal of Computational Physics, Band 101(1):S. 104–129.
- Poletto, R. (2015): Divergence Free Development of the Synthetic Eddy Method in Order to Improve Synthetic Turbulence for Embedded LES Simulations. Dissertation, University of Manchester, Manchester, UK.
- Poletto, R.; Craft, T. und Revell, A. (2013): A New Divergence Free Synthetic Eddy Method for the Reproduction of Inlet Flow Conditions for LES. In: Flow, Turbulence and Combustion, Band 91(3):S. 519–539.
- Poling, B.; Prausnitz, J. und O'Connell, J. (2000): The Properties of Gases and Liquids 5E. McGraw-Hill Education.
- Pope, S. B. (2000): Turbulent Flows. Cambridge University Press.
- Rana, Z. A.; Thornber, B. und Drikakis, D. (2011): On the importance of generating accurate turbulent boundary condition for unsteady simulations. In: Journal of Turbulence, (12).

9 Literaturverzeichnis

- Richardson, L. F. (1922): *Weather Prediction by Numerical Process*. Cambridge University Press.
- Ries, F.; Nishad, K.; Dressler, L.; Janicka, J. und Sadiki, A. (2018): Evaluating large eddy simulation results based on error analysis. In: *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Band 32(6):S. 733–752.
- Roach, P. (1987): The generation of nearly isotropic turbulence by means of grids. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Band 8(2):S. 82–92.
- Rumsey, C. L. (2014): *Turbulence Modeling Verification and Validation*. In: *Proceedings of the 52nd Aerospace Sciences Meeting*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Atlanta, USA.
- Römer, N. (1990): *Theoretische und experimentelle Untersuchungen zum Umschlagverhalten der Profilgrenzschicht an Verdichter- und Turbinengittern*. Dissertation, Institut für Strahltriebwerke, Universität der Bundeswehr München, München, Deutschland.
- Saad, T.; Cline, D.; Stoll, R. und Sutherland, J. C. (2017): Scalable Tools for Generating Synthetic Isotropic Turbulence with Arbitrary Spectra. In: *AIAA Journal*, Band 55(1):S. 327–331.
- Schlatter, P.; Brandt, L.; de Lange, H. C. und Henningson, D. S. (2008): On streak breakdown in bypass transition. In: *Physics of Fluids*, Band 20(10).
- Schlichting, H. (1965): *Grenzschicht-Theorie*. Braun.
- Schlüter, J. U.; Wu, X.; Kim, S.; Shankaran, S.; Alonso, J. J. und Pitsch, H. (2005): A Framework for Coupling Reynolds-Averaged With Large-Eddy Simulations for Gas Turbine Applications. In: *Journal of Fluids Engineering*, Band 127(4):S. 806–815.
- Schmidt, O. T. und Colonius, T. (2020): Guide to Spectral Proper Orthogonal Decomposition, *AIAA Journal*. In: *AIAA Journal*, Band 58(3):S. 1023–1033.
- Schobeiri, M. T.; Pappu, K. und Wright, L. (1995): Experimental Study of the Unsteady Boundary Layer Behavior on a Turbine Cascade. In: .
- Scholz, N. und Hopkes, U. (1959): Der Hochgeschwindigkeits-Gitterwindkanal der Deutschen Forschungsanstalt für Luftfahrt Braunschweig. In: *Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A*, Band 25(5):S. 133–147.
- Schubauer, G. B. und Skramstad, H. K. (2003): Laminar Boundary-Layer Oscillations and Stability of Laminar Flow. In: *AIAA Journal*, Band 41:S. 88–97.
- Schulte, V. und Hodson, H. P. (1998): Unsteady Wake-Induced Boundary Layer Transition in High Lift LP Turbines. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 120(1):S. 28–35.

9 Literaturverzeichnis

- Schumann, U. (1975): Subgrid scale model for finite difference simulations of turbulent flows in plane channels and annuli. In: *Journal of Computational Physics*, Band 18(4):S. 376–404.
- Schwarzbach, F.; Müller-Schindewolffs, C.; Bode, C. und Herbst, F. (2018): The Effect of Turbulent Scales on Low-Pressure Turbine Aerodynamics: Part B — Scale Resolving Simulations. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo*. Oslo, Norwegen.
- Schwarze, M. (2012): Numerische Simulation hochbelasteter Niederdruckturbinen unter besonderer Berücksichtigung periodisch instationärer Zuströmung. Dissertation, Institut für Strahlantriebe, Universität der Bundeswehr München, München, Deutschland.
- Scillitoe, A. D.; Tucker, P. G. und Adami, P. (2019): Large Eddy Simulation of Boundary Layer Transition Mechanisms in a Gas-Turbine Compressor Cascade. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 141(6).
- Shur, M.; Strelets, M.; Travin, A.; Probst, A.; Probst, S.; Schwamborn, D.; Deck, S.; Skillen, A.; Holgate, J. und Revell, A. (2018): Improved Embedded Approaches, S. 51–87.
- Sjolander, S. A. (1975): The Endwall Boundary Layer in an Annular Cascade of Turbine Nozzle Guide Vanes -. Carleton University, Department of Mechanical and Aeronautical Engineering.
- Skillen, A.; Revell, A. und Craft, T. (2016): Accuracy and efficiency improvements in synthetic eddy methods. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Band 62:S. 386–394.
- Smirnov, A.; Shi, S. und Celik, I. (2001): Random Flow Generation Technique for Large Eddy Simulations and Particle-Dynamics Modeling. In: *Journal of Fluids Engineering*, Band 123(2):S. 359–371.
- Smith, S. F. (1965): A Simple Correlation of Turbine Efficiency. In: *Journal of the Royal Aeronautical Society*, Band 69(655):S. 467–470.
- Spalart, P. R. und Leonard, A. (1987): Direct Numerical Simulation of Equilibrium Turbulent Boundary Layers. In: *Proceedings of the 5th Symposium on Turbulent Shear Flows*. Springer Berlin Heidelberg, Ithaca, USA, S. 234–252.
- Speziale, C. G. (1987): On nonlinear K-l and K- ϵ models of turbulence. In: *Journal of Fluid Mechanics*, Band 178:S. 459–475.
- Stadtmüller, P. (2001): Test Case Documentation - Investigation of Wake-Induced Transition on the LP Turbine Cascade T106D-EIZ. Technischer Bericht, München, Deutschland.

9 Literaturverzeichnis

- Stadtmüller, P. und Fottner, L. (2001): A Test Case for the Numerical Investigation of Wake Passing Effects on a Highly Loaded LP Turbine Cascade Blade. In: Proceedings of the ASME Turbo Expo. New Orleans, USA.
- Stadtmüller, P.; Fottner, L. und Fiala, A. (2000): Experimental and Numerical Investigation of Wake-Induced Transition on a Highly Loaded LP Turbine at Low Reynolds Numbers. In: Proceedings of the ASME Turbo Expo. München, Deutschland.
- Stieger, R. D. (2002): The Effects of Wakes on Separating Boundary Layers in Low Pressure Turbines. Dissertation, Cambridge University Engineering Department, Cambridge, UK.
- Stieger, R. D. und Hodson, H. P. (2004): The Transition Mechanism of Highly Loaded Low-Pressure Turbine Blades. In: Journal of Turbomachinery, Band 126(4):S. 536–543.
- Stotz, S.; Guendogdu, Y. und Niehuis, R. (2017): Experimental Investigation of Pressure Side Flow Separation on the T106C Airfoil at High Suction Side Incidence Flow. In: Journal of Turbomachinery, Band 139.
- Sutherland, W. (1893): LII. The viscosity of gases and molecular force. In: The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, Band 36(223):S. 507–531.
- Sweby, P. (1984): High Resolution Schemes Using Flux Limiters for Hyperbolic Conservation Laws. In: SIAM Journal on Numerical Analysis, S. 995–1011.
- Szasz, R. und Fuchs, L. (2010): Computations of the Flow around a Wind Turbine: Grid Sensitivity Study and the Influence of Inlet Conditions, Band 110, S. 345–352.
- Tabor, G. und Baba-Ahmadi, M. (2010): Inlet conditions for large eddy simulation: A review. In: Computers & Fluids, Band 39(4):S. 553–567.
- Taylor, G. I. (1935): Statistical theory of turbulence. In: Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, Band 151(873):S. 421–444.
- Thormann, A. und Meneveau, C. (2014): Decay of homogeneous, nearly isotropic turbulence behind active fractal grids. In: Physics of Fluids, Band 26(2):S. 28.
- Ting, D. S.-K. (2016): Basics of Engineering Turbulence. Elsevier.
- Traupel, W. (2001): Thermische Turbomaschinen. Springer Berlin Heidelberg.
- University of Utah (2016): University of Utah Turbulence Generator and Tools. <https://turbulence.utah.edu/>. Zuletzt abgerufen am 08.02.2022.
- Urbin, G. und Knight, D. (2001): Large-Eddy Simulation of a Supersonic Boundary Layer Using an Unstructured Grid. In: AIAA Journal, Band 39(7):S. 1288–1295.

9 Literaturverzeichnis

- Vasquez, R.; Cadrecha, D. und Torre, D. (2003): High Stage Loading Low Pressure Turbines: A New Proposal for an Efficiency Chart. In: Proceedings of the ASME Turbo Expo. Atlanta, USA.
- Veerasamy, D. und Atkin, C. (2019): A rational method for determining intermittency in the transitional boundary layer. In: Experiments in Fluids, Band 61(1).
- Vera-Morales, M.; Hodson, H. und Vazquez, R. (2006): The effect of Mach number on LP turbine wake-blade interaction, S. 203–216.
- Vreman, B.; Geurts, B. und Kuerten, H. (1995): Subgrid-modelling in LES of compressible flow. In: Applied Scientific Research, Band 54(3):S. 191–203.
- Weiss, J. (2019): A Tutorial on the Proper Orthogonal Decomposition. In: Proceedings of the AIAA Aviation Forum. Dallas, USA.
- White, F. M. (2006): Viscous fluid flow. McGraw-Hill.
- White, F. M. (2011): Fluid Mechanics. McGraw Hill.
- Wilson, D. G. und Korakianitis, T. (1998): The design of high-efficiency turbomachinery and gas turbines. Pearson, Upper Saddle River, NJ, zweite Auflage.
- Wu, X. (2017): Inflow Turbulence Generation Methods. In: Annual Review of Fluid Mechanics, Band 49(1):S. 23–49.
- Wu, X.; Jacobs, R. G.; Hunt, J. C. R. und Durbin, P. A. (1999): Simulation of boundary layer transition induced by periodically passing wakes. In: Journal of Fluid Mechanics, Band 398:S. 109–153.
- Wunderwald, D. (1995): Untersuchung der Turbulenzstrukturen in hochbelasteten Verdichter- und Turbinengittern. Dissertation, Institut für Strahltriebwerke, Universität der Bundeswehr München, München, Deutschland.
- Xie, Z. T. und Castro, I. P. (2008): Efficient Generation of Inflow Conditions for Large Eddy Simulation of Street-Scale Flows. In: Flow, Turbulence and Combustion, Band 81(3):S. 449–470.
- Xiong, Z.; Nagarajan, S. und Lele, S. K. (2004): Simple Method for Generating Inflow Turbulence, AIAA Journal. In: AIAA Journal, Band 42(10):S. 2164–2166.
- Xu, S. und Martin, M. P. (2004): Assessment of inflow boundary conditions for compressible turbulent boundary layers. In: Physics of Fluids, Band 16(7):S. 2623–2639.
- Yang, Z. (2019): On bypass transition in separation bubbles: a review. In: Propulsion and Power Research, Band 8(1):S. 23–34.
- Zhang, G.; Chanson, H. und Wang, H. (2016): Total pressure fluctuations and two-phase flow turbulence in self-aerated stepped chute flows. In: Flow Measurement and Instrumentation, Band 51:S. 8–20.

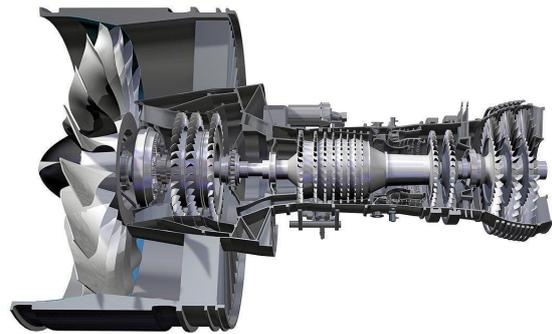
9 Literaturverzeichnis

- Zhao, Y. und Sandberg, R. D. (2020): Bypass transition in boundary layers subject to strong pressure gradient and curvature effects. In: Journal of Fluid Mechanics, Band 888.
- Zieße, M.; Wein, L.; Müller-Schindewolffs, C.; Herbst, F. und Seume, J. (2020): Validation of a Synthetic-Eddy Method for Modelling Incoming Wakes in Scale-Resolving Simulations of Turbomachinery Cascades. In: Proceedings of the Global Power and Propulsion Society Virtual Technical Conference.
- Zieße, M.; Müller-Schindewolffs, C.; Seume, J. und Herbst, F. (2019): Enhanced Synthetic-Eddy-Method for Generating Moving Incoming Wakes and Turbulence in Scale-Resolving Simulations. In: Proceedings of the International Gas Turbine Conference. Tokio, Japan.

A Vergleich Flugtriebwerke



LEAP-1A (Flug Revue 2015a)



PW1100G-JM (Flug Revue 2015b)

Kenngröße		LEAP-1A	PW1100G-JM
Aircraft		Airbus A320neo	Airbus A320neo
Schub		109 kN-156 kN	109 kN-156 kN
Listenpreis		14,47 Mio. \$	11,98 Mio. \$
Bypass-Rate		11:1	12,5:1
Gewicht		3008 kg	2858 kg
Übersetzungsverhältnis Getriebe		-	1:3,0625
Fandurchmesser		1,98 m	2,06 m
Schaufelanzahl Fan		18	20
Stufenanzahl	NDV	3	3
	HDV	10	8
	HDT	2	2
	NDT	7	3
maximale Drehzahl	Niederdruckwelle	3894	10047
	Hochdruckwelle	19391	22300

Tabelle A.1: Vergleich des Flugtriebwerks LEAP-1A von CFM International (ohne Getriebe) mit dem PW1100G-JM von Pratt & Whitney (mit Getriebe) (EASA 2019a,b, CFM International 2018, Aerospace Technology 2011)

B Konstante Simulationsparameter

In Tab. B.1 sind alle benötigten Modell-Konstanten und Stoffparameter aufgelistet, die identisch sind für alle Simulationen. Die verwendeten zeitlichen und räumlichen Diskretisierungs-Schemata und deren Bezeichnung in OpenFOAM können Tab. B.2 entnommen werden und sind ebenfalls für alle Simulationen identisch. Der Operator $dev2$ ist dabei wie folgt definiert:

$$dev2(\phi) = \phi - \frac{2}{3} \text{Tr}(\phi) \mathbf{I} \quad . \quad (\text{B.1})$$

Das Gleiche gilt für die verwendeten Löser (englisch Solver) und deren zugehörigen Parameter (Tab. B.3).

Tabelle B.1: Modell-Konstanten und Stoffparameter aller Simulationen

Größe	Beschreibung	Wert
R_L	spezifische Gaskonstante Luft	287,058 J kg ⁻¹ K ⁻¹
c_p	spezifische Wärmekapazität	1004,5 J kg ⁻¹ K ⁻¹
κ	Isentropenexponent	1,4
C_w	Modellkonstante WALE-Feinstrukturmodell	0.325
A_s	Sutherland-Konstante	1.458e – 06 K
T_s	Referenztemperatur Sutherland-Modell	110,4 K

Tabelle B.2: Verwendete Schema der räumlichen und zeitlichen Diskretisierung

Schema-Bezeichnung in OpenFOAM	Beschreibung
<u>backward</u>	2. Ordnung Three-Point-Backward-Verfahren (siehe Gl. 4.36)
<u>Gauss</u>	Überführung Volumen- in Oberflächenintegrale nach Gauß
<u>linear</u> <u>LUST</u>	2. Ordnung zentraler Differenzenquotient 75% zentraler Differenzenquotient, 25% Upwind-Verfahren (siehe Gl. 4.31)
<u>limitedLinear 1.0</u>	angepasster Sweby-Limiter (Sweby 1984)

Term	verwendetes Schema
$\partial/\partial t$	<u>backward</u>
∇	<u>Gauss linear</u>
Δ	<u>Gauss linear</u>
$\nabla \cdot (\phi \mathbf{u})$	<u>Gauss LUST</u>
$\nabla \cdot (\phi e)$	<u>Gauss LUST</u>
$\nabla \cdot (\phi p)$	<u>Gauss LUST</u>
$\nabla \cdot (\phi K)$	<u>Gauss limitedLinear 1.0</u>
$\nabla \cdot (\phi \tau_{ij})$	<u>Gauss limitedLinear 1.0</u>
$\nabla \cdot \tau_{ij}$	<u>Gauss limitedLinear 1.0</u>
$\nabla (((\nu + \nu_t) dev2(T(\nabla \mathbf{u}))))$	<u>Gauss linear</u>
$\nabla (((\rho(\nu + \nu_t)) dev2(T(\nabla \mathbf{u}))))$	<u>Gauss linear</u>

B Konstante Simulationsparameter

Tabelle B.3: Verwendete Solver und deren Parameter

Solver-Bezeichnung oder -Parameter in OpenFOAM	Beschreibung
<u>PCG</u>	vorkonditioniertes Verfahren der konjugierten Gradienten
<u>DIC</u>	Vorkonditionierung auf Basis einer unvollständigen Cholesky-Faktorisierung
<u>smoothSolver</u> <u>symGaussSeidel</u>	Splitting-Lösungsverfahren Gauß-Seidel-Verfahren

Größe	Solver
p	<u>PCG</u> mit <u>DIC</u>
\mathbf{u}	<u>smoothSolver</u> in Form von <u>symGaussSeidel</u>
e	<u>smoothSolver</u> in Form von <u>symGaussSeidel</u>

C Beschreibung der Testfälle

Nachfolgend werden alle im Rahmen dieser Arbeit behandelten Testfälle detailliert beschrieben. Je nach Testfall erfolgt zusätzlich eine Unterscheidung zwischen stationärer und instationärer Zuströmung. Bei einer stationären Zuströmung liegt lediglich Freistromturbulenz im Eintritt vor und bei einer instationären Zuströmung zusätzlich eintretende Nachläufe.

C.1 T106D-Kaskade

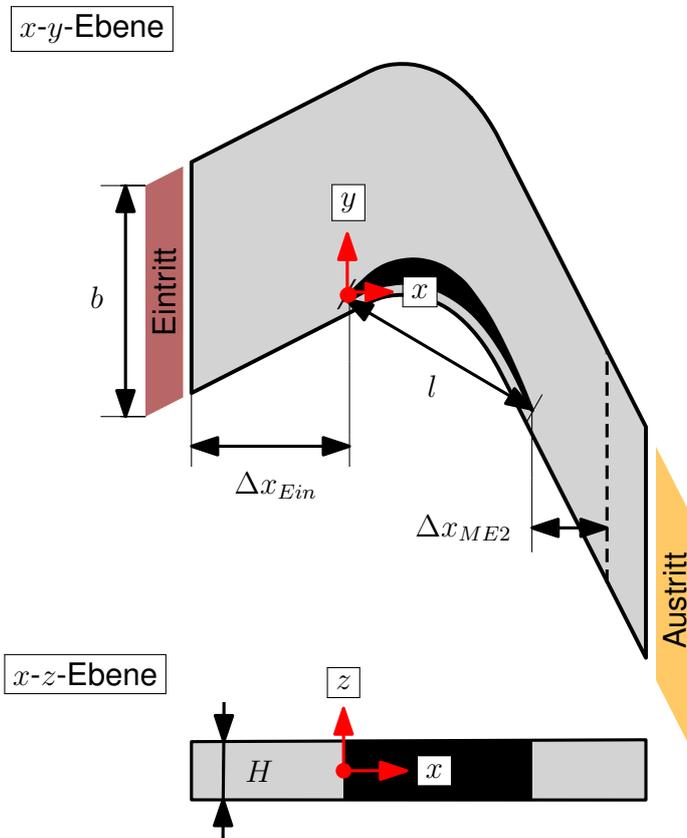
Stationäre Zuströmung

Die T106D-Kaskade unter stationärer Zuströmung ist der Testfall der Validierung der Wellendurchlässigkeit der W-DFSEM aus Abschn. 6.1. Alle notwendigen Parameter zum Reproduzieren der Ergebnisse können Abb. C.6 entnommen werden. Alle zugehörigen Angaben wurden Stadtmüller et al. (2000), Stadtmüller und Fottner (2001), Stadtmüller (2001), Hilgenfeld et al. (2002), Schwarze (2012) entnommen.

Instationäre Zuströmung

Die T106D-Kaskade unter instationärer Zuströmung ist der Testfall der Validierung der Nachlaufaufprägung der W-DFSEM aus Abschn. 6.4. Alle notwendigen Parameter zum Reproduzieren der Ergebnisse können Abb. C.7 entnommen werden. Alle zugehörigen Angaben wurden Stadtmüller et al. (2000), Stadtmüller und Fottner (2001), Stadtmüller (2001), Hilgenfeld et al. (2002) und Schwarze (2012) entnommen.

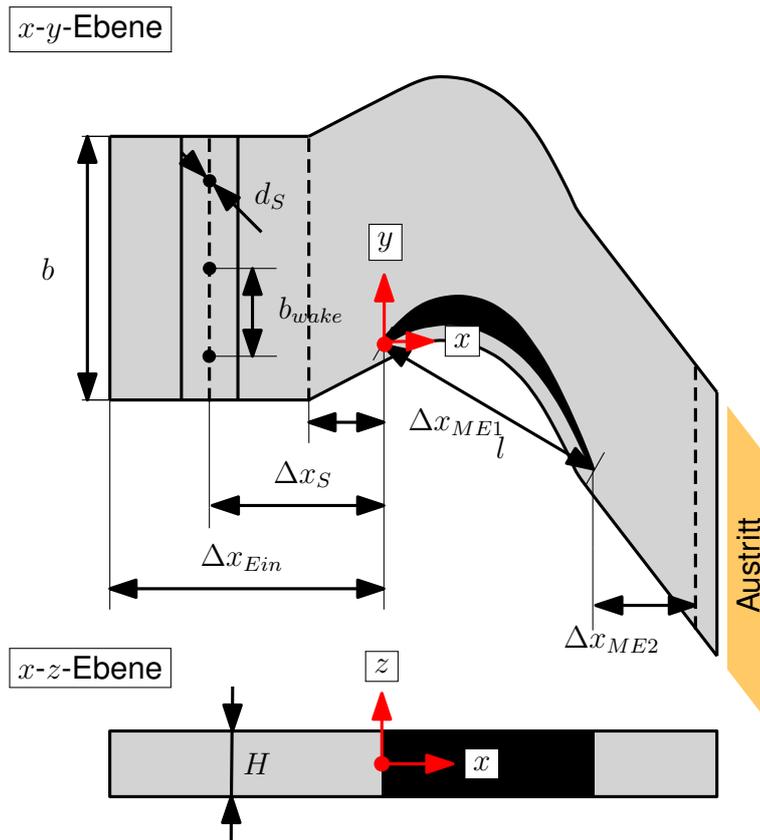
C Beschreibung der Testfälle



Eintritt		Austritt	
\mathbf{u}_{ein} in m s^{-1}	(69,470 65,237 0)	p_{aus}	23 260 Pa
\mathbf{L}_{ein}	0,006 m	l_{∞}	0,005 m
\mathbf{R}_{ein} in $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	(0 0 0 0 0)	Geometrische Größen	
T_{ein}	298,84 K	l	0,093 01 m
l_{∞}	0,005 m	l_{ax}	0,859 l
d	1	b	1,05 l
$h_{rel,o}$	1	H	0,32 l
$h_{rel,u}$	1	Δx_{ME2}	0,47 l_{ax}

Abbildung C.1: Geometrische Größen und Randbedingungs-Parameter der T106D-Kaskade unter stationärer Zuströmung

C Beschreibung der Testfälle



Eintritt

\mathbf{u}_{ein} in m/s	(69,470 65,237 0)	L_{ein}	0,006 m	d	1
T_{ein}	310 K	l_∞	0,005 m	U_{wake}	$-21,4 \text{ m s}^{-1}$
N	3	$\omega_{x,stretch}$	$-0,1395$	$\omega_{y,stretch}$	$-0,1395$
$\sigma_{x,shape}$	1,426	$\sigma_{y,shape}$	1,426	$\Delta u_{x,offset}$	$4,10 \text{ m s}^{-1}$
$\Delta u_{y,offset}$	$0,75 \text{ m s}^{-1}$	$h_{rel,o}$	1	$h_{rel,u}$	1

Austritt

p_{aus}	23 260 Pa
l_∞	0,005 m

Geometrische Größen

l	0,093 01 m
l_{ax}	$0,859 l$
b	$1,05 l$
b_{wake}	$\frac{1}{3} b$
H	$0,32 l$
d_S	0,002 m
Δx_S	$0,8235 l_{ax}$
Δx_{ME1}	$0,3529 l_{ax}$
Δx_{ME2}	$0,4700 l_{ax}$

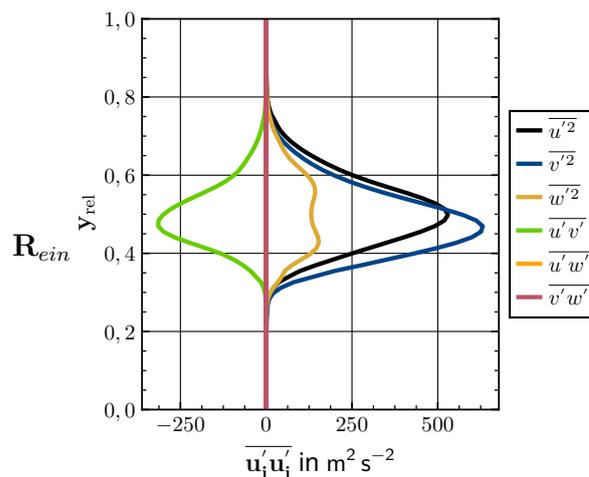
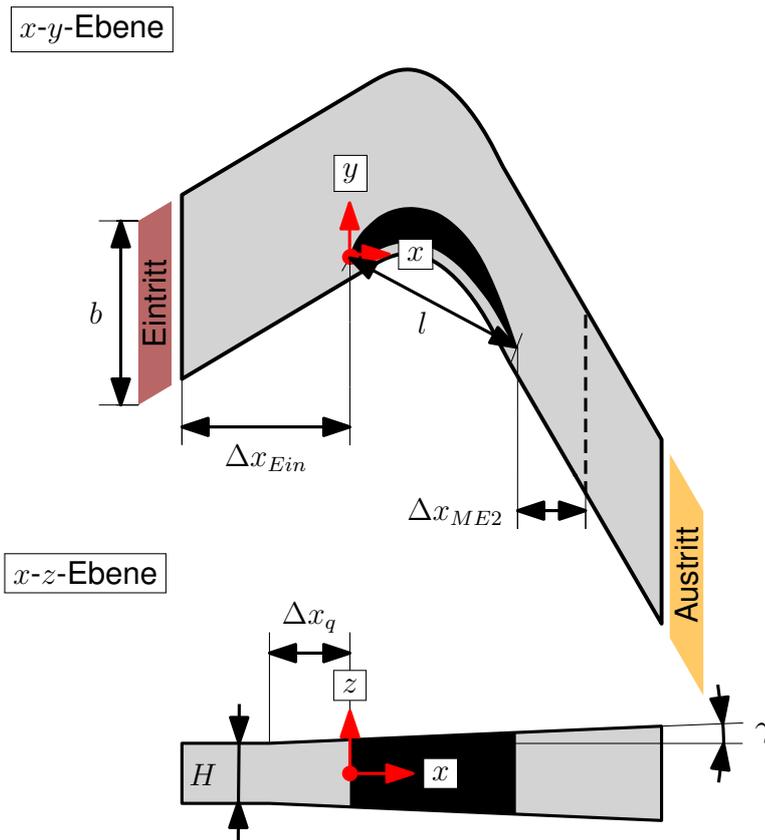


Abbildung C.2: Geometrische Größen und Randbedingungs-Parameter der T106D-Kaskade unter instationärer Zuströmung

C.2 MTU-T161-Kaskade

Die MTU-T161-Kaskade entspricht dem Testfall der Gesamtmodellierung für ablöseinduzierte Transition aus Abschn. 7.1. Die Kaskade wurde ausschließlich unter stationärer Zuströmung untersucht. Alle notwendigen Parameter zum Reproduzieren der Ergebnisse können Abb. C.3 entnommen werden. Alle zugehörigen Angaben wurden Martinstetter (2010) und Martinstetter et al. (2010) entnommen.

C Beschreibung der Testfälle



Eintritt		Austritt	
\mathbf{u}_{ein} in m s^{-1}	(97,338 84,605 0)	p_{aus}	9055 Pa
\mathbf{L}_{ein}	0,05 m	l_{∞}	0,005 m
\mathbf{R}_{ein} in $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	(10,45 0 0 10,45 0 10,45)	Geometrische Größen	
T_{ein}	294,93 K	l	0,070 41 m
l_{∞}	0,005 m	l_{ax}	0,861 l
d	10	b	0,95 l
$h_{rel,o}$	0,9	H	0,45 l
$h_{rel,u}$	0,9	γ	12°
		Δx_{ME2}	0,400 l_{ax}
		Δx_q	0,485 l_{ax}

Abbildung C.3: Geometrische Größen und Randbedingungs-Parameter der MTU-T161-Kaskade unter stationärer Zuströmung

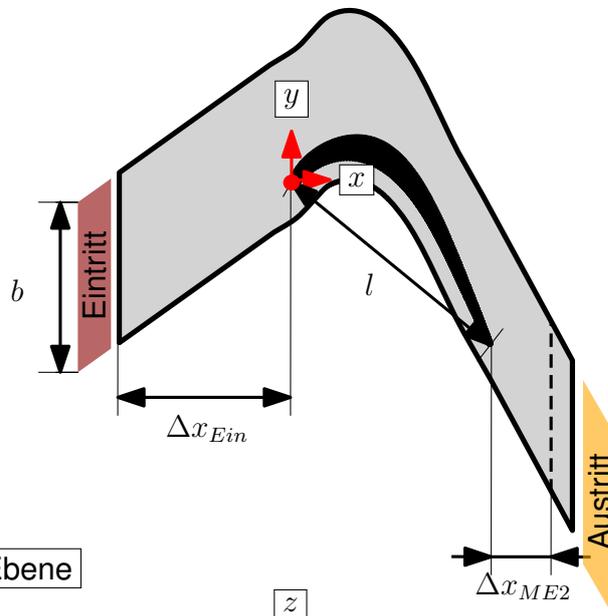
C.3 Basisgitter A

Das Basisgitter A entspricht dem Testfall der Gesamtmodellierung für Transition im Nachlauf aus Abschn. 7.2. Die Kaskade wurde ausschließlich unter stationärer Zuströmung untersucht. Die zugehörigen Parameter können Abb. C.4 entnommen werden.

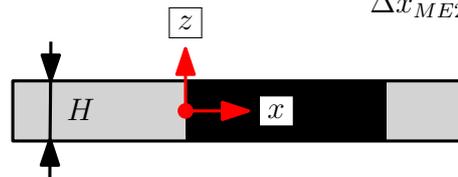
C Beschreibung der Testfälle

Alle zugehörigen Angaben wurden Brachmanski (2017) entnommen.

x - y -Ebene



x - z -Ebene



Eintritt		Austritt	
\mathbf{u}_{ein} in m s^{-1}	(68,660 57,187 0)	l_{∞}	0,005 m
\mathbf{L}_{ein}	0,025 m	Geometrische Größen	
\mathbf{R}_{ein} in $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	(51,1 0 0 51,1 0 51,1)	l_{ax}	0,71 l
l_{∞}	0,005 m	b	0,78 l
d	60	H	0,32 l
$h_{rel,o}$	1	Δx_{ME2}	0,40 l_{ax}
$h_{rel,u}$	1		

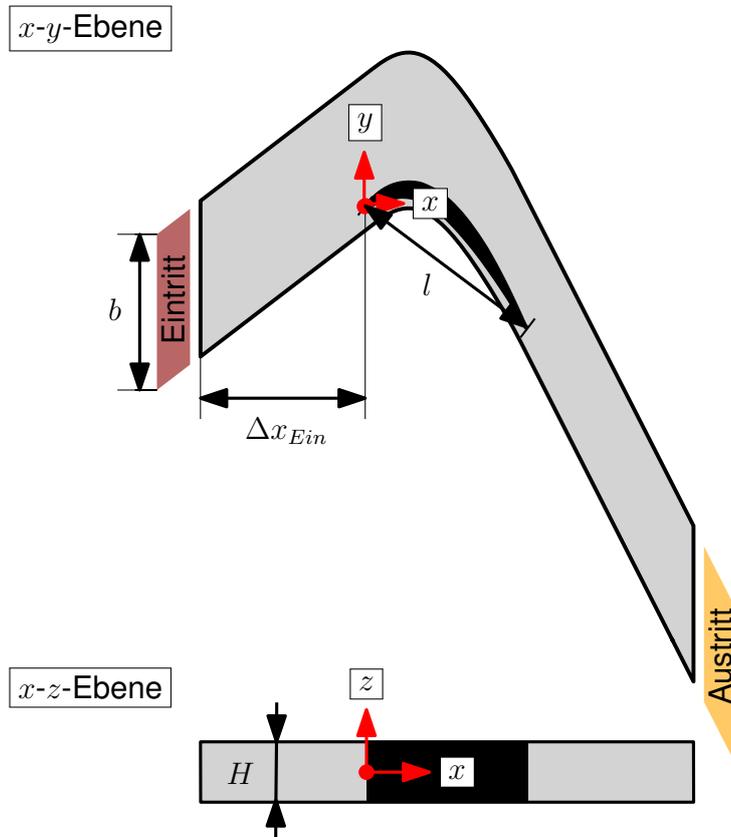
Abbildung C.4: Geometrische Größen und Randbedingungs-Parameter des Basisgitters A unter stationärer Zuströmung

C.4 T104-Kaskade

Die T104-Kaskade entspricht dem Testfall der Gesamtmodellierung für Bypass-Transition aus Abschn. 7.3. Die Kaskade wurde ausschließlich unter stationärer Zuströmung untersucht. Für alle notwendigen Parameter zum Reproduzieren der Ergebnisse siehe

C Beschreibung der Testfälle

Abb. C.5. Alle zugehörigen Angaben wurden Kotlarski (1978, 1979, 1982) und Hoheisel et al. (1986) entnommen.



Eintritt		Austritt	
\mathbf{u}_{ein} in m s^{-1}	(80,409 62,147 0)	p_{aus}	22 567 Pa
\mathbf{L}_{ein}	0,0149 m	l_{∞}	0,005 m
\mathbf{R}_{ein} in $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	(16,4 0 0 16,4 0 16,4)	Geometrische Größen	
T_{ein}	308,0 K	l	0,1 m
l_{∞}	0,005 m	l_{ax}	0,794 l
d	30	b	0,76 l
$h_{rel,o}$	1	H	0,30 l
$h_{rel,u}$	1		

Abbildung C.5: Geometrische Größen und Randbedingungs-Parameter der T104-Kaskade unter stationärer Zuströmung

C.5 T106C-Kaskade

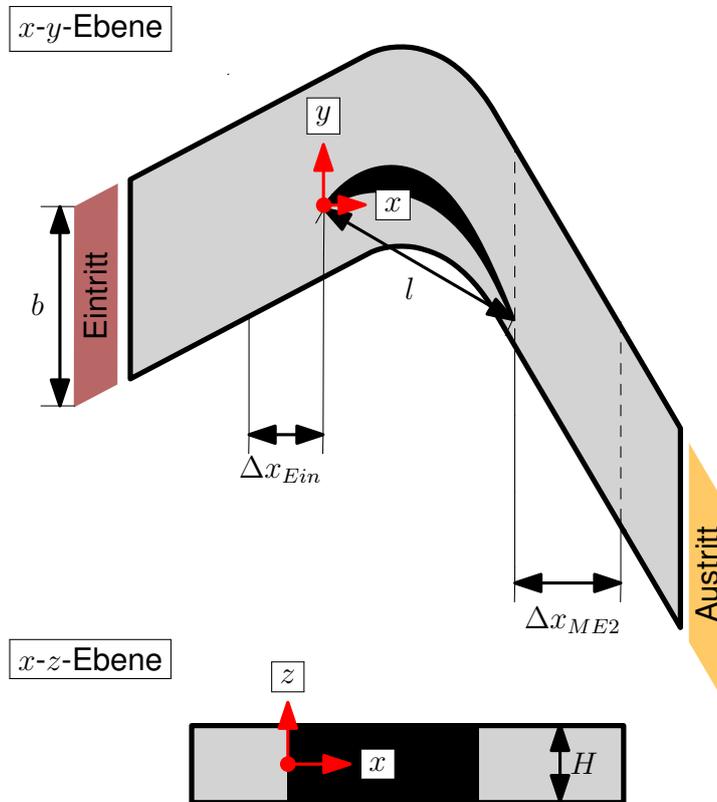
Stationäre Zuströmung

Die T106C-Kaskade unter stationärer Zuströmung wurde ausschließlich zur Bewertung der Netzauflösung simuliert. Alle notwendigen Parameter zum Reproduzieren der Ergebnisse können Abb. C.6 entnommen werden. Alle zugehörigen Angaben basieren auf den Untersuchungen von Michálek und Arts (2010), Michálek et al. (2012), Bigoni et al. (2016) und Clinckemaille et al. (2015).

Instationäre Zuströmung

Die T106C-Kaskade unter instationärer Zuströmung entspricht dem Testfall der Gesamtmodellierung für nachlaufinduzierte Transition aus Abschn. 7.4. Für alle notwendigen Parameter zum Reproduzieren der Ergebnisse siehe Abb. C.7. Alle zugehörigen Angaben wurden Michálek und Arts (2010), Michálek et al. (2012), Bigoni et al. (2016) und Clinckemaille et al. (2015) entnommen.

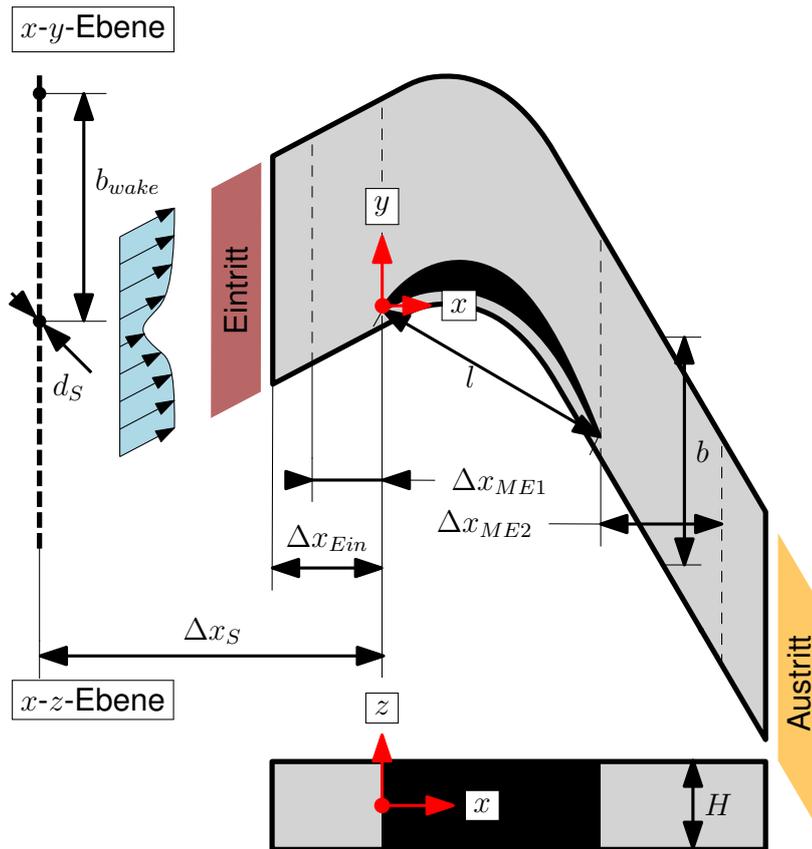
C Beschreibung der Testfälle



Eintritt		Austritt	
\mathbf{u}_{ein} in m s^{-1}	(86,359 59,712 0)	p_{aus}	9200 Pa
L_{ein}	0,05 m	l_{∞}	0,005 m
\mathbf{R}_{ein} in $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	(12,96 0 0 12,96 0 12,96)	Geometrische Größen	
T_{ein}	288,0 K	l	0,093 01 m
l_{∞}	0,005 m	l_{ax}	0,859 l
d	100	b	0,95 l
$h_{rel,o}$	1	H	0,32 l
$h_{rel,u}$	1	Δx_{ME2}	0,47 l_{ax}

Abbildung C.6: Geometrische Größen und Randbedingungs-Parameter der T106C-Kaskade unter stationärer Zuströmung

C Beschreibung der Testfälle



Eintritt

\mathbf{u}_{ein} in m/s	(85,716 51,504 0)	L_{ein}	0,01 m	d	3
T_{ein}	288 K	l_{∞}	0,005 m	U_{wake}	$-141,4 m s^{-1}$
N	1	$\omega_{x,stretch}$	$-16,703$	$\omega_{y,stretch}$	$-16,703$
$\sigma_{x,shape}$	$-99,525$	$\sigma_{y,shape}$	$-58,0314$	$\Delta u_{x,offset}$	$-8,2 m s^{-1}$
$\Delta u_{y,offset}$	$11,239 m s^{-1}$	$h_{rel,o}$	1	$h_{rel,u}$	1
$c_{x,PA}$	(-0,5 -7,4 36,7 -458,8 2644,5 -6547,8 8117,1 -5035,5 1251,1)				
$c_{y,PA}$	(-2,0 5,8 -21,7 361,9 -1261,6 1777,3 -1109,3 207,9 39,8)				

Austritt

p_{aus}	9273 Pa
l_{∞}	0,005 m

Geometrische Größen

l	0,093 01 m
l_{ax}	0,859 l
$b = b_{wake}$	0,95 l
H	0,32 l
d_S	0,002 m
Δx_S	0,68 l_{ax}
Δx_{ME1}	0,3847 l_{ax}
Δx_{ME2}	0,4649 l_{ax}

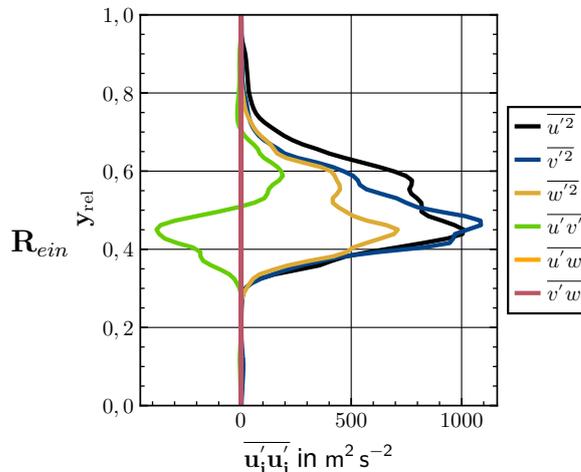


Abbildung C.7: Geometrische Größen und Randbedingungs-Parameter der T106C-Kaskade unter instationärer Zuströmung

D Beschreibung der Mittelungsverfahren

Die gezeigten Ergebnisse als auch die Randbedingungen selbst benötigen unter anderem integrale Referenzgrößen am Ein- und Austritt, so z. B. auch die Bestimmung des integralen Totaldruckverlusts

$$\zeta_{\text{int}} = \frac{p_{t,\text{ein}} - p_{t,\text{aus,am}}}{p_{t,\text{ein}} - p_{\text{aus}}} \quad , \quad (\text{D.1})$$

als auch des lokalen Totaldruckverlusts

$$\zeta = \frac{p_{t,\text{ein}} - p_{t,\text{aus,y}}}{p_{t,\text{ein}} - p_{\text{aus}}} \quad . \quad (\text{D.2})$$

Alle gezeigten integralen Eintrittsgrößen, als auch der integrale Austrittsdruck p_{aus} sind über die Teilung flussgemittelt:

$$\phi_{\text{fl}} = \frac{\int_t u_x \phi dt}{\int_t u_x dt} \approx \frac{\sum_{k=1}^N \frac{u_{k-1}\phi_{k-1} + u_k\phi_k}{2} (y_k - y_{k-1})}{\sum_{k=1}^N \frac{u_{k-1} + u_k}{2} (y_k - y_{k-1})} \quad . \quad (\text{D.3})$$

Die Integrale der linken Seite der Gl. (D.3) wurden hierbei mittels Trapezregel numerisch approximiert, wodurch die Berechnungsvorschrift einer flussgemittelten Größe auf der rechten Seite der Gl. (D.3) resultiert.

Der Austrittstotaldruck $p_{t,\text{aus,m}}$ aus Gl. (D.1) wurde analog zum Experiment mittels Amecke-Mittelung bestimmt (Amecke 1967), beispielhaft dargestellt in Abb. D.1. Bei der Amecke-Mittelung wird auf Basis von diskreten Werten, entlang der Teilung mittels numerischer Approximation der Erhaltungsgleichungen, ein ausgemischter Zustand des betrachteten Nachlaufs ermittelt (siehe Abb. D.1). Bei der Amecke-Mittelung erfolgt zunächst die Berechnung der drei Integrale I_1 , I_2 und I_3 . Hierbei resultiert I_1 aus der Erhaltungsgleichung für Masse und Energie:

$$I_1 = \int_{y_{\text{rel}}} \frac{p_{t,\text{aus,y}}}{p_{t,\text{ein}}} \Theta_{\text{aus,y}} \sin(\beta_{\text{aus,y}}) dy_{\text{rel}} \quad . \quad (\text{D.4})$$

Aus der Impulserhaltung in axialer Richtung folgt

$$I_2 = \int_{y_{\text{rel}}} \frac{p_{t,\text{aus,y}}}{p_{t,\text{ein}}} \left(2 \frac{q_{\text{aus,y}}}{p_{t,\text{aus,y}}} \sin^2(\beta_{\text{aus,y}}) + \frac{p_{\text{aus,y}}}{p_{t,\text{aus,y}}} \right) dy_{\text{rel}} \quad (\text{D.5})$$

und durch die Impulserhaltung in Umfangsrichtung

$$I_3 = 2 \int_{y_{\text{rel}}} \frac{p_{t,\text{aus,y}}}{p_{t,\text{ein}}} \frac{q_{\text{aus,y}}}{p_{t,\text{aus,y}}} \sin(\beta_{\text{aus,y}}) \cos(\beta_{\text{aus,y}}) dy_{\text{rel}} \quad . \quad (\text{D.6})$$

D Beschreibung der Mittelungsverfahren

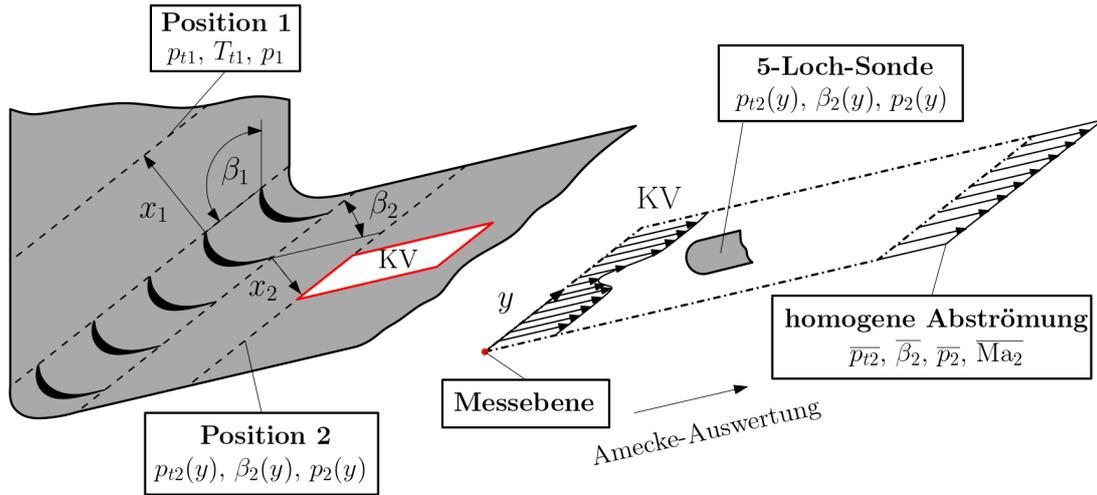


Abbildung D.1: Grafische Darstellung der Amecke-Auswertung

Hierbei beschreibt $\Theta_{\text{aus},y}$ die Stromdichtezahl

$$\Theta_{\text{aus},y} = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\kappa + 1}{2}\right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}} \cdot \left(\frac{p_{\text{aus},y}}{p_{t,\text{aus},y}}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{p_{\text{aus},y}}{p_{t,\text{aus},y}}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}}} \quad (\text{D.7})$$

Für den mittels $p_{t,\text{ein}}$ entdimensionierten Staudruck $q_{\text{aus},y}$ ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\frac{q_{\text{aus},y}}{p_{t,\text{aus},y}} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left(\frac{p_{\text{aus},y}}{p_{t,\text{aus},y}}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \left[1 - \left(\frac{p_{\text{aus},y}}{p_{t,\text{aus},y}}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}\right] \quad (\text{D.8})$$

Sind der Eintrittstotaldruck $p_{\text{ein},y}$, als auch die lokalen Nachlauf-Größen $p_{\text{aus},y}$, $p_{t,\text{aus},y}$ und $\beta_{\text{aus},y}$ bekannt, kann das Gleichungssystem bestehend aus Gl. (D.4), (D.5) und (D.6) gelöst werden. Die Lösbarkeit des Gleichungssystems resultiert durch mehrere Annahmen, wie z. B. die Annahme eines idealen Gases. Für alle getroffenen Annahmen als auch weitere Informationen hierzu sei auf Amecke (1967) verwiesen. Analog zur Gl. (D.3) erfolgte die numerische Approximation der Integrale I_1 , I_2 und I_3 mittels Trapezregel. Im Anschluss lässt sich in Abhängigkeit von I_1 , I_2 und I_3 eine Mach-Zahl

$$Ma_{\text{aus},\text{am}} = \pm \sqrt{\left(\frac{\kappa + 1}{2}\right)^{\frac{2}{\kappa - 1}} \frac{I_2^2}{I_1^2} \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{2}{\kappa - 1}} \frac{I_1^2}{I_2^2} + \frac{\kappa + 1}{2\kappa} \frac{I_3^2}{I_2^2} \right] \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{2}{\kappa - 1}} \frac{I_1^2}{I_2^2} + \frac{\kappa^2 - 1}{4\kappa^2} \frac{I_3^2}{I_2^2}} \quad (\text{D.9})$$

berechnen. Über diese wiederum folgt unter Verwendung der Zustandsgleichung einer isentropen Zustandsänderung das Druckverhältnis

$$\frac{p_{\text{aus},\text{am}}}{p_{t,\text{aus},\text{am}}} = \left(1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} Ma_{\text{aus},\text{am}}^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (\text{D.10})$$

D Beschreibung der Mittelungsverfahren

Der integrale Austrittswinkel der Amecke-Mittelung lässt sich über

$$\beta_{\text{aus,am}} = \cos^{-1} \left(\frac{I_3}{I_1} \frac{\Theta}{2 \left(\frac{q}{p_{t,\text{aus,am}}} \right)} \right) \quad (\text{D.11})$$

berechnen. Der finale integrale Totaldruck des ausgemischten Nachlaufs $p_{t,\text{aus,am}}$ folgt mit

$$p_{t,\text{aus,am}} = \frac{I_1}{\Theta \sin(\beta_{\text{aus,am}})} p_{t,\text{ein}} \quad . \quad (\text{D.12})$$

Für die Simulationen mit instationärer Zuströmung erfolgt für den Mittelschnitt zusätzlich ein Phasenmittel. Hierfür wurde der Mittelschnitt für N Nachlauf-Perioden mit $M = 128$ Samples pro Nachlauf-Periode T abgetastet. Das zugehörige Phasenmittel einer beliebigen Größe $\phi(\mathbf{x}, t)$ für eine beliebige räumliche Position des Mittelschnitts \mathbf{x} folgt nun in Abhängigkeit des spezifischen Samples m aus M mit:

$$\langle \phi \rangle_m(\mathbf{x}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \phi(\mathbf{x}, t)_{mi} \quad . \quad (\text{D.13})$$

Alle gezeigten Ergebnisse der Simulationen mit instationärer Zuströmung in Abhängigkeit von t/T basieren auf diesen Phasenmittel des Mittelschnitts. Zugehörige Schwankungsgrößen wurden über

$$\phi'_m(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\phi(\mathbf{x}, t)_{mi} - \langle \phi \rangle_m(\mathbf{x}))^2} \quad (\text{D.14})$$

bestimmt.

E Bestimmung der Unsicherheiten

E.1 Experimentelle Unsicherheiten

Der wahre Wert einer Messgröße einer Messung ist nicht ermittelbar. Jede Messung unterliegt zufälligen Schwankungen. Um bewerten zu können, in welchem Maße der richtige Wert der Messung schwankt, werden Messunsicherheiten mit angegeben. Nachfolgend werden die zugehörigen Berechnungsvorschriften der Messunsicherheiten, der im Rahmen dieser Arbeit gezeigten experimentellen Werte, dargelegt.

Es wird davon ausgegangen, dass keine systematischen Fehler vorliegen, bzw. deren Einfluss bei den vorliegenden Messwerten direkt berücksichtigt wurde. Weiterhin können jedoch sogenannte unbekannt systematische Messabweichungen auftreten, die jedoch auch nicht weiter berücksichtigt werden können.

Nach (JCGM 2008) lässt sich eine Messunsicherheit auf zwei verschiedene Vorgehensweisen ermitteln:

- Typ A: Bestimmung auf Basis der unabhängigen Messwiederholungen.
- Typ B: Bestimmung auf Basis der Genauigkeitsklasse der verwendeten Messtechnik, vorheriger Messungen oder persönlicher Erfahrung.

Aufgrund der Datenbasis erfolgte die Bestimmung der Messunsicherheiten im Rahmen dieser Arbeit mittels Typ B.

Alle im Rahmen dieser Arbeit dargestellten experimentellen Größen sind keine direkten Messgrößen, sondern werden indirekt aus Messgrößen berechnet. Die Übertragung von den Unsicherheiten der eigentlichen Messgrößen auf die berechneten Größen erfolgt mittels sogenannter Fehlerfortpflanzung. Im Rahmen dieser Arbeit wird hierbei von einer gaußschen Verteilung der Messunsicherheiten ausgegangen. Die Fehlerfortpflanzung basiert auf einer Taylorreihenentwicklung:

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \frac{1}{1!} f' \Delta x + \frac{1}{2!} f'' \Delta x + \dots \quad (E.1)$$

Durch Linearisierung lässt sich Gl. (E.1) auch umformen zu:

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta y = f' \cdot \Delta x \quad (E.2)$$

Hierbei steht f für eine auf Basis der Messgröße x bestimmte Größe und Δx beschreibt den absoluten Messfehler von x . Für mehrere unabhängige Messgrößen (x_1, x_2, \dots) folgt für Gl. (E.2):

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 \dots \quad (E.3)$$

E Bestimmung der Unsicherheiten

Seien nun $\overline{x_1}, \overline{x_2} \dots$ Mittelwerte, dann lässt sich die Unsicherheit einer betrachteten Größe σ_f unter der Annahme einer Gaußverteilung durch die jeweiligen Unsicherheiten bzw. Varianzen der Messgrößen σ_i beschreiben:

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \sigma_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \sigma_2\right)^2 + \dots} \quad (E.4)$$

Auf Basis der Gl. E.4 wurden alle im Rahmen dieser Arbeit gezeigten Messunsicherheiten bestimmt.

E.2 Bewertung der statistischen Konvergenz in der LES

Die aerodynamische Bewertung der Ergebnisse erfolgt insbesondere durch zeitlich gemittelte Größen, wie Profilverteilungen und Nachlauftraversen. Da es sich bei den durchgeführten Simulationen um instationäre Simulationen handelt, müssen die Simulationsergebnisse im Vergleich z. B. zu RANS-Simulationen über die Zeit gemittelt werden. Wie bereits einleitend erwähnt, benötigen skalenauflösende Simulationen wie die LES ein hohes Maß an Rechenressourcen. Es ist daher gewollt, die Mittelungszeit und somit auch die Simulationszeit zur Bestimmung der zeitlich gemittelten Größen so gering wie möglich zu halten und somit den Rechenressourcenbedarf zu minimieren. Es muss somit der Mittelungsfehler bestimmt werden, um ausschließen zu können, dass gewisse Abweichungen zwischen den Simulationen und dem Experiment auf die zu geringe Mittelungszeit zurückzuführen sind.

Alle gezeigten Ergebnisse inkl. der Randbedingungen sind abhängig von absoluten Größen. Sei Φ nun eine beliebige Strömungsgröße der betrachteten Ergebnisse, dann lässt sich nach der Arbeit von Ries et al. (2018) eine Ungenauigkeit bedingt durch die zeitliche Mittelung wie folgt bestimmen:

$$\epsilon_t(\Phi) = \frac{\sigma(\Phi(t))}{\overline{\Phi}} \sqrt{\frac{2\tau_i}{\Delta t_{av}}} \quad (E.5)$$

Hierbei beschreibt τ_i die aufintegrierte Autokorrelation des Zeitsignals selbst:

$$\tau_i = \int_{s=0}^{s(\rho=0)} \rho_i(s) ds \quad , \quad (E.6)$$

mit der normierten Autokorrelation

$$\frac{\langle \Phi'(t)\Phi'(t+s) \rangle}{\sigma(\Phi(t))^2} \quad (E.7)$$

und der Standardabweichung des Signals $\sigma[\Phi(t)]$. Die obere Integralgrenze liegt hierbei beim ersten Nulldurchgang des Signals und Δt_{av} steht für die Gesamtmittelungszeit. Analog zu Gl. E.5 lässt sich ebenfalls eine Ungenauigkeit für die zugehörige

E Bestimmung der Unsicherheiten

Schwankungsgröße bestimmen:

$$\epsilon_t(\Phi') = \sqrt{\frac{\tau_i}{\Delta t_{av}}} \quad . \quad (\text{E.8})$$

Aus Gl. E.5 und E.8 folgen wiederum die Ungenauigkeiten der betrachteten Ergebnisgrößen und Randbedingungen.

F Vorgehensweise zur Aufprägung stufennaher Nachläufe

Aufgrund der experimentellen Datenbasis erfolgte in dieser Arbeit die Validierung der Nachlaufaufprägung lediglich anhand der Nachläufe, die von stromaufbefindlichen Zylinderstäben erzeugt wurden. Nachfolgend wird erläutert, wie auf Basis der Ergebnisse einer Simulation der zu untersuchenden Kaskade oder einer ähnlichen Kaskade unter stationärer Strömung ein stufennaher Nachlauf auf Basis der W-DFSEM aufgeprägt werden kann.

Die Idee zur Aufprägung von stufennahen Nachläufen in der LES einer NDTK ist in Abb.

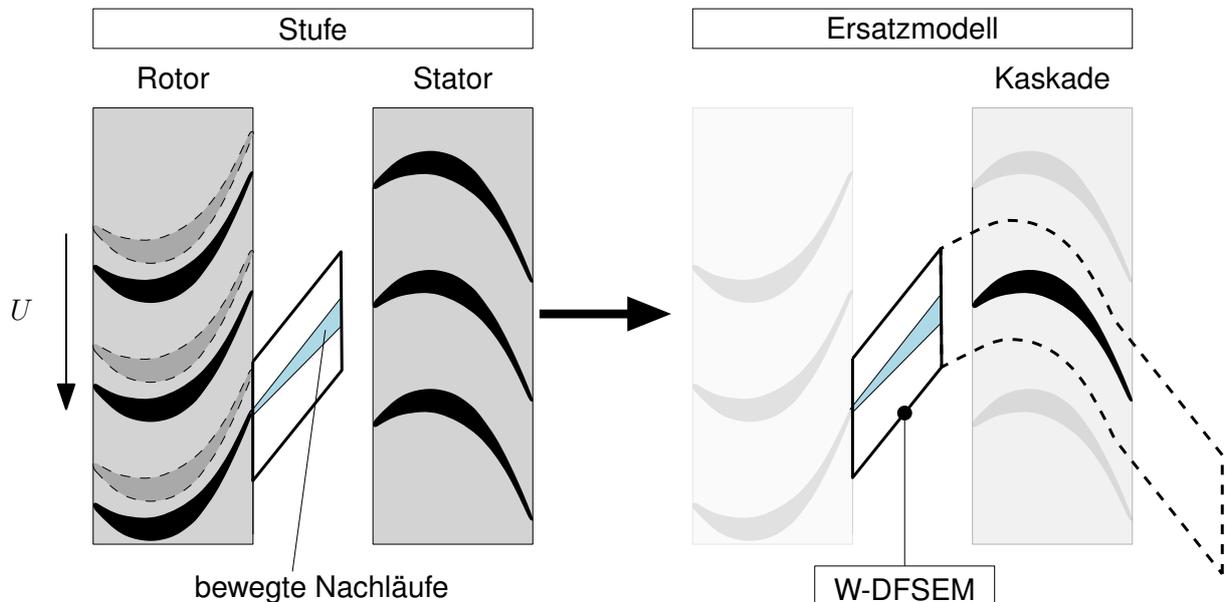


Abbildung F.1: Ansatz der Nachlaufaufprägung

F.1 skizziert. Die W-DFSEM ist theoretisch in der Lage, die verschiedensten eintretenden Nachläufe in der LES einer NDTK zu erzeugen. Der Ansatz ist, den Effekt des Nachlaufs eines „virtuellen Rotors“ auf eine stromabfindliche Kaskade direkt über die W-DFSEM abzubilden. Mit virtuell ist gemeint, dass keine richtige Rotation vorliegt, sondern eine translatorische Bewegung in Umfangsrichtung, ähnlich zu dem experimentellen Ansatz mit Stäben. Die Kombination aus NDTK und W-DFSEM stellt somit ein Ersatzmodell dar zur Analyse des Einflusses eines Rotors auf den Mittelschnitt eines stromabfindlichen Stators. Entscheidend hierbei ist, dass der W-DFSEM Werte vorgegeben werden, die repräsentativ sind für einen Rotor-Nachlauf. Nachfolgend wird

F Vorgehensweise zur Aufprägung stufennaher Nachläufe

detailliert erläutert, wie auf Basis der LES einer NDTK unter stationärer Zuströmung diese für einen Rotor-Nachlauf repräsentativen Werte abgeleitet werden können. Aus Gründen der Einfachheit wird dabei davon ausgegangen, dass die Profilgeometrie von Stator und Rotor identisch ist.

1. Schritt: Extraktion des Nachlaufs der Simulation unter stationärer Zuströmung

In einem ersten Schritt wird zunächst der stehende Nachlauf der Simulation unter

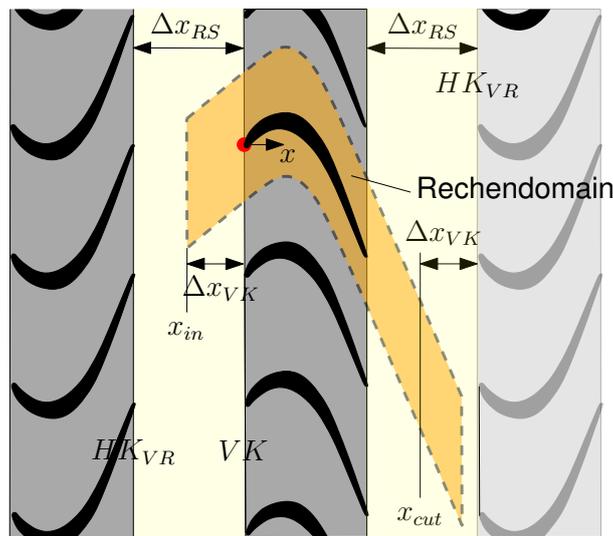


Abbildung F.2: Definition der geometrischen Abmessungen des Preprocessings der Nachlaufaufprägung

stationärer Zuströmung im Mittelschnitt extrahiert. Entscheidend ist hierbei der Axialabstand zwischen dem virtuellen Rotor und der zu untersuchenden Kaskade selbst Δx_{RS} . Für korrekte Wiedergabe des Nachlaufs, insbesondere des Abklingens, ist hierbei wichtig, dass $x_{cut} < x_{HK,S} + \Delta x_{RS}$ gilt. Wie in Abb. F.2 gezeigt, folgt unmittelbar aus der Wahl von x_{cut} auch die Position der Aufprägung des Nachlaufs x_{in} . Hierbei sollte x_{cut} entsprechend gewählt werden, sodass das x_{in} nicht zu nahe an der VK der zu untersuchenden Kaskade und auch nicht zu nahe der HK des "virtuellen Rotors" HK_{VR} liegt. Wird Ersteres nicht eingehalten, wäre es z. B. nicht möglich, mehrere Nachläufe pro Teilung aufzuprägen, da bereits die Breite eines Nachlaufs größer wäre als die Hälfte der Teilung. Wird x_{cut} zu nahe an der HK des virtuellen Rotors gewählt, könnte die Breite der Nachläufe so gering sein, dass die lokale Netzauflösung diese nicht wiedergeben könnte. Entnommen werden der Totaldruck über die Teilung $p_t(y)$, alle Reynolds-Spannungen über die Teilung $R_{ij}(y)$ und eine über die Teilung gemittelte Temperatur $\overline{T_{stat}}$, als auch der statische Druck $\overline{p_{stat}}$.

2. Schritt: Berücksichtigung abweichender Zuströmwinkel

Bevor nun die Eingabeparameter der W-DFSEM bestimmt werden können, muss zunächst eine eventuelle Abweichung des Abströmwinkels der Relativzuströmung in der Ebene zwischen Rotor und Stator von dem Abströmwinkel der Absolutströmung be-

F Vorgehensweise zur Aufprägung stufennaher Nachläufe

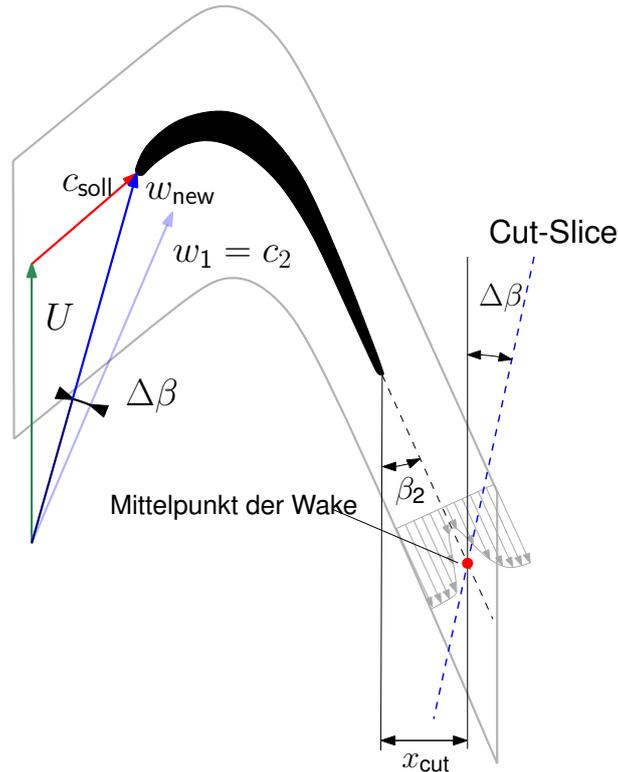


Abbildung F.3: Geschwindigkeitsdreieck der Zuströmung und rotierter Schnitt des Pre-processings der Nachlaufaufprägung

rücksichtigt werden. Im Idealfall entspricht die Translationsgeschwindigkeit des Rotors bzw. der eintretenden Nachläufe einem Wert, wodurch die Relativabströmung des virtuellen Rotors w_1 mit der Absolutströmung der Kaskade c_2 übereinstimmt, was einer Repetierstufe entspricht. Weicht die Translationsgeschwindigkeit jedoch von diesem Wert ab (w_{new}), kommt es, wie in Abb. F.3 dargestellt, zu einer Winkelabweichung $\Delta\beta$, die wie folgt definiert ist:

$$\Delta\beta = - \left(\beta_2 - \arctan \left(\frac{u_1}{v_1 + U_w} \right) \right) \quad . \quad (F.1)$$

Diese Winkelabweichung kann nun kompensiert werden, indem der Nachlauf der Simulation unter stationärer Zuströmung nicht rein axial, sondern um den Winkel $\Delta\beta$ versetzt geschnitten wird. Der Ursprung der Rotation entspricht hierbei der Umfangsposition der Nachlaufmitte des Axialschnittes, definiert als $y_{mid} = y [\min(p_t(y))]$. In einem nächsten Schritt werden nun die gleichen Größen wie bei Schritt 1 beschrieben, extrahiert entlang der Lauflänge des rotierten Schnitts s_{rot} im Bereich $-0,5t \leq s_{rot} l_e + 0,5t$. Im Anschluss folgt ein Mapping der Verläufe über s_{rot} auf die Teilung y .

Durch das Mapping kommt es zu einer Variation der Nachlaufbreite (siehe Abb. F.4). Während der Totaldruck als auch die TKE invariant sind, muss bis auf die Extraktion entlang der Lauflänge des rotierten Schnitts der Totaldruck nicht weiter modifiziert werden. Dies gilt jedoch nicht für die Reynolds-Spannungen selbst. Diese müssen zu-

F Vorgehensweise zur Aufprägung stufennaher Nachläufe

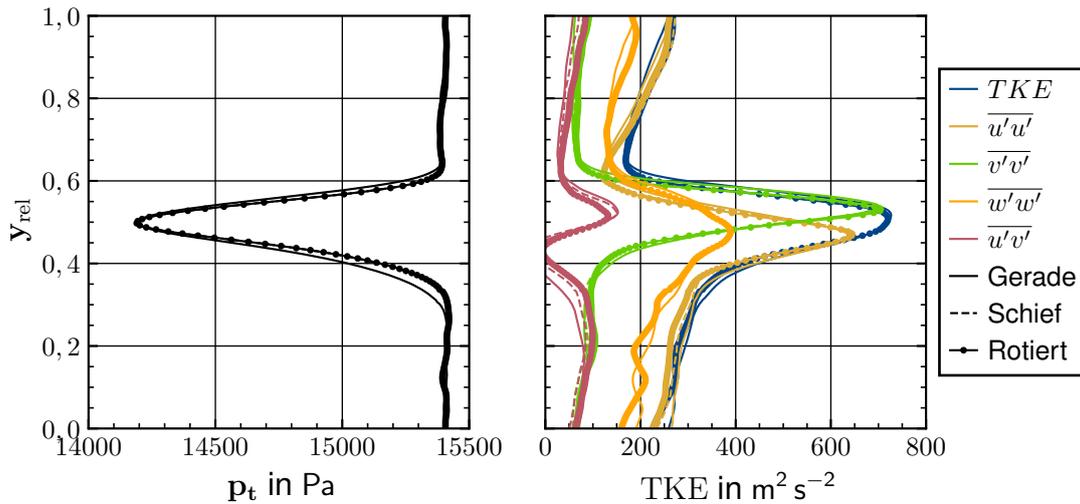


Abbildung F.4: Gegenüberstellung der Werte des geraden Schnittes, des schiefen Schnittes und der zusätzlich rotierten Reynolds-Spannungen

sätzlich entsprechend nach

$$\begin{aligned}
 \overline{u'u'}_{rot} &= \overline{u'u'}\cos(\Delta\beta)^2 + \overline{u'v'}\sin(2\Delta\beta) + \overline{v'v'}\sin(\Delta\beta)^2 \\
 \overline{u'v'}_{rot} &= \frac{1}{2}(\overline{v'v'} - \overline{u'u'})\sin(2\Delta\beta) + \overline{u'v'}\cos(2\Delta\beta) \\
 \overline{u'w'}_{rot} &= \overline{u'w'}\cos(\Delta\beta) + \overline{v'w'}\sin(\Delta\beta) \\
 \overline{v'v'}_{rot} &= \overline{u'u'}\sin(\Delta\beta)^2 - \overline{u'v'}\sin(2\Delta\beta) + \overline{v'v'}\cos(\Delta\beta)^2 \\
 \overline{v'w'}_{rot} &= -\overline{u'w'}\sin(\Delta\beta) + \overline{v'w'}\cos(\Delta\beta) \\
 \overline{w'w'}_{rot} &= \overline{w'w'}
 \end{aligned} \tag{F.2}$$

rotiert werden. Welchen Einfluss diese Rotation auf die einzelnen Reynolds-Spannungen hat, ist beispielhaft in Abb. F.4 dargestellt. Während die TKE vor und nach der Rotation identisch sind, ergibt sich für die jeweilige Spannung ein leicht unterschiedlicher Verlauf.

3. Schritt: Bestimmung der Geschwindigkeitsdefizite

Im nächsten Schritt wird aus dem Totaldruckverlauf des extrahierten und rotierten Schnittes ein Geschwindigkeitsdefizit in axialer Richtung und in Umfangsrichtung ermittelt, da in der Randbedingung selbst keine Totaldrücke sondern Geschwindigkeiten vorgegeben werden. Hierfür wird zunächst eine Mach-Zahl über die Teilung bestimmt:

$$Ma_{\overline{p}_{rot}} = f(\kappa, \overline{p}_{rot}, p_{t,rot}(y)) \tag{F.3}$$

und im Anschluss ein Mach-Zahl-Defizit:

$$\Delta Ma_{\overline{p}_{rot}} = Ma_{\overline{p}_{rot}} - \max(Ma_{\overline{p}_{rot}}) \tag{F.4}$$

Aus diesem Mach-Zahl-Defizit lässt sich ein Geschwindigkeitsdefizit berechnen:

$$\Delta U_{\overline{T}_{rot}} = \Delta Ma_{\overline{p}_{rot}} \sqrt{\overline{T}_{rot} R_L \kappa} \tag{F.5}$$

F Vorgehensweise zur Aufprägung stufennaher Nachläufe

Die jeweiligen Geschwindigkeitskomponenten folgen mit:

$$\begin{aligned}\Delta u &= \sin(\overline{\beta_2}) \Delta U_{\overline{Trot}} \\ \Delta v &= \cos(\overline{\beta_2}) \Delta U_{\overline{Trot}} .\end{aligned}\quad (F.6)$$

Um sicherzustellen, dass die vorgegebenen integralen Geschwindigkeiten eingehalten werden, wird von den Geschwindigkeitsdefiziten noch deren Umfangsmittel subtrahiert:

$$\Delta u = \Delta u - \overline{\Delta u} . \quad (F.7)$$

Dadurch ist sichergestellt, dass die Geschwindigkeitsdefizite über den Umfang gemittelt den Wert null annehmen.

4. Schritt: Spiegelung der Verläufe über den Umfang

Die Abströmung der Simulation unter stationärer Zuströmung ist in Teilungsrichtung entgegengesetzt orientiert als bei einem Rotor. Daher werden die zuvor bestimmten Verläufe über die Teilung an der axialen Achse gespiegelt.

5. Schritt: Skalierung der Nachlaufbreite

Wie in Abb. F.5 dargestellt, würde ohne weitere Anpassung die absolute Nachlaufbreite

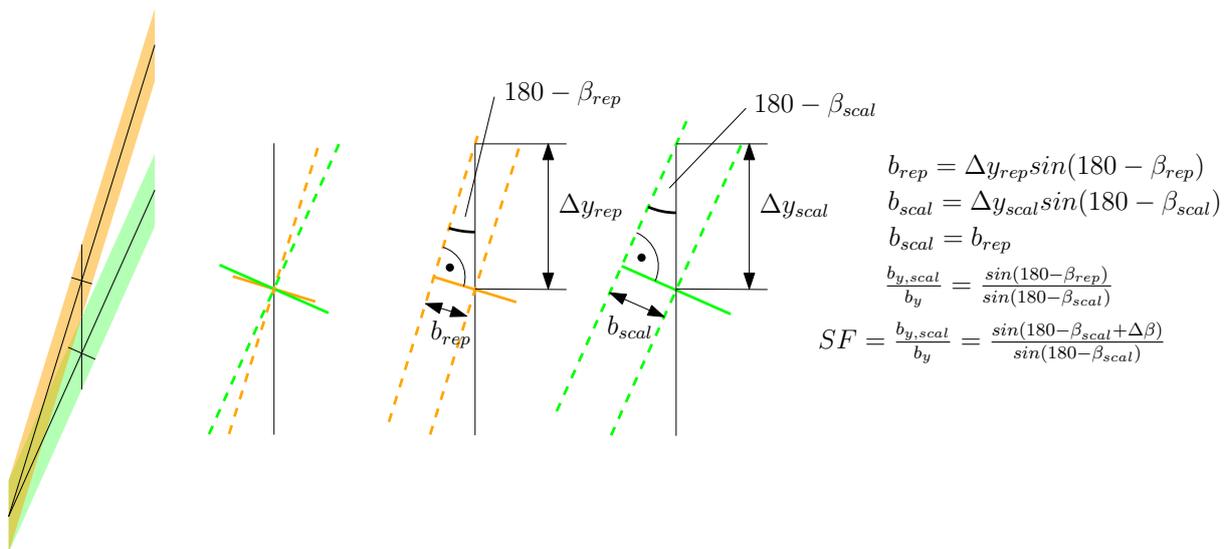


Abbildung F.5: Ansatz der Skalierung der Nachlaufbreite

bzgl. der Hauptströmungsrichtung in Abhängigkeit der Nachlaufausrichtung variieren. Um dies zu kompensieren, wird ein Skalierungsfaktor berechnet:

$$SF = \frac{\sin(\pi - \beta_{1,instat} + \Delta\beta)}{\sin(\pi - \beta_{1,instat})} \quad (F.8)$$

mit

$$\beta_{1,instat} = \arctan\left(\frac{u_1}{v_1 + U_w}\right) . \quad (F.9)$$

F Vorgehensweise zur Aufprägung stufennaher Nachläufe

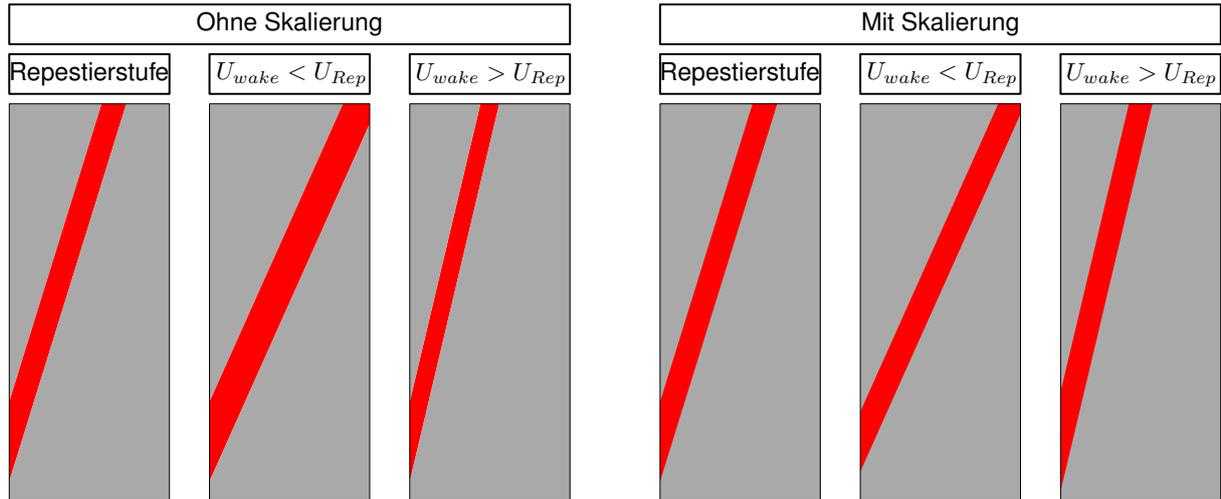


Abbildung F.6: Einfluss der Skalierung der Nachlaufbreite

Die Verläufe in Teilungsrichtung werden im Anschluss entsprechend mit SF skaliert. Wie in Abb. F.6 gezeigt, wird dadurch die variierende Nachlaufbreite mit variierendem U_w kompensiert.

6. Schritt: Berücksichtigung eines variierenden Teilungsverhältnisses

Mit der W-DFSEM lassen sich ebenfalls Teilungsverhältnisse < 1 realisieren. Hierfür müssen entsprechend die Verläufe an den äußeren Grenzen gekürzt werden. Der Einfluss dieser Kürzung auf die Verläufe in Teilungsrichtung ist beispielhaft in Abb. F.7 dargestellt.

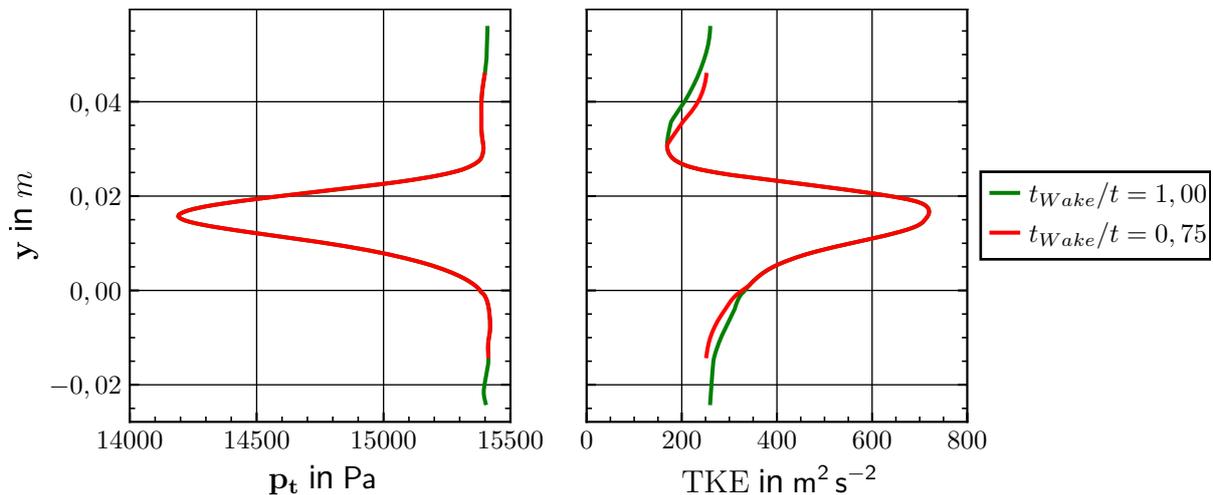


Abbildung F.7: Kürzung der Nachlauf-Teilung aufgrund eines reduzierten Teilungsverhältnisses

7. Schritt: Überblendung an den periodischen Rändern

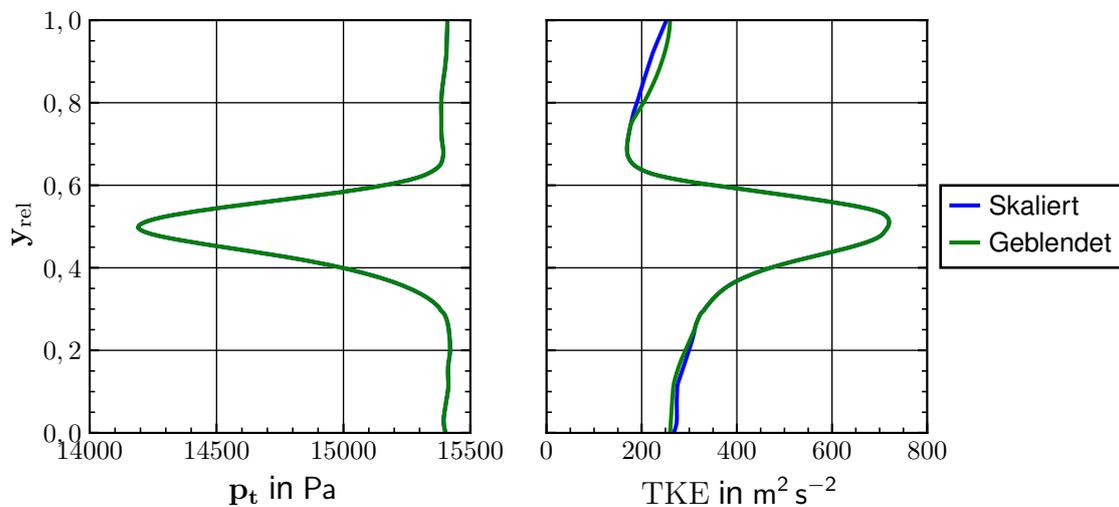


Abbildung F.8: Überblendung an den periodischen Rändern

Wie in Abb. F.8 gezeigt, sind die auf das gewünschte Teilungsverhältnis gekürzten Verläufe an den oberen und unteren Grenzen nicht identisch. Dies muss jedoch gewährleistet sein, da in Teilungsrichtung periodische Ränder als Randbedingungen angenommen werden. Daher werden die Verläufe vom Mittelpunkt des Nachlauf-Peaks aus hin zu den Rändern ineinander übergeblendet. Dadurch ist sichergestellt, dass die Verläufe am oberen und unteren Rand identisch sind (siehe Abb. F.8).

8. Schritt: Fitting zur Bestimmung der W-DFSEM-Parameter

Während die aus den Schritten zuvor bestimmten Verläufe der Reynolds-Spannungen der W-DFSEM direkt als diskrete Werte vorgegeben werden, basiert die Aufprägung der Geschwindigkeitswerte auf Basis einer analytischen Gauß-Funktion. Für die Geschwindigkeitsdefizite muss daher entsprechend ein Fitting durchgeführt werden. Zusätzlich muss ebenfalls ein Fitting zur Aufprägung des Potenzialfeldes durchgeführt werden bzw. der zugrunde liegenden Polynome. Hierfür werden zusätzlich zu den Verläufen am Austritt die Verläufe über die Teilung an der Eintrittsposition der Simulation mit eintretenden Nachläufen aus der Simulation mit stationärer Zuströmung extrahiert. Durch das Fitting der Geschwindigkeitsdefizite des Nachlaufs und des Potenzialfeldes als auch die Verläufe der Reynolds-Spannungen über die Teilung, die aus dem 7. Schritt resultieren, sind alle Eingabeparameter der W-DFSEM zur Aufprägung eines stufennahen eintretenden Nachlaufs gegeben.

G Beschreibung RANS-Simulationen

Alle Simulationsparameter, inkl. der Parameter bzgl. der Lösung des Gleichungssystems, als auch Diskretisierungsschemata, sind identisch zu denen für die in Kap. 7 durchgeführten LES. Als Rechennetz wurde das jeweils größte Rechennetz der Netzstudie des betrachteten Testfalls verwendet (siehe Kap. H). Unterschiede zwischen LES und RANS-Simulation ergeben sich in der Behandlung der Turbulenz.

G.1 Grundlegende Gleichungen

Während bei der LES eine zeitliche und räumliche Filterung der Erhaltungsgleichungen erfolgt, werden diese beim RANS-Ansatz nach der Reynolds-Mittelung zeitlich gemittelt. Hierbei erfolgt eine Zerlegung einer beliebigen Größe Φ in einen zeitlichen Mittelwert $\bar{\Phi}$ und einer Fluktuationsgröße Φ' :

$$\Phi = \bar{\Phi} + \Phi' \quad . \quad (\text{G.1})$$

Durch das Ersetzen der jeweiligen Erhaltungsgröße in den Erhaltungsgleichungen aus Gl. (4.1),(4.2) und (4.3 mit dem Ansatz aus Gl. (G.1) ergeben sich die sogenannten unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes-Gleichungen (kurz URANS-Gleichungen). Durch die zeitliche Mittelung nach Gl. (G.1) folgen in den Erhaltungsgleichungen zeitlich gemittelte Produkte der Fluktuationsanteile. Analog zur LES lassen sich diese Zusatzspannungsterme in einem Tensor zusammenfassen, der auch als Reynolds-Spannungstensor bezeichnet wird. Die durch die Mittelung auftretenden Zusatzterme des Reynolds-Spannungstensors müssen modelliert werden. Diese Modellierung erfolgt durch sogenannte Turbulenzmodelle. Für eine detaillierte Beschreibung hierzu sei z. B. auf (Pope 2000) verwiesen.

G.2 Turbulenzmodellierung

Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten RANS-Simulationen wurde zur Turbulenzmodellierung das weit verbreitete SST-Modell von Menter et al. (2003) verwendet. Das ursprüngliche SST-Modell ist nicht in der Lage, transitionelle Vorgänge wiederzugeben. Das SST-Modell wurde daher von Langtry und Menter (2009) erweitert, um auch transitionelle Strömungen vorhersagen zu können. Dieses Turbulenzmodell wird auch als γ - Re_θ -Transitionsmodell bezeichnet. Für die Modell-Gleichungen sei hierbei auf (Langtry und Menter 2009) verwiesen.

G.3 Turbulente Randbedingungen

Die stromfadentheoretischen Randbedingungen der Simulationen mit LES- und RANS-Ansatz sind identisch. Ein wesentlicher Vorteil der RANS-Simulationen ist, dass diese keine eigenen Methoden zur Erzeugung der Turbulenz am Eintritt benötigen, sondern die gewünschten turbulenten Größen direkt vorgegeben werden können. Am Eintritt der RANS-Simulationen werden die spezifische turbulente Dissipationsrate ω , die TKE, die Intermittenz γ und die Reynolds-Zahl auf Basis der Impulsverlustdicke Re_θ vorgegeben. Nach Langtry und Menter (2009) ist am Eintritt $\gamma = 1$ zu setzen. Die vorzugebende TKE folgt aus der Definition des Turbulenzgrades:

$$TKE = (Tu U_{\text{inf}})^2 \frac{3}{2} . \quad (\text{G.2})$$

ω lässt sich wiederum mittels l_t und TKE abschätzen:

$$\omega = \frac{\sqrt{TKE}}{l_t} . \quad (\text{G.3})$$

Für Re_θ folgt nach Langtry und Menter (2009)

$$Re_\theta = 331,5 (Tu - 0,5658)^{-0,671} . \quad (\text{G.4})$$

Die turbulenten Randbedingungen sind nach den Gl. (G.2)-(G.4) nur noch abhängig von Tu , l_t und U_{inf} . Für eine bestmögliche Vergleichbarkeit von RANS-Simulation und LES wurde l_t in der zugehörigen RANS-Simulation entsprechend angepasst, sodass ein identisches Abklingen mit der LES vorliegt.

H Bewertung der Netzauflösung

Der wesentliche Einflussfaktor auf die Ergebnisse einer numerischen Strömungssimulation für die gängigsten Verfahren ist das verwendete Rechennetz. Um diesen Einfluss bewerten zu können, wurde für alle NDTK-Testfälle dieser Arbeit und ebenfalls für den EIZ-Stab eine Netzstudie durchgeführt. Für die Netzerstellung wurde eigens eine vollautomatische Prozesskette programmiert. In dieser Prozesskette wird der Wandabstand der ersten Zelle Δy_1 und eine repräsentative Zellgröße Δ_i vorgegeben. Diese Zellweite Δy_1 wurde mittels der Grenzschichtgleichung der Plattenströmung ohne Druckgradient aus (Schlichting 1965) abgeschätzt. Die Zellabmessungen in wandnormaler Richtung der ersten 10 Zellen auf dem Profil werden hierbei nach (Coleman und Sandberg 2010) konstant gehalten. Die Punkteverteilungen der restlichen Blöcke werden auf Basis der vorgegebenen repräsentativen Zellgröße Δ_i bestimmt. Zum Schluss erfolgt eine Glättung des Rechennetzes auf Basis des Laplace-Operators. Diese Prozesskette bietet den Vorteil, auch Netzverfeinerungsfaktoren (RF) vorzugeben, die nicht das Vielfache voneinander sind. Letzteres wäre aufgrund der limitierten Rechenressourcen nicht möglich.

Nach (Klein 2005) ist es für eine LES mit impliziter Filterung nicht möglich, eine netzunabhängige Lösung zu erhalten. In Anlehnung an (Pichler et al. 2016) ist eine Netzauflösung ausreichend, wenn die Größen von Interesse hinreichend genau wiedergegeben werden können. Es wird somit im Rahmen dieser Arbeit von einer ausreichenden Netzauflösung ausgegangen, wenn die Netzparameter der verwendeten Netze im Bereich üblicher dimensionsloser Literaturwerte liegen. Die dimensionslosen Zellabmessungen in tangentialer, wandnormaler und spannweitischer Richtung sind hierbei wie folgt definiert:

$$\Delta x^+ = \frac{\Delta x \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}}{\nu} \Delta y^+ = \frac{\Delta y \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}}{\nu} \Delta z^+ = \frac{\Delta z \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}}{\nu} . \quad (\text{H.1})$$

Zusätzlich zu diesem Vergleich wurde für jeden NDTK-Testfall eine Netzkonvergenzstudie (engl. Grid Convergence Index, kurz GCI-Studie) durchgeführt. Für die Definition des GCI und der zugehörigen Größen sei auf (Cadafalch et al. 2001) verwiesen.

H.1 Erzeuger instationärer Zuströmung

H Bewertung der Netzauflösung

Größe	Netz			
	N ₁	N ₂	N ₃	N ₄
y_{wall}	14.9e – 6 m	9.93e – 6 m	7.45e – 6 m	5.96e – 6 m
Δ_i	10e – 4 m	6.66e – 4 m	5e – 4 m	4e – 4 m
RF	1.00	1.5	2.0	2.5
N	149,520	519,345	1,221,960	2,334,600

Größe	Netz			Literaturwerte				
	N ₁	N ₂	N ₃	a	b	c	d	
Δx^+	29	20	16	13	50 – 100	< 50	< 30	45
Δy^+	2,1	1,6	1,3	1,0	< 2	< 1	< 1	2
Δz^+	145	111	88	72	15 – 40	< 15	< 30	17

^a Quelle: (Piomelli und Chasnov 1996)

^b Quelle: (Scillitoe et al. 2019)

^c Quelle: (Cui et al. 2015)

^d Quelle: (Ameri 2016)

Tabelle H.1: Netzparameter und Vergleich der dimensionslosen Zellabmessungen der Netzstudie des EIZ-Stabs

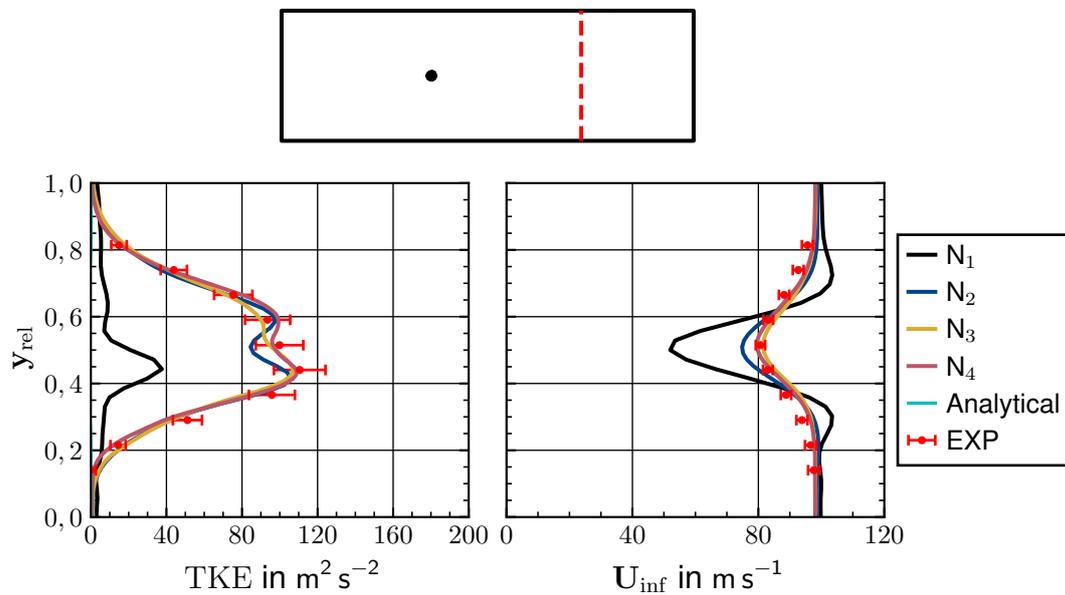


Abbildung H.1: Nachlaufgrößen der Netzstudie des EIZ-Stabes

H.2 T106D-Kaskade

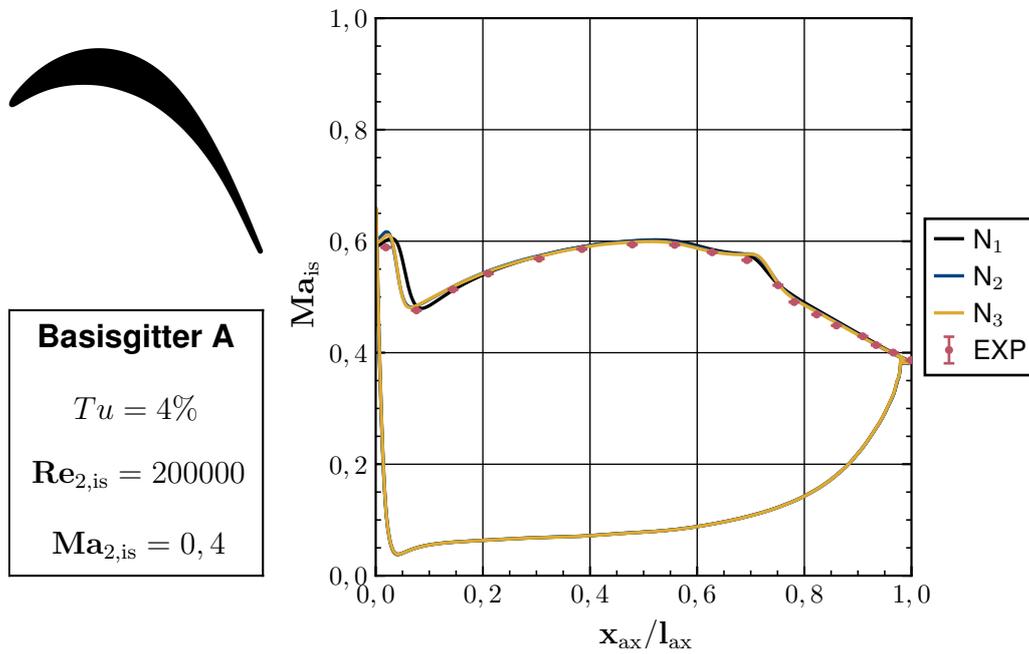


Abbildung H.2: Profilverteilung der Netzstudie der T106D-Kaskade

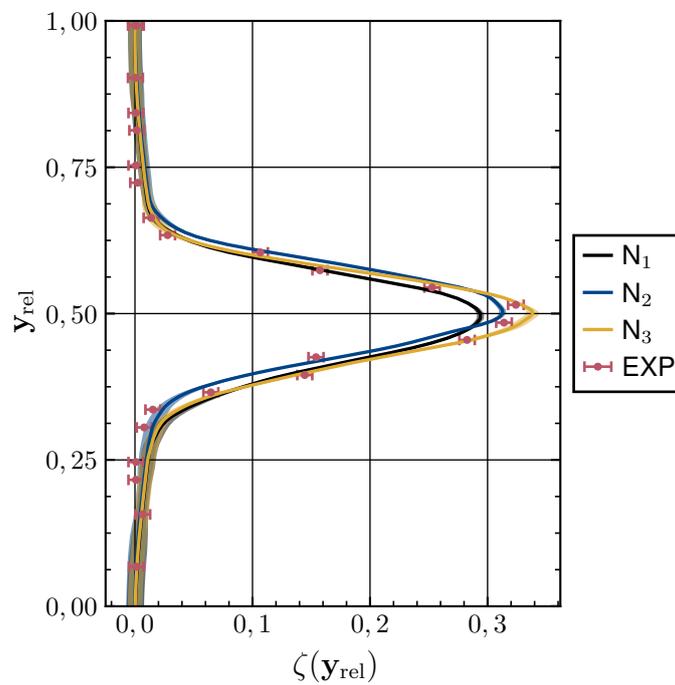


Abbildung H.3: Nachlaufverluste der Netzstudie der T106D-Kaskade

H Bewertung der Netzauflösung

Größe	Netz		
	N_1	N_2	N_3
y_{wall}	24,66e – 6 m	16,44e – 6 m	12,33e – 6 m
Δ_i	0,0010 m	0,00066 m	0,0005 m
RF	1,0	1,5	2,0
N	2.569.020	8.900.310	21.039.449

Größe	Netz			Literaturwerte			
	N_1	N_2	N_3	a	b	c	d
Δx^+	49	33	25	50 – 100	< 50	< 30	45
Δy^+	1,62	1,08	0,81	< 2	< 1	< 1	2
Δz^+	67	44	33	15 – 40	< 15	< 30	17

^a Quelle: (Piomelli und Chasnov 1996)

^b Quelle: (Scillitoe et al. 2019)

^c Quelle: (Cui et al. 2015)

^d Quelle: (Ameri 2016)

Tabelle H.2: Netzparameter und Vergleich der dimensionslosen Zellabmessungen der Netzstudie der T106D-Kaskade

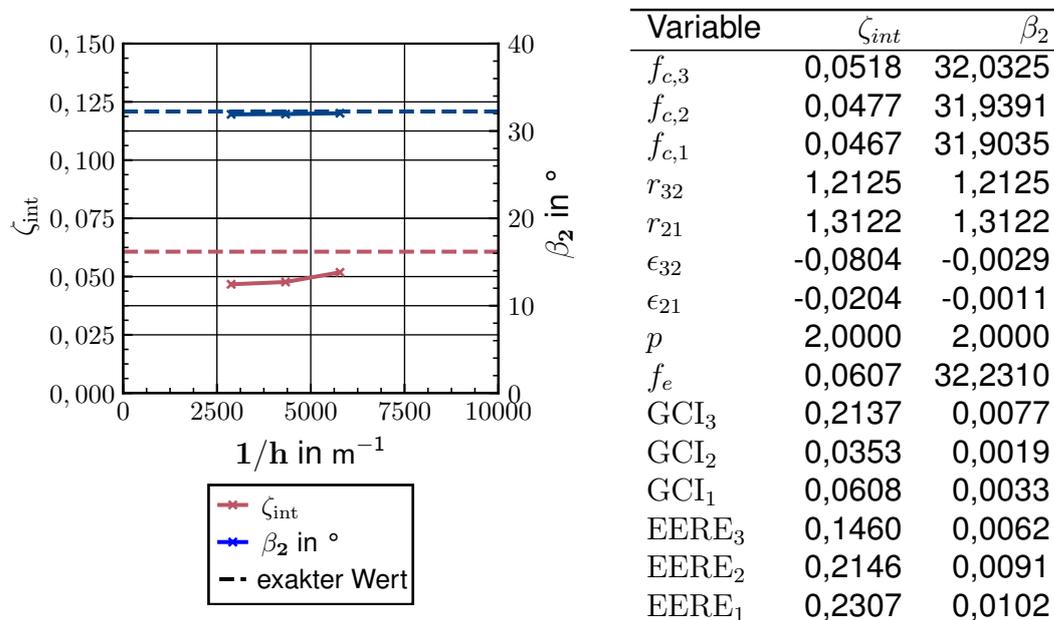


Abbildung H.4: GCI-Studie der T106D-Kaskade

H.3 MTU-T161-Kaskade

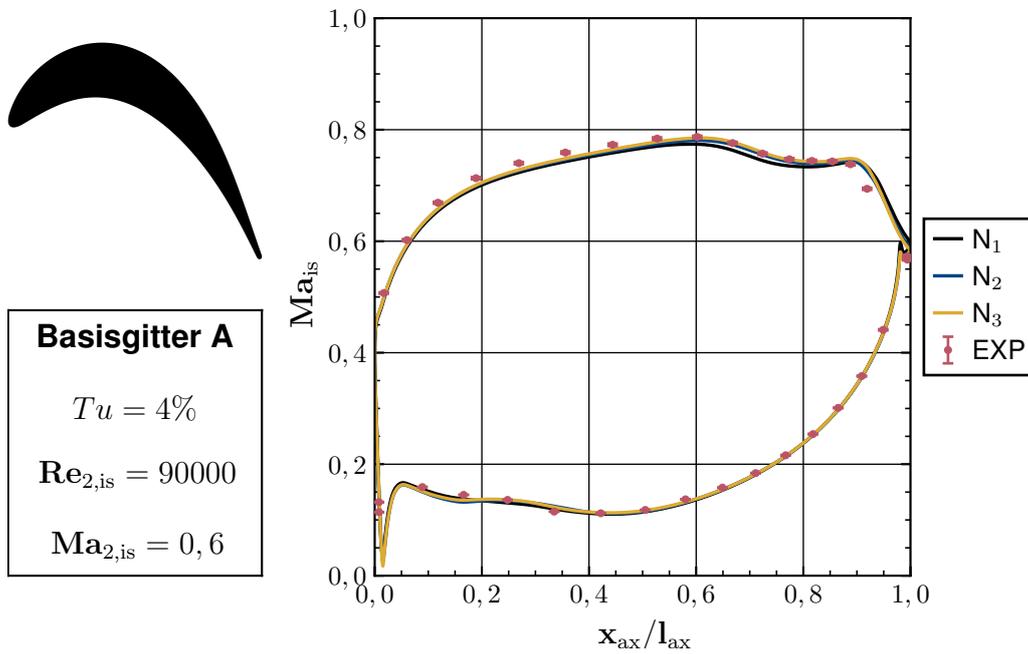


Abbildung H.5: Profilverteilung der Netzstudie der MTU-T161-Kaskade

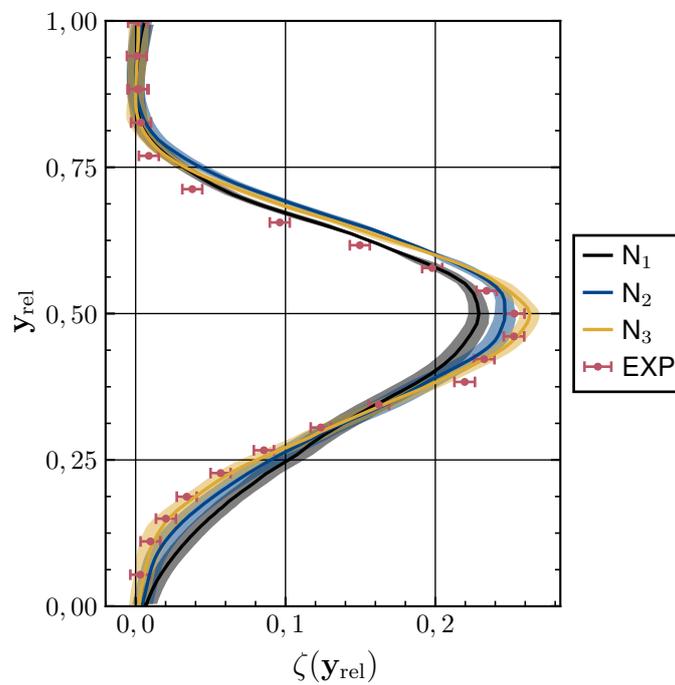


Abbildung H.6: Nachlaufverluste der Netzstudie der MTU-T161-Kaskade

H Bewertung der Netzauflösung

Größe	Netz		
	N_1	N_2	N_3
y_{wall}	13,51e – 6 m	5,92e – 6 m	3,33e – 6 m
Δ_i	0,0012 m	0,0008 m	0,0006 m
RF	1,0	1,5	2,0
N	2.155.968	7.505.960	17.643.516

Größe	Netz			Literaturwerte			
	N_1	N_2	N_3	a	b	c	d
Δx^+	37	25	19	50 – 100	< 50	< 30	45
Δy^+	1,17	0,50	0,29	< 2	< 1	< 1	2
Δz^+	43	29	22	15 – 40	< 15	< 30	17

^a Quelle: (Piomelli und Chasnov 1996)

^b Quelle: (Scillitoe et al. 2019)

^c Quelle: (Cui et al. 2015)

^d Quelle: (Ameri 2016)

Tabelle H.3: Netzparameter und Vergleich der dimensionslosen Zellabmessungen der Netzstudie der MTU-T161-Kaskade

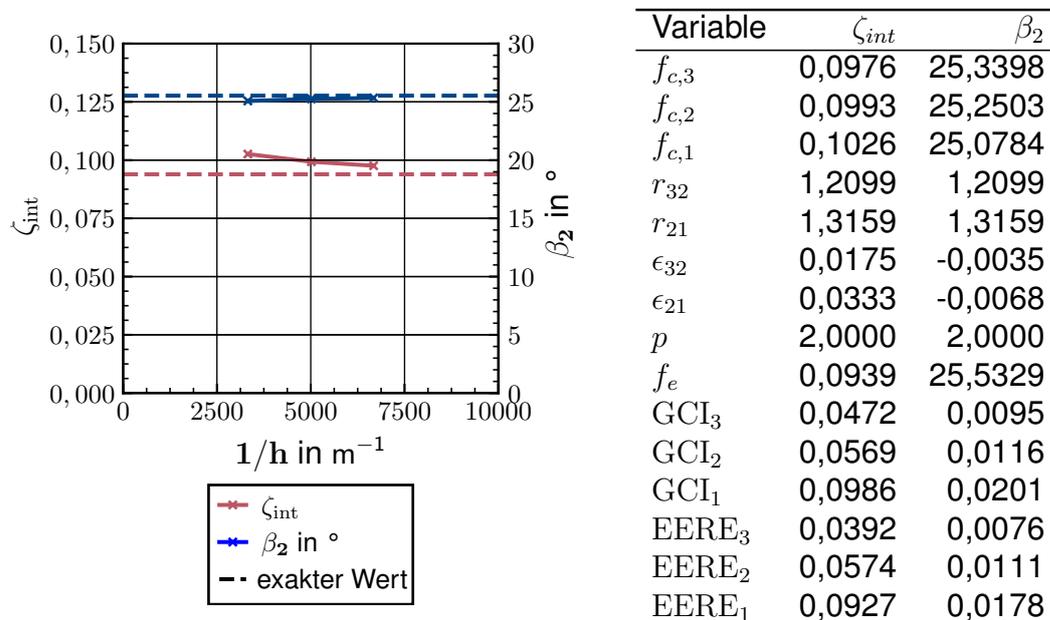


Abbildung H.7: GCI-Studie der MTU-T161-Kaskade

H.4 Basisgitter A

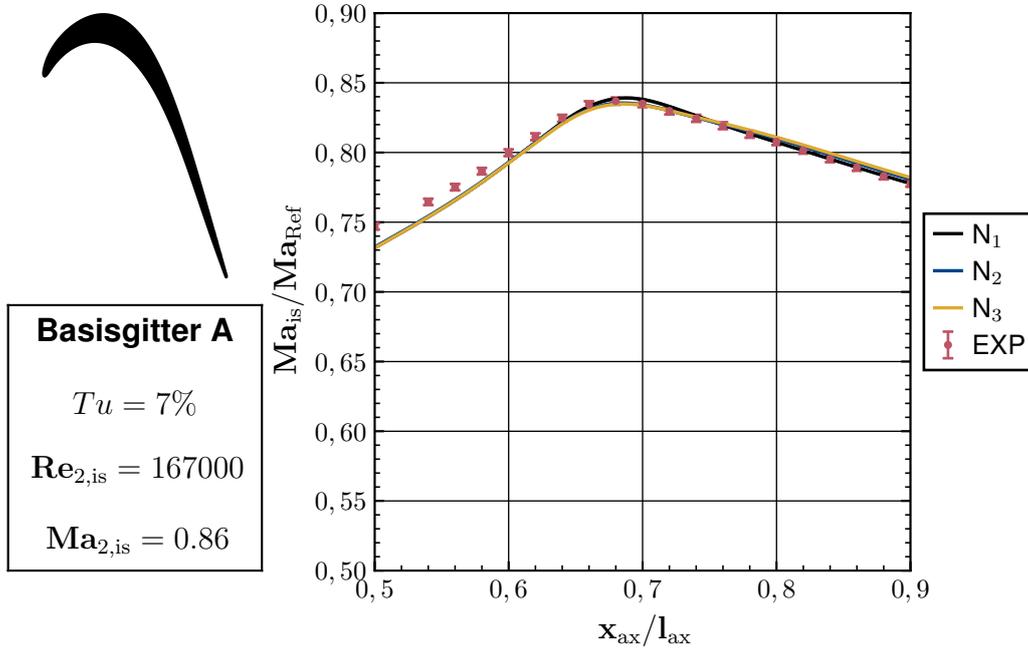


Abbildung H.8: Profilverteilung der Netzstudie des Basisgitters A

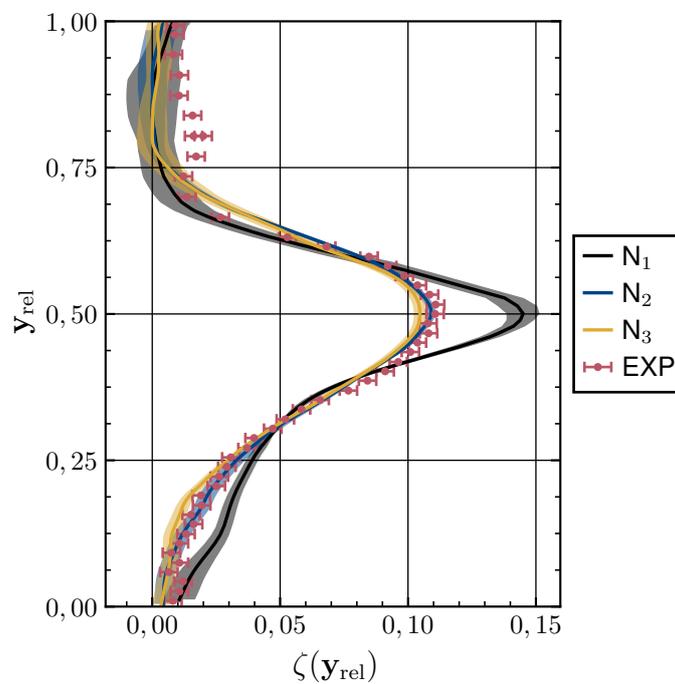


Abbildung H.9: Nachlaufverluste der Netzstudie des Basisgitters A

H Bewertung der Netzauflösung

Größe	Netz		
	N ₁	N ₂	N ₃
y_{wall}	3,171e – 6 m	2,110e – 6 m	1,268e – 6 m
Δ_i	0,0010 m	0,00066 m	0,0004 m
RF	1,0	1,5	2,5
N	1.839.690	5.681.750	24.130.735

Größe	Netz			Literaturwerte			
	N ₁	N ₂	N ₃	a	b	c	d
Δx^+	50	30	17	50 – 100	< 50	< 30	45
Δy^+	0,26	0,17	0,10	< 2	< 1	< 1	2
Δz^+	76	45	26	15 – 40	< 15	< 30	17

^a Quelle: (Piomelli und Chasnov 1996)

^b Quelle: (Scillitoe et al. 2019)

^c Quelle: (Cui et al. 2015)

^d Quelle: (Ameri 2016)

Tabelle H.4: Netzparameter und Vergleich der dimensionslosen Zellabmessungen der Netzstudie des Basisgitters A

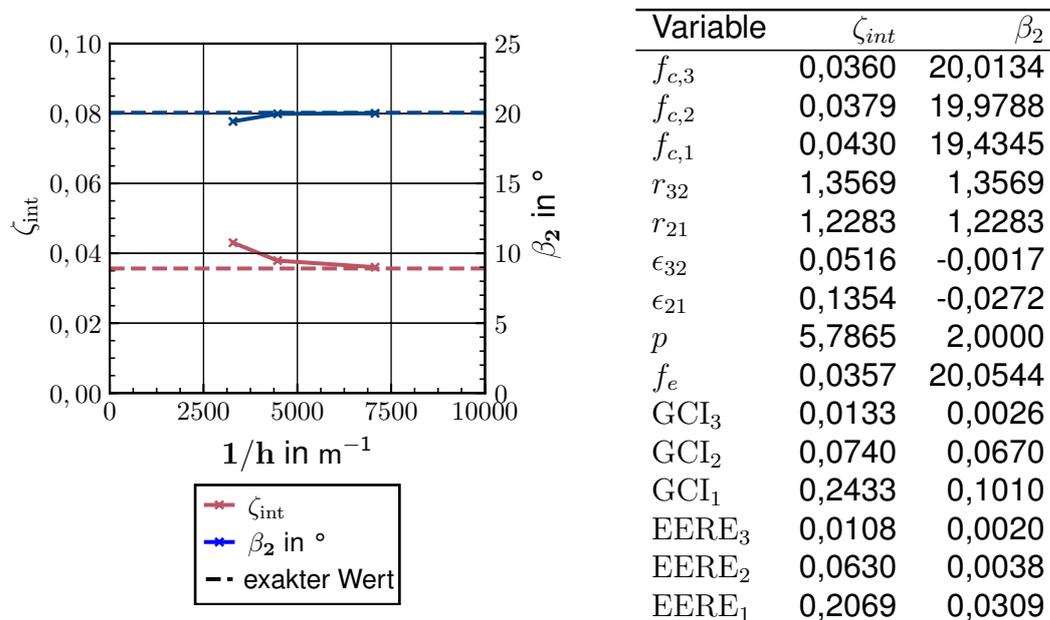


Abbildung H.10: GCI-Studie des Basisgitters A

H.5 T106C-Kaskade

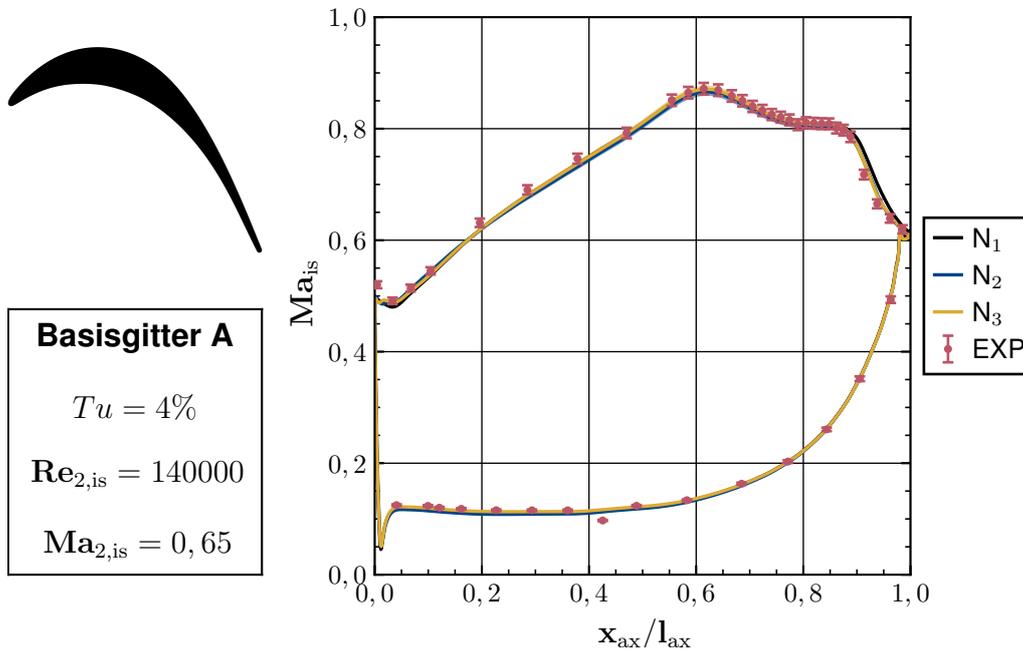


Abbildung H.11: Profilverteilung der Netzstudie der T106C-Kaskade

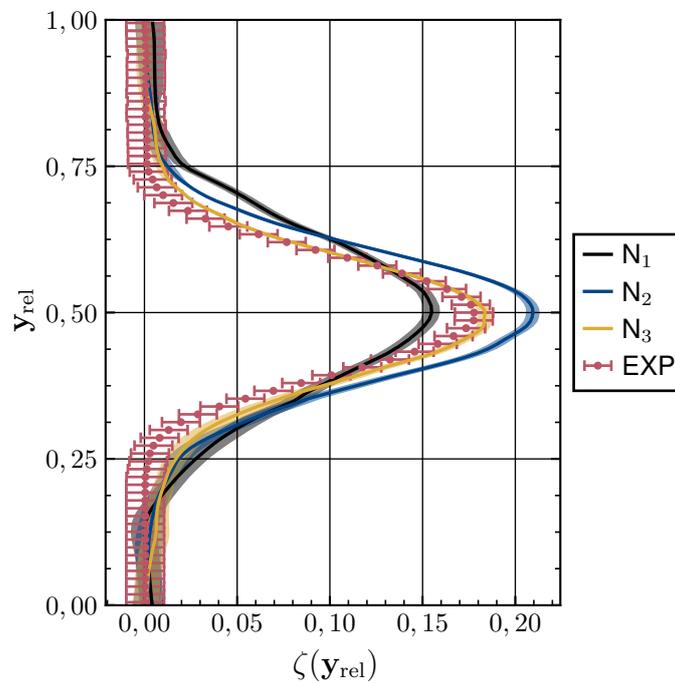


Abbildung H.12: Nachlaufverluste der Netzstudie der T106C-Kaskade

H Bewertung der Netzauflösung

Größe	Netz		
	N_1	N_2	N_3
y_{wall}	16,591e – 6 m	11,1e – 6 m	8,3e – 6 m
Δ_i	0,0010 m	0,00066 m	0,0005 m
RF	1,0	1,5	2,0
N	2.025.660	6.915.420	16.182.579

Größe	Netz			Literaturwerte			
	N_1	N_2	N_3	a	b	c	d
Δx^+	40	28	21	50 – 100	< 50	< 30	45
Δy^+	0,84	0,56	0,41	< 2	< 1	< 1	2
Δz^+	48	34	25	15 – 40	< 15	< 30	17

^a Quelle: (Piomelli und Chasnov 1996)

^b Quelle: (Scillitoe et al. 2019)

^c Quelle: (Cui et al. 2015)

^d Quelle: (Ameri 2016)

Tabelle H.5: Netzparameter und Vergleich der dimensionslosen Zellabmessungen der Netzstudie der T106C-Kaskade

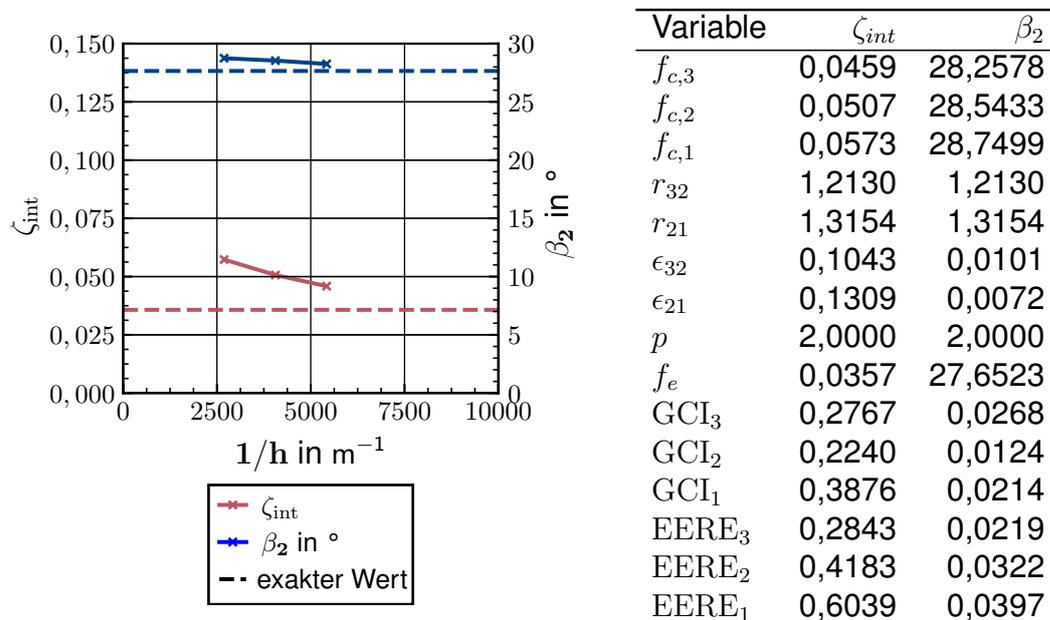


Abbildung H.13: GCI-Studie der T106C-Kaskade

H.6 T104-Kaskade

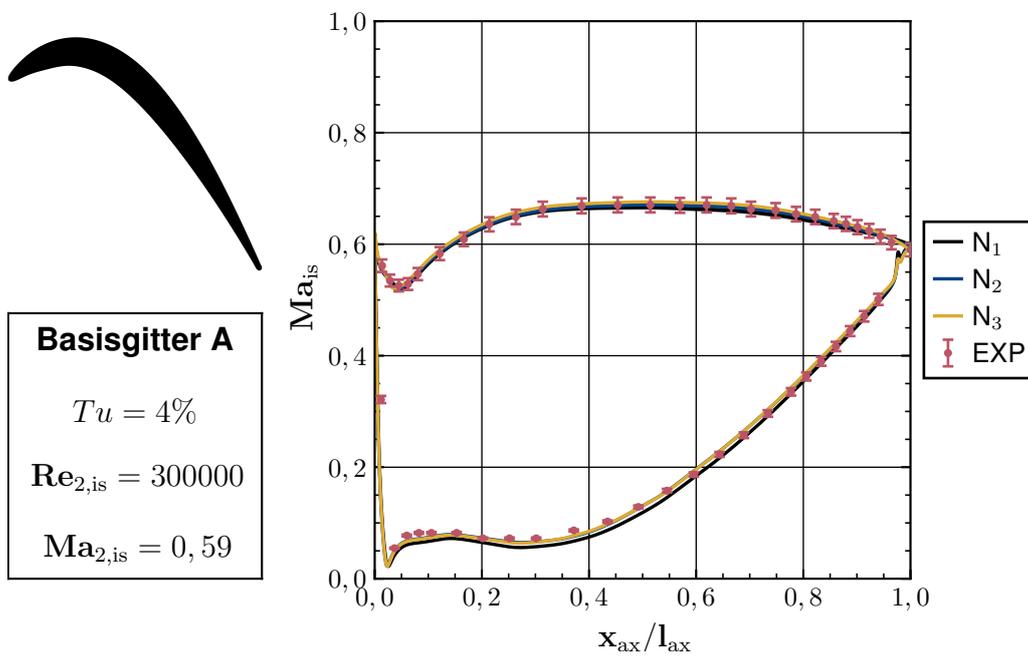


Abbildung H.14: Profilverteilung der Netzstudie der T104-Kaskade

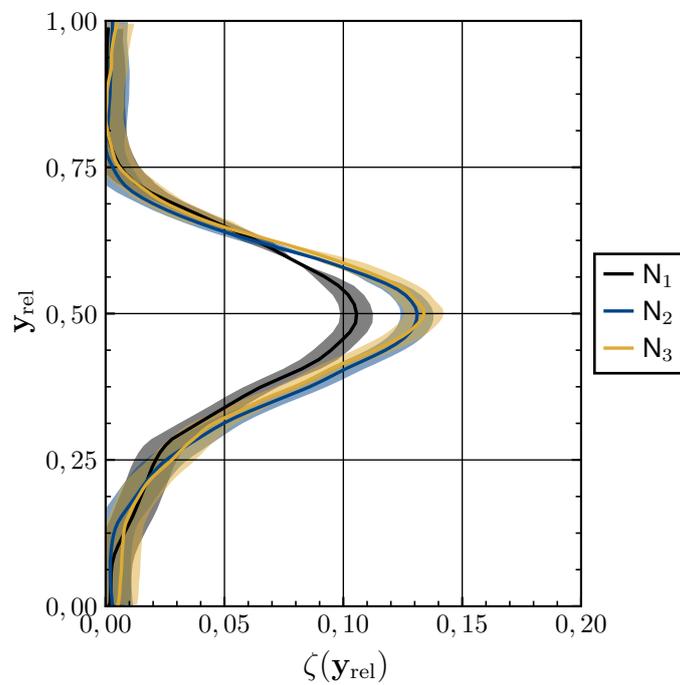


Abbildung H.15: Nachlaufverluste der Netzstudie der T104-Kaskade

H Bewertung der Netzauflösung

Größe	Netz		
	N_1	N_2	N_3
y_{wall}	7,83e – 6 m	3,43e – 6 m	1,91e – 6 m
Δ_i	0,0012 m	0,0008 m	0,0006 m
RF	1,0	1,5	2,0
N	2.042.850	6.837.045	16.458.400

Größe	Netz			Literaturwerte			
	N_1	N_2	N_3	a	b	c	d
Δx^+	75	50	38	50 – 100	< 50	< 30	45
Δy^+	1,64	0,67	0,37	< 2	< 1	< 1	2
Δz^+	92	62	46	15 – 40	< 15	< 30	17

^a Quelle: (Piomelli und Chasnov 1996)

^b Quelle: (Scillitoe et al. 2019)

^c Quelle: (Cui et al. 2015)

^d Quelle: (Ameri 2016)

Tabelle H.6: Netzparameter und Vergleich der dimensionslosen Zellabmessungen der T104-Kaskade

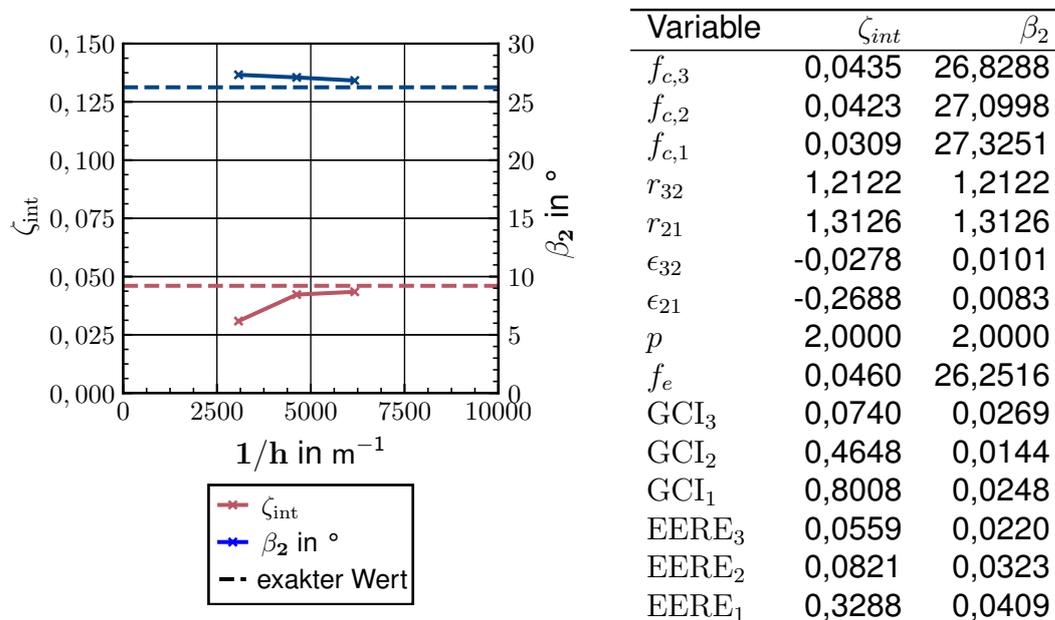


Abbildung H.16: GCI-Studie der T104-Kaskade

Wissenschaftlicher Werdegang

Persönliche Daten

Name	Mark Zieße
Geburtsdatum	5. September 1991
Geburtsort	Kassel

Schulbildung

1998 - 2002	Schäferland-Schule Helsa, Grundschule
2002 - 2008	Integrierte Gesamtschule Kaufungen
2008 - 2011	Freiherr-vom-Stein-Schule Hessisch Lichtenau, Abschluss: Allgemeine Hochschulreife

Studium

2011 - 2016	Universität Kassel Abschluss: Bachelor of Science
2016 - 2017	Universität Kassel Abschluss: Master of Science
2017 - 2023	Leibniz Universität Hannover Promotionsstudium Maschinenbau

Berufstätigkeit

2017 - 2021	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik der Leibniz Universität Hannover
seit 2022	Data Transfer Management Lead bei der Rheinmetall Landsysteme GmbH

Kassel, im September 2023